

# Diseño e implementación de un Controlador Difuso para el sistema carro - péndulo del laboratorio de servomecanismos

Hugo Marcelo Pérez Gaibor  
 Director: Ing. Víctor Proaño Rosero  
 Codirector: Ing. Paúl Ayala Taco

*Departamento de Eléctrica y Electrónica, Escuela Politécnica del Ejército, Av. General Rumiñahui S/N, Sangolquí - Ecuador*

**Resumen**—El presente artículo describe el diseño y la implementación de un Controlador Difuso para el control del sistema Carro – Péndulo de la marca Inteco en el modo péndulo invertido. El trabajo consiste en un control de posición ubicando al mismo tiempo, el péndulo en posición vertical hacia arriba y el carro en el centro del riel. Las señales de posición son obtenidas mediante dos encoders y la señal de control a través del manejo de PWM hacia un motor DC. El desarrollo del trabajo se logra de manera investigativa conociendo físicamente a la planta así como el entorno de control que se desarrolla en una PC específicamente sobre el programa MATLAB. El diseño del controlador difuso se realiza sobre el modelo matemático de simulación aplicando dos controles difusos para la posición del péndulo y posición del carro para posterior a aquello implementarlo sobre el modelo de experimentación que permite realizar una conexión en tiempo real con la planta física.

## I. INTRODUCCIÓN.

Cuando un sistema es complejo o menos conocido con precisión es difícil caracterizar el conocimiento adecuado por técnicas de control convencionales para llegar a un mecanismo para la toma de decisiones. Hay que encontrar formas alternativas de codificar el conocimiento disponible sobre el sistema, que puede resultar en el desarrollo de controladores inteligentes. Por lo que la identificación precisa de la dinámica del modelo de laboratorio es esencial para la generación de un algoritmo de control apropiado.

Mediante esta técnica se pretende controlar al sistema carro - péndulo a través de un computador en las siguientes arquitecturas:

- Controlador difuso PD con balanceo.
- Controlador difuso PD.
- Controlador difuso PI.

El diseño de las arquitecturas son desarrolladas en Matlab® para la simulación y la experimentación, apoyándose esta última en una tarjeta de interfaz para hacer un control en tiempo real.

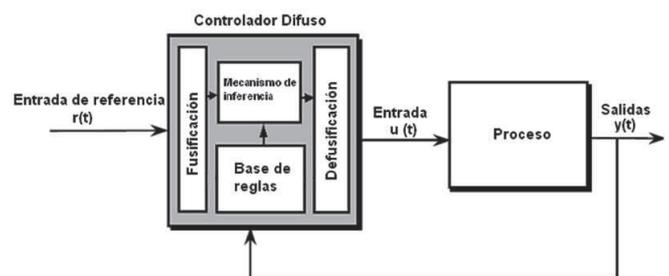


Figura 1. Arquitectura del control difuso.

## II. LÓGICA DIFUSA

La lógica difusa se considera como: “Forma de expresar el conocimiento común, el cual es de tipo lingüístico cualitativo, en un lenguaje matemático (cuantitativo) regido por la teoría de conjuntos difusos y funciones de pertenencia asociados a estos”[1]. Utiliza expresiones que no son ni totalmente ciertas ni completamente falsas, es decir aplica conceptos que pueden tomar un valor cualesquiera de veracidad dentro de un conjunto de valores que oscilan entre dos extremos, la verdad absoluta y la falsedad total.

Un sistema de control difuso trabaja de manera muy diferente a los sistemas de control convencionales. “Usan el conocimiento experto para generar una base de conocimientos que dará a un sistema la capacidad de tomar decisiones sobre ciertas acciones que se presenten en su funcionamiento”[2]. La estructura de trabajo se muestra en al Figura 1.

Las etapas de implementación del control difuso se indican a continuación y se basan en la siguiente regla difusa:

**SI** *proposición Y* *proposición* (ANTECEDENTE)  
**entonces** *consecuencia*(CONSECUENTE)

- Fusificación: consiste en la traducción de variables medibles en variables difusas.
- Mecanismo de inferencia: a partir de las variables difusas (antecedentes) se desprende conclusiones(consecuentes).
- Defusificación: cuando se determina el grado de

pertenencia para los consecuentes en el procedimiento de inferencia difusa, entonces son traducidas en variables cuantificables, para poder ser usados en acciones de control.

Las partes fundamentales en el diseño de un control difuso son:

- Variable lingüística: representa a términos del lenguaje natural.
- Valor lingüístico: representa los atributos (conjunto difuso) que puede adquirir la variable.
- Funciones de pertenencia: representa a un conjunto difuso mediante una función característica.
- Base de reglas: contiene las reglas difusas de control.

### III. FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA CARRO-PÉNDULO

El sistema mecánico carro-péndulo es un sistema listo para realizar experimentos de control. Los componentes mecánicos y electrónicos se muestran en la Figura 2.

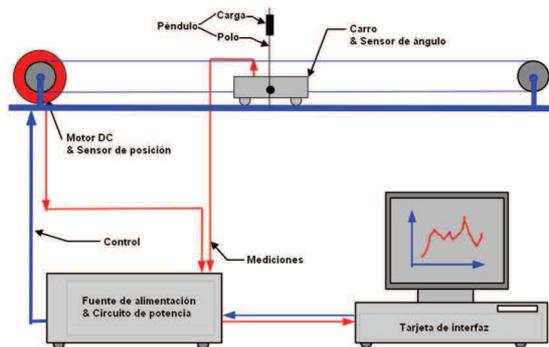


Figura 2. Componentes del sistema carro - péndulo.

El sistema trabaja de tal manera que el péndulo montado en el carro pueda oscilar libremente en el plano vertical. El carro se desliza sobre el riel de longitud limitada mediante ruedas, impulsado por un motor de corriente continua controlado mediante la técnica PWM a través de una banda de transmisión unida a dos poleas. Para balancear y equilibrar el péndulo se empuja el carro de un lado a otro sobre este riel, la posición del motor es controlado por medio de dos encoders para sensar la posición angular del péndulo así como la posición del carro y esta información enviarla mediante el circuito de potencia a la tarjeta de interfaz RT-DAC/PCI-D, para luego pasar al ordenador donde se realiza el debido control de posición en Matlab®.

### IV. MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático describe el comportamiento dinámico del sistema, expresado en ecuaciones diferenciales de primer orden y modeladas en Simulink®. Estas ecuaciones se basan en el esquema de la Figura 3.

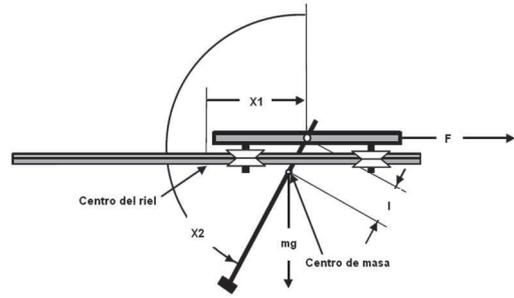


Figura 3. Esquema para el modelo matemático sistema carro - péndulo

El estado del sistema es un vector :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Donde:

- $x_1$ , posición del carro.
- $x_2$ , ángulo entre la posición vertical del péndulo y el péndulo en ese instante.
- $x_3$ , velocidad del carro.
- $x_4$ , velocidad angular del péndulo.

Las ecuaciones que constituyen el modelo matemático, se basan en la traslación del centro de masa del sistema y la rotación de todo el sistema alrededor del centro de masa como se expresa en las ecuaciones 1, 2, 3, 4, respectivamente.

$$\dot{x}_1 = x_3 \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = x_4 \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{a_1 w_1(x,u) + w_2(x) \cos x_2}{d(x)} \quad (3)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{w_1(x,u) \cos x_2 + a_2 w_2(x)}{d(x)} \quad (4)$$

Donde:

$$\begin{aligned} F, & \text{ fuerza de control.} \\ u(t), & \text{ señal de control.} \\ u_{max}, & \text{ magnitud de control máxima.} \\ w_1(x,u) &= k_1 u - x_4^2 \sin x_2 - k_2 x_3 \\ w_2(x) &= g \sin x_2 - k_3 x_4 \\ d(x) &= b - \cos^2 x_2 \\ a_1 &= \frac{J_p}{ml}, \quad a_2 = \frac{1}{l}, \quad b = a_1 a_2 = \frac{J_p}{ml^2} \\ k_1 &= \frac{p_1}{ml}, \quad k_2 = \frac{f_c - p_2}{ml}, \quad k_3 = \frac{f_p}{ml} \end{aligned}$$

#### IV-A. Momento de inercia

El péndulo al estar suspendido verticalmente de un eje horizontal puede oscilar con movimiento armónico simple, que genera un momento de inercia respecto al eje de rotación. La representación del péndulo se muestra en la Figura 4.

El momento de inercia del péndulo respecto al eje de rotación se muestra en la ecuación 5.

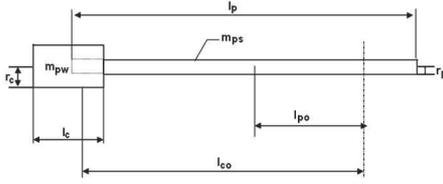


Figura 4. Parámetros en el cálculo del momento de inercia del péndulo

$$J_p = \frac{1}{12}m_{pw}l_c^2 + \frac{1}{4}m_{pw}r_c^2 + m_{pw}l_{co}^2 + \frac{1}{12}m_{ps}l_p^2 + \frac{1}{4}m_{pw}r_p^2 + m_{ps}l_{po}^2 \quad (5)$$

Donde:

$m_{pw}$ , masa de la carga.

$m_{ps}$ , masa del polo.

$l_p$ , longitud del polo.

$l_{po}$ , distancia entre el centro de masa del polo y el eje de rotación del péndulo.

$l_c$ , longitud de la carga .

$l_{co}$ , distancia entre el centro de masa de la carga y el eje de rotación del péndulo.

$r_p$ , radio del polo.

$r_c$ , radio de la carga.

$m_c$ , masa equivalente al carro, las poleas y el motor DC

El momento de inercia  $J$  del péndulo respecto la distancia  $l$  desde el centro de masa del péndulo se muestra en la ecuación 6.

$$J = J_p - l^2(m_c + m_p) \quad (6)$$

La distancia desde el centro de masa del péndulo al eje de rotación se muestra en la ecuación 7.

$$l = \frac{l_{po}m_{ps} + l_{co}m_{pw}}{m_c + m_{ps} + m_{pw}} \quad (7)$$

Entonces el modelo matemático obtenido es implementado en Simulink como muestra el Cuadro 5.

## V. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DEL SISTEMA CARRO - PÉNDULO

Con la identificación como método experimental y mediante Matlab, se obtienen los parámetros del modelo matemático que reproducen con suficiente exactitud las características dinámicas del sistema carro - péndulo, los cuales son decisivos a la hora de definir el comportamiento dinámico del sistema de un modo simple.

El principal valor a identificar es el período y frecuencia de amortiguamiento del péndulo, los demás valores que se muestran en el Cuadro I., proceden de cálculos realizados.

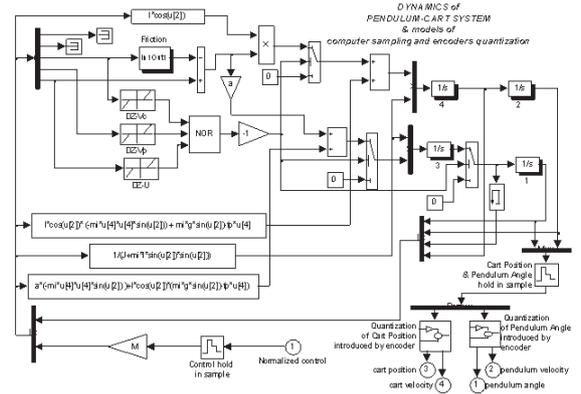


Figura 5. Modelo matemático sistema carro - péndulo

Nombre	Descripción	Valor	Unidad
$m_c$	Masa del carro	1.0423	kg
$m_p$	Masa del péndulo	0.104	kg
$f_p$	Coefficiente de fricción del péndulo	0.00004949	$\frac{N \cdot m \cdot s}{rad}$
$FS$	Fricción estática del carro	1.63322	N
$FC$	Coefficiente de fricción dinámica del carro	0.5	$\frac{N \cdot s}{m}$
$l$	Distancia desde el centro de masa del péndulo al eje de rotación	0.00826190	m
$J$	Momento de inercia total	0.00290756	$kg \cdot m^2$
$g$	Aceleración de la gravedad	9.81	$\frac{m}{s^2}$
$M$	Magnitud de control	12.86	N
$D_{zu}$	Señal de control mínima	0.127	-
$DZ_{cv}$	Velocidad mínima del carro	0.1	$\frac{m}{s}$
$DZ_{cp}$	Velocidad mínima del péndulo	1.5	$\frac{rad}{s}$

Cuadro I  
PARÁMETROS DEL MODELO MATEMÁTICO TOMADOS EN LA EXPERIMENTACIÓN.

La identificación se ha realizado usando herramientas de software que vienen con el sistema carro - péndulo.

## VI. CONTROLADOR BASADO EN REGLAS

El controlador basado en reglas realizado por el fabricante Inteco para este sistema, no está basado en criterios de calidad como tiempos de respuesta, error, etc, sino que más bien está enfocado a cumplir con el objetivo de control de manera robusta, insensible a cambios en parámetros y perturbaciones. El algoritmo de control es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \text{If } |x_2| - \text{ZonaEstabilización} < 0 \quad \text{No.1} \\ & \text{then } u =: K_1x_1 + K_2x_2 + K_3x_3 + K_4x_4 \quad \text{No.2} \\ & \text{else if } \{0,5(x_4)^2 + 9,81kR[\cos(x_2) - 1]\} > 0 \quad \text{No.3} \\ & \quad \text{then } u =: 0 \quad \text{No.4} \\ & \quad \text{then } u = \text{sign}[x_4(|x_2| - \pi/2)] \quad \text{No.5} \\ & \text{if } u > 0 \quad \text{No.6} \\ & \quad \text{then } u =: U * u + \text{Fricción} \quad \text{No.7} \\ & \quad \text{then } u =: U * u - \text{Fricción} \quad \text{No.8} \\ & \text{if } |u| > 1 \quad \text{No.9} \\ & \quad \text{then } u =: \text{sign}(u) \quad \text{No.10} \end{aligned}$$

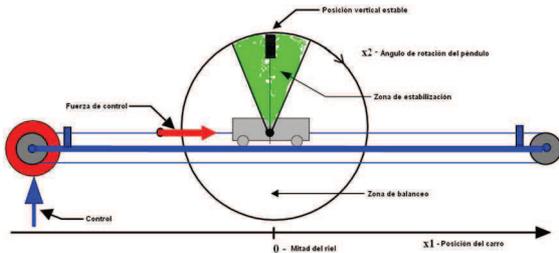


Figura 6. Zonas de actividad para el algoritmo de control

$$\text{if } |x_1| - R_l/2 < 0 \quad \text{No.11}$$

$$\text{then } u =: \text{sign}(x_1) \quad \text{No.12}$$

El algoritmo simboliza las operaciones internas que realiza todo el controlador:

- Si el péndulo está en la vecindad de la posición vertical estable dentro de la zona de estabilización (No.1) entonces se aplica un control lineal (No.2). La Figura 6. muestra las zonas establecidas para el movimiento del péndulo.
- Si el péndulo se encuentra fuera de la zona de estabilización (no se cumple No.1) este debe balancearse hacia arriba nuevamente.
- Si la energía cinética del péndulo menos la energía perdida debido a las fuerzas de fricción es suficiente para levantar el centro de gravedad del péndulo hasta la posición vertical condición No. 3. Si la condición es satisfecha entonces el control es puesto a cero (No. 4).
- La regla del “bang-bang” se aplica para el balanceo del péndulo (No. 5).
- La fricción de Coulomb del carro se incorporan al control. Si el control es positivo (No. 6) se lo hace más positivo mediante la adición de una cantidad de control para superar la fricción de Coulomb (No. 7). Cuando se realiza un control negativo se lo hace más negativo (No. 8). Entonces el control es normalizado a permanecer en el rango  $[-1,+1]$  (No. 9 y No. 10).
- Si el rango límite para el centrado del carro es superado (No.11) entonces el opuesto a la dirección de la fuerza de movimiento máxima se aplica al carro (No. 12).

## VII. CONTROLADOR DIFUSO PROPORCIONAL DERIVATIVO CON BALANCEO

En esta sección se tiene como objetivo complementar el accionar del controlador Swing-up mediante el diseño de un controlador difuso PD. En una primera etapa trabaja el controlador swing-up logrando balancear el péndulo y ubicándolo en la zona de estabilización es entonces que en una segunda etapa trabaja el controlador difuso PD dentro de los límites de esta zona para ubicar el péndulo en la posición vertical estable y el carro en el centro del riel.

Se realiza un controlador difuso PD para la posición angular del péndulo y un controlador difuso PD para la posición del carro. Cada uno de los controladores tiene dos entradas y una

Controlador difuso PD péndulo		
Tipo	Variable	Etiqueta
Entrada	Error de posición angular del péndulo	Errorpen
Entrada	Cambio del error de posición angular del péndulo (velocidad angular)	Cerrorpen
Salida	Control	Controlpen

Cuadro II  
VARIABLES DEL CONTROLADOR DIFUSO PD PÉNDULO

Controlador difuso PD carro		
Tipo	Variable	Etiqueta
Entrada	Error de posición del carro	Errorcar
Entrada	Cambio del error de posición del carro (velocidad)	Cerrorcar
Salida	Control	Controlcar

Cuadro III  
VARIABLES DEL CONTROLADOR DIFUSO PD CARRO

salida. Estas señales de salida se suman conformando una sola señal de control.

### VII-A. Definición de variables y valores lingüísticos

Las variables asignadas para el control de posición angular del péndulo, se indican en el Cuadro II.

El mismo esquema de definición se usa para el control de posición del carro, como se indica en el Cuadro III.

Los valores lingüísticos que han sido escogidos para las variables de entrada y salida de los controladores difusos PD péndulo y PD carro son cinco, como se indica en el Cuadro IV.

### VII-B. Funciones de pertenencia

Las funciones de pertenencia utilizadas en los conjuntos difusos del controlador difuso PD péndulo son de tipo triangular y exponencial. Estas funciones de pertenencia son asignadas a los conjuntos de entrada y salida en este controlador (Figura 7.).

Las funciones de pertenencia utilizadas en los conjuntos difusos del controlador difuso PD carro son de tipo triangular y exponencial. Estas funciones de pertenencia son asignadas a los conjuntos difusos de entrada y salida en este controlador (Figura 8.).

Valor lingüístico	Etiqueta
Grande negativo	GN
Pequeño negativo	PN
Cero	Z
Pequeño positivo	PP
Grande positivo	GP

Cuadro IV  
VALORES LINGÜÍSTICOS DE LOS CONTROLADORES DIFUSOS PD

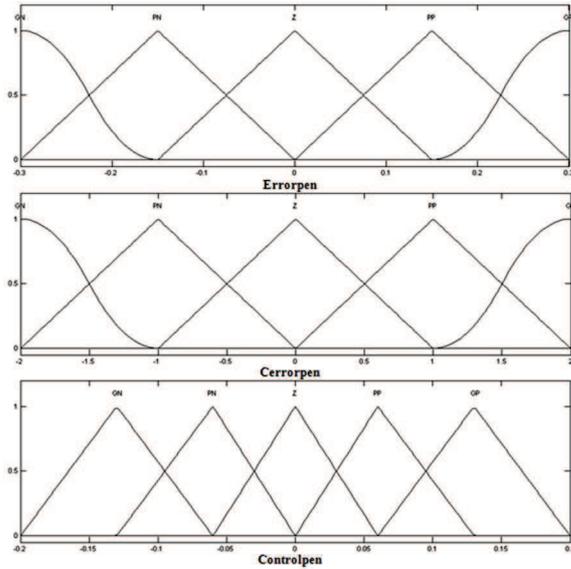


Figura 7. Funciones de pertenencia, controlador difuso PD péndulo.

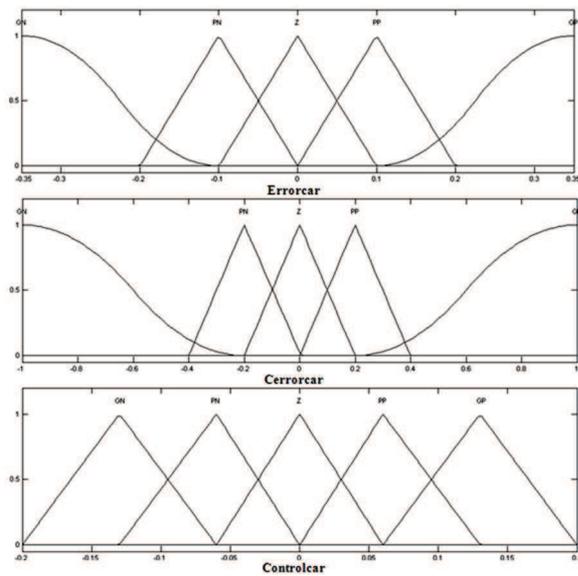


Figura 8. Funciones de pertenencia, controlador difuso PD carro.

### VII-C. Base de reglas

Se ha dispuesto trabajar con 25 reglas que se presentan en el Cuadro V., las cuales guardan la misma estructura de composición en los dos controladores difusos PD.

### VII-D. Implementación del controlador difuso PD con balanceo en Simulink

La implementación realizada en el modelo de simulación se muestra en la Figura 9.

La implementación en el modelo experimentación es semejante al que se realiza en la simulación, aunque para este proceso se trabaja con el controlador del dispositivo (device-driver).

1	Si	Errorpen es Grande negativo	Y	Controlpen es Grande negativo	Entonces	Controlpen es Grande positivo
2	Si	Errorpen es Grande negativo	Y	Controlpen es Pequeño negativo	Entonces	Controlpen es Grande positivo
3	Si	Errorpen es Grande negativo	Y	Controlpen es Cero	Entonces	Controlpen es Grande positivo
4	Si	Errorpen es Grande negativo	Y	Controlpen es Pequeño positivo	Entonces	Controlpen es Pequeño positivo
5	Si	Errorpen es Grande negativo	Y	Controlpen es Grande positivo	Entonces	Controlpen es Cero
6	Si	Errorpen es Pequeño negativo	Y	Controlpen es Grande negativo	Entonces	Controlpen es Grande positivo
7	Si	Errorpen es Pequeño negativo	Y	Controlpen es Pequeño negativo	Entonces	Controlpen es Grande positivo
8	Si	Errorpen es Pequeño negativo	Y	Controlpen es Cero	Entonces	Controlpen es Pequeño positivo
9	Si	Errorpen es Pequeño negativo	Y	Controlpen es Pequeño positivo	Entonces	Controlpen es Cero
10	Si	Errorpen es Pequeño negativo	Y	Controlpen es Grande positivo	Entonces	Controlpen es Pequeño negativo
11	Si	Errorpen es Cero	Y	Controlpen es Grande negativo	Entonces	Controlpen es Grande positivo
12	Si	Errorpen es Cero	Y	Controlpen es Pequeño negativo	Entonces	Controlpen es Grande positivo
13	Si	Errorpen es Cero	Y	Controlpen es Cero	Entonces	Controlpen es Cero
14	Si	Errorpen es Cero	Y	Controlpen es Pequeño positivo	Entonces	Controlpen es Pequeño negativo
15	Si	Errorpen es Cero	Y	Controlpen es Grande positivo	Entonces	Controlpen es Grande negativo
16	Si	Errorpen es Pequeño positivo	Y	Controlpen es Grande negativo	Entonces	Controlpen es Grande positivo
17	Si	Errorpen es Pequeño positivo	Y	Controlpen es Pequeño negativo	Entonces	Controlpen es Cero
18	Si	Errorpen es Pequeño positivo	Y	Controlpen es Cero	Entonces	Controlpen es Pequeño negativo
19	Si	Errorpen es Pequeño positivo	Y	Controlpen es Pequeño positivo	Entonces	Controlpen es Grande negativo
20	Si	Errorpen es Pequeño positivo	Y	Controlpen es Grande positivo	Entonces	Controlpen es Grande negativo
21	Si	Errorpen es Grande positivo	Y	Controlpen es Grande negativo	Entonces	Controlpen es Cero
22	Si	Errorpen es Grande positivo	Y	Controlpen es Pequeño negativo	Entonces	Controlpen es Pequeño negativo
23	Si	Errorpen es Grande positivo	Y	Controlpen es Cero	Entonces	Controlpen es Grande negativo
24	Si	Errorpen es Grande positivo	Y	Controlpen es Pequeño positivo	Entonces	Controlpen es Grande negativo
25	Si	Errorpen es Grande positivo	Y	Controlpen es Grande positivo	Entonces	Controlpen es Grande negativo

Cuadro V

BASE DE REGLAS DEL CONTROLADOR DIFUSO PD PÉNDULO.

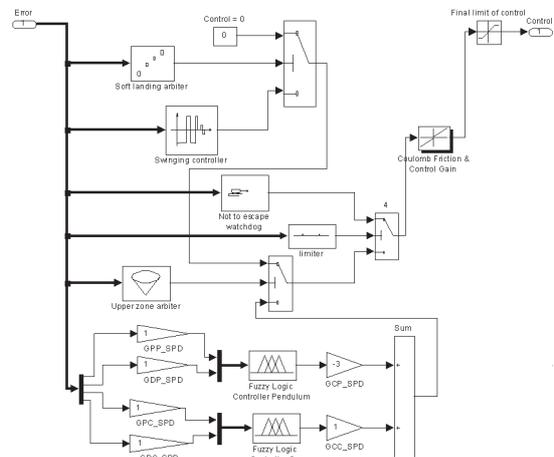


Figura 9. Implementación controlador difuso PD con balanceo, Modelo simulación.

### VII-E. Simulación del controlador difuso PD con balanceo

El controlador difuso PD tiene como misión cumplir el objetivo de control, corrigiendo el error con la parte proporcional y además previsorio lo que hace más rápida la acción de control, aunque exista error en estado estacionario.

Los resultados de simulación se observa en la Figura 10. La simulación se realiza en un tiempo de 10 [s] con los siguientes valores de ganancias:

Controlador difuso PD péndulo:

- Ganancia proporcional (GPP\_SPD)= 1
- Ganancia derivativa (GDP\_SPD) = 1
- Ganancia de control (GCP\_SPD) = -3

Controlador difuso PD carro:

- Ganancia proporcional (GPC\_SPD) = 1
- Ganancia derivativa (GDC\_SPD) = 1

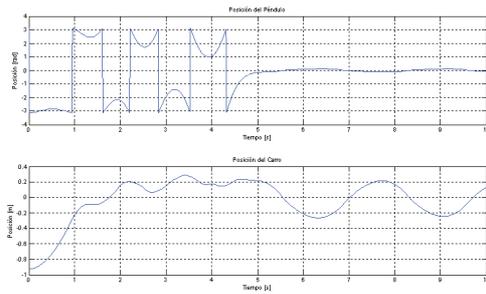


Figura 10. Difuso PD con balanceo, Modelo simulación, Posición péndulo y Posición carro.

Ganancia proporcional (GPP_SPD)	Ganancia derivativa (GDP_SPD)	Ganancia de control (GCP_SPD)	CIEC posición angular del péndulo	CIEC posición del carro	CIEC TOTAL
1	1	-3	20.61	1.464	<b>22.07</b>
1.7	0.5	-3	9.383	0.5292	<b>9.912</b>
1.6	0.5	-3	9.387	0.7054	<b>10.09</b>
1.5	0.5	-3	9.198	0.7015	<b>9.899</b>
1.5	0.7	-3	9.265	0.6479	<b>9.912</b>
1.2	0.6	-3	9.426	0.5483	<b>9.974</b>
1.3	0.7	-3	9.226	0.5334	<b>9.76</b>
1.7	0.8	-3	9.393	0.5998	<b>9.993</b>
1.5	0.9	-3	9.322	0.5396	<b>9.862</b>
1.8	1	-2.5	9.287	0.553	<b>9.84</b>
1.6	1	-2.5	9.388	0.5175	<b>9.906</b>

Cuadro VI

CIEC DEL CONTROLADOR DIFUSO PD CON BALANCEO.

- Ganancia de control (GCC\_SPD) = 1

#### VII-F. Experimentación del controlador difuso PD con balanceo

Antes de realizar un ajuste en las ganancias de los controladores difusos PD se analiza el cumplimiento del objetivo de control con los valores de ganancias obtenidas en la simulación. Tras varias pruebas realizadas con distintos valores de ganancia en los dos controladores, se concluye que es necesario variar las ganancias únicamente en el controlador difuso PD péndulo más no en el controlador difuso PD carro, es decir dar mayor prioridad al posicionamiento del péndulo como parte esencial para llegar al objetivo de control.

Partiendo del hecho de querer obtener ciertos valores de ganancias fijas para poder sintonizar al controlador difuso PD péndulo, se realizan varios cambios en las ganancias obteniéndose distintos comportamientos del sistema que si bien por una parte cumplen con el objetivo de control, por otra no se llega a realizarlo de manera correcta. Surge entonces la necesidad de poder obtener ciertos valores de sintonización más óptimos para el sistema, apoyándose en la toma de valores correspondientes al criterio de desempeño integral del error cuadrático (CIEC) con la siguiente ecuación:

$$\int_0^{\infty} e^2(t)dt \quad (8)$$

La aplicación de este criterio en el control del sistema es el equivalente a la suma del CIEC generado por el péndulo y el carro, como se observa en el Cuadro VII.

El CIEC más óptimo corresponde al valor 9.76 con sus respectivas ganancias, mismo que sirve como referencia al momento de demostrar el control sobre la planta.

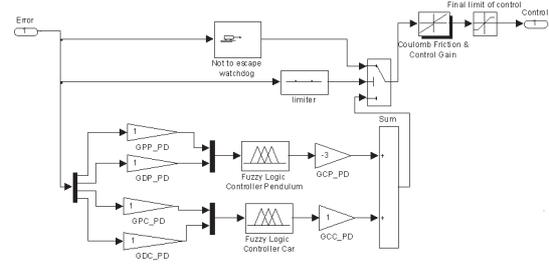


Figura 11. Implementación controlador difuso PD, Modelo simulación.

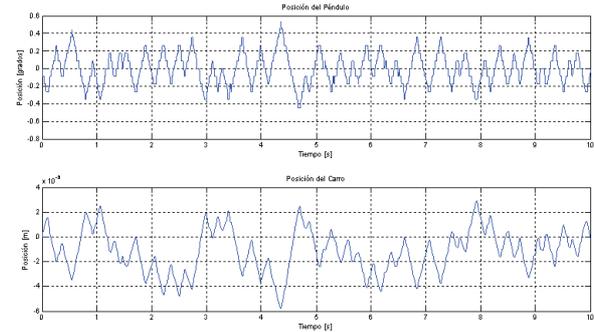


Figura 12. Difuso PD, Modelo Simulación, Posición péndulo y Posición carro.

#### VIII. CONTROLADOR DIFUSO PROPORCIONAL DERIVATIVO SIN BALANCEO

El objetivo en esta sección es probar el controlador difuso PD péndulo y el controlador difuso PD carro sin el controlador Swing – up. Estos controladores trabajan juntos de modo que al soltar el péndulo desde la posición vertical estable y desde el centro del riel, deben proporcionar la permanencia en estas posiciones.

Los controladores difusos para el carro y el péndulo que se utilizan en esta sección son los mismos que se definen en la sección VII.

##### VIII-A. Implementación del controlador difuso PD en Simulink

La implementación realizada en el modelo de simulación se muestra en la Figura 11.

La implementación en el modelo experimentación es semejante al que se realiza en la simulación, aunque para este proceso se trabaja con el controlador del dispositivo (device-driver) .

##### VIII-B. Simulación del controlador difuso PD

Los resultados de la simulación se muestran en la Figura 12.

El error presente en las dos señales de posición son despreciables. El error en la posición angular del péndulo está en el rango  $[-0.8, 0.8]$  [grados] y en la posición del carro está en el rango  $[-0.006, 0.004]$  [m].

Ganancia proporcional (GPP_PD)	Ganancia derivativa (GDP_PD)	Ganancia de control (GCP_PD)	CIEC posición angular del péndulo	CIEC posición del carro	CIEC TOTAL
1	1	-3	0.003703	0.03892	0.04262
1	0.5	-3	0.001961	0.01449	0.01646
1	0.8	-3	0.006229	0.04871	0.05494
1.2	1	-3	0.006475	0.09828	0.1048
1.3	1	-3	0.01166	0.1807	0.1924
1	0.7	-3.5	0.003497	0.05584	0.05934
1	0.6	-3.5	0.003797	0.05128	0.05508
1.7	0.5	-3	0.001061	0.02457	0.02563
1.6	0.5	-3	0.002258	0.03009	0.03235
1.8	1.0	-2.5	0.002493	0.04975	0.05224
1.6	1.0	-2.5	0.002552	0.03806	0.04061

Cuadro VII  
CIEC DEL CONTROLADOR DIFUSO PD.

La simulación se realiza en un tiempo de 10 [s] con los siguientes valores de ganancias:

Controlador difuso PD péndulo:

- Ganancia proporcional (GPP\_PD)= 1
- Ganancia derivativa (GDP\_PD) = 1
- Ganancia de control (GCP\_PD) = -3

Controlador difuso PD carro:

- Ganancia proporcional (GPC\_PD) = 1
- Ganancia derivativa (GDC\_PD) = 1
- Ganancia de control (GCC\_PD) = 1

### VIII-C. Experimentación del controlador difuso PD

Se varía únicamente las ganancias en el controlador difuso PD. Las aplicación del criterio de desempeño integral del error cuadrático (CIEC) da como resultado los valores que se muestran en el Cuadro VII, que de igual manera corresponden a la suma del CIEC generado por el péndulo y el carro.

El CIEC más óptimo corresponde al valor 0.01646 con sus respectivas ganancias, mismo que sirve como referencia al momento de demostrar el control sobre la planta.

## IX. CONTROLADOR DIFUSO PROPORCIONAL INTEGRAL SIN BALANCEO

El objetivo en esta sección es probar un controlador difuso PD para la posición angular del péndulo y un controlador difuso PI para la posición del carro sin el controlador Swing – up. Estos controladores trabajan juntos de modo que al soltar el péndulo desde la posición vertical estable y desde el centro del riel, estos deben proporcionar la permanencia en estas posiciones.

El controlador difuso PD para la posición angular del péndulo es el mismo que se ha definido en la sección 7. Entonces se procede a diseñar un controlador difuso PI para la posición del carro. Este controlador tiene dos entradas y una salida. Las señales de salida de los dos controladores se suman conformando una sola señal de control.

Controlador difuso PI carro		
Tipo	Variable	Etiqueta
Entrada	Error de posición del carro	Erroricar
Entrada	Integral del error de posición del carro	Integralicar
Salida	Control	Controlicar

Cuadro VIII  
VARIABLES DEL CONTROLADOR DIFUSO PI CARRO

Valor lingüístico	Etiqueta
Grande negativo	GN
Pequeño negativo	PN
Cero	Z
Pequeño positivo	PP
Grande positivo	GP

Cuadro IX  
VALORES LINGÜÍSTICOS DEL CONTROLADOR DIFUSO PI CARRO

### IX-A. Definición de variables y valores lingüísticos

Las variables asignadas para el control de posición del carro, se indican en el Cuadro VIII.

Los valores lingüísticos que han sido escogidos para las variables de entrada y salida del controlador difuso PI carro son cinco, como se indica en el Cuadro IX.

### IX-B. Funciones de pertenencia

Las funciones de pertenencia utilizadas en los conjuntos difusos del controlador difuso PI carro son de tipo triangular y exponencial. Estas funciones de pertenencia son asignadas a los conjuntos difusos de entrada y salida (Figura 13.).

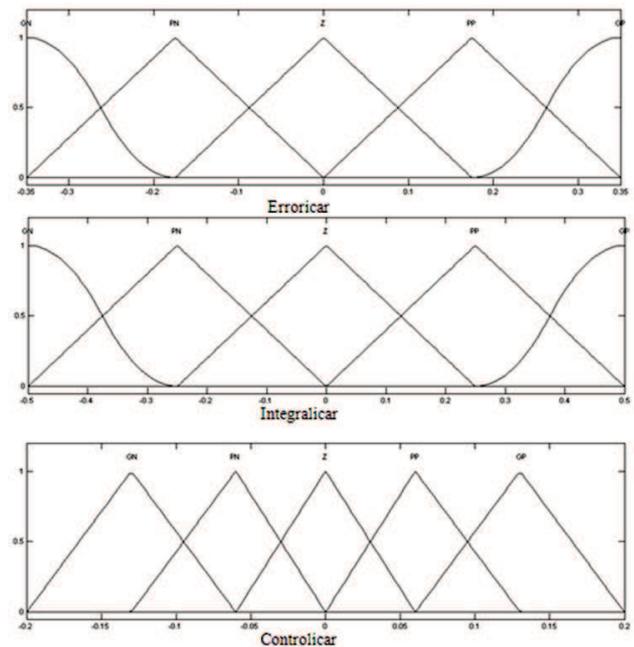


Figura 13. Funciones de pertenencia, controlador difuso PI carro.

1	Si	Error es Grande negativo	Y	Integral es Grande negativo	Entonces	Controlar es Grande positivo
2	Si	Error es Grande negativo	Y	Integral es Pequeño negativo	Entonces	Controlar es Grande positivo
3	Si	Error es Grande negativo	Y	Integral es Cero	Entonces	Controlar es Grande positivo
4	Si	Error es Grande negativo	Y	Integral es Pequeño positivo	Entonces	Controlar es Pequeño positivo
5	Si	Error es Grande negativo	Y	Integral es Grande positivo	Entonces	Controlar es Cero
6	Si	Error es Pequeño negativo	Y	Integral es Grande negativo	Entonces	Controlar es Grande positivo
7	Si	Error es Pequeño negativo	Y	Integral es Pequeño negativo	Entonces	Controlar es Grande positivo
8	Si	Error es Pequeño negativo	Y	Integral es Cero	Entonces	Controlar es Pequeño positivo
9	Si	Error es Pequeño negativo	Y	Integral es Pequeño positivo	Entonces	Controlar es Cero
10	Si	Error es Pequeño negativo	Y	Integral es Grande positivo	Entonces	Controlar es Pequeño negativo
11	Si	Error es Cero	Y	Integral es Grande negativo	Entonces	Controlar es Grande positivo
12	Si	Error es Cero	Y	Integral es Pequeño negativo	Entonces	Controlar es Grande positivo
13	Si	Error es Cero	Y	Integral es Cero	Entonces	Controlar es Cero
14	Si	Error es Cero	Y	Integral es Pequeño positivo	Entonces	Controlar es Pequeño negativo
15	Si	Error es Cero	Y	Integral es Grande positivo	Entonces	Controlar es Grande negativo
16	Si	Error es Pequeño positivo	Y	Integral es Grande negativo	Entonces	Controlar es Grande positivo
17	Si	Error es Pequeño positivo	Y	Integral es Pequeño negativo	Entonces	Controlar es Cero
18	Si	Error es Pequeño positivo	Y	Integral es Cero	Entonces	Controlar es Pequeño negativo
19	Si	Error es Pequeño positivo	Y	Integral es Pequeño positivo	Entonces	Controlar es Grande negativo
20	Si	Error es Pequeño positivo	Y	Integral es Grande positivo	Entonces	Controlar es Grande negativo
21	Si	Error es Grande positivo	Y	Integral es Grande negativo	Entonces	Controlar es Cero
22	Si	Error es Grande positivo	Y	Integral es Pequeño negativo	Entonces	Controlar es Pequeño negativo
23	Si	Error es Grande positivo	Y	Integral es Cero	Entonces	Controlar es Grande negativo
24	Si	Error es Grande positivo	Y	Integral es Pequeño positivo	Entonces	Controlar es Grande negativo
25	Si	Error es Grande positivo	Y	Integral es Grande positivo	Entonces	Controlar es Grande negativo

Cuadro X  
BASE DE REGLAS DEL CONTROLADOR DIFUSO PI CARRO.

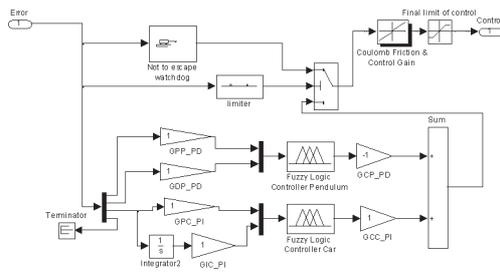


Figura 14. Implementación controlador difuso PI, Modelo simulación.

IX-C. Base de reglas

Se ha dispuesto trabajar con 25 reglas que se presentan en el Cuadro X.

IX-D. Implementación del controlador difuso PI en Simulink

La implementación realizada en el modelo de simulación se muestra en la Figura 14.

La implementación en el modelo experimentación es semejante al que se realiza en la simulación, aunque para este proceso se trabaja con el controlador del dispositivo (device-driver) .

IX-E. Simulación del controlador difuso PI

Los resultados de la simulación se muestran en la Figura 15.

Como se observa en el Cuadro 15., la señal de posición del péndulo juntamente con la señal de posición del carro presentan error en estado estacionario conforme avanza el tiempo de simulación lo que provoca la caída del péndulo. .

La simulación se realiza en un tiempo de 10 [s] con los siguientes valores de ganancias:

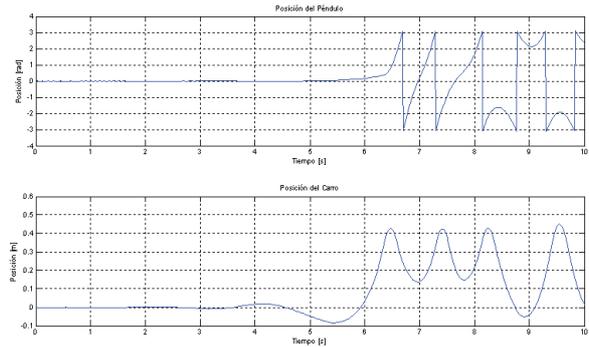


Figura 15. Difuso PI, Modeli Simulación, Posición péndulo y Posición carro.

Ganancia proporcional (GPP_PD)	Ganancia derivativa (GDP_PD)	Ganancia de control (GCP_PD)	CIEC posición angular del péndulo	CIEC posición del carro	CIEC TOTAL
1	1	-1	32.45	1.742	<b>34.19</b>
1	0.5	-3	31.62	1.272	<b>32.89</b>
1	0.8	-3	34.19	1.808	<b>36</b>
1.2	1	-3	30.57	1.503	<b>32.13</b>
1.3	1	-3	11.87	1.565	<b>13.43</b>
1	0.7	-3.5	17.47	1.707	<b>19.18</b>
1	0.6	-3.5	13.44	1.447	<b>14.89</b>
1.7	0.5	-3	11.92	1.3	<b>13.25</b>
1.6	0.5	-3	45.9	1.772	<b>47.67</b>
1.8	1.0	-2.5	29.03	1.835	<b>30.87</b>
1.7	1.0	-2.5	16.74	1.342	<b>18.08</b>

Cuadro XI  
CIEC DEL CONTROLADOR DIFUSO PD PÉNDULO.

Controlador difuso PD péndulo:

- Ganancia proporcional (GPP\_PD)= 1
- Ganancia derivativa (GDP\_PD) = 1
- Ganancia de control (GCP\_PD) = -1

Controlador difuso PI carro:

- Ganancia proporcional (GPC\_PI) = 1
- Ganancia derivativa (GDC\_PI) = 1
- Ganancia de control (GCC\_PI) = 1

IX-F. Experimentación del controlador difuso PI

Se varía únicamente las ganancias en el controlador difuso PD. La aplicación del criterio de desempeño integral del error cuadrático (CIEC) da como resultado los valores que se muestran en el Cuadro XI, que de igual manera corresponden a la suma del CIEC generado por el péndulo y el carro.

El CIEC más óptimo corresponde al valor 13.25 con sus respectivas ganancias, mismo que sirve como referencia al momento de demostrar el control sobre la planta.

CONCLUSIONES

- La identificación y cuantificación de las reglas difusas que tienen correspondencia con la dinámica de la planta física del laboratorio ha sido esencial en la generación de un algoritmo de control apropiado.
- En el diseño del control difuso PD o PI, la elección apropiada de las variables y valores lingüísticos así como

- las funciones de pertenencia han sido pilares fundamentales en el desempeño del mismo.
- La conexión en tiempo real entre el computador y el sistema carro – péndulo es fundamental puesto que en las acciones de control que demandan sus componentes no debe haber retardos de tiempo.
  - El modelo matemático de simulación para el sistema carro – péndulo ha sido una herramienta de gran ayuda, ya que conjuntamente con la guía de funcionamiento ha permitido familiarizarse y evitar inconvenientes en la operación del sistema. Además de poder crear en base al modelo matemático el sistema de control.
  - Los valores identificados para el modelo matemático han sido obtenidos de manera experimental, los cuales por razones físicas del sistema varían al momento de encontrarlos. En consecuencia los valores ubicados en el modelo matemático guardan cierta similitud con la planta física, pero no se garantiza una equivalencia exacta.
  - El modelo matemático que describe al sistema carro – péndulo trata de emular en su totalidad el comportamiento del mismo, es así que en este proyecto se comprobó al simular los controladores diseñados, la existencia de un cierto grado de error en el modelo matemático.
  - Se ha logrado con éxito el control del sistema carro – péndulo en modo péndulo invertido mediante dos controladores difusos proporcional derivativo con balanceo para el péndulo y el carro e implementarlos en Matlab.
  - Se consiguió realizar el control del sistema carro – péndulo en modo péndulo invertido mediante dos controladores difusos proporcional derivativo para el péndulo y el carro, cuando el péndulo inicia desde la posición vertical estable.
  - Se logró realizar el control del sistema carro – péndulo en modo péndulo invertido de manera parcial mediante un controlador difuso proporcional derivativo para el péndulo y un controlador difuso proporcional integral para el carro, cuando el péndulo inicia desde la posición vertical estable.
  - Se determinó que al implementar un controlador difuso para el péndulo y otro para el carro es conveniente dar prioridad al realizado sobre el péndulo puesto que este tiene mayor contribución en el logro del modo péndulo invertido.
  - Se analizó el funcionamiento en detalle del sistema carro – péndulo ya que no se disponía suficiente información del mismo.
  - La interfaz realizada en Matlab permite al usuario, mantener una interacción amigable y a la vez funcional de todo el comportamiento del sistema tanto en simulación como experimentación.

- [2] Passino, Kevin y Yurkovich, Stephen. Fuzzy control. [En línea] 1998. <http://www2.ece.ohio-state.edu/~passino/books.html>
- [3] Inteco, PENDULUM – CART SYSTEM User’s Manual. [En línea] 1997. <http://www.inteco.com.pl>
- [4] Cárdenas, Moncayo. Técnicas de control difuso aplicadas a la navegación de un robot móvil. [En línea] 2006. <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/58>.
- [5] Turnau, Korytowski, Szymkat. Time optimal control for the pendulum-cart system in real time. Departamento de automatic, AGH. [En línea] 1999. [http://aq.ia.agh.edu.pl/mse/CCA99\\_211.pdf](http://aq.ia.agh.edu.pl/mse/CCA99_211.pdf)
- [6] Acuña, Byron e Ibarra, Oswaldo. Diseño e implementación de un sistema controlador de temperatura pid para la unidad air flow temperature control system mediante la utilización de la herramienta rtw de matlab. [En línea] 2010. <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/237>.
- [7] Cilentó, Augusto. Sistemas de control de motores en Tiempo Real mediante Matlab. [En línea] 2007. <http://cde05.etsc.urv.es/pub/pdf/1088pub.pdf>.
- [8] Universidad Nacional de Quilmes, IACI. Real Time Workshop, Laboratorio de Automatización. [En línea]. <http://iaci.unq.edu.ar/materias/laboratorio2/transparencias%5CReal%20Time%20Workshop.pdf>.
- [9] Maldonado, Casas, Canas. Fuzzy sets application to assess the parameters of the bridge seismic vulnerability. [En línea] 2002. <http://upcommons.upc.edu/revistes/bitstream/2099/4604/1/RR182B.pdf>
- [10] Pineda, Vivas. Control de un modelo aerodinámico aplicando sistemas difusos. [En línea] 2008. <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/1082>

## BIOGRAFÍA



**Pérez Gaibor Hugo Marcelo.** Nació en Ambato, Ecuador el 30 de Septiembre de 1986. Su educación primaria la realizó en la Escuela “Luis A. Marínez”, la secundaria la realizó en el Colegio “I. T. S. Bolívar” y su educación superior la realizó en la Escuela Politécnica del Ejército en la carrera de Ingeniería Electrónica en Automatización y Control. Las áreas de interés son: Automatización y Control en plantas de procesos del sector petrolero, Gestión de Proyectos, Control y seguimiento de proyectos industriales  
*e-mail:* marcelo984@hotmail.com  
*telf:* (593) 03 2825956

## REFERENCIAS

- [1] Pérez, Rosanna. Procesado y optimización de espectros gamma mediante técnicas de lógica difusa: aplicación a la identificación de materiales pictóricos. [En línea] 2005. [http://biblioteca.universia.net/html\\_bura/ficha/params/title/procesado-optimizacion-espectros-raman-tecnicas-logica-difusa-aplicacion-identificacion- materiales/id/905539.html](http://biblioteca.universia.net/html_bura/ficha/params/title/procesado-optimizacion-espectros-raman-tecnicas-logica-difusa-aplicacion-identificacion- materiales/id/905539.html).