

ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO



**CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL
MEDIO AMBIENTE**

**Determinación de anomalías residuales para el Ecuador
continental**

**Proyecto de Grado previo a la obtención del Título de:
INGENIERO GEÓGRAFO Y DEL MEDIO AMBIENTE**

**ELABORADO POR:
Pablo Danilo Ordoñez Gutierrez**

SANGOLQUI, 13 DE JULIO DE 2007

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr. Pablo Danilo Ordóñez Gutiérrez y que ha cumplido con los requerimientos establecidos para un proyecto de Tesis como documento previo a la obtención del Título de Ingeniero Geógrafo y del Medio Ambiente.

Sangolquí, 13 de Julio de 2007

Dr. Alfonso Tierra
DIRECTOR

Ing. Alexander Robayo
CODIRECTOR

DEDICATORIA

“Más allá de los sueños siempre hay alguien quien te ayuda”

Luego de dar un paso más en el camino de la vida académica, con la felicidad más grande dedico este proyecto:

- 👉 A Dios por ser la inspiración que me permitió salir de los momentos más duros de mi vida.
- 👉 A mi padre quien desde el cielo siempre me apoya y da fuerzas cuando ya no tengo ánimos de seguir, desde acá aún te extraño y pienso papi, espero encontrarnos en una próxima vida.
- 👉 A mi madre Melva quien con su amor, devoción y alegría es el pilar y fuerza de todos mis días, gracias Dios por darme padres como ellos.

AGRADECIMIENTOS

- 👉 A mis hermanos Edwin y José Luis quienes han sido partícipes de esta felicidad siempre acompañándome desde que tengo uso de razón. Gracias honorables por ser mis hermanos.
- 👉 A mis abuelitos y padrinos Elías y Mélida quienes desde el cielo me cuidan, con sus enseñanzas y buenas costumbres forjaron al igual que mis padres la esencia de mi ser.
- 👉 Un agradecimiento especial a mi ñañita Aida, mi ñañita Nimia, mi tío Telmo, mis hermanos Telmo Patricio y Juan Carlos, sin Ustedes no hubiera sido posible seguir adelante en mi carrera. Mil gracias, no me bastará vida para agradecer lo mucho que les debo, Dios los bendiga siempre.
- 👉 Al Doctor Alfonso Tierra, director de este proyecto de grado, quien con sus enseñanzas y colaboración desinteresada siempre apoyó al desarrollo y culminación de éste documento. Muchas gracias Doctor por la ayuda prestada en el transcurso de la permanencia en el Centro de Investigaciones Científicas de la ESPE.
- 👉 Al Ingeniero Alexander Robayo, quien con su ayuda e ilustraciones colaboró para el desarrollo de este proyecto de grado.
- 👉 Al Ingeniero Eduardo Kirby, sin lugar a dudas uno de los partícipes para la culminación de este proyecto de grado, gracias Edu por el tiempo y colaboración desinteresada que diste al desarrollo de este proyecto.
- 👉 A Andrea Carolina Santana Pérez por haberme apoyado siempre en el desarrollo de mi proyecto de grado, con su ánimo y optimismo me dio aliento a culminar este documento.
- 👉 Al Ingeniero César Leiva, jefe del Departamento de Geodesia del IGM, quien desinteresadamente aportó con información para esta Tesis.
- 👉 A mis panas lojanos que me dieron temple para estudiar acá en Quito, al Gordo Iván, a Mijo Richard, a Juanes, al negro Miguel Ángel, a Gaby J., a Georgi, a Ramiro C, a todos Ustedes gracias por ser buenos amigos en los momentos más difíciles ahí estuvieron.
- 👉 A Jorge Cajas, a Paco Peña, al mono Carlos Delgado panas que desde el inicio de mi carrera y hasta el día de hoy son muy buenos amigos gracias por todas esas enseñanzas y apoyo constante.
- 👉 A Pablo Cabrera, Carlos Ponce, María José Vizcaíno, Giovanni Vergara, Pedro Guevara, Xavier Palacios, Verónica Pérez, Pamela Santander, Fernanda Báez, Jorge Hurtado, Felipe Aguirre, Pedro Murgueytio, Wilson Jácome, amigos entrañables quienes me acogieron en una ciudad ajena a la de mi origen, con bromas, farras, paseos, y tantos buenos recuerdos que quedaron en la retina de su amigo y pana Pablo Ordóñez, gracias por estar siempre conmigo.
- 👉 A todos los compañeros de aula quienes han sido la compañía de muchos días en esta Universidad gracias por complementar de una u otra forma la enseñanza académica del diario vivir.
- 👉 A Carlitos por la ayuda prestada para resolver algún problema de la facultad como del CEINCI.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS.....	viii
ÍNDICE DE TABLAS.....	ix
RESUMEN.....	x
ABSTRACT.....	x

PÁG.

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

1

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

2.1 SUPERFICIES DE REFERENCIA.....	6
2.1.1 Superficie física de la Tierra.....	6
2.1.2 El elipsoide de revolución biaxial.....	7
2.2 LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL.....	10
2.2.1 Fuerza centrífuga, gravitacional y de la gravedad.....	13
2.3 CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA REAL.....	16
2.3.1 Geopotencial.....	17
2.4 CAMPO DE GRAVEDAD NORMAL.....	19
2.4.1 Tierra Normal.....	19
2.4.2 Esferopotencial.....	20
2.5 POTENCIAL PERTURBADOR.....	21
2.6 SUPERFICIES DE NIVEL Y LÍNEAS DE LA PLOMADA.....	23
2.6.1 Geoide.....	25
2.7 FUNCIONES ARMÓNICAS ESFÉRICAS.....	27
2.8 EARTH GRAVITATIONAL MODEL 1996 – EGM96.....	30
2.9 ANOMALÍAS DE GRAVEDAD.....	32
2.9.1 Anomalía de aire libre.....	33
2.9.2 Corrección de Terreno.....	36
2.9.2.1 Método de prismas.....	38
2.9.3 Isostasia.....	39
2.9.3.1 Sistema de Pratt- Hayford.....	40
2.9.4 Reducciones Isostáticas.....	42
2.9.4.1 Segunda condensación de Helmert.....	43
2.9.4.2 Efecto indirecto.....	44
2.9.5 Anomalía de gravedad a partir de un modelo geopotencial.....	47
2.9.6 Técnica Remove – Restore.....	48

CAPÍTULO III **METODOLOGÍA**

3.1 EVALUACIÓN DE LA INFORMACIÓN EXISTENTE.....	49
3.2 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA ANOMALÍA AIRE LIBRE.....	50
3.3 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA CORRECCIÓN DEL TERRENO.....	51
3.4 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DEL EFECTO INDIRECTO DEBIDO A LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT.....	54
3.5 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT.....	55
3.6 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD UTILIZANDO EL MODELO GEOPOTENCIAL EGM96.....	55

CAPÍTULO IV **CÁLCULOS Y RESULTADOS**

4.1 RESULTADOS DE LA INTERPOLACIÓN DEL DEM DEL SHUTTLE RADAR MISSION (SRTM).....	57
4.2 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE.....	61
4.3 RESULTADOS DE LA CORRECCIÓN TOPOGRÁFICA UTILIZANDO EL PROGRAMA TC DISEÑADO POR FORSBERG.....	67
4.4 RESULTADOS DEL EFECTO INDIRECTO DEBIDO A LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT.....	72
4.5 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT.....	76
4.6 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA ANOMALÍA DE GRAVEDAD A PARTIR DEL MODELO GEOPOTENCIAL EGM 96.....	81
4.7 RESULTADOS DE LA ANOMALÍA RESIDUAL PARA EL ECUADOR CONTINENTAL.....	86

CAPÍTULO V **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

5.1 CONCLUSIONES.....	91
5.2 RECOMENDACIONES.....	93
5.3 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	94

ANEXOS

ANEXO A.....	97
ANEXO B.....	100
ANEXO C.....	101
ANEXO D.....	105
ANEXO E.....	109

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.2.1 Elipse, elipsoide y sus elementos.....	7
Fig 2.2 Representación de las principales superficies geodésicas.....	10
Fig. 2.3 Atracción gravitacional entre dos cuerpos.....	11
Fig.2.4 Atracción gravitacional de un cuerpo.....	12
Fig.2.5 Fuerza centrífuga.....	14
Fig.2.6 Fuerza de la gravedad.....	15
Fig. 2.7 Nivelación clásica y superficies equipotenciales diferentes.....	17
Fig. 2.8 Desviaciones del campo de gravedad de la tierra respecto del campo normal.....	21
Fig.2.9 Líneas de plomada.....	25
Fig. 2.10 Representación de Geoide.....	25
Fig. 2.11 Coordenadas esféricas y rectangulares.....	28
Fig. 2.12 Modelo geoidal EGM96.....	31
Fig.2.13 Anomalía de gravedad.....	32
Fig. 2.14 Efectos isostáticos y topográficos.....	36
Fig. 2.15 Corrección del Terreno.....	37
Fig.2.16 Métodos de prismas.....	38
Fig. 2.17 Modelo de Pratt-Hayford.....	41
Fig. 2.18 Modelo de condensación de Helmert.....	43
Fig. 2.19 Comparación entre C_{AL} con el efecto indirecto.....	45
Fig.3.1 Radios de las áreas de influencia en la Corrección Topográfica.....	52
Fig.3.2 Radio de influencia en la Corrección Topográfica.....	53
Fig. 4.1 Área de estudio del proyecto de Anomalías residuales.....	58
Fig. 4.2 Zona de interpolación por falta de datos.....	59
Fig. 4.3 H_n Vs. Anomalía de aire libre.....	64
Fig. 4.4 Mapa de Anomalías de aire libre para el Ecuador continental.....	65
Fig. 4.5 Modelo tridimensional de las anomalías de aire libre para el Ecuador continental.....	66
Fig.4.6 Modelo tridimensional de la corrección del terreno.....	70
Fig. 4.7 Mapa de Corrección de terreno.....	71
Fig. 4.8 Relación Altura nivelada – Efecto indirecto (δg).....	75
Fig. 4.9 Mapa de Anomalías de gravedad obtenidos de la segunda condensación de Helmert.....	80
Fig. 4.10 Mapa de Anomalías de gravedad a partir del modelo geopotencial EGM96.....	84
Fig. 4.11 Mapa de Anomalías Residuales para el Ecuador continental.....	90

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Valores de los parámetros geométricos de un elipsoide.....	8
Tabla 4.1 Resultado de la información inicial.....	57
Tabla 4.2 Resultado de la información final del SRTM.....	60
Tabla 4.3 Valores de Anomalías de Aire Libre para los primeros 100 puntos medidos en miliGals.....	61
Tabla 4.4 Resumen de estadísticas de Δg_{AL} de los 5527 puntos.....	64
Tabla 4.5 Valores de corrección topográfica para los primeros 100 puntos medidos en miliGals.....	67
Tabla 4.6 Resumen de estadísticas de C_T de los 5527 puntos.....	70
Tabla 4.7 Valores del efecto indirecto δg por acción de la segunda condensación de Helmert para 100 puntos medidos en miliGals.....	72
Tabla 4.8 Resumen de estadísticas del efecto indirecto para los 5527 puntos.....	75
Tabla 4.9 Valores de la segunda condensación de Helmert para 100 puntos medidos en mGals.....	76
Tabla 4.10 Resumen de estadísticas de la segunda condensación de Helmert para 5527 puntos.....	79
Tabla 4.11 Valores de anomalía de gravedad a partir del modelo geopotencial EGM96.....	81
Tabla 4.12 Comparación de anomalías de gravedad a partir del modelo EGM96, para diferentes m,n.....	84
Tabla 4.13 Valores de anomalía de gravedad residual para cerca de 100 puntos aleatorios.....	86
Tabla 4.14 Resumen de estadísticas de valores de anomalías residuales de 5527 puntos.....	89

RESUMEN

La determinación de la forma de la Tierra puede ser abordado desde dos perspectivas: uno, de carácter geométrico, mediante el establecimiento de cadenas de triangulación, y dos, de carácter dinámico, mediante la determinación de su campo gravitacional. En Ecuador en particular existen indicios para este carácter dinámico, pero la necesidad de dar un paso que acerque a la obtención del modelo geoidal final por medio de la adquisición de la ondulación geoidal; es necesario, ocupando valores de anomalías residuales que permitan combinar la información de la larga longitud de onda del campo de gravedad –provista por un modelo de geopotencial EGM96 - así como de longitudes de ondas cortas a partir del uso apropiado de la segunda condensación Helmert, disponiendo de 5527 puntos gravimétricos a nivel país además del Modelo digital de elevación del SRTM, permitieron encontrar valores de reducciones gravimétricas altos en zonas cercanas a la cordillera de los Andes así como para zonas cercanas al Golfo de Guayaquil.

ABSTRACT

The determination of the Earth's form can be approached from two perspectives: one, of geometric character, by means of the establishment of triangulation chains, and two, of dynamic character, by means of the determination of their field gravitational. In Ecuador indications exist in particular for this dynamic character, but the necessity of taking a step that brings near to the obtaining of the final geoidal model by means of the acquisition of the geoidal undulation, it is necessary occupying values of residual anomalies that allow to combine the information of the long longitude of wave of the field of gravity - provided by a geopotential model EGM96 - as well as of longitudes of short waves starting from the appropriate use of the second condensation Helmert, having 5527 gravimetric points at level country besides the digital elevation model of the SRTM, they allowed to find high values of gravimetric reductions in near areas to the mountain range of the Andes as well as areas near to the Gulf of Guayaquil.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

El problema de la figura de la Tierra es uno de los más antiguos de la historia de la ciencia. Al principio fue considerada como una superficie plana. Los filósofos griegos y los primeros cartógrafos la describieron y dibujaron de diversos modos: como un disco plano rodeado por agua; como un disco flotante; como un bote de agua, como un cilindro suspendido en el espacio; como un triángulo amortiguado por el aire comprimido; etc. Todas estas teorías primigenias se basaban en algún folclor particular o ideas teológicas.

Aunque es claro que la teoría pitagórica de una Tierra esférica es la más cercana a la verdad, la idea de una Tierra plana se usa aún para levantamientos en áreas pequeñas. El levantamiento de una ciudad puede realizarse considerando que la Tierra es una superficie dentro de los límites de la ciudad; es decir, en áreas pequeñas se pueden determinar posiciones exactas sin considerar la forma y el tamaño de toda la Tierra.

Así en la Geodesia, la expresión “figura de la Tierra” tiene varios significados de acuerdo al modo en que se use y a la precisión con que se determine la forma y tamaño de la Tierra. La superficie topográfica es mas objetiva por su variedad de formas geomorfológicas e hidrográficas. Sobre esta superficie se realizan los levantamientos. Sin embargo, debido a su forma irregular no es adecuada para cálculos matemáticos exactos. La superficie topográfica generalmente es de interés para topógrafos e hidrógrafos.

El concepto esférico pitagórico ofrece una superficie simple y fácil de tratar matemáticamente. Se usa en muchos cálculos astronómicos y de navegación. Aunque la esfera es una buena aproximación a la verdadera figura de la Tierra, y es muy útil en diversas aplicaciones, no lo es cuando se desea medir distancias grandes. Se requiere entonces de una figura más exacta.

La determinación de su forma puede ser abordado desde dos perspectivas: el primero, de carácter geométrico, mediante el establecimiento de cadenas de triangulación, y el segundo, de carácter dinámico, mediante la determinación de su campo gravitacional. El primero implica la medición de las longitudes de arcos de meridianos y paralelos, mientras que el segundo, la observación del campo gravitacional. Bajo este orden de ideas, el primero es tarea de la geodesia geométrica, y el segundo, de la geodesia física.

Para esto el avance de la tecnología satelital y las posibilidades informáticas han hecho posible la utilización práctica de las teorías para el estudio de la figura de la Tierra construidas hace más de un siglo.

Estas teorías a mas de un conjunto de estudios que involucraron a algunas ciencias dió al nacimiento de uno de los más importantes instrumentos de posicionamiento a nivel mundial que en la actualidad se encuentra no sólo en uso sino en alas de mejora; esta es la llamada tecnología GPS¹; la misma que demanda la imperiosa necesidad de contar con un modelo geoidal local para su integral aprovechamiento. Estas circunstancias motivan un notorio avance de la investigación sobre el tema en nuestra Universidad e Institutos de investigación de todo el mundo, no sólo por la nueva perspectiva científica que se ha estado formando en

¹ **GPS**; Sistema de posicionamiento global por su traducción al español, que permite obtener y dar la posición en tiempo real de cualquier punto sobre la superficie terrestre, es un sistema americano de posicionamiento.

nuestro continente, sino también como respuesta a la demanda de usuarios de GPS.

Para la necesidad de contar con el modelo geoidal descrito, la altura obtenida a partir de observaciones con equipos receptores de esta tecnología, carece de sentido físico para ser considerada como referencia y parámetro de elevación; por lo general es desechada ya que en la práctica, cuando se asocian datos de altura a la información geográfica se prefiere utilizar sobre el nivel medio del mar. Ahora para la obtención del mencionado modelo que dará mayor consistencia a los valores de altura se introduce la denominada ondulación geoidal; distancia de separación de dos superficies en especial como lo son el geoide y el elipsoide.

Sin embargo para obtener el valor de la ondulación se necesitará de antemano la aplicación de anomalías de gravedad reducidas al geoide con la finalidad de usar la fórmula de Stokes.

Esta aplicación se denomina anomalía residual fundamentada en el uso de la segunda condensación de Helmert, ya que al considerar anomalías de aire libre, correcciones de terreno; complementó su metodología con la incorporación de la remoción de las longitudes de onda larga del campo de gravedad usando el modelo geopotencial EGM96².

De esta forma para la ejecución del proyecto se usó cerca de 5527 puntos cuyas lecturas gravimétricas se las realizó a lo largo del Ecuador continental; gracias al donativo de la Subcomisión de gravedad y Geoide para América del Sur por medio de la colaboración directa del Dr. Ing. Alfonso Tierra quien gustosamente prestó sus servicios para el desarrollo de este documento, fueron uno de los insumos necesarios para el cálculo de las anomalías residuales que anexándose a la colaboración del modelo digital de terreno MDT del SRTM, los valores de densidad media, y la

² **EGM96** (Earth Gravity Model) por sus siglas en inglés; es un modelo geopotencial de la superficie terrestre constituido de la suma de armónicos esféricos de grado y orden de hasta 360.

remoción de las longitudes de onda larga del campo de gravedad permitieron la obtención final de las anomalías residuales para el Ecuador continental.

Por tanto para el presente proyecto de tesis se han planteado los siguientes objetivos y metas:

OBJETIVO GENERAL

- ★ Determinar Anomalías residuales a partir de la segunda condensación de Helmert, aplicativa para el uso de la técnica remove-restore.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ★ Determinar la segunda condensación de Helmert por medio del cálculo de anomalías y correcciones gravimétricas, para obtener la información de longitud de ondas cortas que requiere la técnica remove-restore.
- ★ Calcular la anomalía gravimétrica a partir de un modelo geopotencial, el EGM96, para puntos $P (\phi, \lambda)$ mediante la expresión en armónicos esféricos.

METAS

- ★ Calcular la anomalía de aire libre en aproximadamente 5527 puntos en el Ecuador continental.
- ★ Corregir y evaluar el SRTM entre longitudes desde 83°W a 73°W, y latitudes desde 3.5°N a 7.0°S a fin de obtener la corrección del terreno en cada punto sobre la superficie terrestre.
- ★ Calcular el valor del efecto indirecto de la gravedad sobre los 5527 puntos gravimétricos.
- ★ Analizar el modelo geopotencial EGM 96 con grado y orden de 180, y con grado y orden de 360.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

Rutinariamente la Geodesia Física se preocupa del estudio de la gravedad y sus aplicaciones geodésicas, implicando y tomando en cuenta superficies de las que siempre se encuentran inmiscuidas en todo tipo de estudio gravimétrico estas son:

2.1 SUPERFICIES DE REFERENCIA:

2.1.1 Superficie física de la Tierra

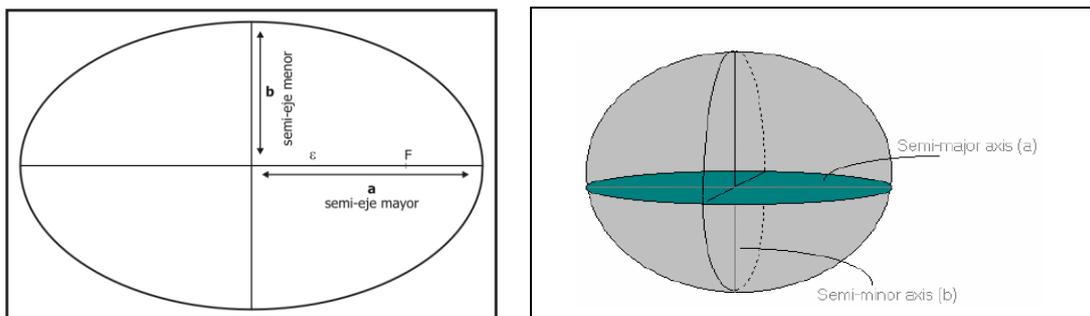
Constituida por su topografía y el fondo oceánico, sobre ella se realizan las observaciones topográficas y geodésicas.

El cálculo del posicionamiento con exactitud es el problema central para la referencia geográfica de la información terrestre y la función principal de la geodesia. La posición geográfica de un punto en la superficie terrestre puede estar definida en relación con la superficie de referencia matemática definida que es usada en lugar de la superficie verdadera de la tierra (muy parecido a un elipsoide de rotación biaxial).

2.1.2 El elipsoide de revolución biaxial

Al ser la Tierra ligeramente aplastada en los polos y algo abultada en el Ecuador, la figura geométrica que se le asemeja es un elipsoide de revolución de dos ejes. Dicho elipsoide se obtiene haciéndolo girar a este alrededor de su eje menor. Un elipsoide de revolución queda entonces definido si se especifican su forma y tamaño.

Fig.2.1 Elipse, elipsoide y sus elementos.



Fuente: Mora H., 2006.

La tabla 2.1, contiene algunos de los elipsoides más empleados, generalmente conocidos por el nombre de quien los derivó y el año en que fue determinado, además se encuentran sus valores tanto de a , que es el semieje mayor del elipsoide, así como de su achatamiento f . El elipsoide Internacional fue desarrollado por Hayford en 1910 y recomendado en 1924 por la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica, (IUGG) para uso internacional. Sin

embargo, los elipsoides han sido empleados indistintamente dependiendo de los parámetros particulares y las áreas de aplicación.

Tabla 2.1. Valores de los parámetros geométricos de un elipsoide

Elipsoide	<i>a</i>	<i>f</i>
Airy1830	6377563,4	299,3249646
Bessel1841	6377397,16	299,1528128
Clarke 1866	6378206,4	294,9786982
Clarke 1880	6378249,15	293,465
Everest 1830	6377276,35	300,8017
Fischer 1960 (Mercury)	6378166	298,3
Fischer 1968	6378150	298,3
GRS 1967	6378160	298,247167427
GRS 1975	6378140	298,257
GRS 1980	6378137	298,2572221
Hough 1956	6378270	297,0
International	6378388	297,0
Krassovsky 1940	6378245	298,3
South American 1969	6378160	298,25
WGS 60	6378165	298,3
WGS 66	6378145	298,25
WGS 72	6378135	298,26
WGS 84	6378137	298,257223563

Fuente: Mora H., 2006

En un elipsoide sus elementos se definen de esta manera (Zakatov, 1990):

- El achatamiento polar se define como:

$$f = \frac{(a - b)}{a}$$

- La primera (e) y segunda (e') excentricidad se representan, por:

$$e = \varepsilon / a \Rightarrow e^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2}$$

$$e' = \varepsilon / b \Rightarrow e'^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{b^2}$$

- Además, dichas excentricidades se pueden expresar así:

$$e^2 = 2f - f^2$$

$$e'^2 = \frac{e^2}{(1 - e^2)}$$

Las superficies de referencia deben tener dos características fundamentales:

- Estar definidas matemáticamente.
- Aproximarse a la superficie verdadera en la ubicación deseada.

Las superficies de referencia utilizadas con bastante frecuencia para áreas limitadas son:

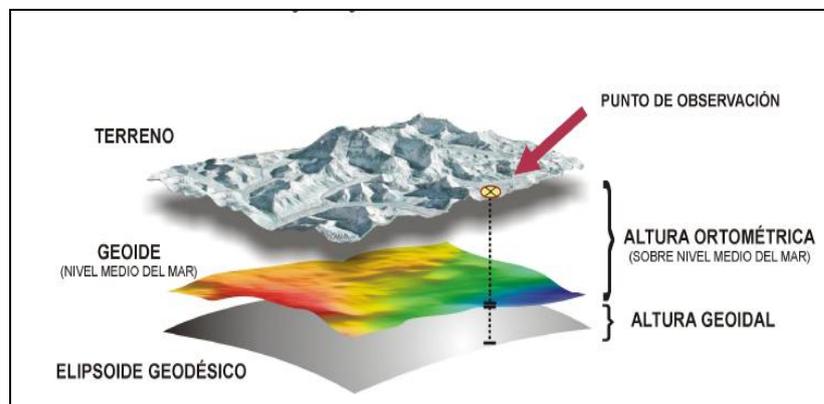
- ★ El elipsoide de rotación (o de dos ejes).
- ★ El geoide.

La primera superficie tiene una definición puramente matemática y se utiliza para el posicionamiento horizontal; la segunda superficie tiene una definición física y tiene relación con la anterior por su valor de altura/separación. Una posición tridimensional es definida con dos coordenadas horizontales y una componente vertical que es la altura sobre la superficie de referencia.

Superficie de referencia; es la superficie del modelo geométrico adoptado donde son efectuados los cálculos geodésicos (usualmente el elipsoide de revolución)

La relación existente entre estas dos superficies planteadas se ilustra en la Fig. 2.2, considerando además como se muestra en la figura; la separación existente entre ellas.

Fig 2.2 Representación de las principales superficies geodésicas



Fuente: INEGI, México, marzo 2006

Luego de esta pequeña introducción respecto de las principales superficies que conllevan los estudios gravimétricos se enfocará en la problemática gravimétrica presente.

2.2 LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Fue Isaac Newton el primero en formular matemáticamente, en su famosa ley de gravitación universal, el hecho de que dos cuerpos cualesquiera se atraerán mutuamente. Esta ley postula que dos cuerpos de masa M y m respectivamente, son atraídos entre sí con una fuerza F , cuya magnitud es proporcional al producto de las dos masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia d :

$$F = G \frac{Mm}{d^2} \quad (2.1)$$

es conocida como la fuerza gravitacional y es también llamada atracción gravitacional o atracción de Newton. La constante de proporcionalidad G es denominada constante gravitacional de Newton. Este valor determinado por varias experiencias, es de $6.672 \cdot 10^{-11} \text{ Kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ o equivalentemente a $6.6272 \cdot 10^{-8} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-2}$ con precisión de $0.001 \cdot 10^{-8} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-2}$.

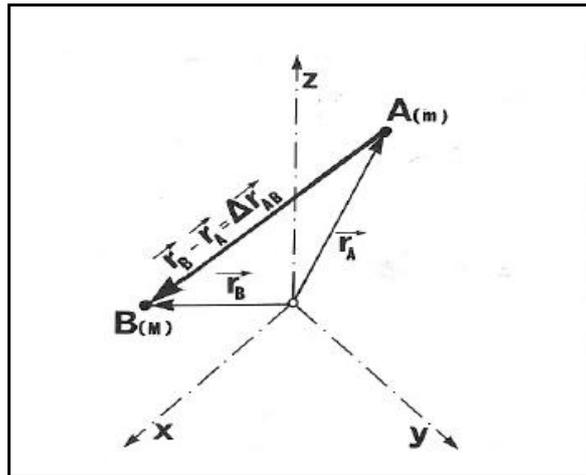
La atracción gravitacional entre dos cuerpos se supone propagarse a lo largo de una línea recta con una velocidad comparable a la velocidad de la luz. En nuestro caso (para nuestro objetivo), es adecuado considerar la velocidad como infinita y así pensar en la gravitación como teniendo un efecto instantáneo para cualquier distancia que consideremos. Este es el principio adoptado en la mecánica clásica.

Tomando dos cuerpos físicos A y B con masas m y M y considerando sus dimensiones descuidando la comparación con su distancia, se puede escribir de la siguiente manera vectorial (Fig.2.3) para la fuerza gravitacional que B ejerce en A.

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|^3} (\vec{r}_B - \vec{r}_A) \quad (2.2)$$

Siendo \vec{r}_B el vector que va desde el centro de masas del sistema descrito en la Fig.2.3 hacia el punto B, de esta misma concepción se aplica para el punto A. Además $d = |\vec{r}_{AB}|$ es la distancia entre los dos cuerpos. Para obtener la fuerza que ejerce A en B, basta cambiar los subíndices A y B.

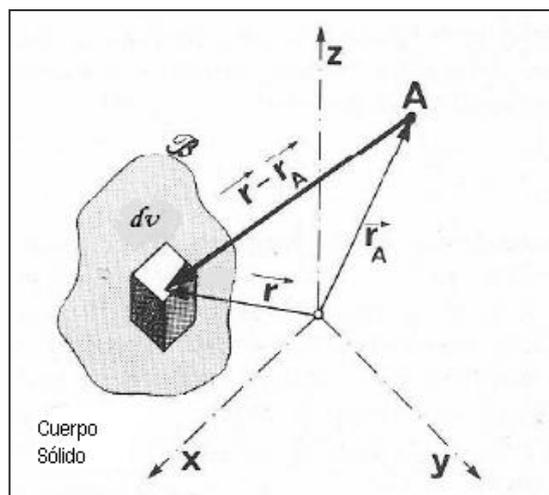
Fig. 2.3 Atracción gravitacional entre dos cuerpos.



Fuente: Catalao J., 2000

Ahora, se toma en cuenta que B, no puede ser vista como despreciable, esto será el caso de un pequeño cuerpo A y la Tierra B, entonces puede ser tomado como si estuviera compuesto por un número de pequeños elementos de volumen dv , y la atracción de cada uno de estos elementos en A puede ser vista en separado (Fig.2.4). Si la variable independiente está designada por r , la densidad de masa en el interior del cuerpo por $\rho(r)$, y dv es escogido suficientemente pequeño, de modo que ρ en dv puede ser considerado constante, obteniéndose la siguiente relación:

Fig.2.4 Atracción gravitacional de un cuerpo.



Fuente: Catalao J., 2000

Donde d que es similar a la diferencia de $\vec{r} - \vec{r}_A$; es la distancia entre A y el elemento infinitesimal dv de coordenadas r y densidad $\rho(r)$. Demostrando que la fuerza ejercida por A (de acuerdo a la ecuación 2.3), es la planteada por:

$$F(A) = F(x, y, z) = Gm \iiint_T \frac{1}{d^3} \rho(r) dv \quad (2.3)$$

Las fuerzas gravitacionales son aditivas. Esto significa que la suma de las fuerzas producidas por los elementos dv es igual a la fuerza ejercida por todo el cuerpo B. Considerando los volúmenes dv infinitamente pequeños, la ecuación final está obtenida por la integración sobre el cuerpo B.

Esta ecuación (2.3) puede ser usada en el estudio de la fuerza gravitacional de la Tierra sobre cuerpos cuya dimensión puede ser considerada despreciable con respecto a la Tierra. Ante todo para poder estudiar la gravitación es necesario conocer la distribución de densidad $\rho(r)$ en el interior de la Tierra.

El campo gravitacional está representado de forma global por la definición de un sistema de referencia rectangular geocéntrico, fijo a la Tierra, cuyo origen coincide con el centro de masa de la Tierra llamado geocentro, el eje Z coincide con el eje medio de rotación de la Tierra, el eje X normal al eje Z y está contenido en el plano meridiano medio de Greenwich, el eje Y es normal al plano XZ y con una dirección tal que el sistema XYZ sea directo. El plano XY se lo define como el plano ecuatorial.

2.2.1 Fuerza centrífuga, gravitacional y de la gravedad.

La rotación de la Tierra da lugar a una fuerza f , ésta es la llamada fuerza centrífuga (Fig. 2.5), y su dirección es siempre perpendicular al eje de rotación y se la puede explicar como una manifestación del movimiento circular.

La magnitud f que es la fuerza centrífuga que actúa sobre una partícula está dada por:

$$f = (\vec{\omega} * \vec{r}) * \vec{\omega} = \omega^2 pm \quad (2.6)$$

donde:

p es la distancia perpendicular de la partícula al eje de rotación.

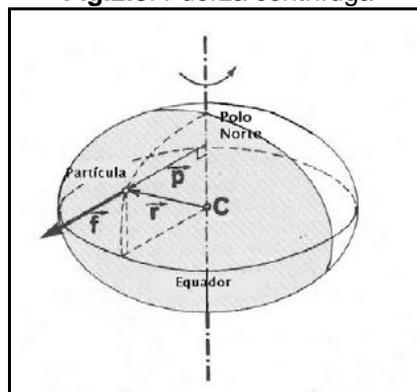
ω es la velocidad angular de rotación de la Tierra; y

m es la masa de la partícula.

Así se consigue que en el Ecuador la fuerza centrífuga es de $3.392 \text{ cm.seg}^{-2}$; según Catalao J., (2000). Cabe indicar que en los polos la fuerza centrífuga es nula.

La fuerza centrífuga como se ilustra en la Fig. 2.5, está sujeta a variaciones temporales, como en su módulo de velocidad angular que deducen variaciones en la magnitud de su fuerza; variaciones en la dirección del eje de rotación inducen variaciones en la dirección de la fuerza. Estas variaciones son muy pequeñas por lo que de seguro no serán tomadas en cuenta en este estudio.

Fig.2.5. Fuerza centrífuga

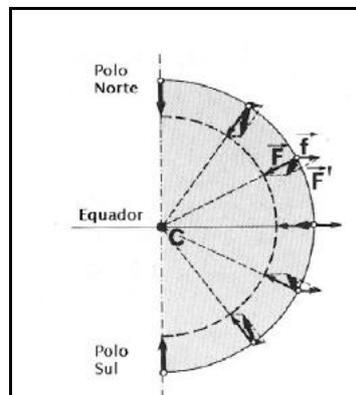


Fuente: Catalao J., 2000

Por tal razón se dirá de forma directa que la fuerza específica (por unidad de masa) que actúa sobre un cuerpo en reposo sobre la superficie terrestre resultante de la fuerza gravitacional específica (F) (que representa la

atracción de las masas terrestres), y la fuerza centrífuga específica ($f = \vec{f}$ de acuerdo a la Fig. 2.6) (debido a la rotación de la Tierra), es denominado **gravedad** (F_g). En otras palabras la suma de las fuerzas gravitacional y centrífuga respectivamente es F_g representado gráficamente en la Fig. 2.6.

Fig.2.6. Fuerza de la gravedad



Fuente: Catalao J., 2000

Por tanto la fuerza de la gravedad para una partícula A queda de la siguiente forma:

$$F_g(A) = F_g(x, y, z) = (G \iiint_T \frac{1}{3} \rho(r) dv + \vec{p}_A \omega).m \quad (2.7)$$

Se verifica que la fuerza de la gravedad $F_g(A)$ está expresada como un producto del término entre paréntesis y la masa m de la partícula A. En base a la segunda ley de Newton se sabe que la fuerza es el producto de la aceleración por la masa. Por tanto el término en paréntesis será el vector aceleración. Este vector está designado por g y es llamado vector gravedad, es decir:

$$F_g(A) = g(A).m \quad (2.8)$$

En el estudio de las propiedades geométricas del campo de la fuerza de la gravedad, es suficiente concentrarse en el estudio de la aceleración g . La masa m de la partícula en estudio puede ser vista como el escalar del campo F_g .

El campo de gravedad, siendo un campo vectorial, posee magnitud (módulo de vector), una dirección y un sentido. La magnitud es una función escalar introducida cuya unidad es el **Gal** éste es el denominado *potencial de la gravedad* que será tratado más adelante con profundidad. Un gal es igual a 1cm por segundo cuadrado (cm.s^{-2}); el valor medio de la magnitud de la gravedad en la superficie de la Tierra es de 980.3 Gal;

$$1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2$$

En otros términos:

- ★ $1 \cdot 10^{-02} \text{ m/s}^2 = 1 \text{ cm/s}^2 = 1 \text{ Gal}$ (G. Galilei)
- ★ $1 \cdot 10^{-05} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ mm/s}^2 = 1 \text{ mGal}$
- ★ $1 \cdot 10^{-08} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ nm/s}^2 = 1 \text{ mGal}$

2.3 CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA REAL

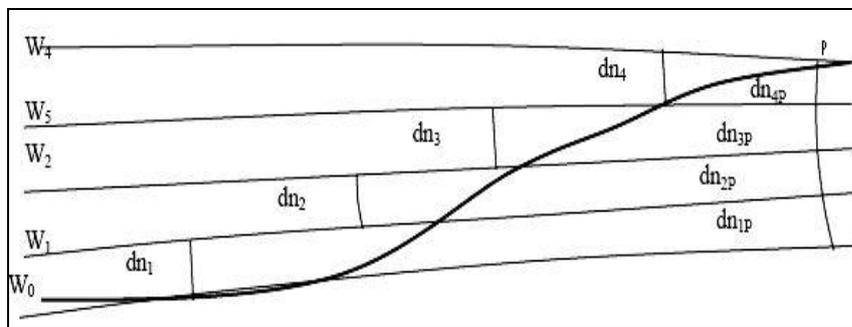
La Tierra está formada por corteza, manto superior e inferior, núcleos sólido y líquido, océano y atmósfera constituyendo un sistema dinámico en equilibrio. Las distintas componentes poseen estructuras a su vez complejas luego la distribución de masas es evidente que no es homogénea. Considerándose que la densidad de las masas para un sistema cartesiano se expresa a partir de:

$$\rho = \rho(x, y, z) \quad (2.9)$$

Como se trata la gravedad de una fuerza de un campo conservativo, se puede obtener como en los modelos, por derivación de una función escalar W o potencial de gravedad (Fig. 2.7).

$$g = -\frac{dW}{dn} \quad (2.10)$$

Fig. 2.7. Nivelación clásica y superficies equipotenciales diferentes



Con n , dirección de la gravedad;

$$W = V + \Phi \quad (2.12)$$

Es decir, en cada punto, el potencial W es la suma de potencial gravitatorio (V) y centrífugo (Φ).

2.3.1 Geopotencial

Es el potencial producido por la Tierra real designado por W de un punto en coordenadas cartesianas geocéntricas en la rotación de la Tierra verdadera, está dado (Heiskanen W. & Moritz H., 1985) por:

$$W(x; y; z) = V(x; y; z) + \Phi(x; y; 0) \quad (2.13)$$

V está dado por:

$$V(X, Y, Z) = G \iiint \frac{\rho_{(x', y', z')}}{l} dx' dy' dz' \quad (2.14)$$

donde:

l es la distancia entre el elemento de masa atraída y el punto atraído;

$dx' dy' dz' = dv$ que es el elemento de volumen de masa atraída;

ρ es la densidad de la masa atraída;

G es la constante gravitacional universal.

Y Φ , dado por:

$$\Phi(X, Y, 0) = \frac{1}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2) \quad (2.15)$$

donde:

ω es la velocidad angular de rotación de la Tierra.

Aplicando el operador gradiente de la ecuación (2.13), se obtiene el vector de gravedad, esto es:

$$\vec{g} = \text{grad}(W) \quad (2.16)$$

En el sistema cartesiano se tiene:

$$\vec{g} = \frac{\partial W}{\partial X} i + \frac{\partial W}{\partial Y} j + \frac{\partial W}{\partial Z} k \quad (2.17)$$

Aplicando el operador De Laplace (Δ) al potencial gravitacional V (ecuación 2.14) en el exterior de la superficie terrestre, se cumple que: $\Delta V = 0$, esto es, V es una función armónica, y puede ser desenvuelta en términos de armónicos esféricos (profundizado en la sección 2.7) y expresado en el punto P

mediante coordenadas polares por la distancia geocéntrica r , co-latitud³ geocéntrica θ , y longitud λ (RAPP, 1994, p. 73, Tierra A.2003) por:

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=-n}^n C_{nm} Y_{nm}(\theta, \lambda) \right] \quad (2.18)$$

donde:

GM es la constante gravitacional geocéntrica;

a es el semieje mayor del elipsoide de referencia;

C_{nm} son los coeficientes plenamente normalizados de grado n y orden m , del potencial gravitacional desenvuelto en armónicos esféricos;

Y_{nm} son los armónicos esféricos de superficie plenamente normalizados.

De forma similar o potencial centrífugo es:

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{sen}^2 \theta \quad (2.19)$$

2.4 CAMPO DE GRAVEDAD NORMAL

La Tierra no es un elipsoide de revolución perfecto y es mejor la aproximación a su figura que proporciona el geoide. Sin embargo, éste no se puede expresar por una formulación matemática, lo que sí se podía hacer con el elipsoide. La diferencia entre ambos no suelen superar los 100 m.

Es más fácil estudiar la forma de la Tierra y la estructura de su campo de gravedad refiriéndose a un modelo y obteniendo las diferencias con éste en cuanto a forma, dimensiones y campos generados por ambos, ésta es la denominada Tierra Normal.

³ **Co-latitud:** ángulo comprendido entre dos puntos de la superficie tomando en cuenta que estos se encuentran sobre una esfera.

2.4.1 Tierra Normal.

Es un cuerpo sólido, homogéneo, con la misma masa de la Tierra Real o verdadera, que incluye la atmósfera, cuya figura geométrica es el elipsoide de revolución, con las dimensiones del modelo adoptado, poseyendo una velocidad de rotación uniforme, cuyo período es igual al de la Tierra Verdadera, posee una superficie limitante equipotencial denotada por; $U = W_{\text{geoide}}$.

Sus superficies equipotenciales son de forma elipsoidal y concéntrica, paralelas entre sí, su potencial es el denominado esferopotencial.

La Tierra normal que se toma se basa en el elipsoide de revolución o figura normal de la Tierra. Se toma un elipsoide que verifique los requisitos:

1) Su masa coincide con la de la Tierra (masa considerando Tierra sólida, océano y atmósfera).

2) La masa tiene distribución continua y homogénea en un elipsoide de revolución (biaxial) que gira en el espacio con velocidad angular igual al de la Tierra.

3) El centro del elipsoide coincide con el centro de masas de la Tierra.

Un cuerpo con estas características genera un potencial de gravedad que llamamos U , potencial normal o campo de la gravedad normal.

2.4.2 Esferopotencial

Es el potencial producido por la Tierra Normal, se lo denominará como U , este valor en cada punto depende de las dimensiones del elipsoide que se tome como referencia (que aparecen en la expresión de U en los límites de

integración y en el radio del paralelo r). Para establecer los semiejes y por lo tanto el tamaño, se impone como condición que el potencial normal en los puntos en la superficie del elipsoide referencia sea igual a W_0 , potencial de la gravedad de Tierra real sobre el geode.

$$U = G \int \int \int_{elips} \rho \frac{dv}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{ paralelo} \quad (2.20)$$

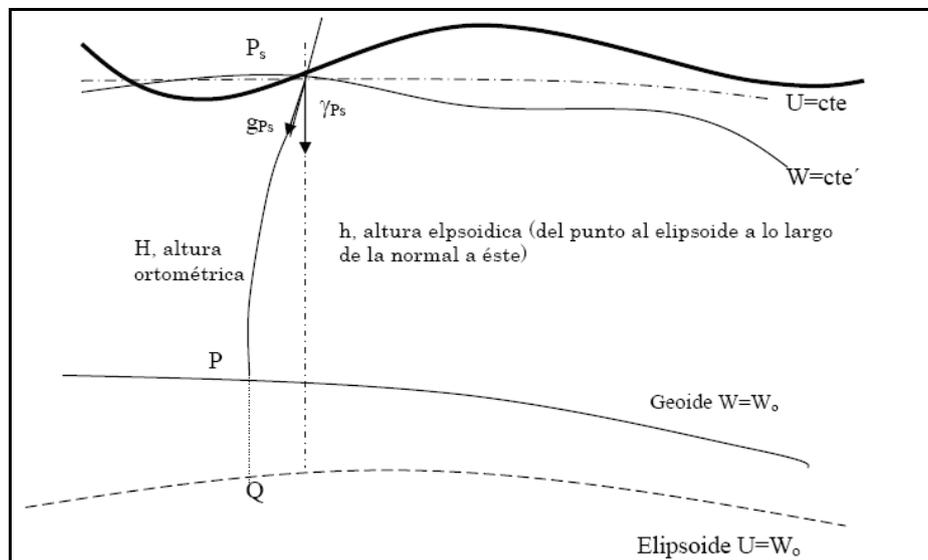
Al derivar el potencial normal se obtiene el vector gravedad normal:

$$\gamma = -\frac{dU}{dn_o} \quad (2.21)$$

con n_o dirección normal al elipsoide superficie equipotencial de U que pasa por el punto considerado.

2.5 POTENCIAL PERTURBADOR

Fig. 2.8. Desviaciones del campo de gravedad de la tierra respecto del campo normal.



Fuente: Catalao J., 2000.

Se considerará a P_s como un punto de la superficie terrestre de coordenadas (x, y, z) .

La diferencia entre los potenciales producidos, en un mismo punto, por la Tierra Real y por la Tierra Normal, se denomina **Potencial Perturbador** o **Potencial Anómalo** descrito de acuerdo a la ecuación (2.22). Matemáticamente puede ser considerado como el potencial generado por las “**masas anómalas**”, estas masas “transforman” a la Tierra Normal en Tierra Verdadera. La suma de las masas anómalas, positivas y negativas, es nula; pues se admite que la Tierra Normal y la Verdadera poseen masas iguales (de la definición de Tierra Normal), varía apenas la distribución de masa. El potencial producido por la Tierra Verdadera es denominado **Geopotencial (W)**, y el potencial producido por la Tierra Normal es denominado **Esferopotencial (U)**.

$$T = W - U \quad (2.22)$$

Ahora, el potencial de gravedad del esferopotencial viene dado por:

$$U = Z + \Phi \quad (2.23)$$

donde:

Z es el potencial gravitacional del elipsoide

Φ el potencial de rotación e igual a la ecuación (2.19)

Como el potencial gravitacional (Z) en el exterior de las masas, cumple con la ecuación de Laplace $\Delta Z = 0$, entonces se lo puede representar por armónicos esféricos, al esferopotencial (U) de la forma (Tierra A., 2003):

$$U = \left(\frac{GM}{r} \right) \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\theta) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{sen}^2 \theta \quad (2.24)$$

J_{2n} son los coeficientes zonales pares igual a:

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \left[1 - n + \frac{5n(C-A)}{Mc^2} \right] \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \quad (2.25)$$

Siendo:

- c es la semidistancia focal;
- e es la excentricidad principal;
- A, C son los momentos de inercia de la Tierra en relación a los ejes X y Z, respectivamente;
- M es la masa de la Tierra (incluida la masa atmosférica).

Aplicando el operador gradiente a U (ecuación 2.23), se tiene el vector gravedad normal

$$\vec{\gamma} = grad(U) \quad (2.26)$$

La magnitud de este vector se denomina como gravedad normal (γ), y puede ser calculada por la denominada fórmula de Somigliana (Tierra A. 2003):

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \text{sen}^2 \phi}{\sqrt{1 - e^2 \text{sen}^2 \phi}} \quad (2.27)$$

Con:

$$k = \frac{b \gamma_p}{a \gamma_e} - 1 \quad (2.28)$$

Considerando los parámetros de acuerdo al sistema WGS84 con los siguientes valores:

γ_p 978032.53359 mgal, es la gravedad normal en el polo.

γ_e 983218.49378 mgal, es la gravedad normal en el Ecuador.

e^2 es el valor de la primera excentricidad.

a, b son los semiejes del elipsoide;

ϕ es la latitud del punto sobre el elipsoide.

2.6 SUPERFICIES DE NIVEL Y LÍNEAS DE LA PLOMADA

Las superficies:

$$W(x,y,z) = \text{cte.} \quad (2.29)$$

Sobre las que el potencial W es constante, se denominan superficies equipotenciales del campo de gravedad de la Tierra o simplemente superficies de nivel. Las líneas de fuerza de este campo, que cortan normalmente a todas las superficies equipotenciales se llaman líneas de la plomada.

Estas superficies verifican algunas propiedades:

1) Son continuas, sin rupturas formando superficies cerradas alrededor de la Tierra.

2) Su distribución en el espacio viene determinada por la distribución interna de las masas y no tienen porque ser paralelas entre sí.

3) Su radio de curvatura no varía muy bruscamente, y los cambios vienen asociados a variaciones rápidas en las densidades.

4) No se cortan unas a otras.

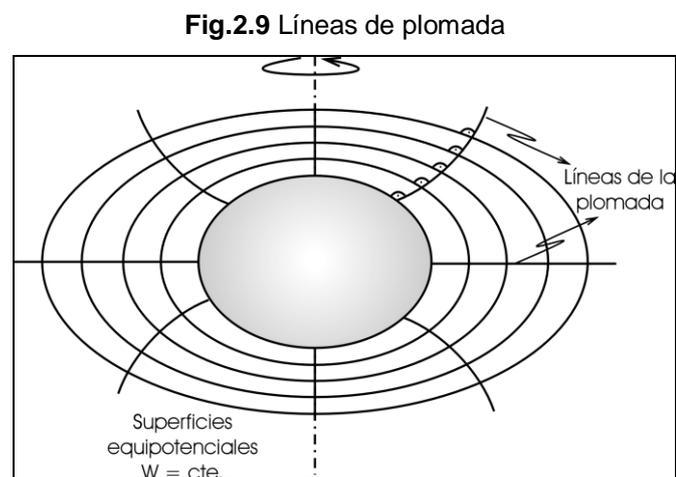
5) Las superficies de nivel totalmente exteriores a la Tierra son analíticas, aunque no tengan una expresión analítica simple, ya que W es analítico fuera de las masas. Esto no ocurre con las que están total o parcialmente contenidas en la Tierra: siguen siendo continuas y sin aristas, pero no son analíticas y su curvatura cambia discontinuamente con la densidad.

6) En cada punto del espacio, el vector gravedad es normal a la superficie equipotencial que pasa por el mismo punto.

7) g no permanece constante sobre una superficie equipotencial (sólo W lo hace).

8) En cada punto, el vector gravedad y la línea de la plomada son tangentes.

9) En general, las líneas de la plomada no son líneas rectas al no ser paralelas las superficies de nivel (Fig.2.9).



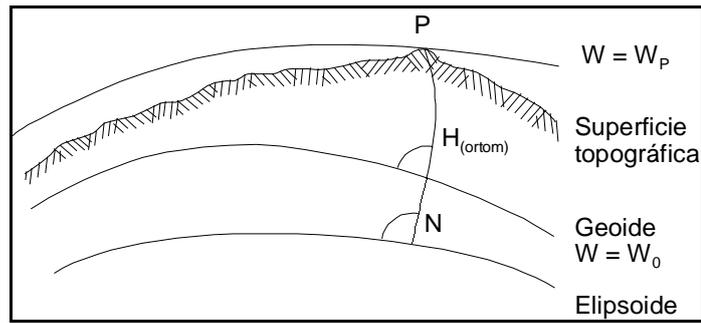
Fuente: Drewes 2002, citado en Catalao J.,2000

2.6.1 Geoide

Como la fuerza \mathbf{g} que actúa en cada punto no tiene componente tangencial, un fluido en reposo adopta la forma de una superficie equipotencial del campo de gravedad al que está sometido. El geoide es la superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que coincide con el nivel medio del mar en calma; en equilibrio en ausencia de fuerzas externas. A esta superficie de nivel se le asigna altitud cero y sirve por lo tanto para establecer sistemas de altitudes. Es la figura matemática de la Tierra (ver Fig. 2.10).

$$W(x,y,z)=W_0=cte$$

Fig. 2.10 Representación de Geoide



Fuente: INEGI, 2002.

El nivel medio del mar (nmm) es intermedio entre los niveles de las mareas alta y baja. Este valor patrón se usa para medir diferencias relativas de altura, sobre el mar, o de profundidad, bajo el mar, de los accidentes geográficos. Ejemplo: la altura del Everest es de 8.848 m sobre el nmm, y la superficie del mar Muerto es de unos 400 m bajo el nmm. Este nmm, o nivel cero, se determina mediante un mareógrafo, el cual permite realizar una serie de registros permanentes de oscilaciones de mareas, siendo ellas las que produzcan variaciones continuas en espacio y tiempo del nmm. Por ello cada país fija convencionalmente la época y el lugar a partir del cual se calculan todas las cotas de altitud que aparecerán en la cartografía oficial.

En Ecuador se emplea el mareógrafo ubicado en la Península de La Libertad cuyo nivel, determinado inicialmente por el Instituto Oceanográfico de la Armada (INOCAR) mediante un equipo establecido en 1948 y monitoreado continuamente durante 20 años, es considerado como un dátum vertical para todo el territorio. Además se lo controla diariamente para prevenir efectos por fenómenos naturales.

Generalmente, se asume al nmm igual a la superficie geoidal de manera que se estaría materializando una misma superficie equipotencial. Sin embargo, se conoce que por cada mareógrafo alrededor del mundo pasa una superficie equipotencial distinta en función de la denominada Topografía de la Superficie Oceánica: TSO (Blitzkow, 2003). Ella es el fruto de varios factores: diferencias de salinidad, material en suspensión y temperatura, el efecto de los vientos y las corrientes, entre otros.

Además, vale aclarar que el modelamiento de la TSO debería concluir en una superficie de equilibrio única en todos los mareógrafos. Mas, recientemente, se viene constatando que el nmm está sufriendo un aumento debido al efecto invernadero, el cual ha generado una expansión térmica de los océanos, el derretimiento de los glaciares polares y un aumento de lluvias. Todo esto ha producido un incremento constante durante los últimos cien años de 1 a 3 mm. por año (Blitzkow, 2003), lo que obliga a la actualización continua de este nivel de referencia.

En conclusión, no se puede afirmar que el nmm es la materialización definitiva del geoide terrestre.

El geoide representa la figura física real de la Tierra y es una superficie perpendicular a la dirección del vector de gravedad terrestre, lo que proporciona una dirección natural en sentido horizontal (nivel del agua) y vertical (línea de la plomada y cenit astronómico).

La forma del geoide se manifiesta en las fuerzas gravitacionales que afectan a las órbitas y las trayectorias de los satélites en el espacio, ya que dichas fuerzas varían en intensidad y dirección de un lugar a otro debido a la distribución irregular de las masas en el interior de la Tierra provocando una perturbación (Torres M., 2005)

Actualmente, los métodos más empleados para determinar el geoide son:

- Satelital
- Gravimétrico
- Modelos geopotenciales

2.7 FUNCIONES ARMÓNICAS ESFÉRICAS

Las funciones armónicas más importantes son los llamados armónicos esféricos, para hallarlos se deben introducir las llamadas

coordenadas esféricas: r (radio vector), θ (distancia polar) (esta distancia polar es diferente al de la co-latitud de la expresión 2.18), λ (longitud geocéntrica) (Fig. 2.11).

Se debe tomar en cuenta que (x, y, z) , es un sistema de coordenadas cartesiano cuyo centro es el centro de masa de la Tierra y (r, θ, λ) es un sistema de coordenadas esféricas. Cuya relación entre los dos sistemas está dada por (Heiskanen & Moritz, 1985):

$$x = r \cdot \text{sen} \theta \cdot \cos \lambda \quad (2.30)$$

$$y = r \cdot \text{sen} \theta \cdot \text{sen} \lambda \quad (2.31)$$

$$z = r \cdot \cos \theta \quad (2.32)$$

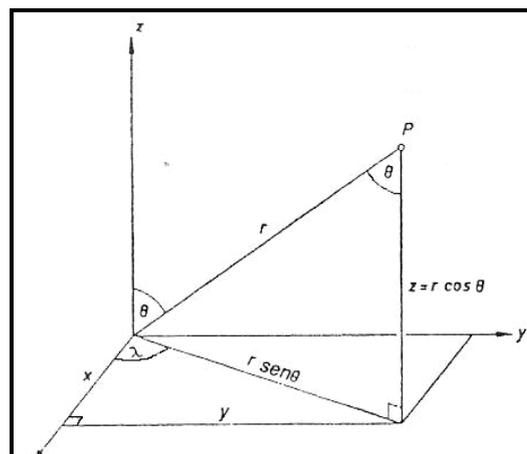
O de forma inversa se tiene:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.33)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \quad (2.34)$$

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (2.35)$$

Fig. 2.11. Coordenadas esféricas y rectangulares



Fuente: Heiskanen & Moritz, 1985

Conociendo que el potencial gravitacional es una función armónica que cumple con la ecuación de Laplace $\Delta V = 0$, puede ser expresada en una serie de la siguiente manera (Heiskanen & Moritz, 1985):

$$V(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (A_{nm} Y_{nm}^c + B_{nm} Y_{nm}^s) \quad (2.30)$$

donde:

$$Y_{nm}^c = P_{nm}(\cos \theta) \cos m\lambda \quad (2.31)$$

$$Y_{nm}^s = P_{nm}(\cos \theta) \sin m\lambda \quad (2.32)$$

Donde $P_{nm}(\cos \theta)$ representan las funciones principales de la ecuación asociada de Legendre y n, m son los autovalores (orden y grado respectivamente). Y_{nm}^c, Y_{nm}^s pueden ser vistas como funciones principales de la ecuación de Laplace sobre la superficie de una esfera; son llamadas funciones armónicas esféricas (de superficie). Usando coeficientes adimensionales y plenamente normalizados a (2.30) toma la siguiente forma:

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n [\bar{J}_{nm} \bar{Y}_{nm}^c + \bar{K}_{nm} \bar{Y}_{nm}^s] \right\} \quad (2.33)$$

Las relaciones que vinculan los coeficientes A_{nm}, B_{nm} , con unidades de potencial, los coeficientes J_{nm}, K_{nm} , sin unidades; $GM = 3.986005 \cdot 10^{20} \text{ cm}^3 \cdot \text{seg}^{-2}$ que es el valor medio de atracción gravitatoria en la superficie de la Tierra, y los coeficientes del geopotencial $\bar{J}_{nm}, \bar{K}_{nm}$, plenamente normalizados son:

$$A_{nm} = -\frac{GM}{a} J_{nm} \quad (2.34)$$

$$B_{nm} = -\frac{GM}{a} K_{nm} \quad (2.35)$$

$$\bar{J}_{no} = \frac{1}{\sqrt{(2n+1)}} J_{no} \quad (m=0) \quad (2.36)$$

$$\bar{J}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)!}} J_{nm} \quad (2.37)$$

(m≠0)

$$\bar{K}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)!}} K_{nm} \quad (2.38)$$

Para calcular las contribuciones de la anomalía gravimétrica a partir de un modelo geopotencial (para nuestro caso el EGM96) para un punto $P(\phi, \lambda)$ aparece la expresión de anomalía de gravedad mediante la expresión detallada en armónicos esféricos (ver sección 2.9.5).

2.8 EARTH GRAVITATIONAL MODEL 1996 – EGM96

Es un modelo geopotencial de la superficie terrestre constituido de la suma de armónicos esféricos de hasta 360 en orden y grado desarrollado mediante la colaboración de distintos centros de investigación, fundamentalmente la NASA, (acrónimo de National Aeronautics and Space Administration) a través del Centro de vuelo espacial Goddard (GSFC), sumando esfuerzos con la Agencia Nacional de Mapeo e Imágenes (NIMA por sus siglas en inglés hoy llamado NGA National Geospatial Intelligence Agency), la Universidad del Estado de Ohio en Estados Unidos (OSU), y la Universidad de Texas at Austin.

Se han utilizado para su elaboración gran cantidad de datos de la gravedad, incluso de zonas donde antes no se disponían (zonas del océano Ártico, Groenlandia y la Antártida), observaciones satelitales (TOPEX/POSEIDON, Stella, Starlette, SEASAT, Peole, LAGEOS, etc.), observaciones Doppler a satélites (SEASAT, RADCAI., OSCAR-14, Nova-1, HILAT, GEOSAT, etc.), altimetría de satélite (TOPEX/POSEIDON, GEOSAT y ERS-1), observaciones GPS (TOPEX/ POSEIDON, GPS/MET y ELJVE), observaciones TDRSS (Tracking and Data Relay Satellite System) al satélite

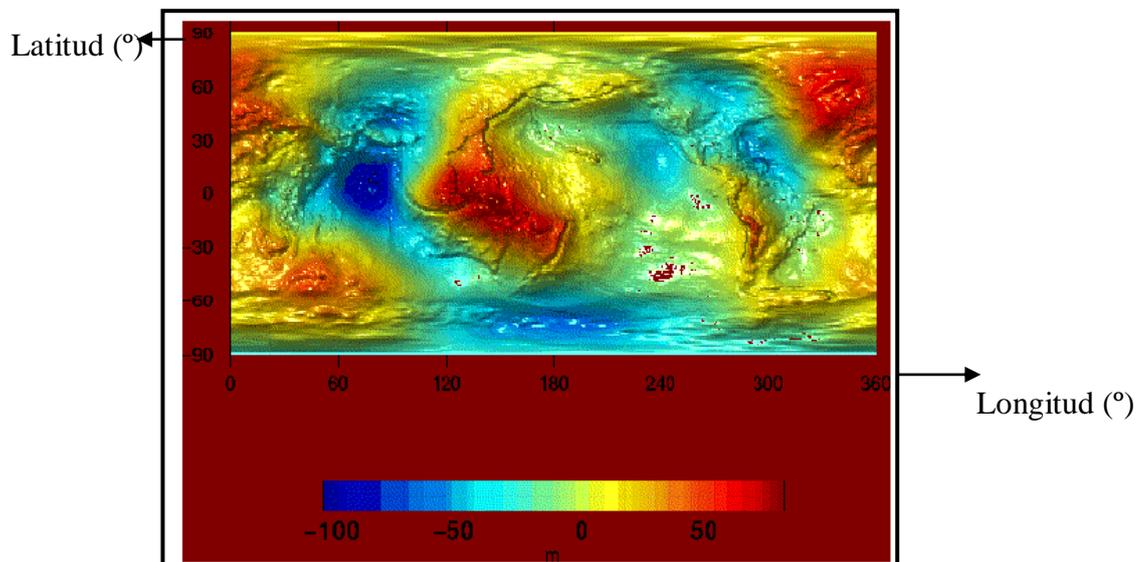
ELJVE, observaciones SST Doppler (Satellite to Satellite Tracking) entre los satélites GEOS-3 y ATS-6, observaciones DORIS (Doppler Orbit Determination and Radiopositioning Integrated on Satellite) a los satélites TOPEX/POSEIDON y SPOT-2 y, observaciones ópticas a satélites (GEOS-I, GEOS-2, Midas-4, BE-C, DI-D, Echo-IRB, etc.).

Es una solución compuesta de la unión de ecuaciones diferenciales cuyo formato se dio de la siguiente forma:

- una solución combinada de orden y grado 70.
- una solución diagonal en bloque del grado 71 hasta el 359
- y una solución cuadrática en grado 360.

En el modelo geoidal EGM96, que es mostrado en la figura; Fig. 2.12, la aproximación de los valores máximos de las alturas geoidales es de alrededor de 100 m, ± 42 cm según la acotación que se desarrolla en: http://www.geocities.com/geomarcos2003/documentos/practica_geoide.pdf

Fig. 2.12. Modelo geoidal EGM96



Fuente: http://it.wikipedia.org/wiki/Imagine:GEOIDE_NIMA.gif

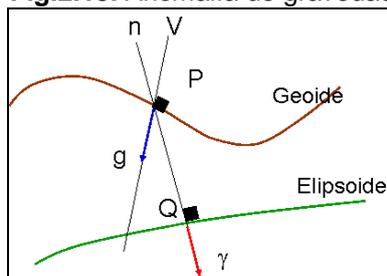
El proyecto conjunto tuvo la ventaja de datos nuevos de gravedad provenientes de muchas regiones diferentes del globo terráqueo, incluyendo

los nuevos datos correspondientes a los archivos NIMA. Las principales fuentes de adquisición de datos terrestres de gravedad incluyen levantamientos aerotransportados sobre Groenlandia y parte de las zonas Árticas y Antárticas, realizados por el Laboratorio de Investigación Naval – NRL, y proyectos de cooperación de levantamientos gravimétricos, varios de ellos efectuados con la Universidad de Leeds. Estos esfuerzos de obtención de datos fueron mejorando los datos obtenidos en áreas diversas del mundo, tales como Canadá, parte de Sur América y África, Sureste de Asia, Este de Europa, y la antigua Unión Soviética. Adicionalmente han existido muchos esfuerzos para mejorar la base de datos de anomalía media de 30´ existente en NIMA, a través de contribuciones de varios países en Asia. NIMA calculó e hizo disponible la altimetría media 30´ x 30´ derivada de anomalías de gravedad de la Misión Geodésica GEOSAT. EGM96 también incluyó la altimetría resultando de las anomalías obtenidas de los datos ERS-1 de Kort and Matrikelstyrelsen (KMS), el Servicio Geodésico y Catastral de Dinamarca, de algunos sectores del Ártico y la Antártida.

2.9 ANOMALÍAS DE GRAVEDAD

La anomalía de gravedad (Δg) está definida como la diferencia entre la gravedad real (g) en el punto P referido al geoide y la gravedad normal (γ) calculada en el punto Q en el elipsoide como indica la figura (Fig. 2.13). La distancia existente entre el Geoide y el Elipsoide está conocida como ondulación geoidal o altura geoidal (N), es fundamental como el elemento de la relación entre estas superficies.

Fig.2.13. Anomalía de gravedad



Fuente: Blitzkow, D. 2003, adaptado por el autor.

Cuya expresión según Heiskanen W. & Moritz H. (1985), es la siguiente:

$$\Delta g = g - \gamma \quad (2.39)$$

Esta magnitud representa la separación de la gravedad real en el geoide en relación con la gravedad teórica normal en el elipsoide, cuya unidad de medición es el Gal. En honor a Galileo Galilei.

Aquí es donde se introduce el concepto de reducciones gravimétricas; necesarias para poder resolver el problema del valor del contorno para la determinación del Geoide mediante la aplicación de la fórmula de Stokes⁴, requiriendo que las anomalías de gravedad representen los valores sobre el Geoide. Es decir, que no sólo las observaciones de gravedad sean reducidas al Geoide, sino que también no deba existir masa fuera de ella.

2.9.1 Anomalía de aire libre

La anomalía de aire libre (Δg_{AL}) es la resultante obtenida después de la aplicación de la corrección de "aire libre" (C_{AL}), al valor de gravedad para poder reducirla al Geoide se expresa de acuerdo a la ecuación 2.40 en unidades de miliGals:

$$\Delta g_{AL} = g + C_{AL} - \gamma \quad (2.40)$$

donde:

g es el valor de la gravedad ya corregida por corrección atmosférica en la superficie terrestre (mGal), y se calcula con la siguiente expresión, (Tierra A., 2003):

⁴ **Fórmula de Stokes:** consiste en la determinación del potencial perturbador T en y fuera de una esfera de radio $r=R$, por medio del método de este mismo autor, sobre la cual se conocen los valores de anomalía de gravedad Δg , suponiendo que T es una función armónica $\Delta T = 0$; fuera de esta esfera.

$$g = g^{obs} + \delta g_A \quad (2.41)$$

Siendo:

g^{obs} es el valor de la gravedad observada sobre la superficie terrestre,
 δg_A es la corrección atmosférica calculada de la siguiente forma:

$$\delta g_A = 0.87 * e^{-0.116Hn^{1.047}} \quad (2.42)$$

Esta corrección atmosférica evalúa el efecto de atracción gravitatoria producido por la masa de aire situada sobre el instrumento. Esta corrección es máxima para el nivel del mar ($Hn=0$) y disminuye, exponencialmente, según la elevación del punto (Tierra A., 2003).

La variable C_{AL} es la reducción o corrección de aire libre, consiste en la reducción de la estación de la superficie topográfica (valores receptados por gravímetro⁵) al geoide, usando un gradiente teórico de gravedad, sin considerar el efecto gravitacional de las masas entre las dos superficies. Considerando de esta manera solamente el efecto de la diferencia de altura entre el punto de observación y el Geoide. De acuerdo a la expresión según Heiskanen W. & Moritz H. (1985) se tiene:

$$C_{AL} = -\frac{\partial g}{\partial H} H \quad (2.43)$$

Siendo $\partial g/\partial H$ el gradiente vertical de gravedad; debido a su no conocimiento, para muchos fines se puede utilizar el gradiente de gravedad normal ($\partial \gamma/\partial h$), y en vez de H la altura nivelada Hn (en metros), obteniendo C_{AL} en mGal de la siguiente forma (Tierra A., 2003):

⁵ **Gravímetro:** instrumento que mediante un post proceso de datos obtenidos sobre la superficie terrestre, los convierte en valores de gravedad, fundamentándose en desplazamientos de dispositivos internos que se dan por la variación de densidades de las capas superficiales sobre las que se realizan previamente estas lecturas.

$$C_{AL} \cong - \left[\left(\frac{\partial \gamma}{\partial h} \right) Hn + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} \right) Hn^2 \right] \quad (2.44)$$

donde:

Hn es la altura nivelada que se da en metros,

$\frac{\partial \gamma}{\partial h}$ es el gradiente de gravedad normal, calculado de acuerdo a (2.45):

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} = - \frac{2\gamma}{a} \left(1 + f - 2f \operatorname{sen}^2 \phi + \frac{3}{2} f^2 - 2f^2 \operatorname{sen}^2 \phi + \frac{1}{2} f^2 \operatorname{sen}^4 \phi \right) - 2\omega^2 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} = \frac{6\gamma}{a^2 (1 - f \operatorname{sen}^2 \phi)^2} \quad (2.46)$$

siendo:

γ la gravedad normal calculada en mGal,

f es el achatamiento del elipsoide de referencia,

ϕ es la latitud del punto sobre el elipsoide.

a es el semieje mayor del elipsoide de referencia.

ω velocidad angular de rotación de la Tierra ($0.72921151 \cdot 10^{-4} \operatorname{seg}^{-1}$)

Para nuestro país el valor aproximado para este cálculo se desprende de la siguiente expresión:

$$C_{AL} \cong 0.307716 Hn - 7.21 \cdot 10^{-8} Hn^2 \quad (2.47)$$

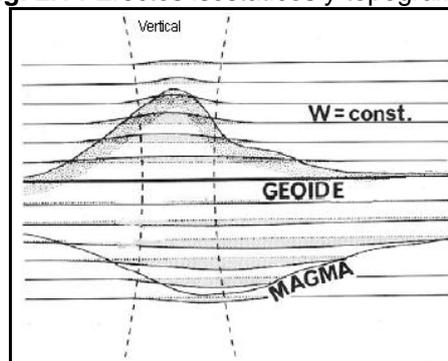
Como parte final para el cálculo de la anomalía de aire libre se necesita el valor de γ (gravedad normal) cuya magnitud de este vector es calculado sobre la superficie del elipsoide dado por la fórmula Somigliana, de acuerdo a las expresiones; (2.27), (2.28).

Lo que en esta anomalía surgió fue la influencia de las masas atmosféricas sobre datos de gravedad en la superficie terrestre pero no se consideró la influencia de las masas terrestres, para ello surge la reducción que toma el nombre de corrección de terreno.

2.9.2 Corrección de terreno

La corteza terrestre está en un estado de equilibrio isostático en casi toda la superficie terrestre. Esto significa que el geoide, siendo una superficie equipotencial no deberá tener en su forma una afección considerable por la presencia de una superficie topográfica irregular, el efecto de las masas redundantes sobre el geoide está compensado por la menor densidad de las masas que se encuentran subyacentes. Una situación inversa ocurre en los océanos, donde la deficiencia de las masas superficiales está compensada por una mayor densidad de las masas sobre el geoide. La forma de las superficies equipotenciales y las líneas de plomada se muestran en la siguiente figura. (Fig. 2.14).

Fig. 2.14 Efectos isostáticos y topográficos

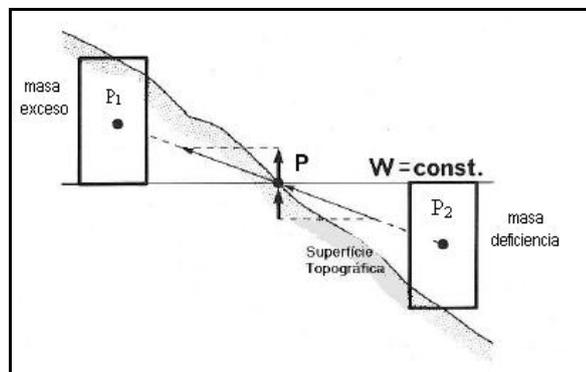


Fuente: Vladimir Kostoglodov, 2000

Tomando en cuenta que sobre la superficie terrestre las observaciones gravimétricas son afectadas de forma directa por la topografía siendo su efecto

mayor cuanto mayor sea la distancia al geode (altura de la estación). En la siguiente figura (Fig. 2.15) se representa el efecto sobre el punto P donde el descenso de relieve (insuficiencia de masas por debajo del punto de observación P), como el ascenso del mismo (exceso de masas por encima del punto de observación P), acarrearán una disminución del valor observado de la fuerza de gravedad. En P₁ la masa sobrante que atrae hacia arriba, es eliminada, produciendo en P un incremento en el valor de gravedad. En P₂ la masa deficiente es añadida, produciendo también en P un incremento en g, por tanto se concluye que la corrección topográfica es siempre positiva. Siendo de pequeño valor en áreas planas.

Fig. 2.15. Corrección del Terreno



Fuente: Catalao J.,2000, adaptado por el autor

Según Forsberg R. (1994) (Tierra A., 2003), la corrección de terreno se calcula considerando la irregularidad de las masas topográficas para coordenadas cartesianas de la siguiente forma:

$$C_T = G\bar{\rho} \iint_{\tau} \int_{z=Hn_{(p)}}^{z=Hn} \frac{(z - Hn_{(p)})}{\left[(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + (Hn_{(p)} - z)^2 \right]^{3/2}} dx dy dz \quad (2.48)$$

donde:

τ indica el área de integración,

$Hn_{(p)}$ es la altura del punto P donde se realiza el cálculo de C_T ,

Hn es la altura del punto móvil (punto que se traslada a lo largo de τ)

$\bar{\rho}$ valor medio de densidad,
 x, y, z son las coordenadas del punto móvil,
 x_p, y_p son las coordenadas del punto P .

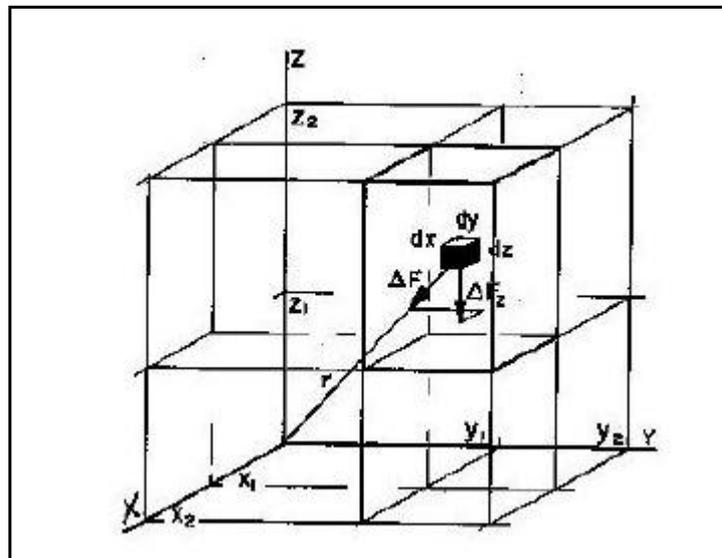
Existen numerosos métodos para evaluar la influencia del terreno en las observaciones gravimétricas, si bien el método para el que se utilizó en esta corrección por Forsberg se generó por integración de prismas aquí una breve descripción:

2.9.2.1 Método de prismas

Con la aparición de los Modelos Digitales de Elevaciones matriciales de amplias zonas del territorio, comenzaron a surgir métodos basados en la descomposición del terreno en prismas rectangulares:

El método usado por Forsberg es:

Fig.2.16. Métodos de prismas



Fuente: Palomo M., 2006

Método de McMillan: basado en el desarrollo en serie de potencias del potencial del prisma. Se trata de un método aproximado, pero que

proporciona resultados satisfactorios al tiempo que necesita unos tiempos relativamente cortos de cálculo. La expresión que se deduce es:

$$C_T = \frac{\Delta z}{r} G \bar{\rho} \Delta x \Delta y \Delta z \left\{ \frac{1}{r^2} + \frac{5}{24r^6} [(2\Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2)x^2 + (-\Delta x^2 + 2\Delta y^2 - \Delta z^2)y^2 + (-\Delta x^2 - \Delta y^2 + 2\Delta z^2)z^2] + \dots \right\} \quad (2.49)$$

Dentro de la metodología aplicada para la determinación de anomalías residuales para el Ecuador continental, se eligió de forma indirecta el método por integración de prismas de MacMillan que es el utilizado por Forsberg en su programa TC (Topographic Correction), que fue el añadido para la metodología del presente proyecto, en el siguiente capítulo se describe de forma detallada este tema.

2.9.3 Isostasia

Para llegar a entender la segunda condensación de Helmert se debe introducir criterios isostáticos:

Se puede considerar que las masas topográficas están simplemente sobrepuestas en una corteza esencialmente homogénea. Si así fuese la reducción de Bouguer⁶ removería las irregularidades medias del campo de gravedad, y así las anomalías de la gravedad de Bouguer serían pequeñas, tomando valores incluso de cero. Sin embargo, justamente lo contrario es lo que sucede. Las anomalías de Bouguer en áreas montañosas son sistemáticamente negativas y pueden alcanzar grandes valores, aumentando en magnitud, en media 100 mGal por 1000 metros de altitud. La única explicación posible es que hay algún tipo de deficiencia de masas bajo las montañas. Esto significa que las masas topográficas están compensadas de alguna manera.

Existe un efecto similar para las desviaciones de la vertical. Las desviaciones reales son menores de lo que sugerirían las masas topográficas

⁶ **Reducción de Bouguer:** corresponde a la remoción de las masas topográficas que se encuentran sobre el Geode.

visibles. A mediados del siglo diecinueve, J. H. Pratt observó tal efecto en el Himalaya. En una estación de esta zona se calculó un valor de $28''$ para la desviación de la vertical a partir de la atracción de las masas visibles de las montañas. El valor obtenido con medidas astro geodésicas fue sólo de $5''$. Otra vez es necesario algún tipo de compensación para tener en cuenta esta discrepancia.

Para tal compensación se desarrollaron dos teorías diferentes, casi al mismo tiempo, por dos estudiosos J.H. Pratt en 1854 y 1859, de similar forma G.B. Airy en 1855. Según Pratt las montañas han surgido del subsuelo al igual que una masa de pan en fermentación. Según Airy, las montañas están flotando sobre una lava fluida de mayor densidad, de manera que las montañas más altas están hundidas (Heiskanen W. & Moritz H, 1985).

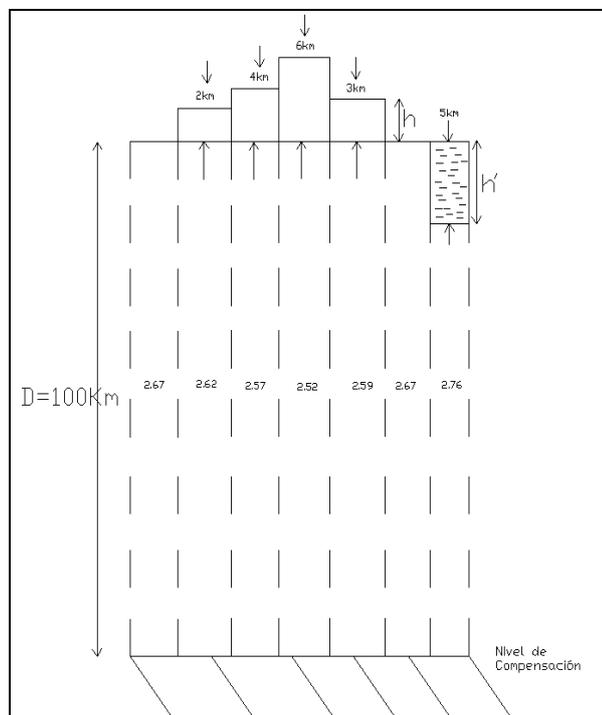
2.9.3.1 Sistema de Pratt- Hayford

Este sistema lo plantea Pratt y lo formaliza matemáticamente J. F. Hayford, quien lo utilizó sistemáticamente para fines geodésicos.

La hipótesis de Pratt respecto a la isostasia sostiene que los bloques que forman el relieve terrestre como cordilleras, llanuras o depresiones; tienen en el fondo un nivel de compensación aunque en la superficie tienen alturas diferentes, por lo cual cada bloque debe tener muy diferente densidad.

El principio se ilustra en la figura 2.17. Por debajo del nivel de compensación la densidad es uniforme. Por encima las masas de cada columna de igual sección son iguales. Sea D la profundidad del nivel de compensación, medida desde el nivel del mar, y sea σ_0 la densidad de una columna de altura D . entonces, la densidad σ de una columna de altura $D+h$ (siendo h la altitud de la topografía) satisface la ecuación:

Fig. 2.17. Modelo de Pratt-Hayford



Fuente: Heiskanen W. & Moritz H, 1985, adaptado por el autor

$$(D + h)\rho = D\rho_0 \quad (2.50)$$

Donde se puede adoptar:

$$\rho_0 = 2.67 \text{ g/cm}^3$$

De acuerdo a (2.50), la densidad real σ es ligeramente menor que este valor normal σ_0 , en consecuencia existe una deficiencia de masa que, según (2.50), viene dada por:

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{h}{D+h}\rho_0 \quad (2.51)$$

en los océanos la condición de igualdad de masas se expresa por:

$$(D+h')\rho + h'\rho_w = D\rho_0 \quad (2.52)$$

donde:

$$\rho_w = 1.027 \text{ g/cm}^3$$

Es la densidad del océano y h' su profundidad. Por lo tanto hay un exceso de masa de una columna suboceánica dada por:

$$\rho - \rho_0 = \frac{h'}{D-h'}(\rho_0 - \rho_w) \quad (2.53)$$

En realidad este modelo de compensación está idealizado y esquematizado. Solo puede darse de modo aproximado en la naturaleza. Para la profundidad de compensación se adoptan valores de alrededor de $D=100$ km.

Para una Tierra esferoidal las columnas convergerán ligeramente hacia su centro, así que pueden introducirse otros refinamientos. Podemos postular bien igualdad de masas o bien igualdad de presiones, cada postulado lleva a refinamientos esféricos algo diferentes. Puede mencionarse que, por razones de cálculo, Hayford usó aún otro modelo ligeramente diferente, por ejemplo midió la profundidad de compensación D desde la superficie de la Tierra en vez de desde el nivel del mar.

2.9.4 Reducciones Isostáticas

El objeto de la reducción isostática de la gravedad es la regularización de la corteza terrestre según algún modelo de isostasia. Las masas topográficas no son completamente eliminadas como en la reducción de Bouguer, sino que son llevadas al interior del geoide para rellenar deficiencias

de masas que existen bajo los continentes. En el modelo de Pratt-Hayford las masas topográficas son distribuidas entre el nivel de compensación y el nivel del mar, para traer la densidad de la corteza de su valor original al valor estándar constante σ_0 .

En otras palabras, la topografía es eliminada junto con su compensación, y el resultado final es idealmente una corteza homogénea de densidad σ_0 y espesor constante D (Pratt-Hayford) (Heiskanen W. & Moritz H, 1985).

La reducción isostática que se utiliza en el presente proyecto es la segunda condensación de Helmert.

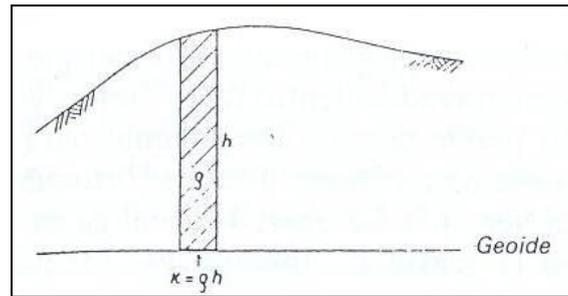
2.9.4.1 Segunda condensación de Helmert

Si se reducen los valores de gravedad observados al geoide de acuerdo y como se expresa en la ecuación de la anomalía de aire libre (2.45), las anomalías sobre esta superficie soportan a la masa por encima de ellas. Es decir, la distribución de gravedad dentro de la tierra no es armónica. Para recuperar la armonicidad y trabajar entonces con las anomalías de gravedad para obtener el potencial perturbador (y por ende el geoide). Helmert propuso “condensar” a las masas que están sobre el geoide en la superficie del mismo; aquí la topografía pasa a formar una capa superficial sobre el geoide denotada por la siguiente expresión:

$$\kappa = \rho h \tag{2.54}$$

De modo que la masa total queda invariable. De nuevo la masa es transportada a lo largo de la vertical local (Heiskanen & Moritz, 1985) ver fig. 2.18.

Fig. 2.18. Modelo de condensación de Helmert



Fuente: Heiskanen & Moritz, 1987

Se puede considerar que la condensación de Helmert es un caso límite de una reducción isostática según el sistema Pratt-Hayford cuando la profundidad de compensación D se hace cero.

La reducción o condensación de Helmert (Δg_H), no elimina las masas topográficas, ella condensa sobre una superficie del Geoide formando una superficie material de densidad superficial llamada co-geoide. De esta forma la masa total de la Tierra no sufre alteración, y el efecto indirecto es pequeño.

$$\Delta g_H = \Delta g_{AL} + C_T + \delta g \quad (2.55)$$

Las etapas que sigue esta condensación son (Tierra A., 2003):

- 👉 Remoción de las masas sobre el Geoide $-2\pi G \bar{\rho} Hn$
(tomando en consideración que $\bar{\rho}$ es el valor de densidad media).
- 👉 Reducción al Geoide vía corrección de aire libre C_{AL}
- 👉 Corrección del terreno C_T
- 👉 Restaurar las masas condensadas $2\pi G \bar{\rho} Hn$

La aplicación del método de Stokes presupone la inexistencia de masas externas al geoide. La supresión de las masas topográficas (externas al geoide) acarrea un nuevo problema, es decir, “produce” una Tierra Ficticia como la consecuente alteración del potencial de gravedad. En tales condiciones, la Fórmula de Stokes proporcionará la separación entre el elipsoide de referencia y un “geoide ficticio”, designado por **co-geoide**.

2.9.4.2 Efecto indirecto

Resultante de la eliminación de las masas topográficas y compensadas, se tiene la superficie equipotencial de la Tierra ficticia, esta superficie está denominada, conforme ya se vio, de *co-geoide*. Lo que interesa determinar por uso de la segunda condensación de Helmert es la separación entre el co-geoide y el geoide, la corrección que nos conduce a este objetivo se denomina *efecto indirecto* (δg) (Heiskanen & Moritz, 1985).

La expresión que permite el desarrollo de este efecto está dada por la aplicación de la fórmula de Bruns a la diferencia del potencial δW (Tierra A., 2003), es decir:

$$N_{ind} = \frac{\delta W}{\gamma} \quad (2.56)$$

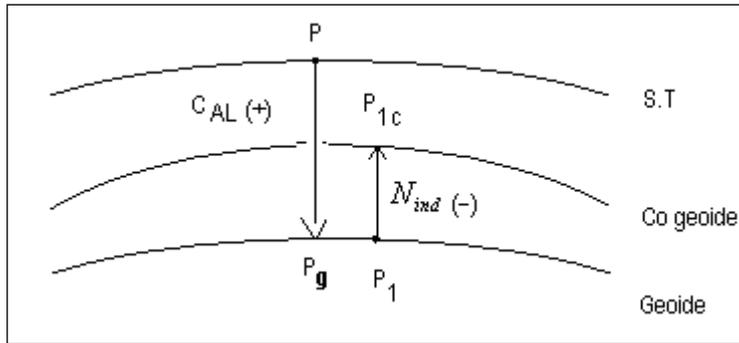
La diferencia del potencial δW será diferente y dependerá de la reducción gravimétrica usada, por lo tanto a cada reducción gravimétrica corresponde un Co-geoide diferente.

Mas allá, la variación sufrida por el potencial implica una alteración en el valor de gravedad reducida al Geoide, por lo que, antes de la aplicación de la fórmula de Stokes, las anomalías deben ser reducidas al co-geoide mediante una reducción de aire libre sobre N_{ind} (Tierra A., 2003):

$$\delta g = \frac{\partial g}{\partial h} N_{ind} \quad (2.57)$$

donde, δg es conocida como efecto indirecto sobre la gravedad y sus valores en general son de orden de pocos mGal (Tierra A., 2003).

Fig. 2.19 Comparación entre C_{AL} con el efecto indirecto



La comparación de la C_{AL} con el efecto indirecto se muestra de acuerdo a la Fig.2.19 en la que se puede apreciar el por qué del signo negativo de la ecuación 2.59. Tomando en cuenta que N_{ind} es una distancia que considera la variación de altura entre el geode y el co-geode.

Para nuestro país esta última expresión es igual a:

$$\delta g \cong \frac{\partial \gamma}{\partial h} = 0.3077 N_{ind} \quad (2.58)$$

Sin embargo esta incógnita N_{ind} se desarrolla por:

$$N_{ind} = -\frac{\pi \bar{G} \rho H n_{(P)}^2}{\gamma} - \frac{\bar{G} \rho}{6\gamma} \iint_{\sigma} \frac{H n^3 - H n_{(P)}^3}{l_0^3} dx dy \quad (2.59)$$

El efecto indirecto del terreno en el Geode debido a la segunda condensación de Helmert aproximadamente (Tierra A., 2003) se determina por la ecuación 2.59, tomando en consideración que el segundo término en valor de miliGals es muy bajo y no será tomado en cuenta por efectos mínimos en el desarrollo final, entonces la ecuación queda:

$$N_{ind} \cong -\frac{\pi \bar{G} \rho H n_{(P)}^2}{\gamma} \quad (2.60)$$

donde:

- $H_{n(p)}$, es la altura del punto de cálculo en cm,
 π valor de $\text{PI}=3.14151692654$
 G constante de gravitación universal $6.672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Kg}^1 \text{s}^2$
 $\bar{\rho}$ densidad media de capa punto en unidades (kg/m^3) ,
 γ es el valor de la gravedad normal en mGals.

La determinación de anomalías residuales toma en cuenta de acuerdo a su metodología parte de la técnica que a continuación se describe.

2.9.5 Anomalía de gravedad a partir de un modelo geopotencial

Partiendo de la ecuación:

$$\Delta g_{MG} = \bar{g} \sum_{n=2}^{n_{\text{máx}}} (n-1) \sum_{m=0}^n [\bar{J}_{nm} \cos(m\lambda_p) + \bar{K}_{nm} \sin(m\lambda_p)] \bar{P}_{nm}(\sin \phi_p) \quad (2.61)$$

donde:

\bar{g} : es la gravedad media de la Tierra.

\bar{P}_{nm} Función asociada de Legendre normalizada se calcula por medio de la siguiente expresión:

$$\bar{P}_{nm}(\cos \theta) = \left[\frac{2(n-m)!(2n+1)}{(n+m)!} \right]^{1/2} P_{nm}(\cos \theta) \quad (2.62)$$

Siendo $P_{nm}(\cos \theta)$:

$$P_{nm}(\cos \theta) = [1 - (\cos \theta)^2]^{m/2} \cdot \frac{d^m}{d(\cos \theta)^m} [P_n(\cos \theta)] \quad (2.63)$$

Si m no es cero – esto es para $m=1,2,\dots,n$ – las funciones $P_{nm}(\cos \theta)$ se llaman funciones asociadas de Legendre, aquí algunos de ellos:

$$\begin{aligned}
P_{11}(\cos \theta) &= \text{sen } \theta, \\
P_{21}(\cos \theta) &= 3 \text{sen } \theta \cos \theta, \\
P_{22}(\cos \theta) &= 3 \text{sen}^2 \theta, \\
P_{31}(\cos \theta) &= \text{sen } \theta \left(\frac{15}{2} \cos^2 \theta - \frac{3}{2} \right), \\
P_{32}(\cos \theta) &= 15 \text{sen}^2 \theta \cos \theta, \\
P_{33}(\cos \theta) &= 15 \text{sen}^3 \theta,
\end{aligned}$$

Ahora si $m = 0$, no hay raíz cuadrada, por consiguiente los $P_n(\cos \theta)$ son sencillamente polinomios en $(\cos \theta)$ llamados $P_n(\cos \theta)$ Polinomios de Legendre, calculados a partir de:

$$P_n(\cos \theta) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d(\cos \theta)^n} [(\cos \theta)^2 - 1]^n \quad (2.64)$$

Aquí los primeros polinomios de Legendre:

$$\begin{aligned}
P_0(\cos \theta) &= 1, \\
P_1(\cos \theta) &= \cos \theta, \\
P_2(\cos \theta) &= \frac{3}{2} (\cos \theta)^2 - \frac{1}{2}, \\
P_3(\cos \theta) &= \frac{5}{2} (\cos \theta)^3 - \frac{3}{2} \cos \theta, \\
P_4(\cos \theta) &= \frac{35}{8} (\cos \theta)^4 - \frac{15}{4} (\cos \theta)^2 + \frac{3}{8}, \\
P_5(\cos \theta) &= \frac{63}{8} (\cos \theta)^5 - \frac{35}{4} (\cos \theta)^3 + \frac{15}{8} \cos \theta
\end{aligned}$$

2.9.6 Técnica Remove – Restore

Técnica que permite combinar la información de la larga longitud de onda del campo de gravedad –provista por un modelo de geopotencial (EGM96)- con la de longitudes de ondas cortas a partir del uso apropiado de

las anomalías gravimétricas en la resolución de la integral de Stokes y de modelos digitales de terreno.

Esta técnica contribuirá en la remoción del modelo geopotencial a la anomalía resultante de la condensación de Helmert, obteniendo así los valores de anomalía de gravedad residual (Δg_{res}), para este caso está dada por la diferencia de la anomalía de gravedad resultante de la condensación de Helmert con la de anomalía de gravedad resultante del modelo geopotencial para nuestro país.

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{AL} + C_T + \delta g - \Delta g_{MG} \quad (2.65)$$

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1 EVALUACIÓN DE LA INFORMACIÓN EXISTENTE

Dentro de la metodología para la determinación de anomalías residuales para nuestro país existieron dos insumos primordiales para el desenvolvimiento de este. El primero que consistió en la evaluación de anteriores interpolaciones

del SRTM (Shuttle Radar Topographic Mission) ubicadas en Kirby E. (2007), en particular en zonas cercanas a las coordenadas $\phi = - 6^\circ$, $\lambda = - 81^\circ$, y $\phi = - 6.35^\circ$, $\lambda = - 80.50^\circ$, y la segunda que se toma en cuenta los 5527 puntos de gravedad observables (ver ANEXO A) sobre la superficie terrestre cuya fuente de primera mano ha sido la Subcomisión de Gravedad y Geoide para América del Sur por medio de la colaboración directa del Dr. Ing. Alfonso Tierra, archivo que se encuentra en Microsoft Excel con extensión *.xls, que posteriormente se transformará a dbf IV, extensión que identifica el paquete ARCGIS para relacionar atributos espaciales con bases de datos.

De acuerdo a estudios y metodologías aplicados en nuestro país, para una interpolación realizada a un SRTM, el mejor interpolador conforme a recomendaciones es “Distancia ponderada”, algoritmo que se ejecutó bajo la plataforma del ERDAS IMAGINE 8.4 para cerca de 70 píxeles cuyos valores oscilaban por encima del valor máximo conocido de 6136 m.s.n.m.m. (altura máxima para nuestro país ya que representa el valor del píxel sobre el Chimborazo), (ver ANEXO B y D).

3.2 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA ANOMALÍA DE AIRE LIBRE

Si se toman medidas gravimétricas en dos puntos de altitudes diferentes, aquellas diferirán, en particular porque en la fórmula:

$$F = G \frac{M}{d^2} \quad ;$$

d^2 , no es el mismo para los dos puntos (si h es la diferencia de altitud, en un punto $F = G \frac{M}{d^2}$ y en el otro $F = G \frac{M}{(d+h)^2}$). De aquí que sea necesario

corregir el efecto de la diferencia de altitud entre las estaciones, lo cual equivale a considerar que todas las medidas han sido realizadas en una superficie de altitud constante llamada “nivel de referencia”, esta referencia a menudo es el nivel medio de los mares. (Altitud cero).

De acuerdo a la ecuación planteada en este capítulo muestra que la medida será mayor si el gravímetro está más bajo que el nivel de referencia y menor si está más alto.

De acuerdo al capítulo anterior en la sección 2.9.1 la anomalía de aire libre es calculada por medio de la ecuación (2.40), en la que considera tres principales variables como lo son la corrección de aire libre (C_{AL}), valores consistentes de gravedad (g) que toman en cuenta la corrección atmosférica (δg_A) planteada por el estudioso Lemoine citado en Tierra A., 2003 en su ecuación (2.41) y finalmente valores de gravedad normal (γ); ecuación (2.27) y (2.28) para cada uno de los puntos con valores de gravedad observable en superficie. Su expresión final está dada por (2.40).

La anomalía de aire libre al igual que sus variables son medibles en mGals dependerá de la latitud y altura de acuerdo a la dispersión y heterogeneidad de los datos.

Cada uno de los puntos que fueron ingresados para el cálculo poseen latitud, longitud y altura nivelada en metros con el fin de poder evaluar la diferencia de altura entre la superficie terrestre donde se los midió con el gravímetro (instrumento que por medio de lecturas que registra por el cambio de densidades de las capas terrestres las convierte en mGals luego en gabinete) y la superficie conocida como geoide.

Todos los cálculos y resultados de acuerdo a esta metodología que no considera efectos de terreno se encuentran en el capítulo IV.

3.3 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA CORRECCIÓN DEL TERRENO

La metodología aplicada para este tema se desprende de la expresión (2.48), que de acuerdo a Forsberg lo integra por prismas en su programa TC (Topographic Correction), este considera algunos efectos como son:

- El efecto topográfico directo de todas las masas sobre el nivel del mar, para una densidad constante.
- Reducción topográfica/isostática.
- Corrección del terreno respecto a las irregularidades topográficas encima del plato de Bouguer (Kirby E., 2007).

Como la topografía es generalmente irregular, y su efecto no puede ser expresado de una forma analítica, es necesario recurrir a la integración numérica sobre la superficie de la Tierra con este objetivo, la superficie de la Tierra está dividida en compartimentos, la contribución de la topografía en el interior de cada célula es adherido individualmente, y entonces las contribuciones de todos los compartimentos son sumados para dar el efecto total.

Desde el punto de vista del proceso de cálculo, la superficie topográfica del SRTM⁷ está convertida en un modelo digital de elevación, sobre la forma de valores puntuales o medidos, está subdividida en sectores rectangulares o de preferencia cuadrangulares (Fig.3.1). Sabiendo que la información detallada del modelo digital de elevación (MDE) sólo será necesaria alrededor de la estación, se considera una tercera superficie, menos detallada, para efectos de cálculo de los efectos del modelo en zonas alejadas. Designando por MDE₁ que es el modelo digital de elevación detallado, el modelo menos detallado (MDE₂) y el modelo de referencia (MDE_{REF}).

Los efectos del modelo de terreno se calculan integrando prismas rectangulares, utilizando el MDE₁ hasta una cierta distancia R_0 (5km), y a partir

⁷ **SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)**; proyecto conjunto entre NIMA ahora NGA (National Geospatial Intelligence Agency) con las agencias espaciales de Alemania e Italia, consiste en un sistema de radar especialmente modificado que vuela a bordo de la nave Shuttle Endeavour. Utilizó la técnica de interferometría radar, en la cual 2 imágenes radar son tomadas de un mismo sitio desde dos posiciones diferentes.

de este hasta una distancia R_1 (167.735 km) con el modelo MDE_2 (ver Fig. 3.1 y 3.2). La utilización de un MDE con menos resolución a partir de una cierta distancia, tiene como objetivo la disminución de tiempo de cálculo.

Fig.3.1 Radios de las áreas de influencia en la Corrección Topográfica

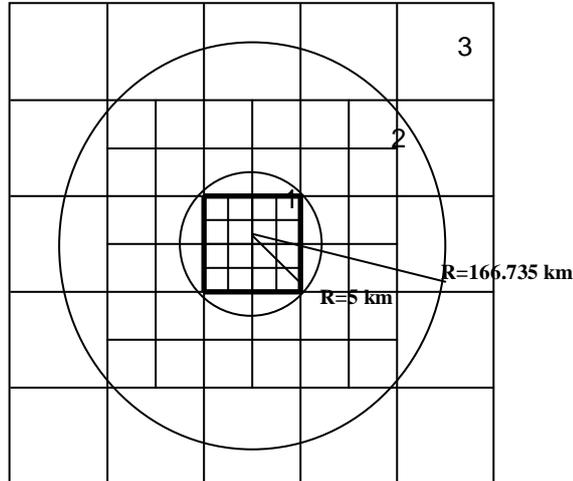
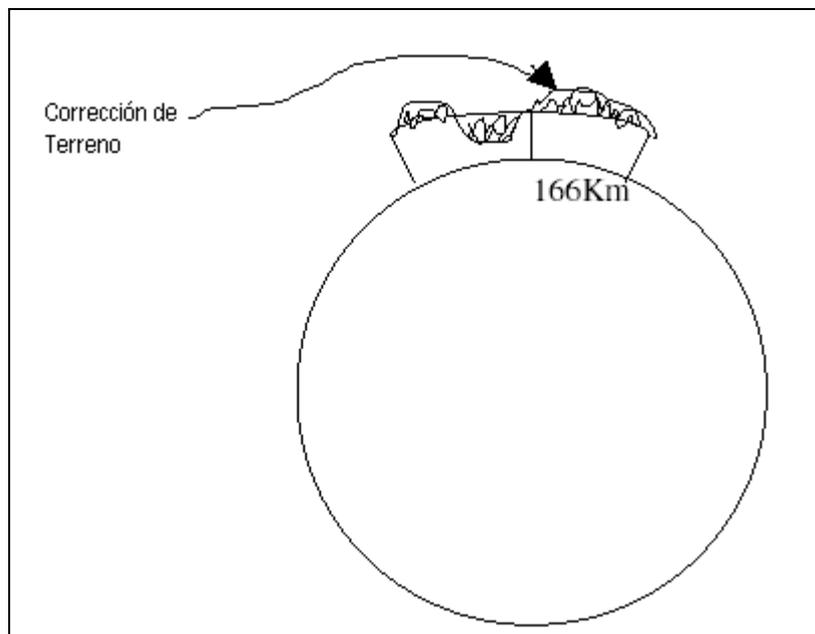


Fig.3.2 Radio de influencia en la Corrección Topográfica



Fuente: Arana J., 2000, adaptado por el autor

Con la evaluación del SRTM ya interpolado; con el método Distance Weight (distancia ponderada) del programa ERDAS IMAGINE 8.4; utiliza una función de pesos y un conjunto de puntos de datos de referencia dentro de lo que ERDAS llama como AOI (Area of Interest, por sus siglas en inglés) con el

fin de obtener una región de interpolación para la asignación del valor al píxel desconocido. Este método se utilizó finalmente para los píxeles cuyos valores se encontraban fuera de rango obteniéndose finalmente el SRTM interpolado para luego de formato *.img (extensión que maneja ERDAS para imágenes) pasarlo a *.dat (datos de cada píxel al que se asignará latitud, longitud y altura en WGS84) (ver anexo C), formato de ingreso para el uso de los programas usados por Forsberg.

Dentro de las necesidades para la ejecución de este programa TC (el desarrollo del programa TC se siguió de acuerdo a Kirby E, 2007, se encuentra:

- 3 MDEs (como en la Fig. 3.1) que se generaron por medio del uso del programa también diseñado por Forsberg; SELECTE (el desarrollo del programa SELECTE se siguió de acuerdo a Kirby E, 2007.

El programa TC lo que discrimina por falta de datos es:

- Asignar el valor de 9999 a lugares donde no existen valores de altura.
- De las 3 grillas de los MDE, sino cubren las áreas para el cálculo final de corrección del terreno, a estos les asigna el valor de 9999, asignándolo como supuesto ya del programa.
- Las alturas con valor de 9999, no son calculados para fines posteriores, con el fin de no afectar a la ejecución del TC.

3.4 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DEL EFECTO INDIRECTO DEBIDO A LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT

La eliminación o desplazamiento de masas que conllevan las reducciones de la gravedad cambian el potencial de gravedad y por lo tanto el geoide. Por consiguiente, la superficie calculada por la fórmula de Stokes partir de anomalía isostáticas, por ejemplo no es el geoide mismo sino el co-geoide

como se lo dijo en el anterior capítulo. Por tal razón a cada reducción de la gravedad le corresponde un co-geoide diferente.

La metodología que se aplicó para este cálculo se fundamentó en la utilización de la ecuación (2.60) y (2.58) tomando en cuenta que la mayoría de sus valores oscilan en muy pocos mGals para nuestro país.

3.5 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT

De acuerdo a lo que se establece en 2.62 en una pequeña cita se resume que: la segunda condensación de Helmert toma en consideración 4 etapas esenciales;

- Remoción de las masas sobre el Geoide $-2\pi G \bar{\rho} Hn$
- Reducción al Geoide vía corrección de aire libre C_{AL}
- Corrección del terreno C_T
- Restaurar las masas condensadas $2\pi G \bar{\rho} Hn$

Estas etapas fueron agrupadas por Helmert por medio de la ecuación (2.55)

Donde cada una de las variables que intervienen para éste cálculo en el área de estudio; fue determinada conforme metodologías ya descritas, encontrando así sus cálculos y resultados en el Capítulo IV.

3.6 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD UTILIZANDO EL MODELO GEOPOTENCIAL EGM96

Para calcular las contribuciones de la anomalía de gravedad a partir de un modelo geopotencial (MG) para un punto $P(\phi, \lambda)$ mediante la expresión en armónicos esféricos se desprende de la ecuación 2.61.

Para la determinación de anomalías residuales; se requiere la adición de un modelo de geopotencial para evaluar los efectos de atracción gravitacional por parte de todas las masas terrestres sobre el sector de estudio; que para este caso en particular es Ecuador, por tal razón la integración a la solución final, para estas anomalías residuales se desprenden de la ecuación anteriormente descrita; la misma que considera de acuerdo a los coeficientes del geopotencial normalizados, para orden y grado de 360.

El programa utilizado para esta anomalía es el GAVTGME.exe que se encuentra en lenguaje fortran cuyos creadores son Lemoine y ET. AL (ver ANEXO E), éste presenta además un archivo como fichero adjunto en el que se encuentran los coeficientes del geopotencial con grado y orden 360, datos que permiten la obtención de la anomalía de gravedad por efectos del modelo geopotencial EGM96.

CAPÍTULO IV

CÁLCULOS Y RESULTADOS

4.1 RESULTADOS DE LA INTERPOLACIÓN DEL DEM DEL SHUTTLE RADAR MISSION (SRTM)

Reconociendo el área de trabajo alrededor de Ecuador continental dos grados a la redonda, y ya existiendo gran parte de la zona muy bien interpolada lo que se tenía para una primera revisión eran valores que se desprendían de un archivo SRTM de coordenadas extremas:

TABLA 4.1 Resultado de la información inicial	
Características Total de píxeles	Cantidad
Columnas	1080
Filas	1200
Total número de píxeles	1'296.000
Valor máximo de píxeles	10755
Valor mínimo de píxeles	-1
Media	570.765
Desviación estándar	899.092
Elipsoide de referencia	WGS84

El número total de píxeles correspondientes a la zona de Ecuador continental estiman cerca de (6987*7800) píxeles (Kirby E., 2007), este número total no considera las zonas de la isla Puná ni mucho menos la Isla de la Plata, y el archipiélago de Galápagos.

El área de influencia de este archivo SRTM es el mostrado en la Fig. 4.1.

Fig. 4.1 Área de estudio del proyecto de Anomalías residuales

(-83,3.5)

(-73,3.5)

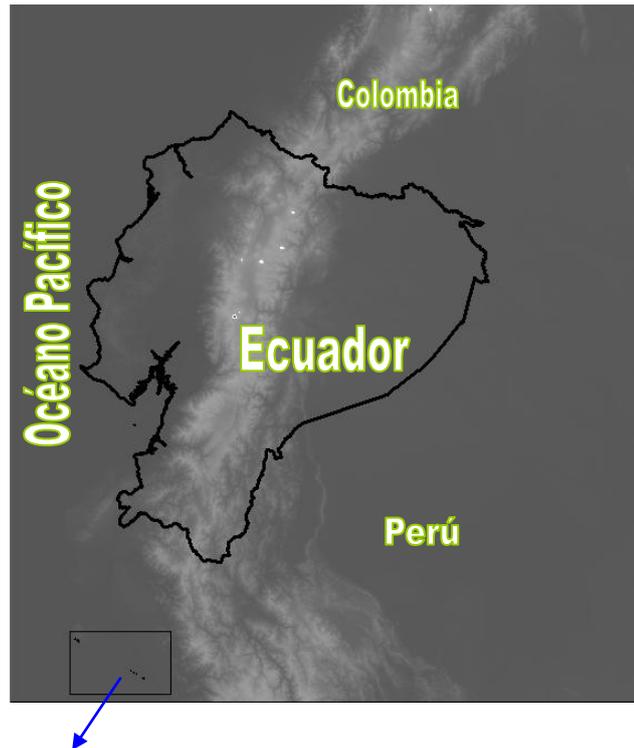


(-83,-7)

(-73,-7)

A partir de la información existente, lo que aún faltaba por determinar valores de algunos píxeles de acuerdo a su ubicación, eran los encontrados en la parte inferior izquierda de acuerdo a la fig. 4.2 en coordenadas aproximadas a $\phi = - 6^\circ$, $\lambda = - 81^\circ$, y $\phi = - 6.35^\circ$, $\lambda = - 80.50^\circ$, coordenadas de los puntos finales de la diagonal del rectángulo al que se contenían.

Fig. 4.2 Zona de interpolación por falta de datos.



Zona Interpolación (holes, ausencia de información)

Como se lo dijo en el capítulo anterior el método de interpolación para encontrar valores semejantes a los de la zona ya descrita observada en la Fig.4.2 (zona de rectángulo color negro) es Distance Weight (distancia ponderada) del programa ERDAS IMAGINE 8.4; método que utiliza una función de pesos y un conjunto de puntos de datos de referencia dentro de lo que ERDAS llama como AOI (Area of Interest, por sus siglas en inglés) con el fin de obtener una región de interpolación para la asignación del valor al píxel desconocido. Encontrando valores finales ubicados en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 Resultado de la información final del
--

SRTM		
Características	Total de píxeles	Cantidad
Columnas		1080
Filas		1200
Total número de píxeles		1'296.000
Valor máximo de píxeles		6136
Valor mínimo de píxeles		0
Media		560.979
Desviación estándar		886.479
Elipsoide de referencia		WGS84

El proceso de interpolación como tal se encuentra en el anexo D.

4.2 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE

Aplicando la ecuación 2.45 de la sección 2.9.1 del capítulo II toma en cuenta variables como la altura nivelada que se encuentra en metros, la corrección de aire libre, valores de gravedad corregidos por efectos atmosféricos, y gravedad normal en unidades de mGals. Las anomalías de aire libre para cerca de 50 puntos como muestra de los 5527 presentan valores como los que se presentan en la tabla 4.3.

Tabla 4.3 Valores de Anomalías de Aire Libre para los primeros 100 puntos medidos en mGals

ID	LATITUD	LONGITUD	HN	g	γ	C_{AL}	Δg_{AL}
	(°)	(°)	(m)	(mGals)	(mGals)	(mGals)	(mGals)
1	0,858	-77,957	3380,5	977190,6	978033,692	1039,409	196,317
2	0,857	-77,966	3316	977202,6	978033,690	1019,593	188,503
3	0,855	-77,926	3701,3	977119,3	978033,683	1137,961	223,577
4	0,85	-77,918	3889,9	977072,3	978033,680	1195,893	234,512
5	0,853	-77,931	3652	977128,9	978033,678	1122,817	218,038
6	0,851	-77,936	3581,4	977144,4	978033,672	1101,129	211,856
7	0,847	-77,905	3735,3	977097	978033,663	1148,405	211,741
8	0,842	-77,897	3666,2	977107,3	978033,650	1127,179	200,829
9	0,831	-77,757	2921,2	977246,7	978033,620	898,284	111,364
10	0,830	-77,775	3080,5	977210,8	978033,618	947,234	124,416
11	0,826	-77,706	2966	977238,2	978033,608	912,051	116,642
12	0,825	-77,680	2864,2	977255,2	978033,604	880,768	102,364
13	0,824	-77,747	2945,9	977242,8	978033,603	905,874	115,071
14	0,823	-77,719	2873,6	977255,2	978033,600	883,657	105,256
15	0,823	-77,784	3006,9	977229	978033,599	924,619	120,020
16	0,822	-77,738	2938,7	977244,9	978033,598	903,662	114,963
17	0,822	-77,694	2906,9	977245,2	978033,597	893,890	105,492
18	0,822	-77,714	2917,1	977244,9	978033,596	897,024	108,328
19	0,822	-77,709	2920,7	977243,7	978033,596	898,131	108,234
20	0,821	-77,683	2922,4	977243,4	978033,595	898,653	108,458
21	0,818	-77,673	2852,7	977255,9	978033,586	877,234	99,548
22	0,817	-77,874	3439,9	977143,4	978033,583	1057,659	167,475
23	0,816	-77,663	2765,2	977273,7	978033,583	850,344	90,461
24	0,816	-77,702	2936,8	977238,8	978033,580	903,078	108,297
25	0,814	-77,998	3532,3	977148,5	978033,575	1086,045	200,969

26	0,813	-77,706	2935,9	977239	978033,573	902,801	108,228
27	0,813	-77,869	3397,6	977152,9	978033,573	1044,663	163,990
28	0,813	-77,860	3271,8	977179,6	978033,573	1006,013	152,040
29	0,813	-77,851	3185,8	977197,5	978033,573	979,589	143,516
30	0,813	-77,802	3086,6	977213,5	978033,573	949,109	129,036
31	0,813	-77,784	2953,7	977237,6	978033,573	908,271	112,298
32	0,813	-77,748	2965,8	977236,6	978033,573	911,989	115,016
33	0,812	-77,963	3734,9	977108,6	978033,570	1148,282	223,312
34	0,812	-77,894	3528,1	977122,9	978033,570	1084,755	174,084
35	0,811	-77,955	3850	977081,8	978033,569	1183,637	231,868
36	0,811	-77,890	3523,1	977123,5	978033,569	1083,219	173,1500
37	0,810	-77,903	3574,7	977114,1	978033,567	1099,071	179,603
38	0,810	-77,71	2939,3	977238,7	978033,566	903,846	108,980
39	0,810	-77,985	3611,8	977133,6	978033,565	1110,468	210,502
40	0,809	-77,972	3674,3	977121,5	978033,564	1129,667	217,603
41	0,809	-77,869	3399,5	977151,6	978033,563	1045,247	163,284
42	0,808	-77,860	3311,2	977171,1	978033,562	1018,118	155,656
43	0,808	-77,833	3116,3	977210,3	978033,562	958,235	134,972
44	0,808	-77,851	3184,5	977197,2	978033,561	979,190	142,828
45	0,808	-77,856	3223,1	977190	978033,561	991,050	147,488
46	0,808	-77,838	3126,4	977208,2	978033,561	961,338	135,977
47	0,808	-77,865	3403	977150,3	978033,560	1046,322	163,062
48	0,807	-77,953	3917,9	977067,7	978033,559	1204,493	238,633
49	0,807	-77,878	3449,3	977139,1	978033,558	1060,546	166,088
50	0,805	-77,936	4031,4	977032,3	978033,554	1239,354	238,100
51	0,804	-77,851	3193,4	977195,7	978033,552	981,925	144,072
52	0,804	-77,847	3167,9	977200,5	978033,551	974,089	141,038
53	0,804	-77,838	3130,6	977208,1	978033,551	962,629	137,177
54	0,804	-77,820	3097,6	977213,2	978033,550	952,489	132,138
55	0,804	-77,784	2964,4	977237,9	978033,550	911,559	115,909
56	0,803	-77,775	2932,5	977244,2	978033,549	901,757	112,407
57	0,803	-77,748	3044,3	977217,9	978033,549	936,111	120,461
58	0,803	-77,793	3063,1	977217	978033,549	941,888	125,338
59	0,803	-77,811	3162,3	977199,2	978033,548	972,369	138,020
60	0,802	-77,824	3102,9	977214,4	978033,547	954,117	134,970
61	0,802	-77,924	3962,3	977039,9	978033,546	1218,131	224,484
62	0,802	-77,946	4039,7	977036,1	978033,545	1241,903	244,458
63	0,802	-77,911	3887,8	977051,6	978033,545	1195,248	213,303
64	0,801	-77,721	2929,2	977242,3	978033,544	900,743	109,498
65	0,800	-77,920	3941,2	977040,6	978033,541	1211,650	218,708
66	0,800	-77,928	4004,3	977033,3	978033,540	1231,031	230,790
67	0,799	-77,838	3148,9	977203,8	978033,539	968,251	138,512

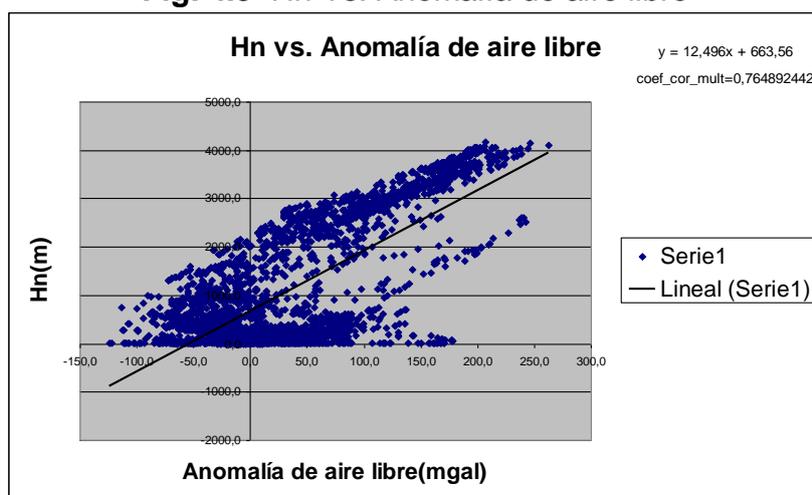
68	0,799	-77,856	3227	977188	978033,539	992,248	146,709
69	0,799	-77,820	3121,2	977209,7	978033,539	959,740	135,901
70	0,799	-77,860	3280,7	977177,6	978033,538	1008,747	152,809
71	0,799	-77,874	3449,8	977140,6	978033,537	1060,700	167,762
72	0,798	-77,909	3855,1	977057,6	978033,535	1185,204	209,268
73	0,798	-77,724	2937,7	977240,6	978033,535	903,355	110,419
74	0,797	-77,869	3396	977157,7	978033,532	1044,172	168,339
75	0,795	-77,847	3196,4	977195,3	978033,528	982,846	144,617
76	0,795	-77,729	2947,2	977239,1	978033,528	906,274	111,846
77	0,795	-77,838	3143,9	977205,6	978033,527	966,715	138,787
78	0,794	-77,842	3169,3	977200,5	978033,527	974,520	141,492
79	0,794	-77,815	3146,5	977204,6	978033,527	967,514	138,587
80	0,794	-77,874	3456,4	977138,7	978033,526	1062,728	167,901
81	0,794	-77,860	3284,9	977176,9	978033,525	1010,038	153,412
82	0,793	-77,901	3778,1	977069,7	978033,524	1161,552	197,728
83	0,793	-77,733	2945,9	977240,7	978033,524	905,874	113,050
84	0,793	-77,869	3381,9	977156,7	978033,522	1039,840	163,017
85	0,791	-77,897	3746,8	977075,3	978033,519	1151,938	193,718
86	0,791	-77,847	3206,8	977192,7	978033,518	986,042	145,223
87	0,791	-77,842	3171,8	977200,2	978033,517	975,288	141,970
88	0,790	-77,833	3128,4	977208,4	978033,517	961,953	136,836
89	0,790	-77,856	3279,8	977177,8	978033,516	1008,471	152,755
90	0,790	-77,829	3120,4	977209,8	978033,515	959,494	135,779
91	0,789	-77,820	3133,8	977207,3	978033,514	963,612	137,397
92	0,789	-77,815	3155,3	977203	978033,513	970,218	139,704
93	0,788	-77,869	3456,1	977140,9	978033,512	1062,636	170,023
94	0,787	-77,847	3274,1	977178	978033,508	1006,720	151,211
95	0,787	-77,738	2965,9	977238,6	978033,507	912,020	117,112
96	0,786	-77,838	3146,6	977205,7	978033,506	967,545	139,738
97	0,786	-77,874	3470,8	977137,1	978033,505	1067,152	170,746
98	0,786	-77,829	3173,5	977199,6	978033,505	975,810	141,904
99	0,785	-77,851	3330,5	977166,1	978033,504	1024,048	156,643
100	0,785	-77,820	3152,7	977204,9	978033,503	969,419	140,815

Las estadísticas de los 5527 para la anomalía de aire libre se presentan en la tabla 4.4

Tabla 4.4 Resumen de estadísticas de Δg_{AL} de los 5527 puntos	
Media (mGal)	12,307
Desviación estándar (mGal)	65,3642
Varianza de la muestra (mGal ²)	4272,538
Mínimo (mGal)	-123,845
Máximo (mGal)	262,893
Suma (mGal)	68023,489
Cuenta	5527

La relación existente entre la altura nivelada medida en metros y los valores de anomalía de aire libre medidos en mGals de acuerdo a la regresión lineal aplicada presentan una relación directamente proporcional. Tomado en consideración que a mayores incrementos de altura mayores serán los incrementos de esta anomalía (ver Fig. 4.3).

Fig. 4.3 Hn Vs. Anomalía de aire libre

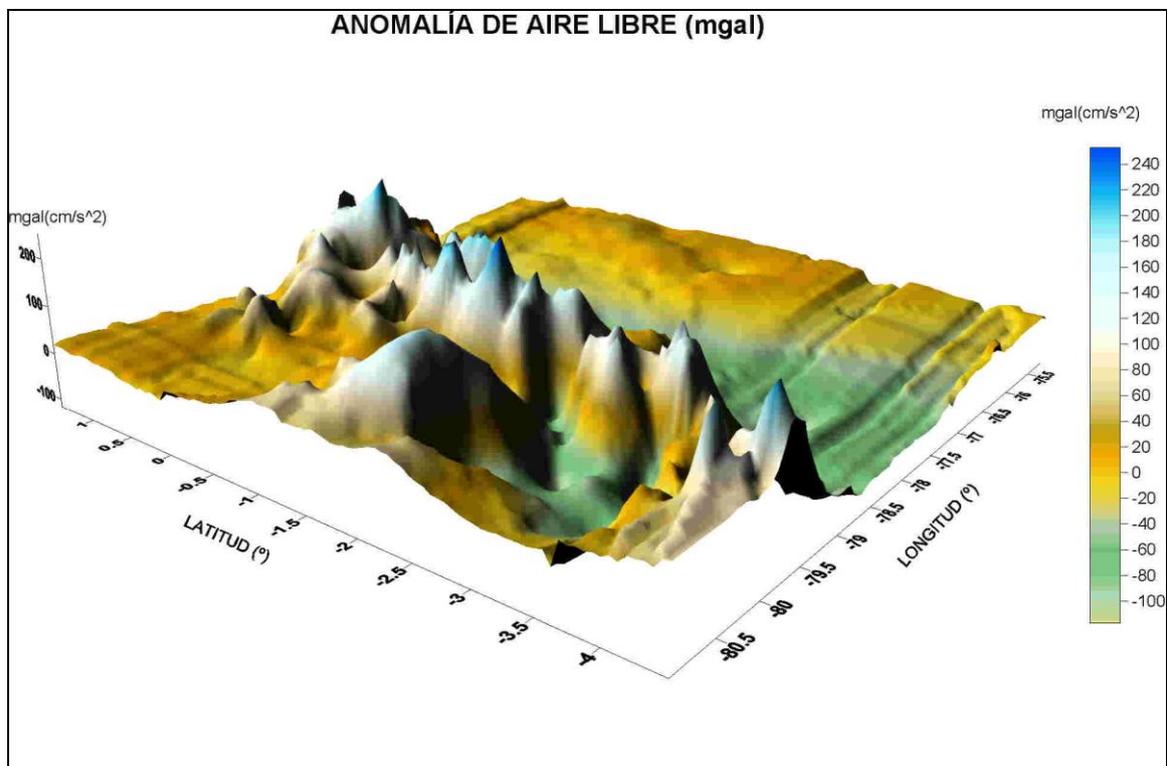


El coeficiente de correlación lineal es cerca de 0.76, corroborando la relación entre estas dos variables de forma directa.

Los resultados de esta anomalía se representan en la figura (ver Fig. 4.4) con el objetivo de poder considerar la dependencia tanto de la altura como de la latitud de acuerdo a lo que se muestra en la ecuación 2.45. Además cabe considerar que los valores del sur oriente frontera con el Perú no se interpolaron, ya que la disponibilidad de datos para esta región es nula.

Con el mapa de anomalías de aire libre para el país entero toma en consideración solo la parte continental, se propuso obtener un modelo tridimensional con el objetivo de representar la intervención de la Cordillera de los Andes y parte de la Cordillera de Colonche en la Provincia del Guayas (Ver Fig. 4.5). Así se pudo afianzar la relación directa a la que verificamos entre estas dos variables que se consideró. Esto se realizó con el interpolador de kriging con el objetivo de poder espacializar e interpretar luego para un modelo tridimensional la relación con la variable independiente que en este caso lo es la altura nivelada.

Fig. 4.5 Modelo tridimensional de las anomalías de aire libre para el Ecuador continental.



4.3 RESULTADOS DE LA CORRECCIÓN TOPOGRÁFICA UTILIZANDO EL PROGRAMA TC DISEÑADO POR FORSBERG

La tabla 4.5 que presenta los resultados de corrección topográfica, es el obtenido a partir del ingreso de 3 grillas de diferente densificación, grillas que son necesarias para el ingreso al programa TC (el desarrollo del programa SELECTE se siguió de acuerdo a Kirby E, 2007). Este corrige por irregularidades del terreno a un fichero de puntos que contiene datos de gravedad observable sobre la superficie terrestre, entregando los resultados en unidades de miliGals. La expresión de la que se desprendió este desarrollo es la (2.48) evaluada como se lo describió por Forsberg y presentada en la última columna de esta tabla 4.5 en unidades de miligals.

Tabla 4.5 Valores de corrección topográfica para los primeros 100 puntos medidos en mGals				
ID	LATITUD	LONGITUD	HN	C_T
	(°)	(°)	(m)	(mGals)
1	0,858	-77,958	3380,5	24,636
2	0,858	-77,967	3316	23,805
3	0,855	-77,927	3701,3	23,563
4	0,854	-77,918	3889,9	25,760
5	0,853	-77,932	3652	20,983
6	0,851	-77,936	3581,4	26,301
7	0,848	-77,905	3735,3	29,851
8	0,843	-77,898	3666,2	22,590
9	0,831	-77,757	2921,2	6,293
10	0,830	-77,775	3080,5	10,452
11	0,827	-77,707	2966	9,919
12	0,825	-77,681	2864,2	6,015
13	0,825	-77,748	2945,9	6,621
14	0,824	-77,719	2873,6	6,986
15	0,823	-77,784	3006,9	6,395
16	0,823	-77,738	2938,7	9,230
17	0,823	-77,694	2906,9	5,499
18	0,822	-77,715	2917,1	5,900
19	0,822	-77,710	2920,7	5,012

20	0,822	-77,683	2922,4	9,016
21	0,818	-77,674	2852,7	6,593
22	0,817	-77,874	3439,9	18,631
23	0,817	-77,664	2765,2	10,881
24	0,816	-77,703	2936,8	6,807
25	0,814	-77,999	3532,3	39,939
26	0,813	-77,706	2935,9	6,649
27	0,813	-77,870	3397,6	16,092
28	0,813	-77,860	3271,8	13,940
29	0,813	-77,852	3185,8	13,427
30	0,813	-77,802	3086,6	11,325
31	0,813	-77,784	2953,7	7,067
32	0,813	-77,748	2965,8	7,342
33	0,812	-77,964	3734,9	27,857
34	0,812	-77,894	3528,1	17,866
35	0,812	-77,955	3850	36,218
36	0,812	-77,891	3523,1	17,885
37	0,811	-77,904	3574,7	23,470
38	0,810	-77,710	2939,3	6,533
39	0,810	-77,986	3611,8	36,832
40	0,810	-77,973	3674,3	26,420
41	0,809	-77,870	3399,5	15,560
42	0,809	-77,861	3311,2	12,390
43	0,809	-77,834	3116,3	8,148
44	0,809	-77,852	3184,5	12,789
45	0,809	-77,856	3223,1	13,895
46	0,808	-77,838	3126,4	8,849
47	0,808	-77,865	3403	18,220
48	0,808	-77,954	3917,9	36,432
49	0,807	-77,879	3449,3	15,477
50	0,806	-77,937	4031,4	54,157
51	0,805	-77,852	3193,4	11,911
52	0,805	-77,847	3167,9	10,402
53	0,805	-77,838	3130,6	9,610
54	0,804	-77,820	3097,6	8,972
55	0,804	-77,784	2964,4	9,890
56	0,804	-77,775	2932,5	6,209
57	0,804	-77,748	3044,3	14,004
58	0,804	-77,794	3063,1	10,488
59	0,803	-77,811	3162,3	13,359
60	0,803	-77,825	3102,9	7,843
61	0,803	-77,925	3962,3	45,473

62	0,802	-77,946	4039,7	36,124
63	0,802	-77,912	3887,8	31,367
64	0,802	-77,721	2929,2	7,960
65	0,801	-77,920	3941,2	35,475
66	0,800	-77,929	4004,3	33,069
67	0,800	-77,838	3148,9	10,627
68	0,800	-77,856	3227	13,272
69	0,800	-77,820	3121,2	8,376
70	0,799	-77,861	3280,7	12,321
71	0,799	-77,874	3449,8	19,879
72	0,798	-77,909	3855,1	32,440
73	0,798	-77,725	2937,7	7,243
74	0,797	-77,870	3396	16,537
75	0,796	-77,847	3196,4	11,378
76	0,795	-77,729	2947,2	7,000
77	0,795	-77,838	3143,9	9,888
78	0,795	-77,843	3169,3	10,215
79	0,795	-77,816	3146,5	9,588
80	0,795	-77,874	3456,4	20,112
81	0,794	-77,861	3284,9	13,354
82	0,794	-77,902	3778,1	32,612
83	0,794	-77,734	2945,9	8,348
84	0,793	-77,870	3381,9	14,219
85	0,792	-77,898	3746,8	28,226
86	0,791	-77,847	3206,8	12,572
87	0,791	-77,843	3171,8	10,808
88	0,791	-77,834	3128,4	9,406
89	0,790	-77,856	3279,8	13,227
90	0,790	-77,829	3120,4	9,914
91	0,790	-77,820	3133,8	8,963
92	0,790	-77,816	3155,3	11,292
93	0,789	-77,870	3456,1	20,538
94	0,788	-77,847	3274,1	14,183
95	0,787	-77,738	2965,9	9,535
96	0,787	-77,838	3146,6	10,418
97	0,786	-77,874	3470,8	16,748
98	0,786	-77,829	3173,5	12,132
99	0,786	-77,852	3330,5	14,506
100	0,785	-77,820	3152,7	8,810

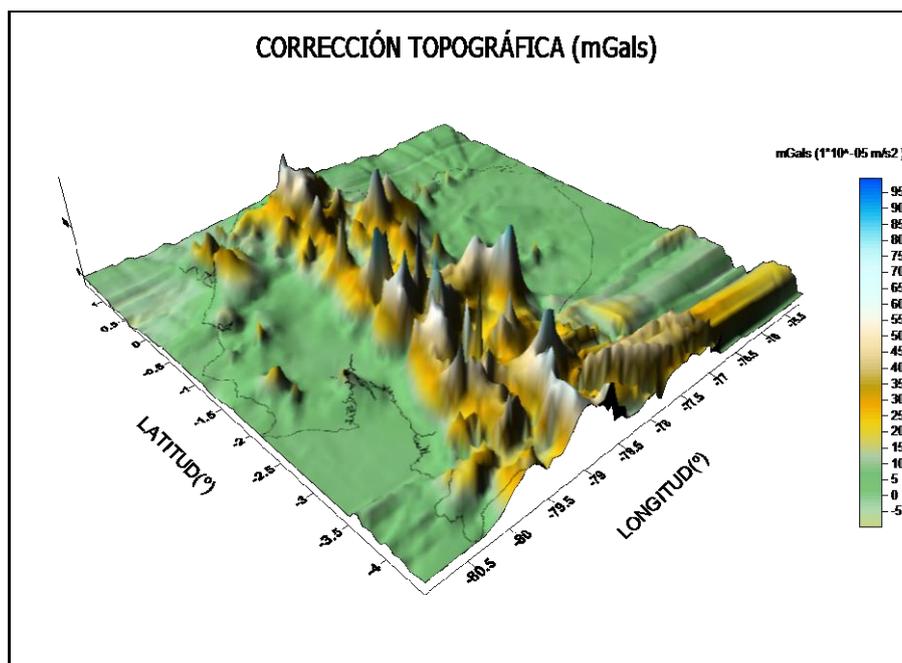
La muestra para esta corrección es de los 100 primeros puntos de un total de 5527 considerando para este cálculo una densidad media de 2.5

gr/cm³, para la ejecución del programa TC, cuyas estadísticas se presentan en la tabla 4.6.

Tabla 4.6 Resumen de estadísticas de C_T de los 5527 puntos	
Media (mGal)	9,498
Desviación estándar (mGal)	14,547
Varianza de la muestra (mGal ²)	211,623
Mínimo (mGal)	0
Máximo (mGal)	118,395
Suma (mGal)	52497,625
Cuenta	5527

La representación cartográfica para esta corrección de acuerdo a la última columna de datos de la tabla 4.5 se encuentra en la Fig. 4.7. Además la representación tridimensional se observa en la Fig. 4.6. Esto se da con el fin de representar gráficamente como la corrección de terreno interactúa sobre Ecuador continental en relación a su gradiente de gravedad, con el único objetivo de poder espacializar e identificar como el gradiente de gravedad es mayor para zonas montañosas, y va disminuyendo conforme se aleje de zonas a las que la atracción por efecto de masas terrestres sea menor.

Fig.4.6 Modelo tridimensional de la corrección del terreno



4.4 RESULTADOS DEL EFECTO INDIRECTO DEBIDO A LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT

De acuerdo a la ecuación (2.60) del capítulo II, los resultados en la tabla 4.7 consideran aproximaciones que no diferirían en cantidades representativas de miliGals si se hubiese usado la ecuación (2.59), por tal razón lo que se presenta son resultados en la que no se considera el efecto de la doble integral para esta última ecuación, ya que el aporte para la expresión (2.58) no son muy significativos.

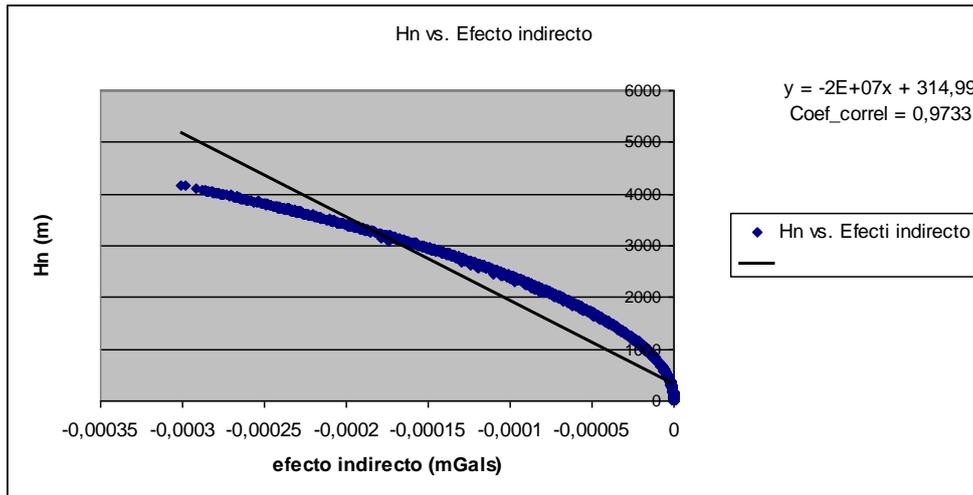
Tabla 4.7 Valores del efecto indirecto δg por acción de la segunda condensación de Helmert para 100 puntos medidos en mGals						
ID	LATITUD	LONGITUD	ρ	HN	Nind	δg
	(°)	(°)	(gr/cm ³)	(m)	(cm)	(mGals)
1	0,8584	-77,958	2,62	3380,500	-0,064168	-1,97E-04
2	0,8575	-77,967	2,62	3316,00	-0,061742	-1,90E-04
3	0,8551	-77,927	2,62	3701,300	-0,076924	-2,37E-04
4	0,854	-77,918	2,62	3889,900	-0,084963	-2,61E-04
5	0,8534	-77,932	2,62	3652,000	-0,074888	-2,30E-04
6	0,851	-77,936	2,62	3581,400	-0,072021	-2,22E-04
7	0,8477	-77,905	2,62	3735,300	-0,078344	-2,41E-04
8	0,8426	-77,898	2,62	3666,200	-0,075472	-2,32E-04
9	0,8312	-77,757	2,62	2921,200	-0,047915	-1,47E-04
10	0,8304	-77,775	2,62	3080,500	-0,053284	-1,64E-04
11	0,8267	-77,7067	2,62	2966,000	-0,049396	-1,52E-04
12	0,825	-77,6808	2,62	2864,200	-0,046064	-1,42E-04
13	0,8247	-77,7478	2,62	2945,900	-0,048729	-1,50E-04
14	0,8236	-77,7194	2,62	2873,600	-0,046367	-1,43E-04
15	0,8231	-77,7844	2,62	3006,900	-0,050768	-1,56E-04
16	0,8229	-77,7383	2,62	2938,700	-0,048491	-1,49E-04
17	0,8226	-77,6942	2,62	2906,900	-0,047448	-1,46E-04
18	0,8222	-77,7148	2,62	2917,100	-0,047781	-1,47E-04
19	0,8221	-77,7099	2,62	2920,700	-0,047899	-1,47E-04
20	0,8217	-77,6833	2,62	2922,400	-0,047955	-1,48E-04
21	0,8183	-77,6735	2,62	2852,700	-0,045695	-1,41E-04
22	0,8171	-77,8741	2,62	3439,900	-0,066442	-2,04E-04
23	0,8169	-77,664	2,62	2765,200	-0,042935	-1,32E-04
24	0,816	-77,703	2,62	2936,800	-0,048429	-1,49E-04
25	0,814	-77,999	2,62	3532,300	-0,070060	-2,16E-04

26	0,8132	-77,706	2,62	2935,900	-0,048399	-1,49E-04
27	0,813	-77,870	2,62	3397,600	-0,064818	-1,99E-04
28	0,813	-77,860	2,62	3271,800	-0,060107	-1,85E-04
29	0,813	-77,852	2,62	3185,800	-0,056989	-1,75E-04
30	0,813	-77,802	2,62	3086,600	-0,053495	-1,65E-04
31	0,813	-77,784	2,62	2953,700	-0,048988	-1,51E-04
32	0,813	-77,748	2,62	2965,800	-0,049390	-1,52E-04
33	0,812	-77,964	2,62	3734,900	-0,078327	-2,41E-04
34	0,812	-77,894	2,62	3528,100	-0,069893	-2,15E-04
35	0,8116	-77,955	2,62	3850,000	-0,083229	-2,56E-04
36	0,8115	-77,891	2,62	3523,100	-0,069695	-2,14E-04
37	0,8109	-77,904	2,62	3574,700	-0,071752	-2,21E-04
38	0,8103	-77,710	2,62	2939,300	-0,048511	-1,49E-04
39	0,81	-77,986	2,62	3611,800	-0,073249	-2,25E-04
40	0,8096	-77,973	2,62	3674,300	-0,075806	-2,33E-04
41	0,8091	-77,870	2,62	3399,500	-0,064891	-2,00E-04
42	0,8089	-77,861	2,62	3311,200	-0,061564	-1,89E-04
43	0,8088	-77,834	2,62	3116,300	-0,054530	-1,68E-04
44	0,8086	-77,852	2,62	3184,500	-0,056942	-1,75E-04
45	0,8085	-77,856	2,62	3223,100	-0,058331	-1,79E-04
46	0,8083	-77,838	2,62	3126,400	-0,054884	-1,69E-04
47	0,808	-77,865	2,62	3403,000	-0,065025	-2,00E-04
48	0,8078	-77,954	2,62	3917,900	-0,086191	-2,65E-04
49	0,8072	-77,879	2,62	3449,300	-0,066806	-2,06E-04
50	0,8057	-77,937	2,62	4031,400	-0,091257	-2,81E-04
51	0,8048	-77,852	2,62	3193,400	-0,057261	-1,76E-04
52	0,8046	-77,847	2,62	3167,900	-0,056350	-1,73E-04
53	0,8046	-77,838	2,62	3130,600	-0,055031	-1,69E-04
54	0,8043	-77,820	2,62	3097,600	-0,053877	-1,66E-04
55	0,804	-77,784	2,62	2964,400	-0,049343	-1,52E-04
56	0,8039	-77,775	2,62	2932,500	-0,048287	-1,49E-04
57	0,8039	-77,748	2,62	3044,300	-0,052039	-1,60E-04
58	0,8038	-77,794	2,62	3063,100	-0,052684	-1,62E-04
59	0,8033	-77,811	2,62	3162,300	-0,056151	-1,73E-04
60	0,8028	-77,825	2,62	3102,900	-0,054062	-1,66E-04
61	0,8025	-77,925	2,62	3962,300	-0,088155	-2,71E-04
62	0,8021	-77,946	2,62	4039,700	-0,091633	-2,82E-04
63	0,802	-77,912	2,62	3887,800	-0,084871	-2,61E-04
64	0,8016	-77,721	2,62	2929,200	-0,048178	-1,48E-04
65	0,8006	-77,9201	2,62	3941,200	-0,087219	-2,68E-04
66	0,8001	-77,9286	2,62	4004,300	-0,090034	-2,77E-04
67	0,7999	-77,8382	2,62	3148,900	-0,055676	-1,71E-04

68	0,7997	-77,8561	2,62	3227,000	-0,058472	-1,80E-04
69	0,7996	-77,8202	2,62	3121,200	-0,054701	-1,68E-04
70	0,7994	-77,861	2,62	3280,700	-0,060435	-1,86E-04
71	0,7991	-77,874	2,62	3449,800	-0,066825	-2,06E-04
72	0,7983	-77,909	2,62	3855,100	-0,083450	-2,57E-04
73	0,7983	-77,725	2,62	2937,700	-0,048458	-1,49E-04
74	0,7971	-77,870	2,62	3396,000	-0,064757	-1,99E-04
75	0,7955	-77,847	2,62	3196,400	-0,057369	-1,77E-04
76	0,7953	-77,729	2,62	2947,200	-0,048772	-1,50E-04
77	0,7951	-77,838	2,62	3143,900	-0,055500	-1,71E-04
78	0,7949	-77,843	2,62	3169,300	-0,056400	-1,74E-04
79	0,7948	-77,816	2,62	3146,50	-0,055592	-1,71E-04
80	0,7945	-77,874	2,62	3456,400	-0,067081	-2,06E-04
81	0,7941	-77,861	2,62	3284,900	-0,060590	-1,86E-04
82	0,7938	-77,902	2,62	3778,100	-0,080149	-2,47E-04
83	0,7938	-77,734	2,62	2945,900	-0,048729	-1,50E-04
84	0,7931	-77,870	2,62	3381,900	-0,064221	-1,98E-04
85	0,7917	-77,898	2,62	3746,800	-0,078827	-2,43E-04
86	0,7913	-77,847	2,62	3206,800	-0,057743	-1,78E-04
87	0,7911	-77,843	2,62	3171,800	-0,056489	-1,74E-04
88	0,7908	-77,834	2,62	3128,400	-0,054954	-1,69E-04
89	0,7904	-77,856	2,62	3279,800	-0,060402	-1,86E-04
90	0,7902	-77,829	2,62	3120,400	-0,054673	-1,68E-04
91	0,7899	-77,8202	2,62	3133,800	-0,055144	-1,70E-04
92	0,7895	-77,8157	2,62	3155,300	-0,055903	-1,72E-04
93	0,7889	-77,8696	2,62	3456,100	-0,067070	-2,06E-04
94	0,7875	-77,8472	2,62	3274,100	-0,060192	-1,85E-04
95	0,7871	-77,7383	2,62	2965,900	-0,049393	-1,52E-04
96	0,7866	-77,8382	2,62	3146,600	-0,055595	-1,71E-04
97	0,7863	-77,8741	2,62	3470,800	-0,067641	-2,08E-04
98	0,7862	-77,8292	2,62	3173,500	-0,056550	-1,74E-04
99	0,7857	-77,8517	2,62	3330,500	-0,062283	-1,92E-04
100	0,7854	-77,8202	2,62	3152,70	-0,055811	-1,72E-04

El efecto indirecto dependerá de acuerdo a la expresión 2.58 y 2.60, a la altura nivelada medida en metros (ver Fig. 4.8), si mayor será la altura pues menor será el valor del efecto debido a la segunda condensación de Helmert.

Fig. 4.8 Relación Altura nivelada – Efecto indirecto (δg)



Las estadísticas de los 5527 puntos distribuidos de forma dispersa y heterogénea sobre el Ecuador continental se evidencian en la tabla 4.8.

Tabla 4.8. Resumen de estadísticas del efecto indirecto para los 5527 puntos	
Media (mGal)	-3,105E-05
Desviación estándar (mGal)	6,424E-05
Varianza de la muestra (mGal²)	4,127E-09
Mínimo (mGal)	-0,00030106
Máximo (mGal)	0
Cuenta	5527

Los valores del efecto indirecto más altos se encuentran para valores de $H_n=0$, estos se encuentran ubicados en sectores orillas del mar en la parte norte del país específicamente la provincia de Esmeraldas.

Y los valores más bajos se encuentran en las cercanías del volcán Cotopaxi, provincia de Cotopaxi en la coordenada $\phi = - 0.7092^\circ$, $\lambda = -78.3956^\circ$.

4.5 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT

Utilizando tan sólo la adición de los valores de anomalía de aire libre así como de corrección de terreno (con el uso del programa TC), y del efecto indirecto conforme a lo que denota la ecuación 2.55 en la tabla 4.9 se presentan los resultados para 100 puntos aleatorios de los 5527. Cuya unidad es el miliGal.

Tabla 4.9 Valores de la segunda condensación de Helmert para 100 puntos medidos en mGals

ID	LATI	LONG	HN	g	ρ	Δg_{AL}	C_T	δg	Δg_H
	(°)	(°)	(m)	(mGals)	(gr/cm3)	(mGals)	(mGals)	(mGals)	(mGals)
1	1,434	-78,819	0	978008,6	2,48	-26,299	0,014	0,00E+00	-26,285
2	1,399	-78,784	1,1	978005,6	2,48	-28,906	2,249	-1,98E-11	-26,657
3	1,384	-78,752	7,3	978006,4	2,48	-26,558	1,183	-8,72E-10	-25,374
4	1,348	-78,933	0	978017,4	2,48	-17,121	0,110	0,00E+00	-17,011
5	1,328	-78,888	0	978013,2	2,48	-21,237	0,673	0,00E+00	-20,565
6	1,323	-78,668	85	977991,4	2,48	-17,731	2,203	-1,18E-07	-15,528
7	1,302	-78,789	19,3	978008	2,48	-21,192	1,064	-6,09E-09	-20,128
8	1,272	-78,640	161,4	977984,4	2,48	-1,012	3,900	-4,26E-07	2,887
9	1,251	-78,613	205,3	977982,3	2,48	10,476	8,045	-6,89E-07	18,521
10	1,247	-79,048	0	978023,5	2,48	-10,607	0,197	0,00E+00	-10,410
11	1,238	-78,590	218,9	977991	2,48	23,411	6,103	-7,84E-07	29,514
12	-0,612	-80,045	33,5	978035,3	2,48	12,495	4,909	-1,84E-08	17,404
13	-0,617	-80,313	5,2	978015,8	2,48	-15,278	6,463	-4,42E-10	-8,816
14	-0,618	-80,297	2,8	978020,6	2,48	-11,055	8,324	-1,28E-10	-2,730
15	-0,620	-80,417	3,4	978020,2	2,48	-11,319	0,336	-1,89E-10	-10,983
16	-0,622	-80,362	2,7	978006,9	2,48	-24,784	10,606	-1,19E-10	-14,178
17	-0,628	-80,263	2,3	978025,6	2,48	-6,187	14,467	-8,65E-11	8,280
18	-0,633	-80,048	28,1	978036,2	2,48	11,702	0,775	-1,29E-08	12,477
19	-0,633	-80,408	3,2	978013,6	2,48	-17,992	0,557	-1,67E-10	-17,435
20	-0,638	-80,247	2,4	978027,9	2,48	-3,885	17,937	-9,42E-11	14,052
21	-0,647	-78,592	3500,5	977090,8	2,58	133,885	7,536	-2,08E-04	141,421
22	-0,648	-80,403	7,7	978007,9	2,48	-22,600	1,277	-9,70E-10	-21,323
23	-0,652	-80,397	36	977999,3	2,48	-22,818	2,877	-2,12E-08	-19,941
24	-0,653	-80,040	27	978035,6	2,48	10,726	0,617	-1,19E-08	11,343
25	-0,657	-80,233	3,8	978028,1	2,48	-3,398	6,707	-2,36E-10	3,309

26	-0,660	-80,382	90,8	977986,7	2,48	-18,579	9,031	-1,35E-07	-9,548
27	-0,663	-80,228	2,9	978029,2	2,48	-2,522	8,678	-1,38E-10	6,156
28	-0,665	-80,057	18,9	978036,1	2,48	8,757	1,008	-5,84E-09	9,765
29	-0,667	-80,352	16	978007,8	2,48	-20,404	1,979	-4,19E-09	-18,425
30	-0,670	-80,347	97,7	977987	2,48	-16,176	9,958	-1,56E-07	-6,219
31	-0,675	-78,585	3344,1	977119,8	2,58	114,777	8,884	-1,90E-04	123,660
32	-0,677	-80,212	5,6	978030	2,48	-1,100	4,391	-5,13E-10	3,291
33	-1,852	-79,513	5,3	978079,8	2,58	43,954	0,947	-4,78E-10	44,901
34	-1,857	-80,187	50,9	978200,7	2,58	178,410	1,752	-4,41E-08	180,162
35	-1,865	-80,737	3,9	978076,8	2,58	40,535	1,434	-2,59E-10	41,969
36	-1,868	-80,007	10,6	978196,6	2,58	162,061	0,482	-1,91E-09	162,543
37	-1,877	-80,733	2,6	978081,3	2,58	44,664	0,746	-1,15E-10	45,410
38	-1,878	-80,008	8,1	978200	2,58	164,721	0,235	-1,12E-09	164,956
39	-1,882	-79,527	8,7	978083	2,58	47,861	0,698	-1,29E-09	48,559
40	-1,888	-80,048	9	978205,9	2,58	170,803	0,148	-1,38E-09	170,951
41	-1,897	-79,525	4,5	978086,4	2,58	50,092	0,899	-3,45E-10	50,991
42	-1,913	-80,023	6,2	978206,7	2,58	170,716	0,405	-6,54E-10	171,122
43	-1,915	-78,717	3199,7	977222,1	2,62	167,662	106,573	-1,77E-04	274,234
44	0,193	-76,867	279,7	977915,2	2,48	-31,330	2,044	-1,28E-06	-29,286
45	0,193	-76,862	280	977915,7	2,48	-30,737	2,381	-1,28E-06	-28,357
46	0,193	-76,857	278,4	977916,5	2,48	-30,429	2,450	-1,27E-06	-27,979
47	0,193	-76,847	276	977917,7	2,48	-29,968	2,053	-1,25E-06	-27,915
48	0,192	-76,926	295,4	977905,3	2,48	-36,398	13,735	-1,43E-06	-22,664
49	0,192	-76,542	259,7	977941,7	2,42	-10,982	2,451	-1,08E-06	-8,531
50	0,191	-76,895	281,2	977912	2,48	-34,067	2,609	-1,29E-06	-31,458
51	0,191	-76,945	290,8	977904,8	2,48	-38,313	4,027	-1,38E-06	-34,286
52	0,191	-76,931	278,1	977908,8	2,48	-38,221	8,117	-1,26E-06	-30,104
53	0,191	-76,959	301,4	977901,1	2,48	-38,752	2,410	-1,49E-06	-36,342
54	0,191	-76,990	304,4	977898,1	2,48	-40,829	3,511	-1,52E-06	-37,317
55	0,191	-76,968	283	977904,4	2,48	-41,113	5,342	-1,31E-06	-35,771
56	0,191	-76,922	291,4	977906,5	2,48	-36,428	22,305	-1,39E-06	-14,124
57	0,191	-76,981	309,9	977897,8	2,48	-39,436	3,049	-1,57E-06	-36,388
58	0,190	-76,972	288,1	977903,1	2,48	-40,844	5,308	-1,36E-06	-35,535
59	0,190	-76,995	291,7	977900,6	2,48	-42,236	5,051	-1,39E-06	-37,184
60	0,190	-76,432	252,8	977936,9	2,42	-17,904	3,062	-1,02E-06	-14,843
61	0,189	-76,613	249,5	977939,7	2,42	-16,119	4,352	-9,93E-07	-11,767
62	0,188	-76,847	281,5	977916,7	2,48	-29,273	1,875	-1,30E-06	-27,398
63	0,187	-76,926	290,8	977906,7	2,48	-36,411	13,329	-1,38E-06	-23,082
64	0,185	-76,998	319,8	977894,4	2,48	-39,787	1,793	-1,67E-06	-37,994
65	-0,357	-76,988	275,8	977914,2	2,48	-33,672	1,792	-1,24E-06	-31,880
66	-0,359	-77,140	280	977901	2,48	-45,581	3,038	-1,28E-06	-42,543
67	-0,360	-77,297	324,5	977878,9	2,62	-53,992	7,897	-1,82E-06	-46,095

68	-0,363	-77,293	319,6	977880,8	2,48	-53,602	8,203	-1,67E-06	-45,399
69	-0,363	-77,166	284,1	977898,8	2,48	-46,525	2,119	-1,32E-06	-44,406
70	-0,363	-75,662	215,1	978003	2,42	36,445	0,410	-7,38E-07	36,855
71	-0,364	-77,176	289,1	977897,6	2,48	-46,187	2,529	-1,37E-06	-43,658
72	-0,364	-77,199	295,1	977896,4	2,48	-45,541	3,038	-1,42E-06	-42,502
73	-0,364	-77,161	283,8	977899,2	2,48	-46,218	2,511	-1,32E-06	-43,707
74	-0,364	-77,209	297,8	977895,4	2,48	-45,710	4,115	-1,45E-06	-41,595
75	-0,364	-77,181	283,7	977899,1	2,48	-46,348	2,978	-1,32E-06	-43,370
76	-0,364	-77,228	368,9	977878,9	2,48	-40,335	3,789	-2,23E-06	-36,546
77	-0,364	-77,258	320,3	977885,9	2,48	-48,288	5,152	-1,68E-06	-43,136
78	-0,364	-77,240	357,7	977880	2,48	-42,681	5,297	-2,09E-06	-37,384
79	-0,364	-77,263	342,1	977880,5	2,48	-46,981	5,977	-1,91E-06	-41,003
80	-0,364	-77,276	344,2	977877,8	2,48	-49,035	6,315	-1,94E-06	-42,720
81	-0,364	-77,130	288,9	977899	2,48	-44,849	2,148	-1,37E-06	-42,702
82	-0,365	-77,123	285,4	977899,9	2,48	-45,026	2,751	-1,33E-06	-42,276
83	-0,365	-77,111	287,1	977900,1	2,48	-44,303	2,766	-1,35E-06	-41,537
84	-0,365	-77,076	289,8	977901,7	2,48	-41,873	2,370	-1,37E-06	-39,503
85	-0,365	-77,112	288,9	977899,6	2,48	-44,250	2,984	-1,37E-06	-41,266
86	0,215	-79,523	265	977962,2	2,48	11,134	16,772	-1,15E-06	27,906
87	0,214	-79,413	204,8	977995,2	2,42	25,612	7,933	-6,69E-07	33,544
88	0,209	-78,984	752,4	977857,1	2,42	55,982	29,537	-9,03E-06	85,519
89	0,205	-78,948	841,2	977822,3	2,42	48,500	50,018	-1,13E-05	98,518
90	0,197	-79,407	191,4	978002,6	2,42	28,899	5,835	-5,85E-07	34,734
91	0,192	-80,037	0	978019,5	2,48	-12,221	0,160	0,00E+00	-12,062
92	0,182	-79,924	166,1	977999,6	2,48	18,124	12,865	-4,51E-07	30,989
93	0,170	-79,664	302,2	977947,3	2,48	7,706	16,002	-1,49E-06	23,709
94	0,162	-79,688	352,7	977939,4	2,48	15,348	21,458	-2,03E-06	36,806
95	0,157	-79,735	571,3	977903,4	2,48	46,602	36,552	-5,34E-06	83,154
96	-0,950	-78,010	1752,6	977502,47	2,75	7,599	36,974	-5,57E-05	44,573
97	-0,950	-78,060	1846,44	977489,61	2,75	23,590	51,549	-6,18E-05	75,139
98	-2,310	-77,910	765,38	977775,51	2,62	-29,934	80,503	-1,01E-05	50,569
99	-2,340	-77,910	739,54	977774,54	2,62	-39,072	59,172	-9,45E-06	20,100
100	-2,380	-77,900	665,32	977786,71	2,62	-50,030	67,967	-7,65E-06	17,937

Las estadísticas para la segunda condensación de Helmert de los 5527 puntos se presentan en la tabla 4.10.

Tabla 4.10. Resumen de estadísticas de la segunda condensación de Helmert para 5527 puntos	
Media (mGal)	21,805
Desviación estándar (mGal)	71,547
Varianza de la muestra (mGal²)	5119,019
Mínimo (mGal)	-122,304
Máximo (mGal)	315,9009
Suma (mGal)	120520,943
Cuenta	5527

Los resultados finales son representados en la Fig. 4.9, en la que se encuentran las anomalías de gravedad obtenidos de la segunda condensación de Helmert (sus cálculos se realizaron en Microsoft Excel 2003).

4.6 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA ANOMALÍA DE GRAVEDAD A PARTIR DEL MODELO GEOPOTENCIAL EGM 96

Para la obtención de éste cálculo se ocupó el programa para el EGM96 denominado GRAVTGME.EXE, que considera el desarrollo de la ecuación (2.61), cuyos resultados para los 5527 puntos de gravedad se encuentran en la tabla 4.11. En esta tabla se evidencia la razón de haber escogido el orden y grado, m y n respectivamente de 360, y más no el de 180. La muestra presentada es de 100 puntos cuya unidad es el miliGal.

Tabla 4.11 Valores de anomalía de gravedad a partir del modelo geopotencial EGM96							
ID	LATITUD	LONGITUD	Δg_H	Δg_{MG}	Δg_{MG}	$\Delta g_{MG} - \Delta g_H$	$\Delta g_{MG} - \Delta g_H$
	(°)	(°)	(mGals)	m,n=360	m,n=180	m,n=180	m,n=360
1	0,858	-77,958	220,953	185,716	132,155	64,163	10,602
2	0,858	-77,967	212,308	184,884	132,299	56,204	3,619
3	0,855	-77,927	247,140	187,544	131,491	92,087	36,034
4	0,854	-77,918	260,272	187,551	131,093	103,420	46,962
5	0,853	-77,932	239,021	187,098	131,658	86,380	30,940
6	0,851	-77,936	238,158	186,707	131,869	79,988	25,150
7	0,848	-77,905	241,593	188,707	131,288	80,454	23,035
8	0,843	-77,898	223,419	189,117	131,350	69,479	11,712
9	0,831	-77,757	117,657	196,570	127,558	-16,193	-85,205
10	0,830	-77,775	134,869	195,740	128,181	-3,764	-71,323
11	0,827	-77,707	126,562	194,847	124,442	-7,799	-78,204
12	0,825	-77,681	108,380	193,923	122,831	-20,466	-91,558
13	0,825	-77,748	121,692	195,567	126,896	-11,824	-80,495
14	0,824	-77,719	112,243	195,205	125,316	-20,059	-89,948
15	0,823	-77,784	126,415	195,021	128,683	-8,663	-75,001
16	0,823	-77,738	124,194	195,236	126,333	-11,369	-80,272
17	0,823	-77,694	110,992	194,029	123,612	-18,119	-88,536
18	0,822	-77,715	114,228	194,690	124,927	-16,599	-86,362
19	0,822	-77,710	113,247	194,503	124,608	-16,373	-86,268
20	0,822	-77,683	117,474	193,319	122,820	-14,362	-84,861
21	0,818	-77,674	106,141	192,576	122,133	-22,585	-93,028
22	0,817	-77,874	186,107	188,983	131,405	36,071	-21,507
23	0,817	-77,664	101,343	192,144	121,513	-31,051	-101,682

24	0,816	-77,703	115,105	193,288	123,972	-15,674	-84,990
25	0,814	-77,999	240,908	176,246	133,074	67,896	24,724
26	0,813	-77,706	114,877	192,988	124,106	-15,878	-84,760
27	0,813	-77,870	180,082	188,934	131,362	32,629	-24,943
28	0,813	-77,860	165,980	189,977	131,280	20,760	-37,937
29	0,813	-77,852	156,944	190,776	131,139	12,378	-47,259
30	0,813	-77,802	140,361	193,030	129,301	-0,265	-63,994
31	0,813	-77,784	119,366	193,887	128,654	-16,355	-81,588
32	0,813	-77,748	122,359	193,858	126,691	-11,674	-78,841
33	0,812	-77,964	251,169	179,481	132,624	90,688	43,831
34	0,812	-77,894	191,951	186,644	131,824	42,261	-12,559
35	0,812	-77,955	268,086	179,953	132,349	99,519	51,915
36	0,812	-77,891	191,035	186,868	131,744	41,406	-13,718
37	0,811	-77,904	203,073	185,607	131,980	47,623	-6,004
38	0,810	-77,710	115,514	192,675	124,291	-15,310	-83,694
39	0,810	-77,986	247,334	177,141	133,014	77,489	33,362
40	0,810	-77,973	244,023	178,415	132,848	84,755	39,188
41	0,809	-77,870	178,844	188,440	131,371	31,913	-25,156
42	0,809	-77,861	168,046	189,282	131,232	24,424	-33,626
43	0,809	-77,834	143,121	191,342	130,578	4,395	-56,369
44	0,809	-77,852	155,618	190,214	131,142	11,687	-47,385
45	0,809	-77,856	161,383	189,819	131,230	16,259	-42,330
46	0,808	-77,838	144,826	191,044	130,736	5,241	-55,067
47	0,808	-77,865	181,282	188,556	131,224	31,838	-25,494
48	0,808	-77,954	275,065	179,446	132,282	106,352	59,188
49	0,807	-77,879	181,565	187,426	131,572	34,517	-21,337
50	0,806	-77,937	292,257	180,482	131,887	106,213	57,618
51	0,805	-77,852	155,984	189,682	131,120	12,953	-45,609
52	0,805	-77,847	151,440	189,972	131,001	10,037	-48,934
53	0,805	-77,838	146,787	190,529	130,717	6,460	-53,352
54	0,804	-77,820	141,110	191,296	130,021	2,117	-59,158
55	0,804	-77,784	125,799	192,556	128,523	-12,613	-76,646
56	0,804	-77,775	118,616	192,740	128,093	-15,686	-80,333
57	0,804	-77,748	134,466	192,176	126,390	-5,928	-71,714
58	0,804	-77,794	135,827	192,003	128,834	-3,495	-66,664
59	0,803	-77,811	151,380	191,159	129,505	8,516	-53,138
60	0,803	-77,825	142,814	190,914	130,198	4,773	-55,943
61	0,803	-77,925	269,957	181,429	131,841	92,644	43,056
62	0,802	-77,946	280,582	179,137	132,066	112,392	65,321
63	0,802	-77,912	244,670	182,756	131,698	81,605	30,547
64	0,802	-77,721	117,459	191,711	124,816	-15,317	-82,212
65	0,801	-77,920	254,183	181,690	131,803	86,906	37,019

66	0,800	-77,929	263,860	180,668	131,866	98,925	50,123
67	0,800	-77,838	149,139	189,808	130,668	7,844	-51,296
68	0,800	-77,856	159,981	188,631	131,221	15,488	-41,922
69	0,800	-77,820	144,278	190,536	129,948	5,954	-54,634
70	0,799	-77,861	165,130	188,144	131,289	21,520	-35,335
71	0,799	-77,874	187,641	186,677	131,452	36,311	-18,914
72	0,798	-77,909	241,709	182,592	131,737	77,532	26,677
73	0,798	-77,725	117,662	191,252	124,969	-14,550	-80,833
74	0,797	-77,870	184,876	186,883	131,401	36,938	-18,544
75	0,796	-77,847	155,995	188,605	130,929	13,689	-43,987
76	0,795	-77,729	118,846	190,832	125,147	-13,301	-78,986
77	0,795	-77,838	148,676	189,146	130,655	8,133	-50,358
78	0,795	-77,843	151,708	188,827	130,794	10,699	-47,334
79	0,795	-77,816	148,175	189,869	129,660	8,928	-51,281
80	0,795	-77,874	188,014	186,033	131,449	36,453	-18,131
81	0,794	-77,861	166,766	187,397	131,279	22,134	-33,984
82	0,794	-77,902	230,340	182,887	131,711	66,017	14,841
83	0,794	-77,734	121,398	190,708	125,423	-12,373	-77,658
84	0,793	-77,870	177,236	186,388	131,428	31,589	-23,371
85	0,792	-77,898	221,944	183,018	131,669	62,050	10,701
86	0,791	-77,847	157,796	187,964	130,896	14,328	-42,740
87	0,791	-77,843	152,778	188,269	130,773	11,197	-46,299
88	0,791	-77,834	146,242	188,756	130,467	6,369	-51,920
89	0,790	-77,856	165,982	187,128	131,114	21,641	-34,373
90	0,790	-77,829	145,693	188,862	130,280	5,499	-53,083
91	0,790	-77,820	146,361	189,056	129,847	7,550	-51,659
92	0,790	-77,816	150,996	189,037	129,596	10,109	-49,332
93	0,789	-77,870	190,561	185,525	131,301	38,723	-15,501
94	0,788	-77,847	165,393	187,152	130,765	20,446	-35,941
95	0,787	-77,738	126,648	189,602	125,520	-8,407	-72,489
96	0,787	-77,838	150,156	187,885	130,603	9,136	-48,146
97	0,786	-77,874	187,494	184,839	131,431	39,315	-14,093
98	0,786	-77,829	154,036	188,053	130,159	11,746	-46,148
99	0,786	-77,852	171,150	186,467	130,842	25,802	-29,823
100	0,785	-77,820	149,626	188,293	129,773	11,043	-47,477

De acuerdo a lo que se puede observar para las dos últimas columnas que son las diferencias de anomalías entre el modelo geopotencial y la segunda condensación de Helmert, para 180 y 360 en orden y grado respectivamente se puede afirmar que la anomalía de gravedad del modelo EGM 96 con orden y grado de 360 presenta mejores resultados que el de orden y grado igual a 180 esto se evidencia en los valores de las desviaciones estándar (precisión) que se encuentran en la tabla 4.12.

Tabla 4.12. Comparación de anomalías de gravedad a partir del modelo EGM96, para diferentes m,n			
$\Delta g_{MG} - \Delta g_H$		$\Delta g_{MG} - \Delta g_H$	
m,n=180		m,n=360	
Media (mGal)	-3,059	Media (mGal)	-4,068
Desviación estándar (mGal)	49,491	Desviación estándar (mGal)	39,714
Varianza de la muestra (mGal ²)	2449,383	Varianza de la muestra (mGal ²)	1577,263
Mínimo (mGal)	-188,074	Mínimo (mGal)	-203,165
Máximo (mGal)	215,128	Máximo (mGal)	186,681
Suma (mGal)	16910,007	Suma (mGal)	22487,869
Cuenta	5527	Cuenta	5527

La precisión de la anomalía para m,n=360 es superior ya que $39.714 < 49.491$.

A fin de poder observar los datos de esta anomalía se representaron en la Fig. 4.10., para grado y orden igual a 360.

4.7 RESULTADOS DE LA ANOMALÍA RESIDUAL PARA EL ECUADOR CONTINENTAL

Finalmente lo que se presentó como objetivo primordial para este tema de investigación se cumplió desarrollando la metodología a partir de la ecuación general (2.65) cuyos primeros 100 resultados se presentan en la tabla 4.13

Tabla 4.13. Valores de anomalía de gravedad residual para cerca de 100 puntos aleatorios

ID	LATITUD	LONGITUD	Δg_{AL}	C_T	Δg_{MG} m,n=360°	δg	Δg_H	Δg_{res}
	(°)	(°)	(mGals)	(mGals)	(mGals)	(mGals)	(mGals)	(mGals)
1	0,858	-77,958	196,318	24,636	185,716	-1,97E-04	220,953	35,237
2	0,858	-77,967	188,503	23,805	184,884	-1,90E-04	212,308	27,424
3	0,855	-77,927	223,578	23,563	187,544	-2,37E-04	247,140	59,596
4	0,854	-77,918	234,513	25,760	187,551	-2,61E-04	260,272	72,721
5	0,853	-77,932	218,038	20,983	187,098	-2,30E-04	239,021	51,923
6	0,851	-77,936	211,857	26,301	186,707	-2,22E-04	238,158	51,451
7	0,848	-77,905	211,742	29,851	188,707	-2,41E-04	241,593	52,886
8	0,515	-77,892	98,797	7,651	132,242	-1,18E-04	106,448	-25,794
9	0,505	-77,907	93,225	6,098	130,497	-1,17E-04	99,323	-31,174
10	0,488	-77,920	80,384	12,237	127,506	-1,10E-04	92,621	-34,885
11	0,473	-77,923	66,630	21,916	124,758	-1,02E-04	88,547	-36,211
12	0,468	-77,948	43,837	17,017	124,788	-8,44E-05	60,854	-63,934
13	0,460	-77,947	32,214	18,677	123,392	-7,57E-05	50,891	-72,501
14	0,445	-78,000	-7,682	26,932	122,457	-4,57E-05	19,250	-103,207
15	0,442	-78,055	-6,673	27,481	121,813	-5,28E-05	20,807	-101,006
16	0,425	-78,062	22,742	18,073	119,564	-6,69E-05	40,815	-78,749
17	0,395	-78,072	57,043	22,770	116,164	-8,87E-05	79,813	-36,351
18	0,392	-78,103	45,234	20,365	115,825	-9,60E-05	65,599	-50,226
19	-0,436	-77,102	-44,816	1,204	-25,647	-1,18E-06	-43,613	-17,966
20	-0,437	-77,011	-38,570	0,717	-24,207	-1,14E-06	-37,853	-13,646
21	-0,437	-76,755	-22,101	0,057	-17,245	-1,05E-06	-22,044	-4,799
22	-0,437	-76,171	2,044	0,955	-5,882	-8,23E-07	2,999	8,881
23	-0,438	-76,085	11,228	1,047	0,375	-8,18E-07	12,275	11,900
24	-0,438	-76,109	3,774	0,313	-1,523	-8,33E-07	4,086	5,609
25	-0,439	-77,115	-46,496	1,685	-25,759	-1,19E-06	-44,812	-19,053
26	-0,439	-76,782	-21,827	1,937	-17,938	-1,05E-06	-19,890	-1,952

27	-0,439	-76,161	2,903	0,410	-5,158	-8,34E-07	3,313	8,471
28	-0,439	-77,112	-45,836	1,645	-25,775	-1,18E-06	-44,191	-18,416
29	-0,440	-76,533	-19,667	1,871	-15,188	-9,52E-07	-17,796	-2,608
30	-0,970	-77,413	-36,644	2,095	-31,389	-2,20E-06	-34,550	-3,161
31	-0,970	-77,460	-47,398	2,403	-26,557	-2,04E-06	-44,995	-18,438
32	-0,972	-75,242	18,884	0,329	11,988	-5,44E-07	19,213	7,225
33	-0,973	-75,256	18,527	0,015	12,014	-5,49E-07	18,542	6,528
34	-0,974	-77,404	-31,659	4,269	-32,493	-2,81E-06	-27,391	5,102
35	-0,977	-77,400	-31,712	1,086	-32,971	-2,68E-06	-30,627	2,344
36	-0,978	-75,318	19,219	1,388	12,189	-5,62E-07	20,607	8,418
37	-0,979	-77,388	-31,129	2,441	-34,163	-2,67E-06	-28,687	5,476
38	-0,980	-75,800	26,343	0,072	15,851	-6,77E-07	26,414	10,563
39	-0,982	-75,291	18,751	0,592	12,298	-5,52E-07	19,343	7,045
40	-0,983	-77,477	-46,247	2,899	-25,685	-2,01E-06	-43,348	-17,663
41	-2,076	-77,448	-46,779	3,851	-56,381	-2,92E-06	-42,929	13,452
42	-2,077	-77,451	-36,994	4,251	-56,237	-2,91E-06	-32,743	23,494
43	-2,079	-77,637	2,330	2,879	-24,600	-6,26E-06	5,209	29,809
44	-2,080	-76,260	10,436	0,686	0,308	-5,82E-07	11,122	10,814
45	-2,083	-77,450	-47,472	3,494	-56,301	-2,89E-06	-43,978	12,323
46	-2,083	-77,557	2,660	9,647	-43,321	-5,16E-06	12,307	55,628
47	-2,084	-77,570	-4,798	9,800	-40,651	-5,37E-06	5,002	45,653
48	-2,084	-77,647	-0,610	2,918	-21,557	-6,13E-06	2,308	23,865
49	-2,085	-77,560	5,579	8,924	-42,707	-5,26E-06	14,503	57,210
50	-2,085	-77,564	5,076	8,466	-41,874	-5,31E-06	13,542	55,416
51	-2,086	-77,655	-1,251	4,269	-18,996	-5,94E-06	3,017	22,013
52	-1,578	-79,520	-44,043	0,937	7,128	-3,78E-09	-43,107	-50,235
53	-1,585	-79,963	114,292	-0,040	108,950	-3,25E-09	114,252	5,302
54	-1,588	-79,527	-39,827	0,857	9,922	-3,06E-09	-38,969	-48,891
55	-1,592	-79,965	118,307	0,190	110,832	-3,83E-09	118,496	7,664
56	-1,597	-80,493	121,929	9,298	132,947	-5,96E-07	131,227	-1,720
57	-1,603	-79,967	123,584	0,568	113,798	-2,76E-09	124,151	10,353
58	-1,607	-79,970	122,056	0,065	115,125	-5,36E-09	122,121	6,996
59	-1,610	-79,000	123,125	20,464	86,923	-1,21E-04	143,589	56,666
60	-1,610	-79,963	117,636	0,171	114,664	-5,97E-09	117,807	3,143
61	-1,612	-79,663	15,217	0,583	44,331	-1,18E-09	15,799	-28,532
62	-1,613	-79,923	107,541	0,018	107,824	-5,60E-09	107,558	-0,266
63	-4,425	-80,335	77,710	6,209	101,490	-4,99E-07	83,919	-17,571
64	-4,443	-80,348	76,117	3,149	100,877	-3,93E-07	79,266	-21,611
65	-4,457	-80,363	76,369	2,693	100,185	-3,92E-07	79,062	-21,123
66	-4,467	-80,380	73,791	2,321	99,533	-3,16E-07	76,111	-23,422
67	-4,475	-80,393	72,290	2,799	98,994	-2,51E-07	75,088	-23,906
68	0,251	-76,926	-35,147	12,673	-50,460	-1,19E-06	-22,474	27,986

69	0,250	-76,674	-22,969	3,018	-34,001	-1,09E-06	-19,951	14,050
70	0,246	-76,926	-38,674	14,391	-50,394	-1,35E-06	-24,283	26,111
71	0,245	-76,674	-22,142	1,855	-33,630	-1,16E-06	-20,287	13,343
72	0,242	-76,992	-44,325	4,585	-52,527	-1,42E-06	-39,739	12,788
73	0,242	-76,987	-44,002	3,966	-52,420	-1,45E-06	-40,036	12,384
74	-0,225	-76,807	-13,266	2,449	-13,953	-1,21E-06	-10,817	3,136
75	-0,228	-77,185	-43,915	3,629	-30,419	-1,67E-06	-40,286	-9,867
76	-0,228	-77,174	-43,561	2,854	-30,351	-1,56E-06	-40,707	-10,356
77	-0,228	-77,164	-40,447	3,451	-30,190	-1,88E-06	-36,995	-6,805
78	-0,229	-77,159	-42,400	4,886	-30,140	-1,55E-06	-37,514	-7,374
79	-0,229	-77,147	-42,015	3,993	-29,919	-1,53E-06	-38,023	-8,104
80	-0,229	-77,138	-41,970	3,247	-29,715	-1,50E-06	-38,723	-9,008
81	-0,230	-77,133	-42,024	2,851	-29,566	-1,47E-06	-39,173	-9,607
82	-0,230	-77,115	-40,578	1,807	-29,037	-1,56E-06	-38,771	-9,734
83	-0,230	-77,109	-40,186	1,909	-28,834	-1,57E-06	-38,277	-9,443
84	-0,231	-77,098	-39,425	1,428	-28,409	-1,60E-06	-37,997	-9,588
85	-0,231	-77,087	-39,425	2,054	-27,999	-1,53E-06	-37,371	-9,372
86	-0,232	-77,076	-37,587	1,579	-27,521	-1,71E-06	-36,008	-8,487
87	-0,232	-77,071	-37,187	1,659	-27,279	-1,71E-06	-35,529	-8,250
88	-0,234	-76,465	-13,964	-0,072	-11,003	-9,47E-07	-14,037	-3,034
89	-0,237	-76,797	-12,552	1,154	-13,373	-1,19E-06	-11,397	1,976
90	-2,490	-77,780	-64,572	50,269	12,515	-3,09E-06	-14,304	-26,819
91	-2,530	-77,760	-68,117	4,483	-2,996	-2,83E-06	-63,634	-60,638
92	-2,550	-77,730	-70,707	9,403	-17,727	-2,55E-06	-61,304	-43,577
93	-2,570	-77,700	-71,671	10,481	-31,055	-2,40E-06	-61,190	-30,135
94	-2,600	-77,680	-75,821	12,164	-41,780	-2,17E-06	-63,657	-21,877
95	-2,620	-77,650	-68,751	8,639	-52,526	-2,18E-06	-60,113	-7,587
96	-2,640	-77,630	-57,717	7,702	-59,863	-2,19E-06	-50,015	9,848
97	-2,660	-77,600	-64,525	3,323	-68,207	-2,24E-06	-61,203	7,004
98	-2,680	-77,560	-59,914	3,972	-76,401	-2,32E-06	-55,942	20,459
99	-2,700	-77,510	-72,525	15,757	-83,039	-2,42E-06	-56,768	26,271
100	-2,710	-77,500	-82,801	16,944	-84,764	-2,45E-06	-65,858	18,906

Las estadísticas para valores de anomalías residuales distribuidos sobre el Ecuador continental para un número cercano de 5527 puntos con lecturas gravimétricas observables sobre la superficie terrestre se pueden observar en la tabla 4.14.

Tabla 4.14 Resumen de estadísticas de valores de anomalías residuales de 5527 puntos	
Media (mGal)	-4,068
Desviación estándar (mGal)	39,714
Varianza de la muestra (mGal²)	1577,263
Mínimo (mGal)	-203,165
Máximo (mGal)	186,681
Suma (mGal)	-22487,87
Cuenta	5527

Las anomalías residuales de acuerdo a su expresión permiten combinar la información de la larga longitud de onda del campo de gravedad –provista por un modelo de geopotencial (EGM96)- con la de longitudes de ondas cortas a partir del uso apropiado de las anomalías gravimétricas de modelos digitales de terreno. Por esta razón si se tiene un mejor modelo de elevación mejor serán los resultados para la determinación final de esta metodología.

Los resultados de la anomalía residual se representan en la Fig. 4.11, usando nuevamente como en todas las interpolaciones el interpolador kriging a fin de representar la variable estudiada de acuerdo a la metodología de la anomalía estudiada.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES:

- 5.1.1 En las regiones de cadenas montañosas como lo es el callejón interandino así como una pequeña parte de la zona costera hacia la cordillera de Colonche en la provincia del Guayas presenta valores de anomalías de aire libre altos, contrastando con la mayor parte de la zona Costa y Oriente ecuatoriano.
- 5.1.2 Los resultados del análisis de la determinación de la anomalía de aire libre corroboran la dependencia de forma directa al valor de la altura nivelada, considerando además que esta también depende de la latitud.
- 5.1.3 Los valores de los píxeles del SRTM en la zona continental del Ecuador no pueden ser mayores a 6136 m.s.n.m.m pues este representa al píxel perteneciente a la punta del Chimborazo valor más alto que nuestro país posee.
- 5.1.4 La zona sur tanto de la Provincia de Loja cuanto de Zamora Chinchipe carece de un pequeño porcentaje de información gravimétrica de campo, de forma que no se pudieron obtener

valores en esa región que ayudaran a la consistencia final de la anomalía planteada en esa zona.

- 5.1.5** La corrección atmosférica planteada, sobre nuestro territorio es mayor para zonas de valles y planicies y menor para zonas montañosas. Considerando que esta corrección en términos de mGals es muy pequeño respecto de la anomalía de aire libre.
- 5.1.6** En el sector de la Provincia del Guayas cerca a la Cordillera de Colonche se presenta una variación en la anomalía de aire libre que de acuerdo a la altura de esa zona (no mayor a 100 m.s.n.m.m) no debería ser casi similar a la obtenida de la zona del callejón interandino. Esto se dio por la variación de densidad que existe en esta zona; por tanto las lecturas gravimétricas sobre la superficie fueron valores altos, tales que se asemejan a los leídos en sectores como los de la sierra ecuatoriana.
- 5.1.7** De acuerdo a los valores más altos de efecto indirecto (δg), es decir $\delta g=0$ mGals ubicados en las playas de Esmeraldas, conforme a los puntos de gravedad receptados en campo, se concluye que en esta zona el co-geoide coincide con el geoide, ya que la separación entre estas superficies es de cero metros al igual que los de altura nivelada.
- 5.1.8** El valor más bajo del efecto indirecto es de $\delta g= -0,00030106$ mGals está ubicado en las inmediaciones del volcán Cotopaxi, cuyo valor de altura es el más alto para el total de los 5527 puntos, cerca a los 4172 m.s.n.m.m.
- 5.1.9** Para correr el programa GRAVTGME.EXE, mejores precisiones para anomalías de gravedad nos dan el orden y grado igual a 360 más no la solución para 180, ya que existe una diferencia en precisión de 10 miliGals.

5.2 RECOMENDACIONES

- 5.2.1** Una de las principales recomendaciones de acuerdo a la disponibilidad de datos, sería obtener valores de gravedad sobre puntos altos del callejón interandino con el fin de poder constatar en todo sentido como afecta la topografía a la recepción de valores, especialmente a los ubicados en cercanías a la latitud cero (volcán Cayambe).
- 5.2.2** Introducir un modelo digital de elevación nacional generado de las cartas topográficas 1:50000 o mayores si se tuviera, con el objetivo primordial que se presenten mejores valores de correcciones de terreno de acuerdo a la metodología de Forsberg.
- 5.2.3** Para poder espacializar los datos introducidos en los archivos de extensión xls, convertirlos a dbf IV seleccionando el número de decimales de cada columna a un número de 6 dígitos, así no se podrán truncar al momento de convertirlos en extensión shapefile que es la que maneja ARC GIS 9.x.
- 5.2.4** Se recomienda la integración en campañas gravimétricas para zonas como el sur de la provincia de Loja, el sur de la provincia de Zamora Chinchipe, la totalidad de la Isla de la Plata al igual que de la Isla Puná y finalmente el Archipiélago de Galápagos.
- 5.2.5** Para mejorar los valores de las anomalías residuales como recomendación final y una de las más importantes, es la introducción de un mejor modelo digital de terreno cercano a escalas 1:50.000, con el fin de encontrar residuos menores a los generados por el presente SRTM.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- Arana, J. M., **Geodesia Física**, Departamento de Cartografía de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Unesp – Campus de Presidente Prudente, Sao Paulo, Brasil , 2000.
- Badell C., **Notas sobre Geodesia Física**, Maracaibo, Venezuela, Escuela de Ingeniería Geodésica, Universidad del Zulia, 2006.
- Blitzkow, D., **Sistemas Altimétricos y Determinación del Geoide**, INOCAR, Guayaquil, Ecuador. 2003.
- Catalao J., **Geodesia Física**, Lisboa, Portugal, 2000.
- Haberstock E., **Curso Básico de gravimetría**, Instituto Nacional de Investigaciones Geológico – Mineras, Cartagena, Colombia, Enero 1985.
- Heiskanen, W; Moritz, H., **Geodesia Física**, M. Sevilla, Madrid, España, 1985.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística Geografía y Sistemas), **Notas. Revista de información y análisis**, núm. 20, México D.F., México, 2002.
- International Geoid Service, DIAR-Politecnico di Milano, **International School for the Determination and Use of the Geoid**, Milan, Italia, 10 - 15 Octubre 1994.
- Kirby E., **Metodología para el cálculo de las anomalías de Bouguer completa: Tesis de Grado**, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 13 de Febrero 2007.

- Kostoglodov V., **Para el postgrado en la UNAM**, 2 de mayo de 2000.
- Leiva C., **Determinación de parámetros de transformación entre los sistemas PSAD56 y WGS84 para el país: Tesis de Grado**, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 2003.
- Mora H., **Geomática I**, Medición de la Tierra, México, 2006.
- Palomo M., **Estudio de los Métodos de Cálculo de la Corrección Topográfica Aplicada al Cálculo de Geoides Locales Precisos**, Madrid, España, 9 de marzo 2006.
- Sánchez L., **Adopción del Marco Geocéntrico Nacional de Referencia MAGNA-SIRGAS como Datum Oficial de Colombia**, Bogotá, Colombia, Instituto Geográfico Agustín Codazzi, 2004.
- Tierra A., **Cap2conceitos**, Quito, Ecuador, 2003
- Torres M., **Metodología para el ajuste de la red gravimétrica fundamental del Ecuador: Tesis de grado**, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 2005.
- Zakatov, **“Geodesia Superior”**, Editorial MIR, Impreso en la ex URSS 1981.
- http://www.geocities.com/geomarcos2003/documentos/practica_geoide.pdf