

ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJERCITO



**FACULTAD DE INGENIERIA GEOGRAFICA
Y DEL MEDIO AMBIENTE**

**“ METODOLOGÍA PARA EL AJUSTE DE LA RED
GRAVIMETRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR
CONTINENTAL ”**

**Proyecto de Grado previo a la obtención del Título de:
INGENIERO GEÓGRAFO Y DEL MEDIO AMBIENTE**

ELABORADO POR:

TNTE. DE E. MARCELO TORRES G.

SANGOLQUI, 28 DE FEBRERO DE 2005

CERTIFICACION

Certifico que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Tnte. de E. Torres Garzón Augusto Marcelo y ha cumplido con los requerimientos establecidos para un Proyecto de Tesis como documento previo a la obtención del título de Ingeniero Geógrafo y del Medio Ambiente.

Sangolquí, 28 de Febrero de 2005

Ing. Francisco León

Tercer Miembro

Ing. Alexander Robayo

Codirector

Dr. Alfonso Tierra

Director

DEDICATORIA

"No existen metas imposibles, solo hombres incapaces"

Con inmensa satisfacción dedico este trabajo:

- *a Dios, por la bendición que representa finalizar mi carrera,*
- *a María Cristina Vásquez, por el amor incondicional brindado,*
- *a mi madre y hermanos por la garantía que representa un apoyo firme e irremplazable.*

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Alfonso Tierra, Decano (e) de la Facultad de Ingeniería Geográfica y del Medio Ambiente, por la altura profesional e inmensa apertura brindada como persona, profesor y director de este proyecto.

Al Ing. Alex Robayo, profesor de la FIGMA y codirector de tesis, por su amable colaboración en este y en otros proyectos de mi carrera.

Al Sr. Crnl. De E.M.C. Mario Leiva, Director del Instituto Geográfico Militar, por el apoyo moral, técnico y logístico brindado para el cumplimiento de los objetivos planteados en esta investigación.

Al Mayo. de E. Ramiro Pazmiño, Jefe de la División Cartográfica del IGM, por la apertura demostrada para la obtención de los logros alcanzados.

Al Mayo. de E. Milton Chamorro, Jefe del Departamento de Geodesia del IGM, por las facilidades brindadas para la disposición de información y recursos que fueron requeridos para la elaboración de esta tesis.

Al Ing. César Leiva, por todo el esfuerzo realizado, como profesional y amigo, para vencer cada uno de los inconvenientes presentados en esta tarea.

Al Sr. Eduardo del Castillo y Sr. Freddy Flores, técnicos del Departamento de Geodesia, por la asistencia técnica obtenida para la generación y procesamiento de datos.

A la Sra. Adriana Chiriboga, secretaria de la FIGMA, por toda la ayuda y comprensión brindada a cada instante

A todos mis profesores por la entrañable labor realizada en mi formación integral a lo largo de mi trayectoria universitaria.

A la Escuela Politécnica del Ejército por la invaluable herencia que ha sembrado en mi mente y espíritu durante de mis estudios de ingeniería.

INDICE

LISTA DE ACRONIMOS.....	ix
LISTA DE FIGURAS.....	x
LISTA DE TABLAS.....	xii
RESUMEN.....	xiv
DIAGRAMA DE LA METODOLOGÍA PARA EL AJUSTE.....	xv

CAPITULO I

1.1.- ANTECEDENTES.....	1
1.2.- OBJETIVOS	5
1.2.1.- OBJETIVOS GENERALES.....	5
1.2.2.- OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	5

CAPITULO II

CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA

2.1.- TEORIA GRAVITACIONAL.....	6
2.1.1.- LEY GRAVITACIONAL UNIVERSAL.....	6
2.1.2.- SUPERFICIES DE REFERENCIA.....	11
2.1.2.1.- Superficie física de la Tierra.....	13
2.1.2.2.- Elipsoide.....	14
2.1.2.3.- Geoide.....	17
2.1.3.- ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD.....	20
2.1.3.1.- Fuerza de atracción gravitacional.....	20
2.1.3.2.- Fuerza centrífuga terrestre.....	23
2.1.3.3.- Superficies de nivel y líneas de la plomada.....	30
2.2.- DETERMINACIONES GRAVIMÉTRICAS.....	35
2.2.1.- DETERMINACIONES ABSOLUTAS.....	35
2.2.1.1.- Método pendular.....	36
2.2.1.2.- Método de caída libre.....	37
2.2.2.- DETERMINACIONES RELATIVAS.....	38
2.2.2.1.- Gravímetro “LACOSTE & ROMBERG MODELO G” (LCR-G)...	39
2.2.2.2.- Mantenimiento del gravímetro.....	50
2.2.2.3.- Calibración del gravímetro.....	59

2.3.- REDES GRAVIMÉTRICAS	65
2.3.1.- RED IGSN – 71.....	66
2.3.2.- REDES NACIONALES.....	69
2.3.3.- REDES DE DENSIFICACIÓN.....	73
2.3.4.- CIRCUITOS GRAVIMÉTRICOS.....	75
2.3.5.- CORRECCIÓN DE MAREAS.....	83
2.3.6.- CORRECCIONES POR DERIVA INSTRUMENTAL.....	86
2.3.6.1.- Corrección por deriva estática.....	87
2.3.6.2.- Corrección por deriva dinámica.....	88

CAPITULO III

AJUSTE POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS

3.1.- PRINCIPIO DEL METODO DE MINIMOS CUADRADOS.....	92
3.2.- AJUSTE POR EL METODO PARAMETRICO.....	94
3.3.- AJUSTE POR EL METODO DE CORRELATOS.....	101
3.4.- AJUSTE POR EL METODO COMBINADO.....	104
3.5.- PRUEBA “ GLOBAL (χ^2) ”	107
3.5.1.- PRUEBA “ GLOBAL (χ^2) ” CON REGIÓN DE RECHAZO DE UNA COLA	108
3.5.2.- PRUEBA “ GLOBAL (χ^2) ” CON REGIÓN DE RECHAZO DE DOBLE COLA	111

CAPITULO IV

DETERMINACIONES RELATIVAS DE LA GRAVEDAD EN EL CAMPO

4.1.- ANÁLISIS PREELIMINAR DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL.....	113
4.2.- PLANIFICACIÓN DE LOS CIRCUITOS.....	119
4.3.- EJECUCIÓN DE LOS LEVANTAMIENTOS GRAVIMÉTRICOS.....	120

CAPITULO V

PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

5.1.- PROCESAMIENTO DE CIRCUITOS GRAVIMÉTRICOS.....	125
5.2.- AJUSTE DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL (RGFE)	127
5.2.1.- PRIMER CRITERIO.....	133
5.2.1.1.- Explicación del Criterio.....	133
5.2.1.2.- Determinación de pesos en función de las precisiones.....	134
5.2.1.3.- Determinación de $V^T P_p V$	135
5.2.1.4.- Prueba χ^2	136
5.2.1.5.- MVC de observaciones ajustadas	140
5.2.2.- SEGUNDO CRITERIO.....	140
5.2.2.1.- Explicación del Criterio.....	140
5.2.2.2.- Determinación de pesos en función del tiempo en horas.....	142
5.2.2.3.- Determinación de $V^T P_h V$	144
5.2.2.4.- Prueba χ^2	146
5.2.2.5.- MVC de observaciones ajustadas	149
5.2.3.- TERCER CRITERIO.....	149
5.2.3.1.- Explicación del Criterio	149
5.2.3.2.- Determinación de pesos en función del tiempo en días	150
5.2.3.3.- Determinación de $V^T P_d V$	151
5.2.3.4.- Prueba χ^2	154
5.2.3.5.- MVC de observaciones ajustadas	156
5.3.- ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	157
5.3.1.- COMPARACIÓN DE RESULTADOS.....	157
5.3.1.1.- Análisis del valor de $V^T P_d V$	157
5.3.1.2.- Prueba χ^2	158
5.3.1.3.- MVC de observaciones ajustadas	159
5.3.1.4.- Prueba estadística F de Snedecor	160
5.3.2.- SELECCIÓN DE CRITERIO.....	161
5.2.5.- AJUSTE DE LAS ESTACIONES GRAVIMÉTRICAS	162

CAPITULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1.- CONCLUSIONES.....	165
6.2.- RECOMENDACIONES.....	168
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	172

ANEXOS

ANEXO A.....	176
ANEXO B.....	177
ANEXO C.....	178
ANEXO D.....	179
ANEXO E.....	180
ANEXO F.....	181
ANEXO G.....	182
ANEXO H.....	183
ANEXO I.....	184
ANEXO J.....	185
ANEXO K.....	186
ANEXO L.....	187
ANEXO M.....	188
ANEXO N.....	189
ANEXO O.....	190
ANEXO P.....	191
ANEXO Q.....	192

ANEXOS DIGITALES

LISTA DE ACRONIMOS

IGM	Instituto Geográfico Militar
INOCAR	Instituto Oceanográfico de la Armada
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografía y Estadística
USP	Universidad de Sao Paulo
UFPR	Universidad Federal del Paraná
SCGGAS	Subcomisión de Gravedad y Geoide para América del Sur
NAVSTAR	Navigation System Time And Ranging
GPS	Global Positioning System
EGM 96	Earth Geopotential Model
WGS 84	World Geodetic System 1984
PSAD 56	Preliminary South American Datum 1956
IERS	Servicio Internacional de Rotación Terrestre
ITRS	Terrestrial Reference System
ICRS	International Celestial Reference System
ITRF	IERS Terrestrial Reference Frame
IGS	Servicio GPS Internacional
SIRGAS	Sistema Internacional de Referencia Geocéntrico para las Américas
TSO	Topografía de la Superficie Oceánica
nmm	Nivel Medio del Mar
LCR-G	LaCoste & Romberg modelo G
RENEGA	Red Nacional de Gravimetría Absoluta, Brasil
IGSN-71	International Gravity Standardization Net - 1971
IAGBN	International Absolute Gravity Basestation Network (Red Internacional de Gravedad Absoluta)
RELANG	RedLatinoamericana de Normalización de la Gravedad
SIGNAR	Sistema Gravimétrico Nacional de Referencia, Colombia.
IAGNP	Iberian Absolute Gravity Network Project, España.
MMC	Método de los Mínimos Cuadrados.
MVC	Matriz Varianza – Covarianza
RGFE	Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Relación de dos cuerpos de diferente masa en atracción.....	10
Figura 2.2: Superficie física de la Tierra.....	13
Figura 2.3: Elipse y sus elementos.....	14
Figura 2.4: Elipsoide y sus elementos.....	14
Figura 2.5: Elipsoides de referencia local	16
Figura 2.6: Elipsoide de referencia global	16
Figura 2.7: Perpendiculares del geode.....	19
Figura 2.8: Relación entre elipsoide local y elipsoide global con el geode.....	19
Figura 2.9: Relación entre la superficie terrestre, elipsoide(PSAD 56), geode y el nivel medio del mar.....	20
Figura 2.10: Vectores de posición de dos masas atrayentes.....	21
Figura 2.11: Fuerza de atracción gravitacional.....	21
Figura 2.12: Fuerza centrífuga terrestre.....	24
Figura 2.13: Fuerza de gravedad terrestre.....	26
Figura 2.14: Relación de caída de dos cuerpos de diferente masa en ambiente al vacío.....	27
Figura 2.15: Capas Geológicas terrestres.....	28
Figura 2.16: Relación básica entre superficies de referencia	31
Figura 2.17: Relación real entre superficies de referencia	31
Figura 2.18: Relación entre verticales del geode y del elipsoide.....	31
Figura 2.19: Relación entre verticales del lugar en cada superficie equipotencial.....	32
Figura 2.20: Relación entre superficies de referencia y sus efectos.....	32
Figura 2.21: Líneas de la plomada.....	33
Figura 2.22: Gravímetro Absoluto FG 5 y A 10, respectivamente.....	38
Figura 2.23: Principio de funcionamiento de gravímetros de resortes.....	40
Figura 2.24: Gravímetro LaCoste & Romberg Modelo G, versión estándar, caja y plato nivelante.....	41
Figura 2.25: Diagrama Esquemático del gravímetro LaCoste & Romberg modelo G.....	43
Figura 2.26: Descripción del gravímetro LaCoste & Romberg.....	44

Figura 2.27: Unidad cargadora / eliminadora de baterías Gel /Cell del gravímetro LCR –G-072	45
Figura 2.28: Campo ocular del gravímetro LaCoste & Romberg modelo G.....	46
Figura 2.29: Dial y contador del gravímetro LaCoste & Romberg modelo G.....	47
Figura 2.30: Tapa o cubierta del gravímetro LaCoste & Romberg modelo G....	53
Figura 2.31: Gravímetro LaCoste & Romberg modelo G con su batería.....	58
Figura 2.32: Red IGSN – 71	67
Figura 2.33: RedLatinoamericana de Normalización de la Gravedad (RELANG)	69
Figura 2.34: Redes gravimétricas nacionales colombianas de orden cero, primer y segundo orden	70
Figura 2.35: Placas de la red gravimétrica fundamental del Ecuador.....	73
Figura 2.36: Desarrollo de circuitos gravimétricos de redes de primer y segundo orden	76
Figura 2.37: Desarrollo de circuitos gravimétricos de redes de tercer orden....	76
Figura 2.38: Comportamiento de la deriva instrumental.....	88
Figura 3.1: Distribución Chi Cuadrado de doble cola	109
Figura 3.2: Distribución Chi Cuadrado de una cola.....	110
Figura 5.1: Polígonos y puntos en condición de ser ajustados	128
Figura 5.2: Test Chi Cuadrado para el primer criterio (con región de rechazo de dos colas)	139
Figura 5.3: Test Chi Cuadrado para el primer criterio (con región de rechazo de una cola)	139
Figura 5.4: Test Chi Cuadrado para el segundo criterio (con región de rechazo de dos colas)	148
Figura 5.5: Test Chi Cuadrado para el segundo criterio (con región de rechazo de una cola)	148
Figura 5.6: Test Chi Cuadrado para el tercer criterio (con región de rechazo de dos colas)	155
Figura 5.7: Test Chi Cuadrado para el tercer criterio (con región de rechazo de una cola)	156

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1: Parámetros de elipsoides de referencia WGS 84 y PSAD 56.....	17
Tabla 2.2: Tabla de Calibración para el gravímetro LCR – G023.....	59
Tabla 2.3: Valores obtenidos durante la calibración de gravímetros en Brasil (Agosto 2003).....	63
Tabla 2.4: Factor de intervalo definitivo luego de la calibración en Brasil	64
Tabla 2.5: Clasificación de las redes gravimétricas en función de su precisión	71
Tabla 2.6: Datos del circuito gravimétrico Libertad – Flavio Alfaro – Libertad..	81
Tabla 2.7: Datos de la tabla 2.6 transformados a mGal	83
Tabla 2.8: Datos de la tabla 2.7 corregidos por mareas	86
Tabla 2.9: Datos de la tabla 2.8 corregidos por deriva estática y deriva dinámica	89
Tabla 2.10: Valores definitivos de g en cada estación del circuito Libertad-Flavio Alfaro-Libertad	90
Tabla 4.1: Campañas de la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador.....	113
Tabla 4.2: Tramos de densificación gravimétrica ejecutados en el último trimestre del 2004	119
Tabla 4.3: Circuitos gravimétricos ejecutados	120
Tabla 4.4: Nómina de polígonos y puntos en condición de ser ajustados.....	124
Tabla 5.1: Resumen del procesamiento de circuitos realizados.....	125
Tabla 5.2: Resultados del procesamiento del circuito Quito IGSN–Quito IGM...	129
Tabla 5.3: Diferencias de gravedad entre estaciones gravimétricas.....	130
Tabla 5.4: Valores de pesos en función de la precisión de las Δg	134
Tabla 5.5: Precisiones de cada Δg luego del ajuste con el primer criterio	140
Tabla 5.6: Valores de pesos en función del tiempo en horas	143
Tabla 5.7: Precisiones de cada Δg luego del ajuste con el segundo criterio ...	149
Tabla 5.8: Valores de pesos en función del tiempo en días	150
Tabla 5.9: Precisiones de cada Δg luego del ajuste con el tercer criterio	156
Tabla 5.10: Valores de $V^T P V$ correspondientes a cada criterio de determinación de pesos	157

Tabla 5.11: Valores de χ^2 para cada criterio de determinación de pesos	158
Tabla 5.12: Valores de precisiones y varianzas de observaciones ajustadas con cada criterio	159
Tabla 5.13: Resultados de la prueba de hipótesis F de Snedecor	161
Tabla 5.14: Valores de g ajustados de las estaciones gravimétricas de la RGFE (valores preliminares de las estaciones consideradas para el ajuste)	163

RESUMEN

La gravimetría es un conjunto de técnicas y operaciones que tienen como finalidad la determinación de la intensidad de la aceleración de gravedad, en forma absoluta o relativa, en cualquier lugar que se halle sometido a la influencia del campo gravitacional terrestre.

La forma y figura de la Tierra han sido modeladas en función del campo de gravedad, ya que este es un sistema de referencia “natural” para mediciones geodésicas y para el movimiento de satélites artificiales. Allí radica la importancia de la determinación de un Geoide Global unificado que permita disponer de un mismo Datum vertical de referencia para cada red altimétrica nacional.

Al disponer de dicho modelo será posible, además, mediante el uso del sistema de posicionamiento por satélites artificiales, obtener coordenadas geodésicas expresadas en latitud, longitud, altura elipsoidal y consecuentemente una altura ortométrica en cualquier lugar de la Tierra.

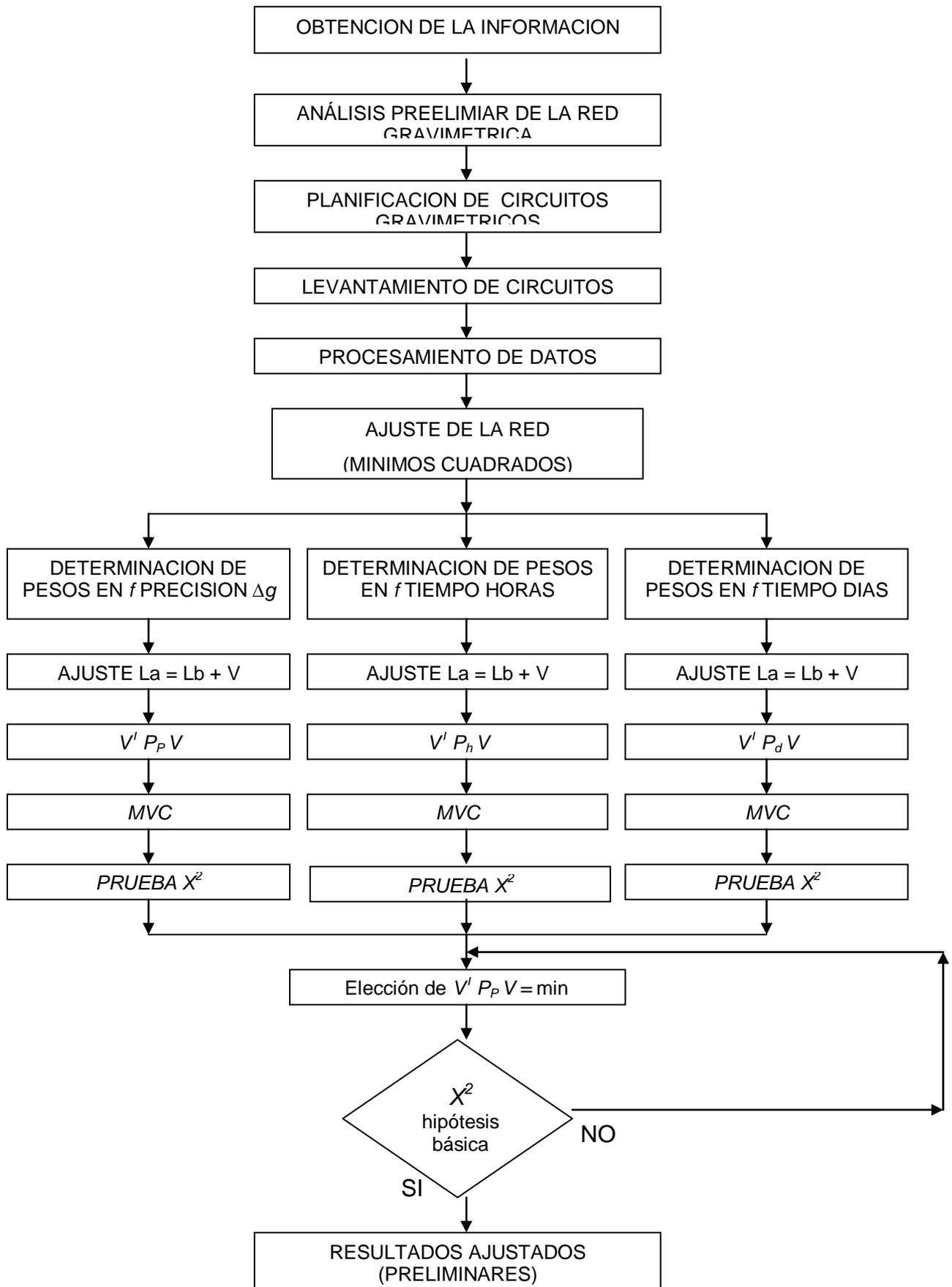
Debido a ello, el Instituto Geográfico Militar ha desarrollado la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador (RGFE) con la finalidad de generar un modelo geoidal local, lo cual ha permitido disponer de una gran cantidad de información a nivel nacional. Sin embargo, los circuitos gravimétricos que se hallan formando polígonos son reducidos, lo que genera un bajo nivel de confiabilidad de los resultados luego de la aplicación de un proceso de ajuste.

Debido a que actualmente se está densificando dicha red se ha considerado de vital importancia realizar un ajuste de la misma, tomando en cuenta que es imprescindible disponer de una red gravimétrica sólida y debidamente estructurada, capaz de convertirse en una base firme para el desarrollo de futuros proyectos e investigaciones afines.

Para ello se ha generado una metodología que, a través del método de mínimos cuadrados (correlatos), permite disponer de valores de aceleración de gravedad ajustados en cada una de las estaciones gravimétricas del país.

La ejecución de este proyecto contribuirá de manera decidida a la generación del modelo en mención a través de la obtención de valores provenientes de un estudio profundo y debidamente analizado.

METODOLOGÍA PARA EL AJUSTE DE LA RGFE



CAPITULO I

1.1.- ANTECEDENTES.-

Según Drewes (2002), Geodesia es aquella ciencia cuya finalidad es determinar la figura y el campo de gravedad externo de la Tierra (o de otros cuerpos celestes) en función del tiempo, a partir de observaciones sobre la superficie terrestre o en el espacio exterior.

Según Helmert (1880) y Torge (2001), Geodesia es la ciencia encargada de medir y cartografiar la superficie terrestre, determinar y analizar el campo de gravedad terrestre y su variación, y determinar el fondo oceánico (Drewes, 2002).

Siendo así, se puede deducir que los conocimientos disponibles en este ámbito son de inmensa aplicación en múltiples campos afines. Uno de ellos es la gravimetría, el cual será el contexto dentro del cual se desenvolverá este proyecto.

El término "Gravimetría" proviene del latín "gravis" y del griego "metron", que significan "peso" y "medida" respectivamente (UFPR,2002). Consiste en la determinación cuantitativa de atributos asociados a una cierta región del espacio sometida a la acción de un campo gravitacional, tal como el terrestre. Uno de estos atributos es la intensidad de la gravedad para cierto punto de una región dada.

La gravimetría es, por lo tanto, un conjunto de técnicas y operaciones que tienen como finalidad la determinación de la intensidad de la aceleración de gravedad, en forma absoluta o relativa, en cualquier lugar que se halle sometido a la influencia del campo gravitacional terrestre.

La geodesia se apoya en gran parte en los resultados de estas mediciones. En realidad, la forma y figura de la Tierra han sido modeladas en función de

estudios realizados respecto al campo de gravedad. Por otro lado al permitir analizar los efectos de atracción de la estructura interna de la Tierra, la gravimetría es una herramienta de vital importancia para disciplinas tales como la Geofísica pura y aplicada y sus ramas: geodinámica, sismología, prospección mineral, entre otras.

El campo de gravedad es un sistema de referencia “natural” para muchas mediciones geodésicas e incluso para el movimiento de satélites artificiales, y su reducción al sistema convencional de referencia exige el conocimiento de valores de aceleración de gravedad a nivel global.

He aquí la importancia de la determinación del geoide mediante el cálculo de las ondulaciones geoidales y los desvíos de la vertical, relacionados a la gravedad terrestre por medio de ecuaciones de Stokes y de Vening-Meinesz, respectivamente.

Justamente, y entrando en materia, en procura de determinar un Geoide Global (superficie equipotencial), los últimos años han sido empleados en múltiples investigaciones alrededor del mundo, en especial en América del Sur. Sin embargo, estos estudios no han logrado determinar modelos locales ni regionales unificados, en vista de que cada país posee su propio Datum vertical y por ende distinta red de nivelación. Por lo tanto, cuando se logre, cada uno tendrá un geoide local con diferente superficie equipotencial de referencia y un desplazamiento vertical con respecto al Geoide Global.

Siendo así, existe un esfuerzo conjunto cuyo propósito es determinar una superficie única para América del Sur con el fin de establecer un sistema unificado de referencia para cada red altimétrica.

Esta investigación colabora en dicha búsqueda, mediante la dotación de información para, entre otras cosas, mejorar los resultados del proceso de obtención de coordenadas mediante el uso del sistema de posicionamiento por satélites artificiales NAVSTAR (Navigation System Time And Ranging), tanto para fines prácticos como científicos orientado al desarrollo y bienestar de la sociedad.

La constelación NAVSTAR, provee tres coordenadas cartesianas (X, Y, Z) referidas a un sistema de referencia cuyo origen es conocido como Geocentro. Mediante el empleo de transformaciones matemáticas se pueden obtener coordenadas geodésicas en términos de latitud, longitud y altura elipsoidal (λ, ϕ, h respectivamente). Sin embargo, y aquí el problema, para muchos fines se requiere, además, determinar una altura ortométrica (referida al geoide), lo que implica un necesario conocimiento de la ondulación geoidal (diferencia de altura entre el geoide y el elipsoide) para lograr establecer de forma más precisa un posicionamiento por satélite.

Los Modelos Geopotenciales Globales se presentan como la mejor solución para lograr una referencia vertical, y han sido usados en aplicaciones donde los valores de ondulaciones geoidales han llegado a la precisión métrica. Uno de ellos es el Earth Geopotential Model (EGM 96), el cual permite calcular los valores mencionados a nivel de toda la Tierra, con el ingreso de coordenadas geodésicas en el sistema geocéntrico WGS 84, mediante el uso de 360 coeficientes.

A pesar de ello, existen casos donde se requiere una mayor precisión, por lo que nace la necesidad de utilizar otras informaciones tales como: datos gravimétricos, topográficos y geológicos, sin descartar la opción del desarrollo de modelos geoidales locales.

En el Ecuador, consciente de esta situación, el Instituto Geográfico Militar (IGM) ha iniciado la ejecución de una Red Gravimétrica Fundamental en el territorio continental e insular, a través de varias campañas de medición y procesamiento de datos adquiridos, resultados que han permitido disponer de una gran cantidad de información gravimétrica a nivel nacional

A pesar de todos los logros alcanzados como producto del trabajo realizado por dicha institución para la obtención de esta información, son reducidos los circuitos gravimétricos que se hallan formando una red, lo que genera un bajo nivel de confiabilidad (expresado en grados de libertad) de los resultados luego de la aplicación de un proceso de ajuste. Además, es deducible que la precisión se ve definitivamente afectada.

Por lo tanto, y en vista que el IGM se halla realizando la densificación a partir de la existente red gravimétrica fundamental con la intención de generar un Modelo Geoidal para el Ecuador, se ha considerado de vital importancia realizar un ajuste de la misma, tomando en cuenta que es imprescindible disponer de una red gravimétrica sólida y debidamente estructurada, capaz de convertirse en una base firme para el desarrollo de futuros proyectos e investigaciones afines.

Siendo así, la ejecución de este proyecto contribuirá de manera decidida a la generación de dicho modelo mediante la obtención de valores de gravedad provenientes de una red debidamente ajustada. Este es uno de los productos requeridos de manera prioritaria por la Subcomisión de Gravedad y Geoide para América del Sur (SCGGAS), con sede en Brasil para la generación de un Modelo Geoidal Regional, el mismo que podrá ser explotado en todo su potencial para el posicionamiento por satélite y determinación de coordenadas.

1.2.- OBJETIVOS.-

1.2.1.- OBJETIVOS GENERALES.-

1.2.1.1.- Generar una metodología para el ajuste de la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador Continental a través del procedimiento de mínimos cuadrados y la consideración de varios criterios para la determinación de la matriz de pesos, cuyos resultados servirán como base para aplicaciones técnicas e investigaciones gravimétricas posteriores.

1.2.2.- OBJETIVOS ESPECIFICOS.-

1.2.2.1.- Desarrollar un análisis preliminar de la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador a fin de establecer las condiciones en la que se encuentra al inicio de este proyecto.

1.2.2.2.- Planificar y ejecutar las campañas gravimétricas que sean necesarias para establecer las condiciones requeridas para el ajuste de la red considerando los recursos y tiempo disponibles.

1.2.2.3.- Procesar la información adquirida en el trabajo de campo mediante el empleo del software adecuado para el efecto.

1.2.2.4.- Desarrollar un programa que permita realizar el ajuste de la Red Gravimétrica del Ecuador Continental en función de los datos disponibles.

1.2.2.5.- Realizar un ajuste preliminar de la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador Continental a través de la aplicación del método de mínimos cuadrados y la determinación de la matriz de pesos en función de los criterios de precisión y tiempo.

1.2.2.6.- Analizar los resultados obtenidos luego del ajuste de la red .

1.2.2.7.- Resumir dichos resultados y entregarlos al Instituto Geográfico Militar para su consideración y aplicación inmediata.

CAPITULO II

CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA

2.1.- TEORIA GRAVITACIONAL

2.1.1.- LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Actualmente se sabe que existen solamente tres fuerzas, además de la gravedad, que originan todas las propiedades y actividades observadas en el Universo: el electromagnetismo, la llamada interacción nuclear fuerte (que mantiene unidos los protones y neutrones en los núcleos atómicos) y la interacción nuclear débil (o interacción débil) entre algunas de las partículas elementales, que explica el fenómeno de la radiactividad.

La fuerza gravitatoria es la más débil de las cuatro fuerzas de la naturaleza. Así, la fuerza gravitatoria entre dos protones (una de las partículas elementales más pesadas) es 10^{36} veces menos intensa que la fuerza electrostática entre ellos, sea cual sea la distancia que los separe. En el caso de dos protones situados en el núcleo de un átomo, la fuerza electrostática de repulsión es a su vez mucho menor que la interacción nuclear fuerte (Encarta, 2001).

El que la gravedad sea la fuerza dominante a escala macroscópica se debe a dos hechos: el primero, sólo existe un tipo de masa, por lo que sólo existe un tipo de fuerza gravitacional, siempre atractiva, lo que hace que las fuerzas gravitacionales de las numerosísimas partículas elementales que componen un cuerpo como la Tierra se sumen, con lo que la fuerza total resulta muy grande; y, segundo, un campo gravitatorio se extiende hasta el infinito y su atracción no desaparecerá por grande que sea la distancia, lo que no sucede con las otras fuerzas.

Así, las cargas eléctricas de las partículas elementales, que originan las fuerzas electrostáticas y electromagnéticas, pueden ser positivas o negativas. Las cargas iguales se repelen y las cargas opuestas se atraen. Los cuerpos formados por muchas partículas tienden a ser eléctricamente neutros, y las fuerzas eléctricas ejercidas por las partículas, aunque tienen un alcance infinito al igual que la fuerza de gravedad, se cancelan mutuamente.

Por su parte, las interacciones nucleares, tanto la fuerte como la débil, tienen un alcance extremadamente corto, y apenas son apreciables a distancias mayores de una billonésima de centímetro.

La fuerza de la gravedad es tan débil que un cuerpo tiene que poseer una masa enorme para que su influencia sobre otro cuerpo resulte apreciable.

La comprensión del concepto de esta fuerza se basa en la ley de gravitación universal de Newton (1642 - 1727), que afirma que todas las partículas materiales, y los cuerpos formados por estas partículas, tienen una propiedad denominada masa gravitacional. Esta propiedad hace que dos partículas ejerzan entre sí una fuerza atractiva (a lo largo de la línea que une sus centros) directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Es decir que, si un cuerpo pesa 1 Newton, en la superficie terrestre, su peso será de 0,25 Newton cuando se aleje dos veces más de la Tierra, porque la intensidad de la gravedad se reduce a un cuarto del valor que tiene en la superficie, y, de igual manera, cuando se aleje tres veces pesará sólo un noveno de su peso en la superficie. Esta es una de las razones por la cual la aceleración de la gravedad es menor en latitudes ecuatoriales que en los polos, ya que la

distancia desde el centro de la Tierra hasta la superficie será mayor en el primer caso.

Esta fuerza rige el movimiento de todos los astros en el espacio celeste, y por ende el de los planetas alrededor del Sol y de los objetos en el campo gravitatorio terrestre. Es una ley que se aplica a toda la materia que se halle en cualquier lugar del universo.

De manera general, se define mediante el siguiente modelo matemático (Heiskanen–Moritz, 1967):

$$F = G \left(\frac{m_1 m_2}{l^2} \right) \quad (2.1)$$

Donde:

F = Fuerza de atracción gravitacional (Newton)

G = Constante de Gravitación Universal = $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 = 66.7 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3\text{g}^{-1}\text{seg}^{-2}$

m_1, m_2 = Masas atrayentes (kg.)

l = Distancia entre los centros de masa de cada cuerpo. (m.)

Para demostrar esta ley se pueden comparar la aceleración centrípeta de la Luna a_c con la aceleración media de la gravedad terrestre $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. La a_c está dada por la fórmula (<http://www.sc.ehu.es/.../kepler4.html>, 2004):

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{4 \pi^2 r}{P^2} \quad (2.2)$$

Donde:

r = radio de la órbita de la Luna = $3.84 \cdot 10^8 \text{ m}$.

P = período de translación lunar = 28 días = $2.36 \cdot 10^6 \text{ s}$

v = velocidad tangencial = $2 \pi r / P$

Entonces $a_c = 2.721867 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$, lo que permite hacer una relación entre aceleraciones lunares y terrestres, así:

$$\frac{g}{a_c} = \frac{9.8 \text{ m/s}^2}{2.721817 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2} = 3600.469825 \approx (60)^2$$

Por otro lado, al relacionar el radio de la Tierra (R) de $6.378 \cdot 10^6$ m., y el radio de la órbita lunar (R') de $3.84 \cdot 10^8$ m., se tiene que la distancia del centro de la Tierra a la Luna es aproximadamente 60 veces el radio terrestre:

$$\left(\frac{R'}{R} \right)^2 = \left(\frac{3.84 \cdot 10^8}{6.378 \cdot 10^6} \right)^2 = 3624.878205 \approx (60)^2$$

Por lo tanto, queda demostrado que las aceleraciones de ambos cuerpos están en razón inversa del cuadrado de sus distancias medidas desde el centro de la Tierra:

$$\frac{g}{a_c} = \left(\frac{R'}{R} \right)^2 \quad (2.3)$$

Aunque las masas m_1 y m_2 se atraen entre ellas en una vía completamente simétrica, es conveniente llamar a una de ellas masa atrayente y a la otra masa atraída. Para simplificarlo se asume a la masa atraída igual a la unidad y se denota a la masa atrayente como m , quedando redefinida la relación (2.1) de la siguiente manera:

$$F = G \left(\frac{m}{l^2} \right) \quad (2.4)$$

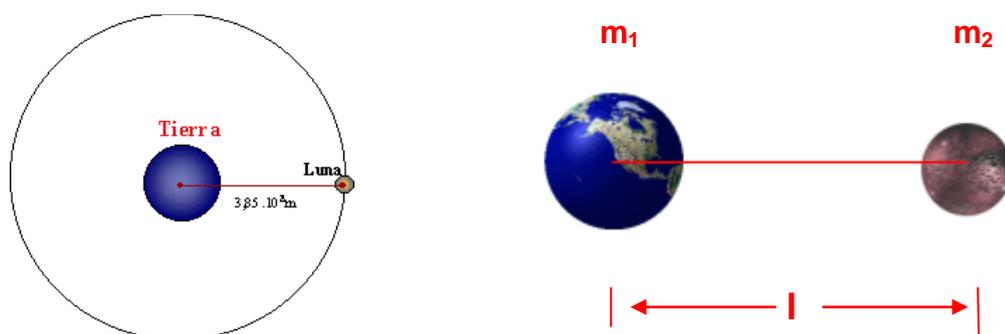
expresándose así la fuerza ejercida por la masa m sobre una masa unitaria localizada a cierta distancia l desde m .

Como se puede observar, la fuerza gravitacional sobre un cuerpo es proporcional a su masa, una consecuencia importante de esta proporcionalidad es que se puede medir una masa midiendo la fuerza gravitacional ejercida sobre ella, o sea pesándola.

En cuanto a la constante G , esta fue medida por primera vez por el físico británico Henry Cavendish en 1798, mediante una balanza de torsión y posteriormente por P.R. Heyl en 1930. Para entender este valor, se puede afirmar que la fuerza gravitatoria entre dos cuerpos esféricos de un kilogramo de masa cada uno y separados por una distancia de un metro es de 0,0000000000667 newton. Esta fuerza extremadamente pequeña es igual al peso en la superficie de la Tierra de un objeto de aproximadamente 1/150.000.000.000 kilogramos (Heiskanen–Moritz, 1967). La constante G no debe ser confundida con " g " que es la aceleración de la gravedad, la cual es un vector y no es una constante y mucho menos universal.

La atracción gravitacional provoca que la Luna esté “cayendo” hacia la Tierra, ya que la fuerza centrípeta la aparta de su movimiento rectilíneo tangencial (el que tendría sin fuerza central) y la hace descender 1.3 mm cada segundo (Encarta,2001), de manera que la mantiene, con este tirón, sobre una circunferencia (ver fig. 2.1) Si ella no cayese se movería en una trayectoria recta alejándose de la Tierra.

Figura 2.1: Relación de dos cuerpos de diferente masa en atracción



Fuente: Enciclopedia Encarta, 2001

Lo mismo sucede con las fuerzas que mueven a los planetas en su órbita de traslación, provocando una caída constante hacia el Sol. Si sus velocidades tangenciales se redujeran a cero estos cuerpos se estrellarían inevitablemente.

De esta manera los planetas y el Sol tiran unos de otros, haciendo que giren y algunos se desvíen de sus órbitas normales como sucede con Urano y Neptuno. Esta desviación se conoce como perturbación.

Vale aclarar, entonces, que en un sistema aislado formado por dos cuerpos, uno de los cuales gira alrededor del otro, teniendo el primero una masa mucho menor que el segundo y describiendo una órbita estable y circular en torno al cuerpo que ocupa el centro, la fuerza centrífuga tiene un valor igual al de la centrípeta debido a la existencia de la gravitación universal.

En la ley de gravitación universal está implícita la idea de que la fuerza entre dos partículas es independiente de la presencia de otros cuerpos. Dicho de otra manera, la fuerza actuante se dará entre cada dos partículas. De haber más partículas debe calcularse las fuerzas por pares y después sumarlas vectorialmente. (Todo ello se profundizará más adelante en el numeral 2.1.3.1)

2.1.2.- SUPERFICIES DE REFERENCIA

Generalmente, las mediciones geodésicas son relativas a un sistema de referencia materializado por un marco y enlazadas por uno o más datum o parámetros a un conjunto de valores establecidos.

Entiéndase como sistema de referencia a la definición de modelos, parámetros, constantes, y demás, que sirven como base para la descripción del estado geométrico (o de los procesos físicos) de la Tierra o de su superficie (Drewes, 2002). Tal es el caso del sistema cartesiano tridimensional ortogonal cuyo eje Z es paralelo al eje de rotación terrestre y su eje X pasa por el meridiano de Greenwich. Los sistemas de referencia no se pueden determinar por mediciones, sino que se definen convencionalmente. Por ejemplo: las coordenadas y direcciones geodésicas no son valores estimables ya que éstas requieren de una

base (sistema de ejes de coordenadas) al cual referirse; mientras que distancias y ángulos son independientes de un sistema de referencia (excepto la escala de las distancias). Los sistemas convencionales son una definición arbitraria de los ejes coordenados, vectores principales o direcciones de referencia; los sistemas de referencia inercial, en cambio, consideran a la gravedad y rotación terrestre (sin aceleración), y, por último, los sistemas de referencia cuasi-inercial consideran una aceleración lineal en la velocidad de rotación de la Tierra.

El **World Geodetic System 1984 (WGS84)** es uno de los sistemas de referencia global (cuyo origen es el geocentro) que originalmente fue establecido para determinar las coordenadas de las órbitas de los satélites TRANSIT. Fue adoptado también para las órbitas de los satélites NAVSTAR-GPS (Navigation System Time And Ranging-Global Position System). Además, está el **IERS Terrestrial Reference System (ITRS)**, un sistema de referencia del Servicio Internacional de Rotación Terrestre (IERS) establecido para la determinación de la rotación de la Tierra en el sistema de referencia celeste, el International Celestial Reference System (ICRS), por combinación de diferentes técnicas espaciales.

Un marco de referencia, en cambio, es la materialización física y matemática de un sistema de referencia. Tal es el caso de un número de puntos monumentados sobre la superficie terrestre con sus coordenadas geocéntricas tridimensionales (X,Y,Z) ó elipsoidales (φ, λ, h) dadas convencionalmente.

El **IERS Terrestrial Reference Frame (ITRF)** es una materialización del ITRS mediante un número de estaciones en la superficie terrestre (aproximadamente 300) con coordenadas dadas para una época fija y sus variaciones en el tiempo (velocidades). Sirve para la determinación de las órbitas

precisas de los satélites GPS por el Servicio GPS Internacional (IGS). En América del Sur se realizó una densificación del ITRF lográndose establecer un **Sistema Internacional de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS)**, con 58 estaciones, en el año 1995, extendiéndola al Caribe, Norte y Centroamérica en 2000 (formalmente adoptado en febrero de 2001).

Y finalmente, un datum geodésico se define como el conjunto de parámetros que conectan las mediciones con el sistema de referencia. Por lo general, ha sido definido clásicamente por una convención arbitraria y su orientación con respecto a un sistema de referencia ha sido determinada más tarde por observaciones superiores. Tal es el caso del **Preliminary South American Datum 1956 (PSAD56)**, el cual fue establecido por coordenadas astronómicas y desviaciones de la vertical observadas en La Canoa, Venezuela, referidas al elipsoide internacional (Hayford). Su desviación del geocentro es: $X = -288$ m, $Y = 175$ m, $Z = -376$ m. Otros son el SAD69 (Brasil) y el NAD83 (EEUU).

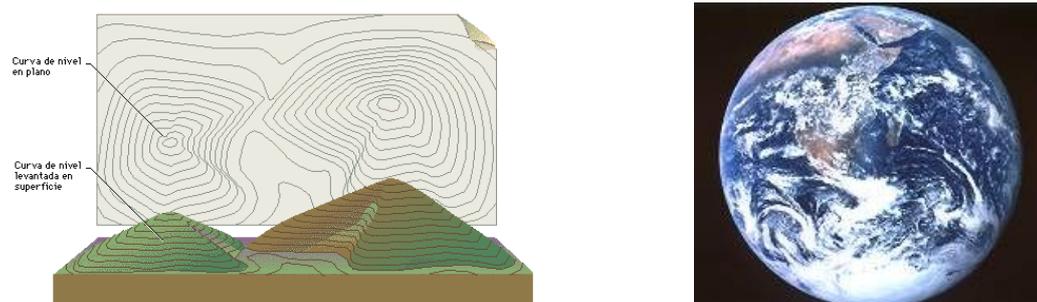
Teniendo claro lo anteriormente mencionado, a continuación se especificarán las principales superficies de referencia y su relación.

2.1.2.1.- Superficie física de la Tierra

La superficie física de la Tierra está constituida por su topografía y el fondo oceánico. Sobre ella se realizan las observaciones topográficas y geodésicas.

(ver fig. 2.2)

Figura 2.2: Superficie física de la Tierra



Fuente: Enciclopedia Encarta, 2001

2.1.2.2.- Elipsoide

Se denomina así al modelo físico matemático, representado por la superficie de una elipse biaxial de revolución en torno a su eje menor, y caracterizado por su semieje mayor (a) y su achatamiento polar (f). (IGAC, 2002).

En las figuras 2.3 y 2.4 se pueden observar una elipse y un elipsoide. En este último el semieje mayor se halla en el plano ecuatorial, mientras que el semieje menor es parte del eje polar.

Figura 2.3: Elipse y sus elementos

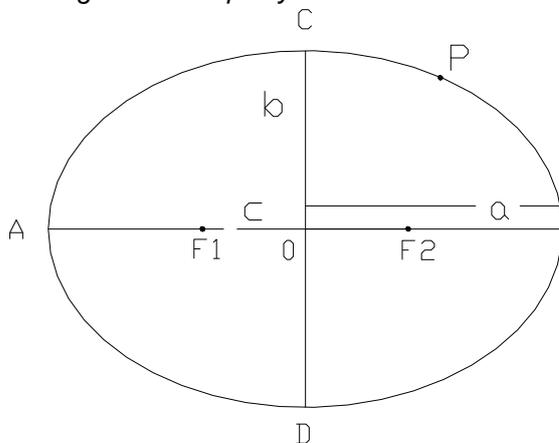
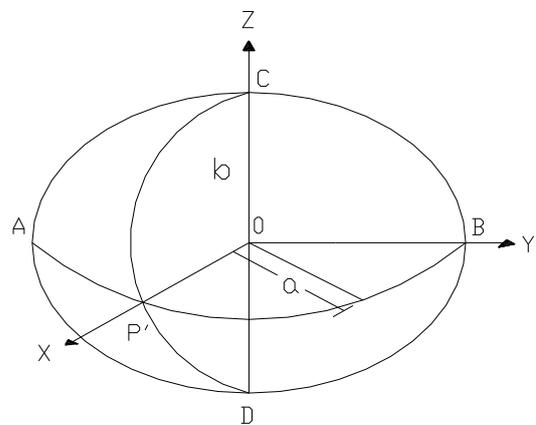


Figura 2.4: Elipsoide y sus elementos



Fuente: Drewes H., 2002, adaptado por el autor

<p> $OA = OB = a =$ semieje mayor $OC = OD = b =$ semieje menor o polar $F_1, F_2 =$ focos de la elipse $f =$ achatamiento polar $F_1 = OF_2 = c =$ distancia focal $P =$ punto sobre la elipse </p>	<p> $OAP'B =$ plano ecuatorial $OCP'D =$ plano meridional $O =$ centro $P' =$ punto sobre el elipsoide </p>
---	--

Una elipse se define mediante el siguiente modelo matemático:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2.5)$$

En ella se presentan las siguientes propiedades:

$$PF_1 + PF_2 = 2a \quad (2.6)$$

$$\varepsilon = c / a \quad (2.7)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (2.8)$$

Puesto que $c < a$, deberá cumplirse que $0 < \varepsilon < 1$; y si $\varepsilon = 0$, se tratará de una circunferencia, siendo ε la excentricidad lineal.

En un elipsoide sus elementos se definen de esta manera (Zakatov, 1990):

- El achatamiento polar se define como:

$$f = \frac{(a - b)}{a} \quad (2.9)$$

- Excentricidad lineal:

$$\varepsilon = (a^2 - b^2)^{1/2} \quad (2.10)$$

- La primera (e) y segunda (e') excentricidad se representan, por:

$$e = \varepsilon / a \Rightarrow e^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2} \quad (2.11)$$

$$e' = \varepsilon / b \Rightarrow e'^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{b^2} \quad (2.12)$$

- Además, dichas excentricidades se pueden expresar así:

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (2.13)$$

$$e'^2 = \frac{e^2}{(1 - e^2)} \quad (2.14)$$

Inicialmente las mediciones geodésicas se realizaban sobre la superficie terrestre y los cálculos se reducían al establecimiento de coordenadas de los puntos de manera local, a la determinación de sus distancias y demás aplicaciones. Sin embargo, han sido innumerables los esfuerzos hechos por científicos como Bessel (1841), Krasovsky (1936, 1940), Hayford (1910) entre

otros, con la intención de caracterizar un elipsoide de referencia en el cuerpo de la Tierra que permita determinar con la mayor exactitud posible la posición de un punto respecto a otro que se halle en cualquier lugar de ella. Todo ello se acentuó con el surgimiento de la exploración espacial ante la necesidad de establecer coordenadas de los puntos en el espacio exterior, provocando que los sistemas referencia superficiales quedaran poco menos que obsoletos al no disponer de un nivel de referencia global y unificado para la determinación de alturas.

Siendo así, hay tantos elipsoides de referencia como necesidades y descubrimientos han surgido. Sin embargo, se pueden definir dos tipos: elipsoides de referencia local y elipsoides de referencia global, en función del datum utilizado, según se observa en las figuras 2.5 y 2.6:

Figura 2.5: Elipsoides de referencia local

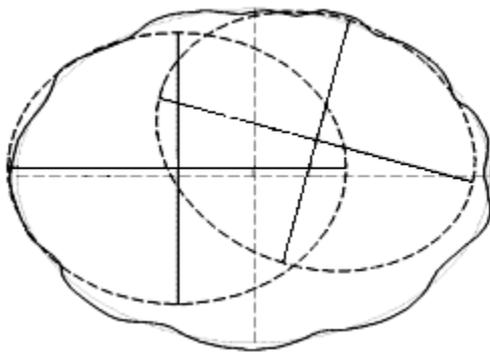
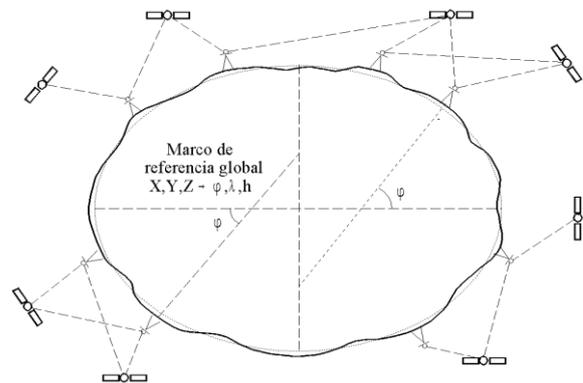


Figura 2.6: Elipsoide de referencia global



Fuente: Drewes H., 2002

En el primer caso, el datum está en la superficie de la Tierra, mientras que en el segundo, se halla en el centro de la Tierra.

Las coordenadas (X,Y,Z) de un mismo punto obtenidas en ambos sistemas, obviamente, tendrán que ser objeto de una transformación matemática para representar la dicha posición de manera efectiva. Dicha transformación requiere de parámetros de translación, rotación y escala, que pueden ser obtenidos mediante metodologías diseñadas para el efecto.

En el caso del Ecuador los elipsoide de referencia más utilizados son los de la tabla 2.1:

Tabla 2.1: Parámetros de elipsoides de referencia WGS 84 y PSAD 56

	ELIPSOIDE DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO	ELIPSOIDE DE REFERENCIA LOCAL (Parámetros de Hayford)
DENOMINACIÓN	WGS 84	PSAD 56
DATUM	Geocentro	Topocentro La Canoa, Venezuela
SEMIEJE MAYOR (a)	6378137 m.	6378388 m.
SEMIEJE MENOR (b)	6356752.314 m.	6356911.946 m.
ACHATAMIENTO POLAR (f)	1 / 298.257223563	1 / 297

2.1.2.3.- Geoide

Se define como la superficie equipotencial de referencia perteneciente al campo de gravedad terrestre que hipotéticamente coincide con el nivel medio del mar en calma, es decir, no perturbado. En otras palabras, es aquella superficie sobre la cual todos sus puntos poseen el mismo potencial de gravedad. (Este término se profundizará en el numeral 2.1.3.1).

El nivel medio del mar (nmm) es intermedio entre los niveles de las mareas alta y baja. Este valor patrón se usa para medir diferencias relativas de altura, sobre el mar, o de profundidad, bajo el mar, de los accidentes geográficos. Ejemplo: la altura del Everest es de 8.848 m sobre el nmm, y la superficie del mar Muerto es de unos 400 m bajo el nmm. Este nmm, o nivel cero, se determina mediante un mareógrafo, el cual permite realizar una serie de registros permanentes de oscilaciones de mareas, siendo ellas las que produzcan variaciones continuas en espacio y tiempo del nmm. Por ello cada país fija convencionalmente la época y el lugar a partir del cual se calculan todas las cotas de altitud que aparecerán en la cartografía oficial.

En Ecuador se emplea el mareógrafo ubicado en la Península de La Libertad cuyo nivel, determinado inicialmente por el Instituto Oceanográfico de la

Armada (INOCAR) mediante un equipo establecido en 1948 y monitoreado continuamente durante 20 años, es considerado como un datum vertical para todo el territorio. Además se lo controla diariamente para prevenir efectos por fenómenos naturales.

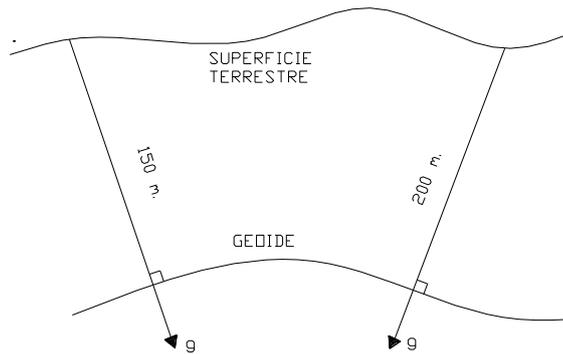
Generalmente, se asume al nmm igual a la superficie geoidal de manera que se estaría materializando una misma superficie equipotencial. Sin embargo, se conoce que por cada mareógrafo alrededor del mundo pasa una superficie equipotencial distinta en función de la denominada Topografía de la Superficie Oceánica: TSO (Blitzkow, 2003). Ella es el fruto de varios factores: diferencias de salinidad, material en suspensión y temperatura, el efecto de los vientos y las corrientes, entre otros.

Además, vale aclarar que el modelamiento de la TSO debería concluir en una superficie de equilibrio única en todos los mareógrafos. Mas, recientemente, se viene constatando que el nmm está sufriendo un aumento debido al efecto invernadero, el cual ha generado una expansión térmica de los océanos, el derretimiento de los glaciares polares y un aumento de lluvias. Todo esto ha producido un incremento constante durante los últimos cien años de 1 a 3 mm por año (Blitzkow, 2003), lo que obliga a la actualización continua de este nivel de referencia.

En conclusión, no se puede afirmar que el nmm es la materialización definitiva del geoide terrestre.

El geoide representa la figura física real de la Tierra y es una superficie perpendicular a la dirección del vector de gravedad terrestre, lo que proporciona una dirección natural en sentido horizontal (nivel del agua) y vertical (línea de la plomada y zenit astronómico), tal como se muestra en la figura 2.7:

Figura 2.7: Perpendiculares del geode



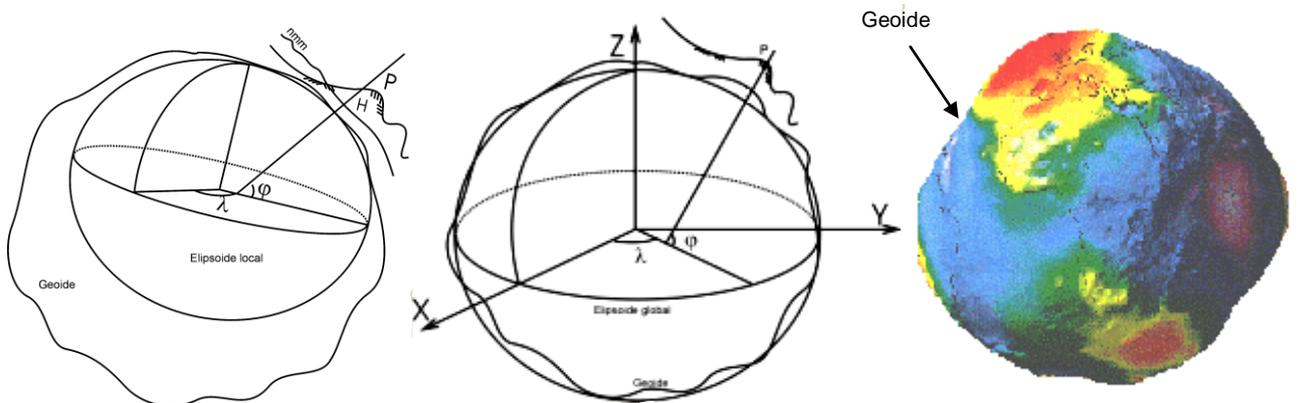
La forma del geode se manifiesta en las fuerzas gravitacionales que afectan a las órbitas y las trayectorias de los satélites en el espacio, ya que dichas fuerzas varían en intensidad y dirección de un lugar a otro debido a la distribución irregular de las masas en el interior de la Tierra provocando una perturbación.

Actualmente, los métodos más empleados para determinar el geode son:

- Satelital
- Gravimétrico
- Modelos geopotenciales

Para tener una mejor idea de lo mencionado anteriormente, en la figura 2.8 se puede observar la relación existente entre el geode y los elipsoides local y global:

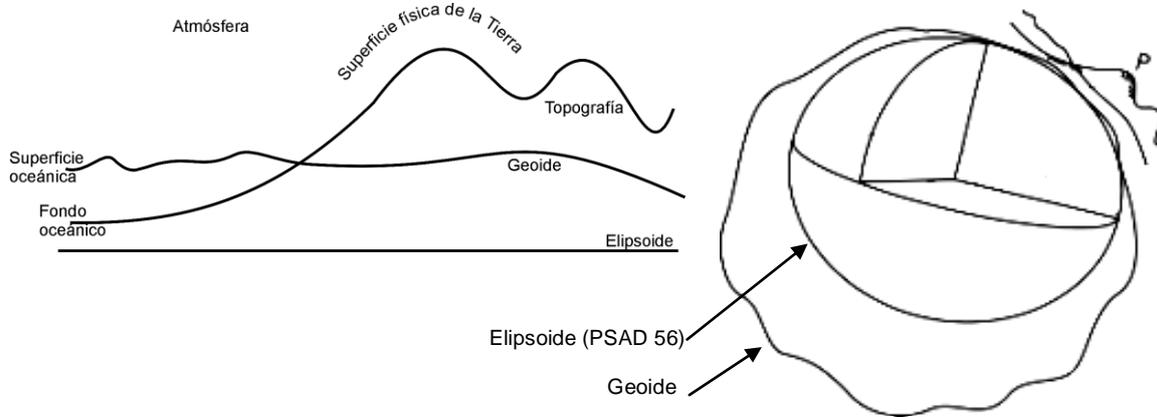
Figura 2.8: Relación entre elipsoide local y elipsoide global con el geode



Fuente: Drewes H., 2002

Una vez analizada cada una de las principales superficies de referencia, a continuación se puede observar la relación existente entre ellas en la figura 2.9:

Figura 2.9: Relación entre la superficie terrestre, elipsoide(PSAD 56), geoide y el nmm



Fuente: Drewes H., 2002

Más adelante, en el numeral 2.1.3.3, se complementará la explicación referente a dichas superficies y sus alturas.

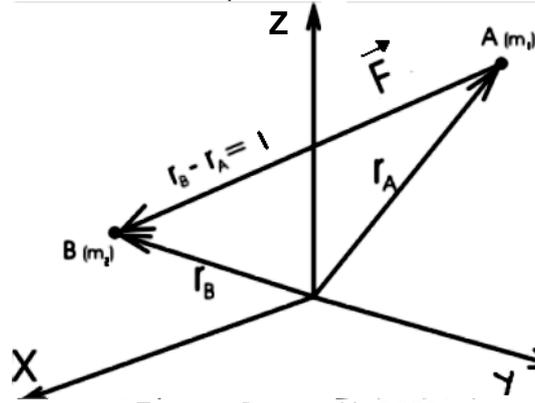
2.1.3.- ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD

La gravedad, o fuerza de gravedad, para un punto de la superficie terrestre, es el vector resultante entre el vector de la fuerza de atracción gravitacional ejercida por las masas terrestres (atracción newtoniana) y el vector de la fuerza centrífuga (causada por el movimiento de rotación), que actúan sobre una unidad de masa situada en este punto. El módulo del vector de la fuerza de gravedad será la aceleración de la gravedad para un punto determinado.

2.1.3.1.- Fuerza de atracción gravitacional

La fuerza de atracción gravitacional ha sido definida en la ecuación (2.1) en la cual la masa m_1 y m_2 son atrayentes entre sí. Si dichos cuerpos se hallan en dos posiciones distintas, A para m_1 y B para m_2 , los vectores que representen su posición serán \vec{r}_A y \vec{r}_B , respectivamente, tal como se muestra en la figura 2.10:

Figura 2.10: Vectores de posición de dos masas atrayentes



Fuente: Drewes H., 2002

Como se puede observar, la dirección de la fuerza resultante F está dirigida hacia B. Esto es porque se ha considerado a m_1 como masa atraída y a m_2 como atrayente. Entonces la fuerza de atracción gravitacional estará dada por:

$$\vec{F} = -G \left(\frac{m_1 m_2}{l^2} \right) \quad (2.15)$$

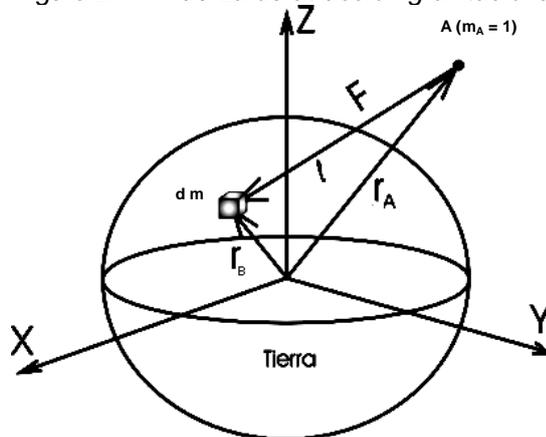
Asumiendo que la masa atraída es igual a la unidad y a la masa atrayente se le denota como m , se tendrá:

$$\vec{F}_{\text{cuerpo B} \rightarrow \text{A}} = -G \left(\frac{m}{l^2} \right) \quad (2.16)$$

donde F es la fuerza por unidad de masa.

Ahora, si el punto B es parte de un cuerpo, la masa atrayente sería tan solo una de las partículas que forman dicho volumen, tal como se ve en la figura 2.11:

Figura 2.11: Fuerza de atracción gravitacional



Fuente: Drewes H., 2002

Ello implica que además existirán alrededor de B varias masas $m_3, m_4, m_5, \dots, m_i$, por lo que se debe considerar que la fuerza entre dos partículas atrayentes es independiente de la presencia de otros cuerpos ya que la fuerza actuante se da entre cada par de ellas, requiriéndose calcular las fuerzas en forma individual y después sumarlas vectorialmente.

Entonces:

$$\vec{F}_{TOTAL} = \sum \vec{F}_i = -G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{l_i^2} \quad (2.17)$$

Por otro lado, si se considera que la masa puede ser expresada en función de su densidad (ρ) y volumen (v), ya que la gravitación depende de la densidad de las masas atrayentes, se puede anotar que:

$$m = \rho v \quad (2.18)$$

Reemplazando m en (2.17):

$$\vec{F}_{TOTAL} = \sum \vec{F}_i = -G \sum_{i=1}^n \frac{\rho v}{l_i^2} \quad (2.19)$$

Si se asume que la distribución de las masas puntuales es continua sobre un volumen v , cuya densidad es:

$$\rho = dm / dv \quad (2.20)$$

donde dv es un elemento de volumen y dm es un elemento de masa, la ecuación (2.19) se podrá expresar como integral:

$$\vec{F} = -G \iiint_v \frac{\rho}{l^2} dv \quad (2.21)$$

donde v se refiere al volumen de la Tierra con una densidad ρ que se asume constante. Además, según la figura 2.10, el valor de l se define así:

$$l = ((X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2)^{1/2} \quad (2.22)$$

Para dejar de asumir a ρ como constante se requiere del conocimiento de las densidades internas de la Tierra, es decir un modelamiento que podría ser logrado a partir de observaciones gravimétricas y sismológicas

En conclusión, el módulo de la fuerza de atracción gravitacional es la aceleración gravitacional terrestre, la cual resulta de la integración de las contribuciones individuales.

La fuerza gravitacional (magnitud vectorial) puede expresarse en términos de una magnitud escalar mediante la aplicación de un gradiente (∇ o grad) al potencial gravitacional terrestre (V):

$$\vec{F} = \text{grad } V = \nabla V = \frac{dV}{dX} \vec{i} + \frac{dV}{dY} \vec{j} + \frac{dV}{dZ} \vec{k} \quad (2.23)$$

Dicho potencial indica en (m^2/s^2) el trabajo que debe hacer la fuerza gravitacional para mover una masa puntual desde el infinito hasta A. A su vez, el V considera que cuando las distancias son muy grandes, la masa se concentra en el centro terrestre. Se define mediante el siguiente modelo:

$$V = G \frac{m}{l} \quad (2.24)$$

donde G, m y l son los valores utilizados anteriormente.

Al igual que el vector de fuerza de atracción gravitacional, el potencial puede ser representado en función de la densidad y el volumen de la masa atrayente,

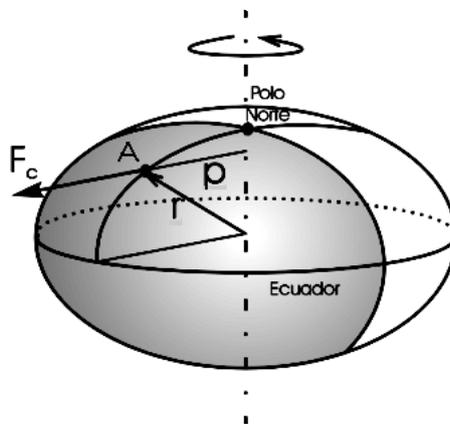
así:

$$V = G \iiint_v \frac{\rho}{l} dv \quad (2.25)$$

2.1.3.2.- Fuerza centrífuga terrestre

La fuerza centrífuga terrestre es aquella producida por la rotación de la Tierra y actúa en dirección perpendicular a su eje polar. Por lo tanto, su módulo se incrementa o disminuye en función de la distancia que una masa pueda tener con dicho eje, provocando una tendencia a la expulsión de las masas más externas de la Tierra. En la figura 2.12 se observa al vector de posición \vec{r} de un punto A sobre la Tierra y la distancia perpendicular p desde el eje hasta dicho punto. \vec{F}_c será el vector de la fuerza centrífuga.

Figura 2.12: Fuerza centrífuga terrestre



Fuente: Drewes H., 2002

Se define mediante la siguiente expresión:

$$\vec{F}_c = p \omega^2 \quad (2.26)$$

Donde: p = distancia perpendicular entre el eje polar y el punto A. (m)

ω = velocidad angular de rotación terrestre (rad/s)

A su vez la distancia p se puede definir así:

$$p = (X^2 + Y^2)^{1/2} \quad (2.27)$$

Donde: X, Y = coordenadas planas del punto A.

El módulo de esta fuerza será la aceleración centrífuga de una masa puntual ubicada en A.

En latitudes ecuatoriales, la fuerza centrífuga obtiene un valor máximo de $0,03 \text{ m/s}^2$ (Drewes,2002), lo que provoca que la gravedad medida en esta zona sea relativamente baja, comparada con la de los polos donde es elevada, ya que la fuerza centrífuga en este lugar es nula. Es decir, dicho valor variará conforme varía la latitud de la estación, a una altitud constante. Así, en latitudes cercanas a 45° , un desplazamiento de aproximadamente $40''$ (1230 m.), a altura constante corresponde a una variación de 1 mGal. (UFPR, 2002)

La aceleración centrífuga (magnitud vectorial) puede expresarse en términos de una magnitud escalar mediante la aplicación de un gradiente (∇ o grad) al potencial centrífugo terrestre (Φ):

$$\vec{F}_c = \text{grad } \Phi = \nabla \Phi = \frac{d\Phi}{dX} \vec{i} + \frac{d\Phi}{dY} \vec{j} \quad (2.28)$$

Donde Φ se define así:

$$\Phi = \vec{F}_c = \frac{1}{2} \omega^2 p^2 \quad (\text{m}^2/\text{s}^2) \quad (2.29)$$

Una vez definidos los componentes del vector de aceleración de la gravedad, se puede generar una expresión que la represente de la siguiente manera:

$$\vec{F}_g = \vec{F} + \vec{F}_c = -G \iiint_V \frac{\rho}{l} dv + p \omega^2 \quad (2.30)$$

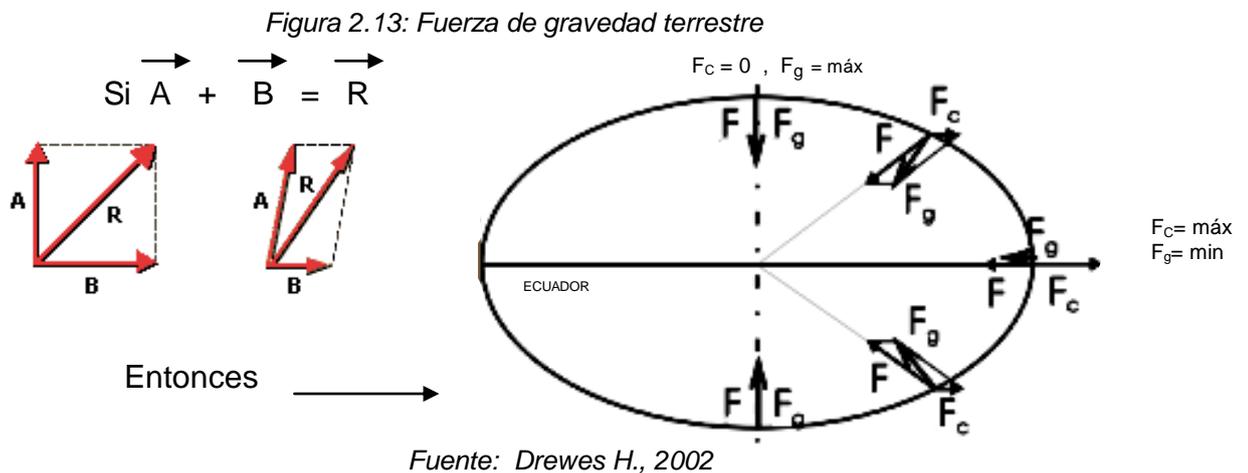
Así como el módulo del vector de atracción gravitacional es la aceleración gravitacional y el módulo del vector de la fuerza centrífuga es la aceleración centrífuga, el módulo del vector de la fuerza de gravedad será el valor de la aceleración de la gravedad para un punto determinado, la cual se representa como " g " y se expresa en m/s^2 . Además, no está por demás señalar que la aceleración será proporcional a la magnitud de la fuerza total y tendrá la misma dirección y sentido que ésta.

El valor de g es obtenido mediante un post proceso de los datos obtenidos con un instrumento denominado “gravímetro” en lugares previamente determinados sobre la superficie terrestre. Además es común que se mencione “intensidad de la gravedad” para referirse a dicha magnitud.

La unidad básica utilizada en gravimetría, en las determinaciones de intensidad de gravedad, es denominada como **Gal** (en homenaje a Galileo Galilei) y tiene como valor 1 cm/s^2 . Usualmente, su submúltiplo, el mGal (10^{-3} gal) es el más empleado, aunque para trabajos de microgravimetría también se emplea el microGal (10^{-6} Gal).

El vector \vec{F}_g está dirigido hacia el interior de la Tierra, pero únicamente en los polos y en el ecuador hacia el centro de ella. La dirección que asuma este vector en cada punto es la vertical del lugar, también llamada “dirección o línea de la plomada”, lo cual será analizado más adelante.

La dirección que toma este vector se explica mediante la figura 2.13:



La aceleración de la gravedad (magnitud vectorial) puede expresarse en términos de una magnitud escalar mediante la aplicación de un gradiente (∇ o grad) al potencial de gravedad terrestre (W), en m^2/s^2 :

$$\vec{\nabla} W \rightarrow \frac{dW}{ds} \rightarrow \frac{dW}{ds} \rightarrow \frac{dW}{ds}$$

$$F_g = \text{grad } W = \nabla W = \frac{\partial W}{\partial X} i + \frac{\partial W}{\partial Y} j + \frac{\partial W}{\partial Z} k \quad (2.31)$$

Donde el W se define así:

$$W = V + \Phi = G \iiint_V \frac{\rho}{l} dv + \frac{1}{2} p^2 \omega^2 \quad (2.32)$$

Para tener idea de la magnitud se mencionará un ejemplo: el gradiente vertical medio de gravedad de la Tierra, es decir el existente en latitudes medias, corresponde a 0.3086 mGal / m., lo que significa que un desnivel de 3 m. en la superficie de la Tierra corresponde aproximadamente a 1 mGal (UFPR, 2002) .

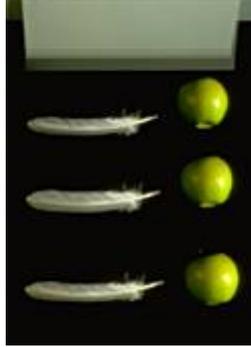
En el ecuador, la aceleración media de la gravedad es de 9,7799 m/s² o 977.99 Gal, mientras que en los polos es superior a 9,83 m/s² equivalente a 9.83 N/Kg o 983 Gal, marcándose un rango de aproximadamente 5 Gal. alrededor de la superficie terrestre:

$$9.78 \text{ m/s}^2 \leq g \leq 9.83 \text{ m/s}^2 ;$$

Sin embargo, el valor que suele aceptarse internacionalmente para la aceleración de la gravedad es de 9,80665 m/s². (Drewes, 2002). En otras palabras, si no se considera la resistencia del aire, un cuerpo que caiga libremente aumentará cada segundo su velocidad en 9,80665 metros por segundo independientemente de la masa que posea.

Esto se podrá observar en una cámara de vacío, donde al liberar dos cuerpos distintos sobre una misma superficie (Tierra), estos caerán hacia ella con la misma aceleración. (ver fig. 2.14)

Figura 2.14: Relación de caída de dos cuerpos de diferente masa en ambiente al vacío



Fuente: Enciclopedia Encarta, 2001

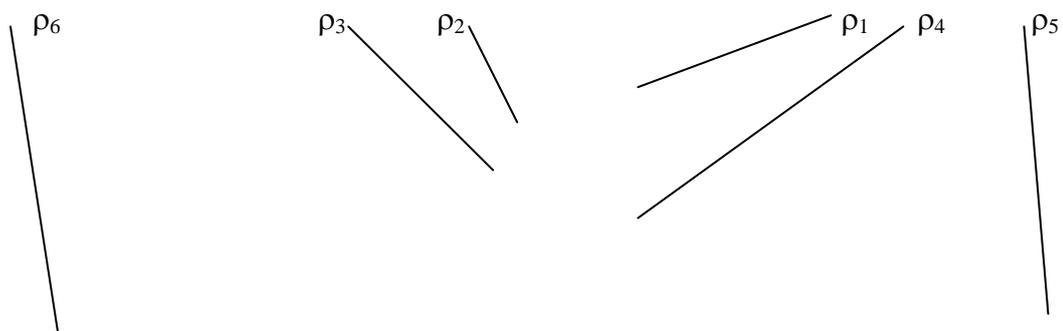
Por otro lado, si se conoce que, según la segunda ley de Newton, una fuerza es igual al producto de la masa de un cuerpo por su aceleración, se puede deducir que al multiplicar la masa de dicho cuerpo por la aceleración de la gravedad se logrará obtener el peso de éste en cualquier lugar de la Tierra.

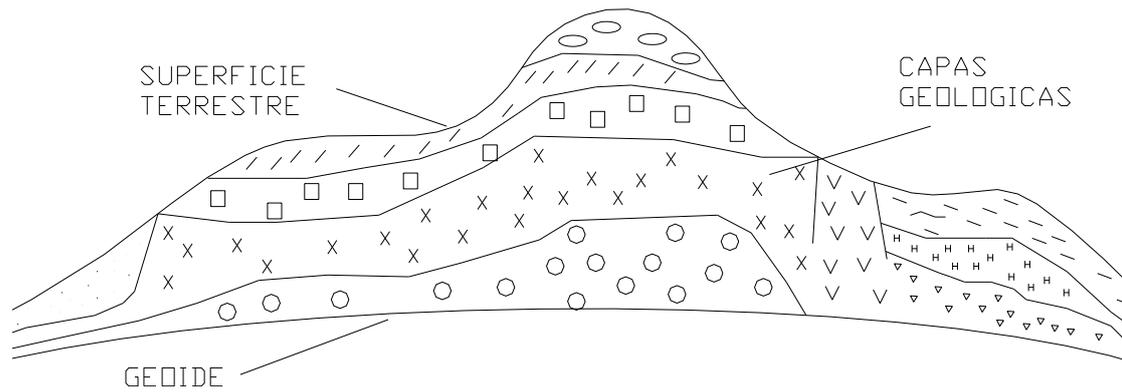
$$P = m g \quad (2.33)$$

Claro está, solo si previamente se ha determinado el valor de g para dicho punto, ya que no es constante para toda la superficie terrestre debido a la variación de densidades de las masas que la integran y a la fuerza centrífuga explicada anteriormente.

En otras palabras, cada una de las capas geológicas se halla constituida por diferentes materiales cuya composición provocará una densidad particular para cada caso. Esta es una de las razones por las que el valor de g en la superficie terrestre no será la misma entre dos o más puntos aunque se hallen a la misma altura y latitud. Esto concluye que, según la ecuación (2.33), un mismo cuerpo tendrá distinto peso en cada posición que ocupe. (ver fig. 2.15)

Figura 2.15: Capas Geológicas terrestres





Vale aclarar que las variaciones de densidad provocarán cambios de magnitudes menores que los generados por la latitud y la altura (Encarta, 2001).

De esta forma, empleando un mismo cuerpo suspendido por un resorte (masa interna del gravímetro), puede medirse su desplazamiento sufrido debido a la fuerza de la gravedad y transformarlo a valores de g mediante tablas de calibración.

Dentro del planeta el campo gravitacional se puede explicar mejor con un ejemplo de un túnel que cruza de lado a lado (norte a sur) de la Tierra. En la superficie, la aceleración será " g ", pero, se reduce al acercarse al centro de la tierra, esto se debe a que - al mismo tiempo - que la Tierra ejerce una fuerza hacia abajo, la Tierra que queda arriba también ejerce una fuerza sobre él, y, al llegar al centro, la aceleración es cero, porque, las fuerzas se encuentran equilibradas arriba y abajo. Por lo tanto, el campo gravitacional en el centro de las Tierra es igual a cero.

Dicha aceleración tendrá, entonces, valores diferentes dependiendo del cuerpo sobre el que se mida; por ejemplo, para la toda la Tierra, como ya se mencionó, se asume un valor medio de $9,8 \text{ m/s}^2$, mientras que el valor que se obtiene para la superficie de la Luna es de tan sólo $1,6 \text{ m/s}^2$, es decir, unas seis

veces menor que el correspondiente a nuestro planeta. Se conoce que en Júpiter este valor sería de $24,9 \text{ m/s}^2$. Como la Luna tiene bastante menos masa que la Tierra, el peso de un cuerpo en su superficie es seis veces menor que el peso en la superficie terrestre. Además, como los dos astros lo atraen en sentidos opuestos, hay un punto, situado a 346.000 kilómetros del centro de la Tierra, en el que las fuerzas se compensan y el peso es nulo (Encarta, 2001).

2.1.3.3.- Superficies de nivel y líneas de la plomada

Luego de analizadas cada una de las superficies de referencia, es conveniente mencionar la relación que existe entre ellas. Dicha relación se materializa a través de “alturas”, entre las cuales se hallan las siguientes:

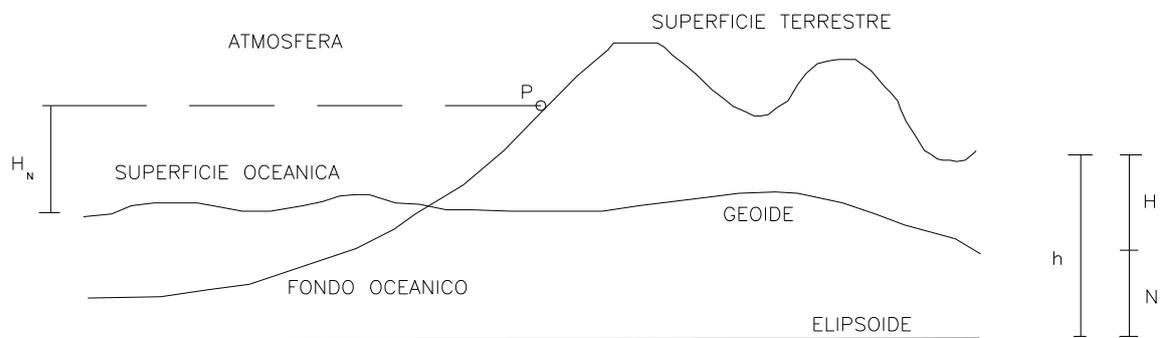
- **Altura elipsoidal (h):** es la distancia existente a lo largo de la normal al elipsoide entre éste y un punto sobre la superficie terrestre. La magnitud y dirección de este vector dependen del elipsoide de referencia empleado, por ejemplo: las órbitas de los satélites NAVSTAR GPS utilizan el sistema WGS 84 cuyo elipsoide es geocéntrico.
- **Altura Nivelada (H_N):** es la distancia vertical determinada por nivelación geométrica o trigonométrica entre uno o varios puntos datum verticales y el punto de medición en la superficie terrestre.
- **Altura ortométrica (H):** es la distancia tomada a lo largo de la vertical al geoide entre éste y un punto sobre la superficie terrestre. La curvatura de esta altura, como se verá más adelante, se debe al

hecho de que la línea de la plomada coincide con el vector de gravedad a medida que atraviesa diferentes superficies equipotenciales, las cuales no son paralelas entre sí.

- **Ondulación Geoidal (N):** distancia que separa al elipsoide del geoide, generalmente medida sobre la normal elipsoidal de un punto.

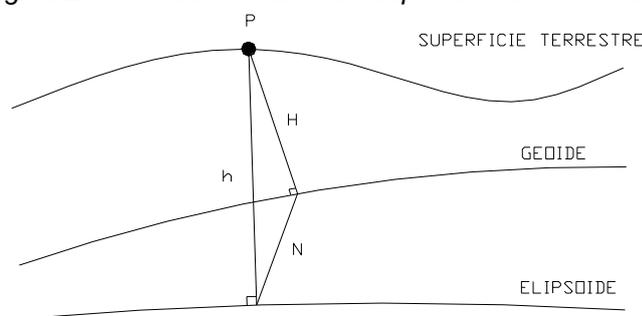
Para tener una idea sencilla de la relación que existe entre las superficies de referencia mencionadas anteriormente, se muestra la figura 2.16:

Figura 2.16: Relación básica entre superficies de referencia



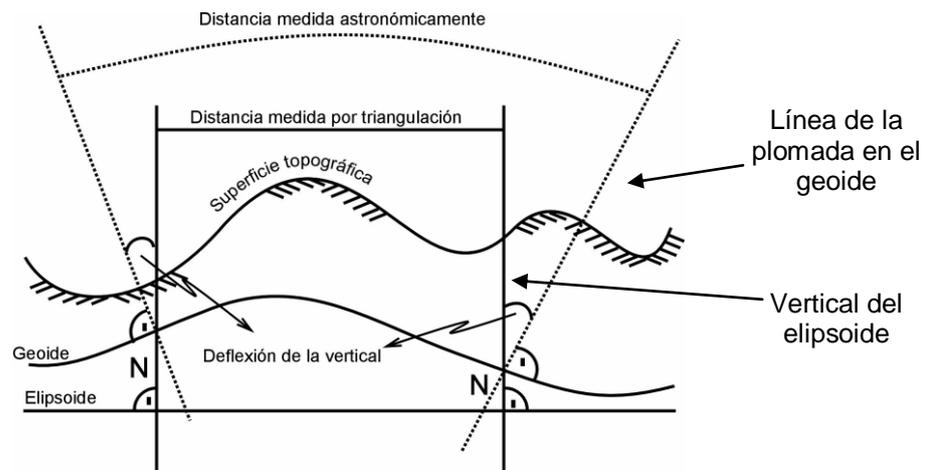
Sin embargo, como se ha mencionado, cada una de las alturas es medida a lo largo de una normal o dirección distinta. Por lo tanto la relación entre el geoide y el elipsoide, mostrada en el gráfico anterior, se manifiesta realmente como se grafica en la figura 2.17:

Figura 2.17: Relación real entre superficies de referencia



Al ángulo que forma la perpendicular del elipsoide con la del geoide se le denomina "deflexión de la vertical", la cual se representa en la figura 2.18:

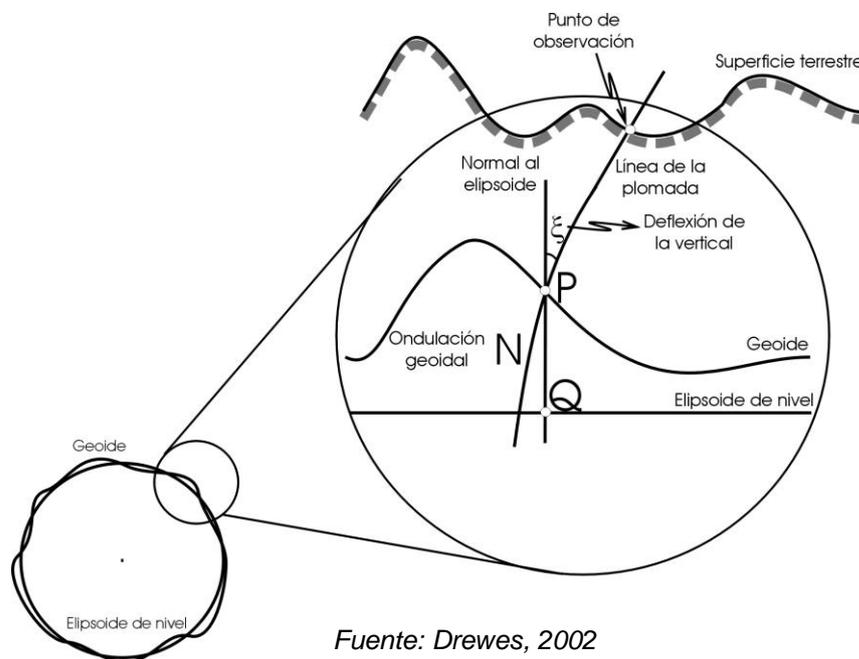
Figura 2.18: Relación entre verticales del geoide y del elipsoide



Fuente: Drewes, 2002

Este ángulo provocará que la distancia entre dos puntos sobre el geoide sea distinta en función de la vertical que se emplee. Vale aclarar que, para fines didácticos, en las figuras 2.18 y 2.19 han sido intencionalmente exagerada la forma del geoide, con la idea de presentar una idea clara de lo mencionado anteriormente:

Figura 2.19: Relación entre verticales del lugar en cada superficie equipotencial

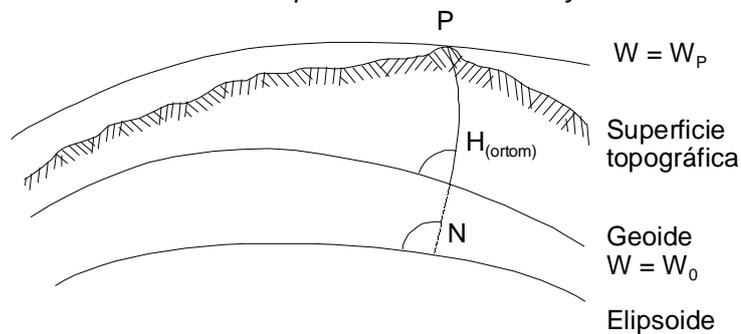


Fuente: Drewes, 2002

A pesar de ello, generalmente se asume que las direcciones sobre las cuales se miden las alturas ortométrica y elipsoidal son las mismas. Esto con la finalidad de realizar los análisis respectivos para la determinación de la

ondulación geoidal y lograr modelos que la representen en una zona determinada.
(ver fig. 2.20)

Figura 2.20: Relación entre superficies de referencia y sus efectos



Fuente: Drewes, 2002

No obstante, es conveniente analizar la relación existente entre dichas normales a cada una de las superficies de referencia, lo cual conduce a definir una superficie de nivel y las líneas de la plomada.

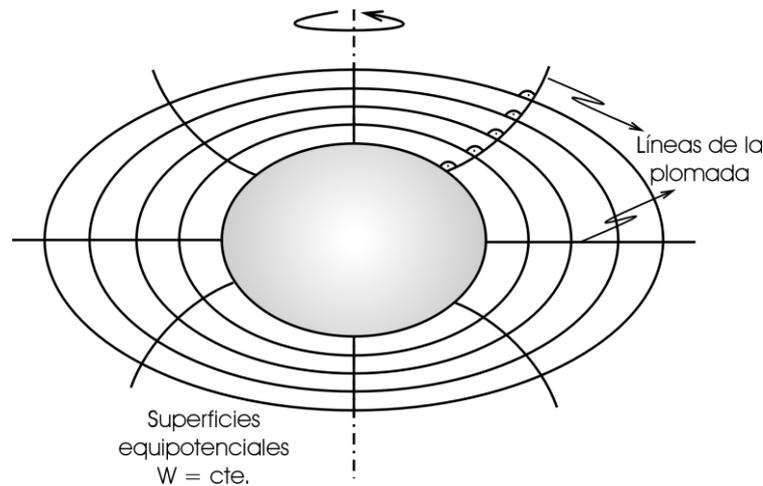
Por un lado, la línea de la plomada (al igual que la dirección del zenit astronómico) es una vertical que interseca perpendicularmente a una superficie equipotencial.

Por otro, una superficie equipotencial cualquiera es aquella que posee un *potencial constante*. Una de estas superficies es el geoide, el cual posee un *potencial de gravedad constante* (W), convirtiéndolo en la superficie de nivel más importante del campo de gravedad terrestre.

Una superficie equipotencial es materializada por un líquido en reposo en cualquier lugar del mundo. Además, cada instrumento de nivelación y su estación de medición tendrán un plano horizontal de referencia coincidente con una superficie equipotencial o de nivel.

En la figura 2.21 se pueden observar un conjunto de superficies equipotenciales y las líneas de la plomada formadas por la perpendicularidad a cada nivel:

Figura 2.21: Líneas de la plomada



Fuente: Drewes, 2002

Estas superficies convergen en los polos por el incremento de la gravedad, así: si en el ecuador hay 100 m entre dos superficies, en los Polos esta diferencia se reduce a 99,5 m entre las mismas superficies de nivel o equipotenciales (Drewes, 2002).

En la actualidad, para la elaboración de redes de referencia altimétrica se realizan tareas de nivelación geométrica asumiendo que las superficies equipotenciales del campo de gravedad son paralelas. Sin embargo, como ya se ha dicho, en función de la forma acentuadamente elipsoidal y de las demás irregularidades de distribución de masa de la Tierra real¹, dicho paralelismo no ocurre, ni entre superficies, ni entre líneas de la plomada. Lo único que tienen en común las superficies equipotenciales es la diferencia del potencial de gravedad y no la distancia entre ellas.

Esto provocará que la diferencia de nivel entre dos puntos sobre la superficie terrestre no sea la misma si se emplean distintos caminos para su determinación.

¹ Tierra Real: geode. Considera una distribución heterogénea de masas, un movimiento de masas (sólidas, gaseosas, viscosas, fluidas), una variación de la velocidad de rotación y un movimiento del eje de rotación.

Este problema puede ser resuelto atribuyéndose un sentido físico para una nivelación a través de una transformación de desniveles en números geopotenciales (Blitzkow, 2003).

2.2.- DETERMINACIONES GRAVIMÉTRICAS

La determinación del módulo del vector de gravedad g se basa en la observación de los efectos físicos que esta provoca en un punto sobre la superficie terrestre. Por lo tanto, la determinación de su magnitud es realizada por medidas indirectas, relacionándola a otras magnitudes, las mismas que son objeto de mediciones directas. Por ejemplo: el desplazamiento de una masa suspendida por un resorte y sometida a la acción del campo gravitacional.

2.2.1.- DETERMINACIONES ABSOLUTAS

El método absoluto consiste en obtener un valor directo de la aceleración de la gravedad g en el lugar donde se ha instalado el equipo de medición, a través de la medición directa sus cantidades fundamentales: distancia y tiempo.

Se presentan las siguientes características:

- Se emplean sistemas pendulares o dispositivos en los cuales la caída libre o el lanzamiento de un objeto son observados.

- Se necesita de instrumentos de medición precisa de las magnitudes en función de las cuales la g es calculada: la longitud de los péndulos y el tiempo o períodos de los mismos, por ejemplo.
- Se requiere de un tiempo de observación bastante largo.
- El manejo y transporte de instrumental son incómodos por su tamaño y cuidado.

Estas determinaciones permiten el establecimiento de puntos absolutos o “datum” distribuidos por todo el mundo, constituyéndose en una referencia para los trabajos de densificación.

2.2.1.1.- Método Pendular

El movimiento pendular fue utilizado para efectuar determinaciones absolutas de la aceleración de la gravedad en el observatorio de Postdam, Alemania. Es considerado como un método clásico de medición de gravedad.

En este caso el período T de un péndulo matemático está expresado en función de su longitud l y da el valor local de aceleración de gravedad g . Dicho péndulo permite la oscilación de una masa en un hilo (considerado sin masa) alrededor de un punto sin fricción. La ecuación de este movimiento es la siguiente (Blitzkow, 2003):

$$T = 2\pi \left(\frac{l}{g} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{g^2} + \frac{3}{8} \frac{\alpha^4}{g^4} + \dots + \left(\frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{g^2} + \frac{3}{8} \frac{\alpha^4}{g^4} + \dots + \frac{2m-1}{2m} \frac{\alpha^{2m}}{g^{2m}} \right)^m \right] \quad (2.35)$$

Donde:

T = período (1/s)

l = longitud de la cuerda (m)

g = aceleración de la gravedad (m/s^2)

α = amplitud máxima.

Vale aclarar que el periodo de la oscilación de un péndulo de una longitud dada se considera independiente de su amplitud, es decir, de la distancia máxima que se aleja el péndulo de la posición de equilibrio. No obstante, cuando la amplitud es muy grande, el periodo del péndulo sí depende de ella.

Asumiendo que el período de oscilación es independiente de α , se puede obtener el valor de g de la ecuación (2.35):

$$g = \frac{4 \pi^2}{T^2} * l \quad (2.36)$$

Entonces basta con medir el período de oscilación del péndulo durante cierto intervalo de tiempo para obtener el valor de g a través de un método de ajuste de observaciones.

2.2.1.2.- Método de Caída Libre

En los últimos 20 años se ha desarrollado una avanzada tecnología para lograr una objetiva determinación absoluta a través de la caída libre de los cuerpos. La ecuación de este movimiento es la siguiente (UFPR, 2002):

$$S = \frac{g t^2}{2} \quad (2.37)$$

Donde:

S = Distancia vertical de caída (m)

g = aceleración de la gravedad (m/s^2)

t = tiempo de desplazamiento vertical (s)

Si de esta ecuación se despeja el valor de g se tiene:

$$g = \frac{2 S}{t^2} \quad (2.38)$$

Será necesario, entonces, medir el tiempo de caída del cuerpo desde una altura determinada para obtener el valor de g . Obviamente se requerirá de más de una observación para lograr, a través de un método de ajuste de observaciones, el valor más confiable, a pesar de que actualmente las distancias entre las superficies de medición $x_1, x_2 \dots x_i$ y los tiempos de paso a través de ellas se obtienen mediante interferometría láser.

Drewes manifiesta que la precisión lograda por el método de caída libre va desde aproximadamente $1 \mu\text{Gal}$ hasta $10 \mu\text{Gal}$, mientras que mediante el método pendular va desde alrededor de 10mGal hasta 1mGal .

Las fuentes de error en la medición con estos equipos pueden ser las siguientes:

- Presencia de microsismos producidos por tránsito vehicular, oleaje marino, entre otros.
- Alteración del vacío interior (que evita la presión atmosférica en recámara).
- Variación de temperatura
- Existencia de campos magnéticos aledaños
- Inestabilidad del láser

En la figura 2.22 se muestra las imágenes de dos gravímetros absolutos:

Figura 2.22: Gravímetro Absoluto FG 5 y A 10, respectivamente



Fuente: Drewes H., 2002

Estos instrumentos realizan mediciones a una altura nominal de 1.3 m sobre el suelo (varía según el modelo). Ellos se emplean fundamentalmente en estudios geodinámicos para analizar la variación de la gravedad y en el establecimiento de estaciones fundamentales para redes gravimétricas que permitan generar sistemas y marcos gravimétricos de referencia.

2.2.2.- DETERMINACIONES RELATIVAS

En este método, también llamado “diferencial”, mediante la medición directa o indirecta de una de las cantidades fundamentales de la aceleración (distancia o tiempo), se obtienen las diferencias de g en relación a una estación gravimétrica conocida (punto fijo de la superficie terrestre) donde el valor de g fue previamente determinado.

En estas determinaciones se presentan las siguientes características:

- Según el caso, se requiere la medida de magnitudes como: longitud (prolongación de resortes), ángulos (desplazamiento angular de un péndulo de torsión) o tiempo (período de oscilación de una lámina o cuerda vibrante);
- El instrumental es de fácil manejo y transporte.

- El tiempo de observación es bastante corto (5 a 10 minutos aproximadamente); y,
- Se puede obtener una gran precisión de sensibilidad.

Según Drewes, la precisión lograda por el determinaciones relativas va desde aproximadamente 10 μ Gal hasta 30 μ Gal.

Se aplican determinaciones relativas en tareas de medición de redes básicas, medición en líneas de nivelación, estudios geodinámicos (variación de la gravedad), mediante equipos que han evolucionado desde la primera mitad del siglo pasado, provocando grandes avances en los levantamientos en cuanto a funcionalidad y precisión respecta.

2.2.2.1.- Gravímetro “LACOSTE & ROMBERG MODELO G” (LCR-G)

Este gravímetro es un equipo cuya finalidad es obtener lecturas que, a través de un procesamiento posterior, permiten conocer el valor de la aceleración de la gravedad en cualquier punto sobre la superficie terrestre. Dichos valores son relativos ya que se refieren a diferencias de gravedad entre varios puntos requeridos partiendo de un datum o punto de valor conocido.

En general, el principio de funcionamiento de los gravímetros de resorte se expresa mediante la siguiente relación (Drewes, 2002):

$$m * g = f * (l - l_0) \quad (2.39)$$

Donde:

m = masa (p.ej. \cong 10 gramos)

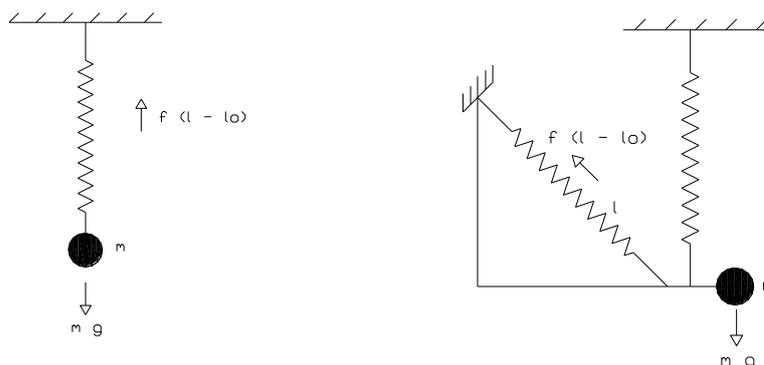
g = gravedad

l_0 = longitud del resorte en reposo

l = longitud del resorte con carga

De esta forma, según Drewes, un cambio de g igual a $0,1 \mu\text{ms}^{-2}$ (equivalente a $10 \mu\text{Gal}$) corresponde a una variación de l de $0,25 \text{ nm}$ o $0,25 \cdot 10^{-9}$ metros. Es decir que, considerando a la masa constante en un mismo equipo, bastaría con medir su desplazamiento desde una posición de referencia para determinar el valor de g en dicho punto. (ver fig. 2.23)

Figura 2.23: Principio de funcionamiento de gravímetros de resortes



Fuente: Drewes H., 2002, adaptado por el autor

En el caso de los gravímetros LCR-G, estos basan su funcionamiento en el movimiento de un pequeño peso suspendido al final de una barra sostenida por resortes, de tal manera que dicha masa sea sensible a las variaciones de gravedad g , provocando un desplazamiento que será transmitido a través de un sistema de amplificación (sistema de espejos reflectores y línea de lectura), que permitirá efectuar la lectura en el instrumento con la ayuda de un tornillo medidor con dial, tal como se podrá observar más adelante en la figura 2.25.

En esta marca existen dos modelos de gravímetros (UFPR, 2002): el primero, un modelo G que posee una amplitud de medida de 7000 mGal. , ideal para levantamientos de campo (ver fig. 2.24); y, segundo, un modelo D que tiene una rango de medición de 200 mGal. , adecuado para microgravimetría (mareas terrestres).

Figura 2.24: Gravímetro LaCoste & Romberg Modelo G, versión estándar, caja y plato nivelante



Fuente: Drewes H., 2002

En cuanto al modelo G, éste se fabrica en cuatro versiones distintas tal como se detalla a continuación (Manual LCR-G, 1981):

- Versión estándar.
- Versión estándar con dispositivo electrónico de lectura.
- Versión estándar con amortiguación variable.
- Versión estándar con amortiguación variable y dispositivo electrónico.

Los equipos LaCoste & Romberg (LCR) modelo G versión estándar han sido empleados en el establecimiento de la red gravimétrica fundamental del Ecuador y se siguen ocupando en trabajos de densificación de dicha red a nivel nacional.

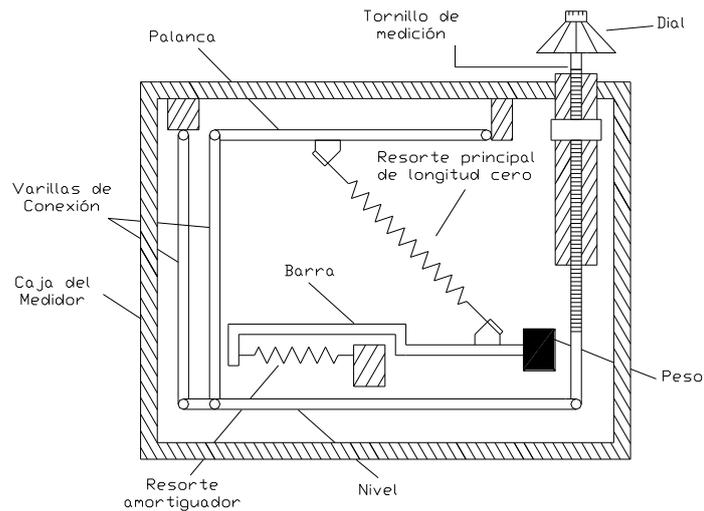
Las características técnicas de este equipo son las siguientes (Manual LCR-G, 1981):

- Peso total de 13 Kg. (gravímetro, caja de transporte, batería)
- Rango de medición de 7000 mGal.
- Precisión de lectura es de +/- 0.01 mGal.
- Deriva estática menor que 1 mGal / mes.

- Temperatura interna constante alrededor de los 50 °C. (mantenida eléctricamente). El modelo D se conserva entre los 99 °C.
- Sistema elástico de cuarzo fundido encerrado en una cámara al vacío.
- Rango de medida de 7000 mGal.
- Sistema de compensación interna de presión (como medida de seguridad).
- Sensor desmagnetizado y aislado por una coraza magnética.
- Batería recargable tipo Gel / Cell (solución coloidal) con capacidad teórica de 4.5 Amperios por hora y 3.7 Amp / hora real.
- Consumo medio de energía de 225 mA.
- Régimen de funcionamiento (batería) de aproximadamente 20 horas.
- Constitución interna extremadamente delicada.

Además, este modelo dispone de un sistema compensador de gravedad conformado por el mismo peso situado al final de la barra horizontal, la cual está sostenida por un resorte de longitud cero como se muestra en el diagrama de la figura 2.25. Los resortes amortiguadores forman un pivote flotante eliminando así cualquier fricción en el sistema móvil; es decir, este peso está completamente suspendido por resortes, evitando casi cualquier golpe que pueda dañar el bastidor que lo sostiene.

Figura 2.25: Diagrama Esquemático del Gravímetro LaCoste & Romberg modelo G



Fuente: "Manual del Gravímetro LaCoste & Romberg", 1981, adaptado por el autor

El cuarzo fundido (no magnético) del sistema elástico está diseñado para evitar el campo magnético terrestre. Este se halla encerrado en una cámara al vacío para evitar las variaciones de la presión atmosférica. Además, según su manual, se han desmagnetizado todas las partes utilizadas en su construcción.

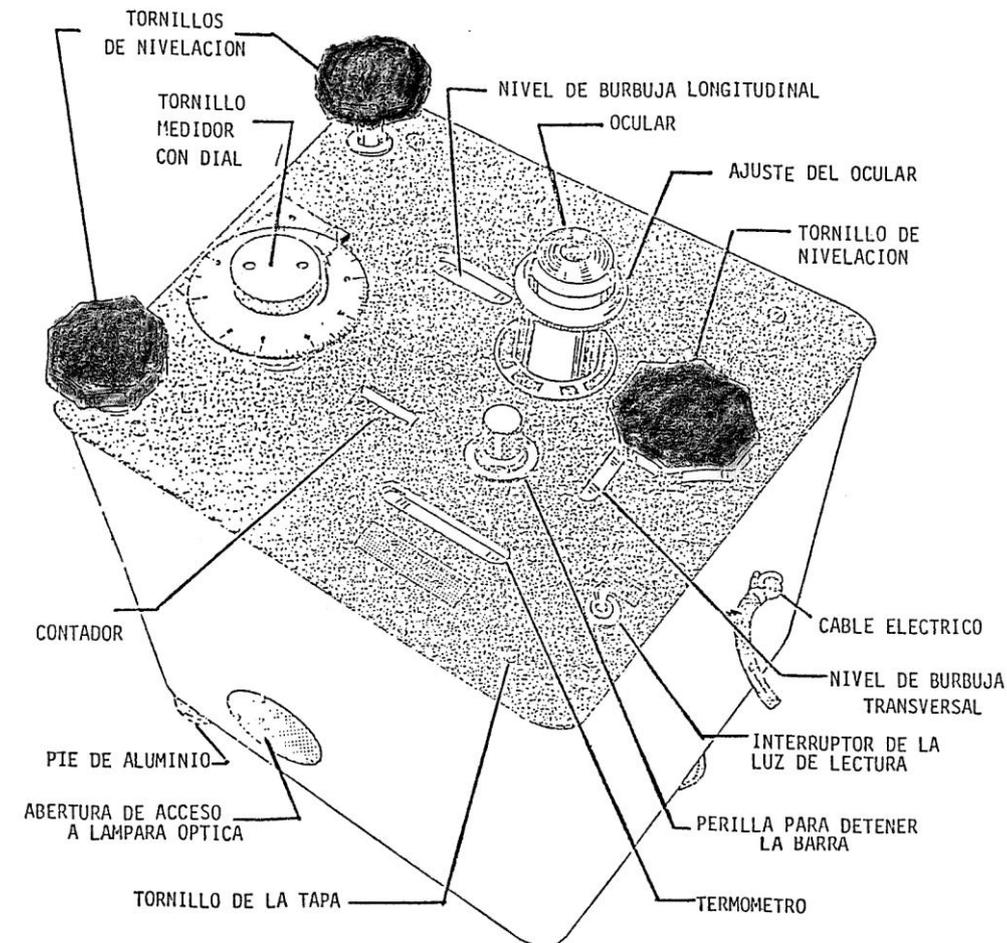
Los niveles usualmente poseen un eje horizontal de rotación con exactitud de por lo menos treinta segundos para asegurar lecturas con precisión de 0.01 mGal. Para la nivelación se dispone de tres tornillos calantes y dos niveles de burbuja (un horizontal y otro transversal).

La variación de la temperatura de los componentes internos tienen gran influencia en las mediciones, por lo cual es eléctricamente temperado. Luego de prendido, la temperatura ideal de funcionamiento es lograda luego de dos horas, requiriéndose dos horas más para estabilizar térmicamente los diferentes componentes del sistema elástico. Por lo tanto solamente cuatro horas después de prendido el equipo, podrán ser realizadas las lecturas e iniciado un levantamiento, aunque es conveniente mantener al equipo constantemente encendido.

Además, hay que considerar el tiempo de operación durante una campaña para evitar un posible “enfriamiento” del equipo al terminarse la carga de la batería. Cada gravímetro posee una temperatura propia de operación.

Las partes del gravímetro en mención se pueden observar en la figura 2.26:

Figura 2.26: Descripción del Gravímetro LaCoste & Romberg



Fuente: "Manual del Gravímetro Geodésico Modelo "G" LaCoste & Romberg"1981.

Cada equipo posee los siguientes accesorios: (ver fig. 2.27)

- Caja de transporte del gravímetro.
- Unidad cargadora / eliminadora para baterías Gel / Cell y su cable.
- Llave Allen de ajuste de nivel.
- Focos y fusibles extras para el cargador.

Figura 2.27: Unidad cargadora / eliminadora de baterías Gel /Cell del Gravímetro LCR –G-072



Fuente: "Sección de Instrumental", IGM, 2004

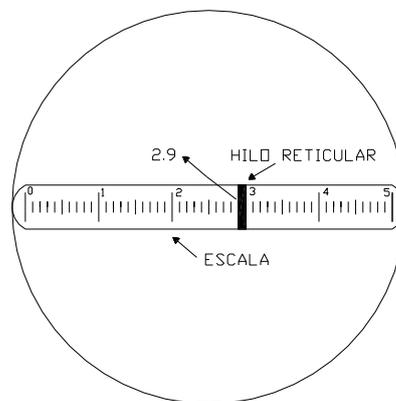
La lectura efectuada en el equipo se expresa en unidades de graduación del gravímetro (lectura instrumental). Para tener un valor en unidades gravimétricas (miligalios), es necesario realizar una conversión, la cual estará en función de la tabla de calibración del equipo, propia de cada gravímetro y otorgada por el fabricante, debidamente actualizada a través de la calibración más reciente. Además habrá que realizar las correcciones de los efectos causados por la atracción luni – solar, deriva estática y deriva dinámica en cada lectura.

A continuación se detalla los pasos correspondientes para realizar una lectura con este equipo:

- a) Colocar cuidadosamente el gravímetro sobre el disco nivelante (Si las condiciones lo permiten, puede omitirse su uso. Durante un levantamiento, el disco deberá usarse en todas las estaciones o ninguna). De cualquier forma el instrumento deberá estar siempre ubicado exactamente sobre el punto de densificación gravimétrica.
- b) Verificar que la temperatura se halle en el valor normal.
- c) Encender la luces de los niveles y sistema óptico por medio del interruptor localizado en la parte superior del gravímetro.
- d) Nivelar el equipo mediante los tornillos calantes, tanto transversal como longitudinalmente.

- e) Soltar o “destrabar” la barra del gravímetro girando la perilla estriada de detención en sentido antihorario hasta el tope.
- f) Verificar la posición de la barra observando la sombra del hilo reticular en el ocular. Este hilo es en realidad la imagen de un alambre muy fino conectado a la barra. Esta imagen se amplía y luego pasa a través del retículo, o escala, para lograr una referencia de lectura. El desplazamiento total del hilo reticular es generalmente de unas 14 a 16 divisiones de la escala.
- g) Llevar el lado izquierdo del hilo reticular hasta que quede tangente a la línea de lectura previamente determinada por el fabricante del equipo (posición de la escala graduada propia de cada gravímetro). Por ejemplo, en el G-023, la línea de lectura es 2.9. En la figura 2.28 se ilustra la vista del ocular:

Figura 2.28: Campo ocular del gravímetro LaCoste & Romberg modelo G



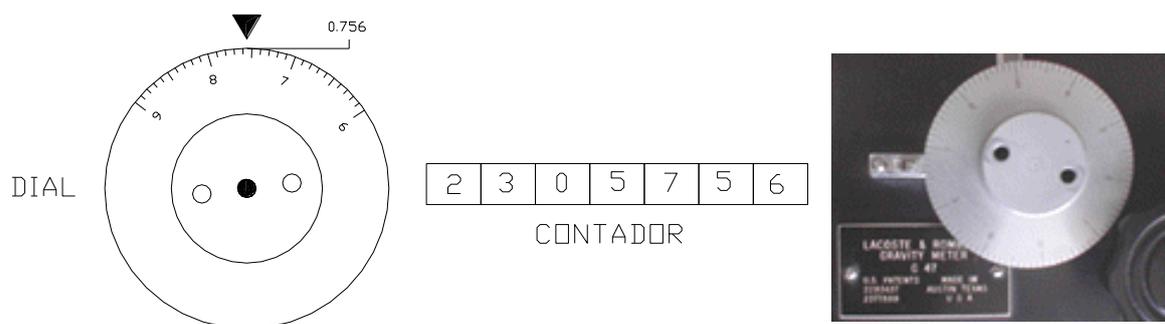
Fuente: "Manual del Gravímetro LaCoste & Romberg", 1981, adaptado por el autor

Para mover el hilo escala arriba se debe girar el tornillo de medición con dial en sentido horario, y en sentido contrario para llevarlo escala abajo. Sin embargo, para aproximarse a la línea de lectura habrá que hacerlo siempre de izquierda a derecha, es decir escala arriba con la intención de evitar cualquier repercusión negativa debido a las

irregularidades en el paso del tornillo micrométrico (tornillo de medición). En caso de no lograrlo en un primer intento, se debe regresar el hilo de lectura escala abajo hasta sobrepasar la línea de lectura girando el tornillo de medición en sentido antihorario y después retornar al sentido horario para un segundo intento. Todo esto siempre verificando que los niveles estén en su posición correcta.

- h) Realizar la lectura observando el medidor y el dial. El contador posee cinco dígitos y el dial tiene divisiones de escala del cero al nueve con sus respectivas subdivisiones que representa a las décimas y centésimas respectivamente. Cada lectura contiene siete dígitos. Los cuatros primeros se toman del contador y se verifica que el quinto coincida con el correspondiente en el dial (Si los números del dial no concuerdan con el último dígito del contador habrá que volver a graduar el dial. Esto se logra soltando los tornillos que sostienen el dial en el eje del tornillo de medición y girando el dial hasta que concuerde con el último dígito del contador. Luego volver a ajustar los tornillos de sujeción). Los tres últimos dígitos de la lectura se tomarán del dial. Ejemplo: si el contador marca 23057y la graduación del dial es 756, la lectura será igual a 2305.756. (ver fig. 2.29)

Figura 2.29: Dial y contador del gravímetro LaCoste & Romberg modelo G



- i) Anotar la hora de la segunda lectura. (Ajustar el reloj con la hora oficial local).
- j) Girar el tornillo de medición aproximadamente media vuelta en sentido antihorario.
- k) Repetir los cuatro pasos anteriores dos veces más con la intención de obtener dos lecturas adicionales para generar un promedio de ellas en el procesamiento posterior al trabajo de campo. Es importante que entre la primera y la última lectura no transcurra un tiempo mayor a cinco minutos ya que el Sol y la Luna se hallan modificando constantemente sus posiciones respecto al lugar de medición y ello altera de manera continua la aceleración de la gravedad en este punto. Además, verificar que entre las tres lecturas no exista una diferencia mayor a tres milésimas de unidad de lectura (tres unidades en el séptimo dígito).
- l) Es apropiado que el anotador ocupe la posición del operador para verificar que los niveles, el termómetro y la lectura sea la correcta. Ello con la intención de evitar errores groseros.
- m) Anotar el nombre, coordenadas y altitud del lugar de medición,
- n) Ajustar o “trabar” la barra del gravímetro girando la perilla estriada de detención en sentido horario hasta el tope para evitar cualquier variación en la longitud del resorte que podría dar como resultado errores por histéresis.
- o) Apagar o “desligar” la luces de los niveles y sistema óptico.
- p) Recoger el equipo el guardarlo cuidadosamente en su caja de transporte.

En el caso de existir una parada igual o superior a dos horas en el circuito gravimétrico, se deberá realizar el siguiente procedimiento para que sea posible realizar una corrección por deriva estática (Ver 2.3.6.1):

- a) En el momento de parada, colocar el equipo en un lugar protegido, estable y permanente. Efectuar el procedimiento de lectura especificado anteriormente.
- b) Aprovechar el tiempo de parada para recargar una o más baterías.
- c) En el momento de salida, realizar otra medición en el mismo lugar.

En ciertos casos la barra que se observa en el ocular, ocasionalmente se adhiere al tope inferior, al superior y algunas veces a ambos. Usualmente un pequeño golpe al estuche liberará esta barra, lo cual por lo general no afectará la exactitud. Generalmente esta adhesión no ocurre sino hasta después de varios años de uso del gravímetro, lo cual es solucionable con un mantenimiento realizado por el fabricante.

Existen ocasiones en que el gravímetro es inestable. Esto se da debido a que el nivel longitudinal se ha desajustado lo suficiente como para desestabilizar el medidor. En estos casos es muy difícil o casi imposible colocar la barra en equilibrio sobre la línea de lectura. El hilo reticular no puede controlarse con el tornillo de medición. Esto se corrige ajustando el nivel longitudinal.

Si tan solo se utiliza una parte del tornillo para los trabajos de levantamiento, se recomienda girar el tornillo micrométrico en todo su alcance por lo menos una vez cada tres meses. Este procedimiento permitirá que se distribuyan uniformemente los lubricantes en el tornillo, que de lo contrario podrían afectar al funcionamiento del gravímetro.

Además, este tornillo posee un dispositivo de frenado cuya misión es ofrecer cierta resistencia a la rotación del dial. Debido a la fricción del tornillo micrométrico, los engranajes y los sellos de goma, algunas veces el dial tiende a retroceder un poco. Esto puede causar molestias, especialmente cuando se está tratando de obtener la posición nula con precisión por medio del dial de dicho tornillo.

2.2.2.2.- Mantenimiento del Gravímetro

Aunque el instrumento es extremadamente seguro y libre de problemas, a veces podría necesitar algunos ajustes menores en el campo. Es conveniente una revisión periódica de los niveles una vez al mes cuando se el da el uso normal.

Como todo instrumento de medición geodésica, el gravímetro LCR-G dispone de un nivel longitudinal y otro transversal de tipo tubular, cuya finalidad es mantener una horizontalidad idónea al momento de su empleo. El ajuste de dichos niveles está relacionado directamente con la sensibilidad del gravímetro, ya que de ella dependerá la exactitud en la lectura realizada.

El procedimiento para poner a punto el gravímetro para la realización de un levantamiento gravimétrico es el siguiente:

- 1.-** Comprobar, y ajustar si es necesario, la sensibilidad del desplazamiento (ajuste del nivel longitudinal).
- 2.-** Localizar la línea de lectura correcta.
- 3.-** Verificar, y ajustar si es necesario, el nivel transversal.
- 4.-** Revisar el funcionamiento del control de temperatura.
- 5.-** Examinar el funcionamiento de las luces de lectura y de los niveles
- 6.-** Comprobar la carga de las baterías.

1.- Comprobación y ajuste de la sensibilidad del desplazamiento (ajuste del nivel longitudinal). Se siguen los siguientes pasos:

- a) Nivelar el gravímetro.
- b) Soltar la barra (destrabar)
- c) Encender las luces de lectura.
- d) Observar la posición del hilo reticular.
- e) Girar el dial (tornillo de medición) para localizar el tope superior e inferior (o límites de movimiento del hilo reticular).
- f) Llevar el hilo reticular una división de escala a la derecha del límite izquierdo (inferior) de la escala (recordar que el hilo debe ser movido siempre de izquierda a derecha para ubicarlo en una posición determinada).
- g) Realizar una lectura del contador y del dial. Anotar.
- h) Girar el dial 360 grados en sentido horario, lo que equivale a 10 unidades en el contador, o aproximadamente 1 mGal.
- i) Observar el número de unidades de escala que se desplaza el hilo reticular en el campo del ocular. Si dicha cantidad está entre 9 y 11, entonces la sensibilidad de desplazamiento es la correcta y no será necesario ajustar el nivel longitudinal. Es decir, dicha sensibilidad será la adecuada cuando sea de aproximadamente una división de la escala del ocular por una unidad del contador.
- j) Llevar el hilo a la línea de lectura del gravímetro. Trabajar, desligar y guardar el equipo.

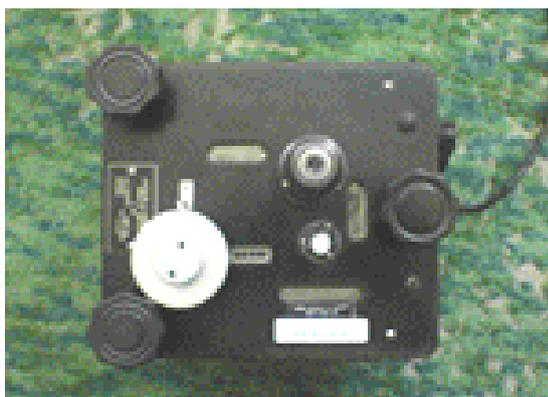
Si la sensibilidad de desplazamiento es baja representará una pequeña pérdida en la exactitud de la lectura. (El hilo reticular responde a un cambio en el dial pero la cantidad es menor; consecuentemente es más difícil de detectar)

Por el contrario, si dicha sensibilidad es alta, deberían obtenerse lecturas más exactas aunque con una respuesta más lenta. Existen casos donde se ha duplicado la sensibilidad para lograr gran exactitud pero llega un punto determinado donde el medidor se desestabiliza y resulta imposible obtener la lectura.

En el caso de que sea necesario aplicar un ajuste de la sensibilidad de desplazamiento (nivel longitudinal), hay que considerar que tanto este nivel como el transversal pueden modificarse desde el exterior a través de los agujeros de la tapa negra de material fenólico del gravímetro situados cerca de los extremos de cada nivel. Estas aberturas de acceso están cubiertas por pequeñas placas anodizadas negras. Para un realizar un ajuste habrá que aflojar el tornillo pequeño que sostiene la placa y girarla para tener acceso al tornillo Allen que se encuentra debajo. Después de determinar la posición correcta del nivel en el gravímetro según se describe más adelante, ajustar el nivel haciendo girar el tornillo con la llave Allen suministrada hasta colocar la burbuja del nivel en su posición central. Después de revisar el nivel por última vez, volver a colocar la cubierta.

Existen modelos más antiguos que no tienen niveles que puedan ajustarse desde afuera y es necesario quitar la tapa de material fenólico del gravímetro (ver fig. 2.30) para efectuar los ajustes necesarios. Cuando este sea el caso, quitar primero el dial y la tapa, luego insertar la lente del ocular en el adaptador del tubo del antejo para observar el hilo del reticular. Con el instrumento viene incluida una llave especial para ajustar las tuercas de los niveles.

Figura 2.30: Tapa o cubierta del gravímetro LaCoste & Romberg modelo G



Fuente: "*Sección de Instrumental*", IGM, 2004

Con cualquiera de los dos métodos, los ajustes deberán efectuarse en incrementos pequeños, tal como se describe más adelante.

Para efectuar el ajuste se deberá realizar lo siguiente:

- a) Si la **sensibilidad** es **baja**, debe inclinarse el gravímetro de manera que baje el extremo derecho del medidor (la burbuja se alejará del pie del ocular) aproximadamente de un cuarto a media división de escala del nivel longitudinal. Realizar nuevamente la lectura de sensibilidad como se anotó en los pasos anteriores y si se obtienen resultados correctos girar el tornillo Allen (o las tuercas según el modelo del gravímetro) hasta lograr centrar la burbuja del nivel en su posición normal. Por último, verificar nuevamente la sensibilidad.
- b) Si la **sensibilidad** es **alta**, debe inclinarse el gravímetro de manera que se levante el extremo derecho que tiene un solo tornillo de nivelación (la burbuja se acercará del pie del ocular). Luego se sigue el mismo procedimiento descrito en el literal anterior.

Es necesario asegurar permanentemente que durante estos procedimientos el nivel transversal esté en su posición nivelada.

2.- Localización de la línea de lectura correcta.

Se deberán considerar los siguientes pasos:

- a) Nivelar el gravímetro.
- b) Colocar el hilo reticular sobre la línea de lectura establecida en el certificado de calibración del gravímetro. Si no está indicado, seleccionar una posición aproximadamente en el medio de los dos topes de la escala del campo del ocular.
- c) Manteniendo el nivel transversal nivelado, inclinar el nivel longitudinal hasta que se desplace una división, primero en una dirección y luego en la otra, y anotar la lectura del ocular en ambos casos. Repetir esto varias veces para asegurar las lecturas.
- d) Si el hilo reticular en el ocular se corre escala arriba aproximadamente la misma cantidad en cada inclinación, significa que la línea de lectura escogida es correcta.
- e) Si el hilo reticular se desplaza más hacia arriba al inclinar el medidor de manera que baje el extremo con un solo tornillo de nivelación, la supuesta línea de lectura está muy alta. Por el contrario, si el hilo reticular desciende durante esta inclinación la línea de lectura está muy baja.
- f) Si no se ha escogido la línea de lectura correcta en el paso b), entonces habrá que correr el hilo reticular una división de escala del campo del ocular, utilizando el dial, hacia arriba o abajo según sea el caso del literal e) y repetir el procedimiento de inclinación.

La línea de lectura debe verificarse siempre que se ajuste la sensibilidad de desplazamiento (nivel longitudinal). Además vale anotar que debe esperarse

alrededor de 30 segundos para que el hilo reticular esté en equilibrio en cada operación.

3.- Comprobación y ajuste del nivel transversal.

La graduación correcta del nivel transversal es aquella que tiene un efecto mínimo durante las inclinaciones. Esto se comprueba corriendo el nivel transversal una división de la posición nivelada, primero en una dirección y luego en la otra. Si la graduación del nivel transversal es correcta, el hilo reticular debe moverse escala arriba aproximadamente igual cantidad en cada inclinación. Hay que asegurar que el nivel longitudinal esté nivelado cada vez que se lea el gravímetro.

Si el nivel transversal está fuera de ajuste hay que proceder de la siguiente manera:

- a) Nivelar el gravímetro de manera que el nivel transversal quede descentrado aproximadamente media división de escala en la dirección que proporcionó la lectura del ocular más baja en el caso anteriormente citado.
- b) Utilizando la llave de ajuste de nivel suministrada con el equipo, ajustar el nivel transversal de manera que la burbuja quede en el centro. Luego repetir el procedimiento de comprobación.

En los casos en los cuales sea necesario sacar la tapa del gravímetro, hay que verificar que los números del dial coincidan con los últimos dígitos del contador.

4.- Revisión del funcionamiento del control de temperatura

Todos los componentes relativos al sistema de control de temperatura son de estado sólido. Un puente de termistores (componentes electrónicos cuya

resistencia varía sensiblemente con la temperatura) activa un amplificador y transistor de potencia para controlar la corriente hacia el elemento calentador. Los componentes son de alta calidad con un amplio factor de seguridad.

En ocasiones las lecturas de campo son inadecuadas por alguna falla en el control de temperatura debida a conexiones eléctricas defectuosas entre la batería y el gravímetro. Lo más probable es que la conexión defectuosa esté en el conector "Mark" que se encuentra a un lado del estuche del gravímetro. Los enchufes de este conector algunas veces pierden tensión con el uso en el campo dando como resultado contactos electrónicos poco confiables. La solución es desconectar el conector Mark del gravímetro y presionar cuidadosamente los contactos para que ejerzan mayor presión sobre las espigas del contacto (Manual LCR-G, 1981).

De todas formas la mejor medida para obtener resultados adecuados con el equipo es la verificación continua de la temperatura interna del mismo. Salvo en condiciones climáticas extremas en las que la temperatura exterior puede afectar el tubo del termómetro, no debe producirse prácticamente ningún cambio visible en la lectura del termómetro.

5.- Examen de funcionamiento de las luces de lectura y de los niveles

La luz de lectura en el gravímetro modelo G es una bombilla de aeronave No. 330 de 14 voltios. Las luces de los niveles, situadas directamente debajo de sus tubos, son bombillas de aeronave No. 327 de 28 voltios. Como estas últimas están funcionando con menos de la mitad de su voltaje nominal, durarán mucho tiempo. Algo similar sucederá con la luz de lectura.

Para reponer la bombilla de lectura se quita el disco de aluminio situado en el lado del medidor y se afloja el tornillo que sujeta la lámina de contacto de cobre;

luego podrá quitarse la bombilla del tubo de bakelita. Es necesario ajustar la bombilla nueva para obtener mejor claridad y brillantez. Asegurarse que el tornillo que sujeta dicha bombilla esté ajustado después de reemplazar o graduar la luz de lectura.

Para evitar un consumo excesivo de energía, prolongar la vida de las bombillas, reducir la deriva y evitar demasiado calor alrededor de los tubos de los niveles, se deben apagar las luces de lectura y de los niveles entre cada lectura.

6.- Comprobación de la carga de las baterías.

El voltaje de circuito abierto de una batería Gell / Cell es de aproximadamente 12.7 voltios. Algunas veces es más bajo cuando se ha descargado mucho, otras es más alto cuando la batería se acaba de recargar; pero en todo caso volverá a 12.7 voltios.

La corriente de carga inicial que fluye hacia la batería modelo 1245 está limitada a más o menos 0.7 de amperio. A medida que la batería empiece a aceptar la carga, su voltaje irá aumentando. El voltaje final de carga es normalmente de 14.4 voltios (medido mientras fluye la corriente de carga). El voltaje es sólo uno de los indicadores que determinan si una batería ha sido recargada completamente. El otro es la corriente. La batería no se encuentra totalmente cargada hasta que dicha corriente, a 14.4 voltios, ascienda a un valor final aproximado de 100 ma. Sin embargo, para recargar una batería completamente, se requieren de 12 a 20 horas aproximadamente, en función de la carga residual que pudiera tener aún.

Cuando la corriente que fluye hacia la batería, a 14.4 voltios ha alcanzado el valor mencionado, el cargador baja el voltaje automáticamente y lo lleva a un "voltaje de flotación" de alrededor de 13.5 voltios. Si la batería se mantiene en su

proceso de recarga durante demasiado tiempo, ella corre el riesgo de disminuir considerablemente su duración a causa de la sobrecarga.

La figura 2.31 muestra la ubicación adecuada de la batería y el gravímetro:

Figura 2.31: Gravímetro LaCoste & Romberg modelo G con su batería



Fuente: "Sección de Instrumental", IGM, 2004

Las baterías tienen aproximadamente una duración de 20 horas. Esto significa que, por ejemplo, una batería de 4.5 amperios por hora va a suministrar 0.225 amps. durante 20 horas ($20 \text{ horas} * 0.225 \text{ amp.} = 4.5 \text{ Amp / hora}$). No quiere decir, sin embargo, que una batería de esa capacidad va a proporcionar 4.5 amp. durante una hora. Una batería de este tipo suministra, efectivamente, 3.7 amp. durante una hora. Por consiguiente esta batería de 4.5 Amp / hora con un régimen de una hora será de 3.7 Amp / hora.

Con este método de uso cíclico para recargar la batería es posible obtener entre 200 y 400 ciclos, o más, ciclos completos de "carga / descarga total". Obviamente, si durante cada uno ella solo se descarga parcialmente, podrán obtenerse miles de ciclos de funcionamiento.

Una batería Gell / Cell nueva tiene una capacidad inicial del 80 al 90% de su valor inicial hasta los 200 ciclos de carga. Luego disminuirá lentamente y su vida útil termina cuando su carga es insuficiente para una aplicación determinada (Manual LCR-G, 1981).

2.2.2.3.- Calibración del Gravímetro

Como se ha mencionado anteriormente, el gravímetro no mide valores de g en un punto determinado. El instrumento ofrece valores correspondientes a un desplazamiento vertical de una masa ubicada en su interior y suspendida por un sistema de resortes muy sensibles a la fuerza de gravedad. Para obtener la g se emplean dichos datos en un procesamiento posterior que consiste en la transformación de ellos en valores de aceleración de gravedad mediante una tabla de calibración propia de cada gravímetro y desarrollada por el fabricante.

En la tabla 2.2 se muestra un segmento de una tabla de calibración cualquiera:

Tabla 2.2: Tabla de Calibración para el gravímetro LCR – G023

Unidades instrumentales	Valor en mGal	Factor de Intervalo
0	0.00	1.06342
100	106.34	1.06323
200	212.66	1.06306
300	318.97	1.06290
400	425.26	1.06276
500	531.54	1.06263
600	637.80	1.06252
700	744.05	1.06242
800	850.29	1.06233
900	956.53	1.06226
1000	1062.75	1.06220
1100	1168.97	1.06214
1200	1275.19	1.06210
1300	1381.40	1.06207
1400	1487.60	1.06204
1500	1593.81	1.06202
1600	1700.01	1.06201
1700	1806.21	1.06201
1800	1912.41	1.06201
1900	2018.61	1.06202
2000	2124.81	1.06203
2100	2231.02	1.06204
2200	2337.22	1.06206
2300	2443.43	1.06209
2400	2549.64	1.06211
2500	2655.85	1.06214

Fuente: Certificado de calibración del gravímetro LCR G-023, 2003

Esta tabla permite transformar datos de lectura que están en un rango de 0 a 7000 unidades de escala y contiene los valores de lecturas del instrumento, sus correspondientes en miligalios y un factor de intervalo (Ver Anexo A y B). Este último será el que varíe al realizar un proceso de calibración en un gravímetro cualquiera.

Vale aclarar que el sistema de la palanca y el tornillo de medición del gravímetro, han sido cuidadosamente calibrados en todo su alcance durante su fabricación. Los factores de calibración dependen solamente de tornillo medidor y del sistema nivelante y no del tipo de resortes auxiliares débiles. Por esta razón, los factores de calibración de los gravímetros LCR-G no cambian con el tiempo de modo perceptible. Esto elimina cualquier necesidad de verificar frecuentemente la calibración.

Sin embargo, únicamente mediante los resultados de uno o más levantamientos gravimétricos se puede determinar la necesidad de una calibración, al verificar la presencia de malos enlaces gravimétricos realizados con determinado instrumento.

Se pueden mencionar dos métodos para realizar la calibración de un instrumento (Drewes, 2002):

- Adición de masa en un laboratorio.
- Desarrollo de circuitos gravimétricos en "líneas de calibración".

En el primer caso, se aumenta o disminuye cierta cantidad de masa arriba o abajo del instrumento, para lo cual deberá encontrarse en perfecto equilibrio. Luego se verifica el cambio de lectura en el gravímetro como efecto de dicha adición o sustracción y se hace los ajustes necesarios.

En el segundo caso, se diseña una línea de calibración (que no es otra cosa que un circuito gravimétrico enlazado por varias estaciones que poseen

valores conocidos de gravedad absoluta) y se la ejecuta considerando todos los parámetros correspondientes para este tipo de determinaciones gravimétricas (mencionados en el numeral 2.3.4). De esta forma se concluye que calibrar un gravímetro no es más que ajustar su tabla de calibración y no el equipo mismo.

Al poner en ejecución dicha tarea se observará una amplia variación en los valores de gravedad entre cada estación, ya que ellas generalmente no se encuentran en similares condiciones de latitud ni altitud.

Una desventaja en este tipo de trabajo es el transporte del instrumento, ya que en la mayoría de los casos se deben recorrer largas distancias con los medios y por las vías que se hallen disponibles, lo que implica un esfuerzo humano y material muy grande.

Además no todos los países disponen de un número suficiente de estaciones de gravedad absoluta como para efectuar una calibración de un gravímetro. El Ecuador no es una excepción, puesto que la única estación de referencia que dispone perteneciente a la red IGSN-71 (Observatorio Astronómico de Quito) fue determinada mediante un procedimiento relativo. Siendo así, es imposible una calibración en nuestro país, motivo por el cual es conveniente seleccionar una serie de puntos que se hallen lo suficientemente dispersos en altitud o latitud a fin de lograr una adecuada calibración del equipo.

Es importante, también, considerar el rango de estos parámetros (altitud y latitud) dentro del cual se realizarán tareas de gravimetría con la intención de ajustar el equipo a estas condiciones de trabajo.

Para lograr una explicación clara de estos procedimientos se tomará como ejemplo la calibración que se hizo en los gravímetros en posesión del IGM

(G-0.23, G-720, G-046) en Brasil, con la finalidad de emplearlos en la densificación de la red gravimétrica fundamental del Ecuador.

El principio para esta tarea consiste en obtener los valores absolutos de g de dos estaciones conocidas, obtener la diferencia entre ellos y dividirlos para la diferencia de las correspondientes lecturas en los mismos puntos con cada uno de los gravímetros, a fin de generar un factor de escala individual para cada equipo. Por este factor de escala se multiplica a cada factor de intervalo de la tabla de calibración del gravímetro, actualizándose así dicho documento. Ello se representa matemáticamente de la siguiente manera:

Siendo A y B los puntos de g conocida, se tiene que:

$$g_B - g_A = \Delta g \quad (2.40)$$

Si las lecturas para un gravímetro en A y B son I_A y I_B respectivamente, se tendrá:

$$I_B - I_A = \Delta I \quad (2.41)$$

La división entre estos dos resultados permitirá obtener un factor de escala X para este intervalo entre A y B, así:

$$\frac{\Delta g}{\Delta I} = X_1 \quad (2.42)$$

El mismo procedimiento debe repetirse entre la estación B y otra C (de g absoluta conocida) de altura constante y diferente latitud (por ejemplo). Se obtendrán así tantos valores de X_i como intervalos o circuitos entre puntos se desarrollen.

Finalmente se calcula la media aritmética entre todos los X_i logrados y se genera un valor de un factor de escala "X" definitivo por el cual se debe multiplicar a cada factor de intervalo de la tabla de calibración del gravímetro empleado.

$$\frac{\sum_{n=i}^n X_i}{n} = X \quad (2.43)$$

Anteriormente se ha mencionado que los valores de g varían alrededor del planeta en función de la distancia perpendicular que un punto de observación pueda tener con el eje de rotación terrestre. Esto se resume en la altitud y latitud.

De esta manera, lo ideal sería identificar estaciones absolutas de altitud constante y con diferente latitud (o viceversa), con la intención de realizar mediciones en cada una de ellas y lograr un rango de valores de g con uno de los parámetros invariables.

Sin embargo, ello es prácticamente imposible debido a la variación de la topografía terrestre y la distribución de los puntos absolutos en la región andina. Por tal motivo, se seleccionó a la Red Nacional de Gravimetría Absoluta (RENEGA) en Brasil, ya que se presenta con una distribución latitudinal dispersa con variaciones altitudinales de poca consideración.

Los puntos empleados y los factores de escala obtenidos en dicha calibración se detallan en la tabla 2.3:

Tabla 2.3: Valores obtenidos durante la calibración de gravímetros en Brasil (Agosto 2003)

Intervalo / Circuito	Distancia Aprox. (km)	Xi G - 0.23	Xi G - 146	Xi G - 720
Roncador - Vinhedo	1000 al sur	1.00026831	1.00024766	1.00055741
Vinhedo - Roncador	1000 al norte	1.00026831	1.00026831	1.00059873
Vinhedo - Curitiba	500 al sur	1.00061075	1.00020350	1.00035618
Curitiba - Vinhedo	500 al norte	1.00055982	1.00015262	1.00050891
Curitiba - Santa María	1000 al sur	1.00055892	1.00037920	1.00065879
Suma Total (Xi)		5.00226611	5.00125129	5.00268002
Media (X)		1.00045322	1.00025026	1.00053600
Valores definitivos de los factores de escala X		1.0005765 **	1.00025026	1.00053600

** Se descartaron los intervalos Roncador - Vinhedo y Vinhedo -Roncador por detectarse un error en la dinámica del gravímetro G-023

Fuente: Departamento de Geodesia-IGM, 2004

Para tener una idea de la diferencia de latitud entre cada uno de las estaciones se anotan a continuación las coordenadas aproximadas de dos de los puntos utilizados:

	Latitud	Longitud
Roncador (Brasilia)	15° 47' S	47° 55' W
Curitiba	25° 25' S	49° 25' W

A los valores de X logrados se les multiplica por cada uno de los factores de intervalo de la tabla de calibración del respectivo gravímetro, por ejemplo: en la tabla 2.2 está un segmento de una tabla de calibración para el gravímetro G-023.

Los nuevos valores del factor de intervalo serían los indicados en la tabla 2.4:

Tabla 2.4: Factor de intervalo definitivo luego de la calibración en Brasil

Unidades lectura	Valor mGal	Factor de Intervalo anterior	Factor de Escala	Factor de Intervalo nuevo
0	0.00	1.06342	1.00057650	1.06403
100	106.34	1.06323	1.00057650	1.06384
200	212.66	1.06306	1.00057650	1.06367
300	318.97	1.06290	1.00057650	1.06351
400	425.26	1.06276	1.00057650	1.06337
500	531.54	1.06263	1.00057650	1.06324
600	637.80	1.06252	1.00057650	1.06313
700	744.05	1.06242	1.00057650	1.06303
800	850.29	1.06233	1.00057650	1.06294
900	956.53	1.06226	1.00057650	1.06287
1000	1062.75	1.06220	1.00057650	1.06281
1100	1168.97	1.06214	1.00057650	1.06275
1200	1275.19	1.06210	1.00057650	1.06271
1300	1381.40	1.06207	1.00057650	1.06268
1400	1487.60	1.06204	1.00057650	1.06265
1500	1593.81	1.06202	1.00057650	1.06263
1600	1700.01	1.06201	1.00057650	1.06262
1700	1806.21	1.06201	1.00057650	1.06262
1800	1912.41	1.06201	1.00057650	1.06262
1900	2018.61	1.06202	1.00057650	1.06263
2000	2124.81	1.06203	1.00057650	1.06264
2100	2231.02	1.06204	1.00057650	1.06265
2200	2337.22	1.06206	1.00057650	1.06267
2300	2443.43	1.06209	1.00057650	1.06270
2400	2549.64	1.06211	1.00057650	1.06272
2500	2655.85	1.06214	1.00057650	1.06275

De esta manera queda calibrado el gravímetro.

2.3.- REDES GRAVIMÉTRICAS

El desarrollo de la gravimetría, mediante el establecimiento de los fundamentos teóricos en los siglos XVII y XVIII, llevó al apareamiento de métodos pendulares con aplicaciones globales en geodesia y geofísica en los siglos XVIII y XIX, iniciándose así la gravimetría absoluta. De esta manera en 1895, Helmert define el Sistema de Gravedad de Viena (Vienna Gravity System) y más tarde (1898 / 1904) Kühnen y Furtwängler desarrollan el Sistema de Gravedad de Potsdam, adoptado oficialmente en 1909 y utilizado hasta 1971 con una definición pendular. Este fue el primer sistema gravimétrico reconocido mundialmente.

El avance en el diseño de gradiómetros y gravímetros estáticos llevó a la ejecución de levantamientos gravimétricos con fines geofísicos en la primera mitad del siglo XX, dando lugar a la gravimetría relativa. En 1954 se elabora la World Gravity Network consistente en una recopilación y análisis de las diferentes redes establecidas a partir de Potsdam descubriendo discrepancias superiores a 10 mGal (Drewes, 2002).

Más tarde el desarrollo de aparatos de caída libre condujo al establecimiento de redes gravimétricas de alta precisión. Sin embargo, la necesidad de métodos más rápidos y menos costosos que los absolutos condujo a la evolución de los métodos relativos enlazados a bases de referencia muy precisas.

Para generar una distribución apropiada de dichas bases, de tal manera que permitan una disponibilidad adecuada, se diseminó estaciones por todo el globo terrestre, formándose una red gravimétrica mundial con valores de gravedad determinados a través de medidas absolutas con diferencias sometidas a un ajuste.

Siendo así, entiéndase como sistema de referencia gravimétrico a la definición del valor de la gravedad mediante observaciones absolutas, y a un marco de referencia gravimétrico como su materialización mediante redes gravimétricas globales, continentales o nacionales.

Además, se define como Datum geodésico gravimétrico al conjunto de parámetros que conectan las mediciones con el sistema de referencia gravimétrico y su orientación con respecto al sistema geocéntrico, la cual está en función de las desviaciones de la vertical y las ondulaciones del geode en puntos fundamentales. Ello con la finalidad de obtener cierta homogeneidad en la recolección de información para lograr una configuración del campo gravitacional terrestre.

2.3.1.- RED IGSN – 71

El actual datum gravimétrico mundial es denominado como IGSN-71 (International Gravity Standardization Net - 1971), en el cual se utilizaron 1854 estaciones de primer orden (UFPR, 2002), de las cuales (entre otras) 20 se hallan en Brasil y una en Ecuador (Observatorio Astronómico de Quito).

Esta red fue estructurada de la siguiente forma (Drewes, 2002):

- Se realizaron 10 mediciones de caída libre, con una precisión que va desde $\pm 0,01$ hasta $0,1$ mGal, a fin de definir valores de gravedad absoluta.
- Se efectuaron 1200 mediciones pendulares, con precisiones desde $\pm 0,2$ hasta $0,4$ mGal, con la intención de lograr un control de la escala.
- Se desarrollaron 24000 mediciones con gravímetros relativos, con una precisión desde $\pm 0,02$ hasta $0,2$ mGal, para densificar de los valores de gravedad.

Luego de la ejecución de esta red se obtuvo un cambio en el valor absoluto de Potsdam de 14 mGal. A continuación, en la figura 2.32, se muestra el diseño de la red IGSN – 71:

Figura 2.32: Red IGSN – 71



Fuente: Drewes, 2002

Los inconvenientes existentes en esta red son los siguientes:

- Existe una precisión suficiente para el cálculo de anomalías gravimétricas, pero no permite detectar cambios temporales de gravedad.
- Cubrimiento global no uniforme.
- Mala ubicación de las estaciones (aeropuertos, vías).
- Insuficiente monumentación y mantenimiento

Una solución a estos problemas sería una red de referencia actualizada, debidamente distribuida y formada sólo por estaciones absolutas perfectamente monumentadas, mantenidas y continuamente monitoreadas, a fin de lograr densificaciones adecuadas a nivel continental y nacional.

Sin embargo, es conveniente mencionar que, además de la IGSN-71, existe otra: la Red Internacional de Gravedad Absoluta (International Absolute

Gravity Basestation Network, IAGBN), la cual posee las siguientes características (Drewes, 2002):

- Sus mediciones fueron realizadas a partir de los 80's.
- Tiene valores de gravedad con precisión de $\pm 0,1$ mGal.
- Se realizan mediciones en intervalos regulares de tiempo para detectar cambios en la gravedad.
- Es la base actual para la extensión de redes gravimétricas regionales (continentales y nacionales).
- Existen puntos de control para los instrumentos gravimétricos.

Mediante trabajos de densificación de las redes mundiales se logra generar redes gravimétricas continentales, las cuales se caracterizan por (Drewes, 2002):

- Poseer estaciones monumentadas y determinadas a partir del sistema de referencia gravimétrico.
- Servir como marcos de referencia para levantamientos de densificación (redes nacionales).
- Ser ocupadas periódicamente para determinar cambios temporales de la gravedad y para realizar calibraciones instrumentales.
- Tener una separación entre estaciones desde 100 hasta 1000 km.
- Haber sido establecidas bajo cooperación internacional.

Un ejemplo de este tipo de redes es la Red latinoamericana de Normalización de la Gravedad (RELANG), la cual fue establecida entre 1977 y 1995 (ver fig. 2.33). Posee 1500 estaciones logradas mediante 8000 medidas de las cuales 5 son absolutas y están en diferentes países. Su precisión va de 15 a 20 μ Gal.

Figura 2.33: Red Latinoamericana de Normalización de la Gravedad (RELANG)



Fuente: Drewes, 2002

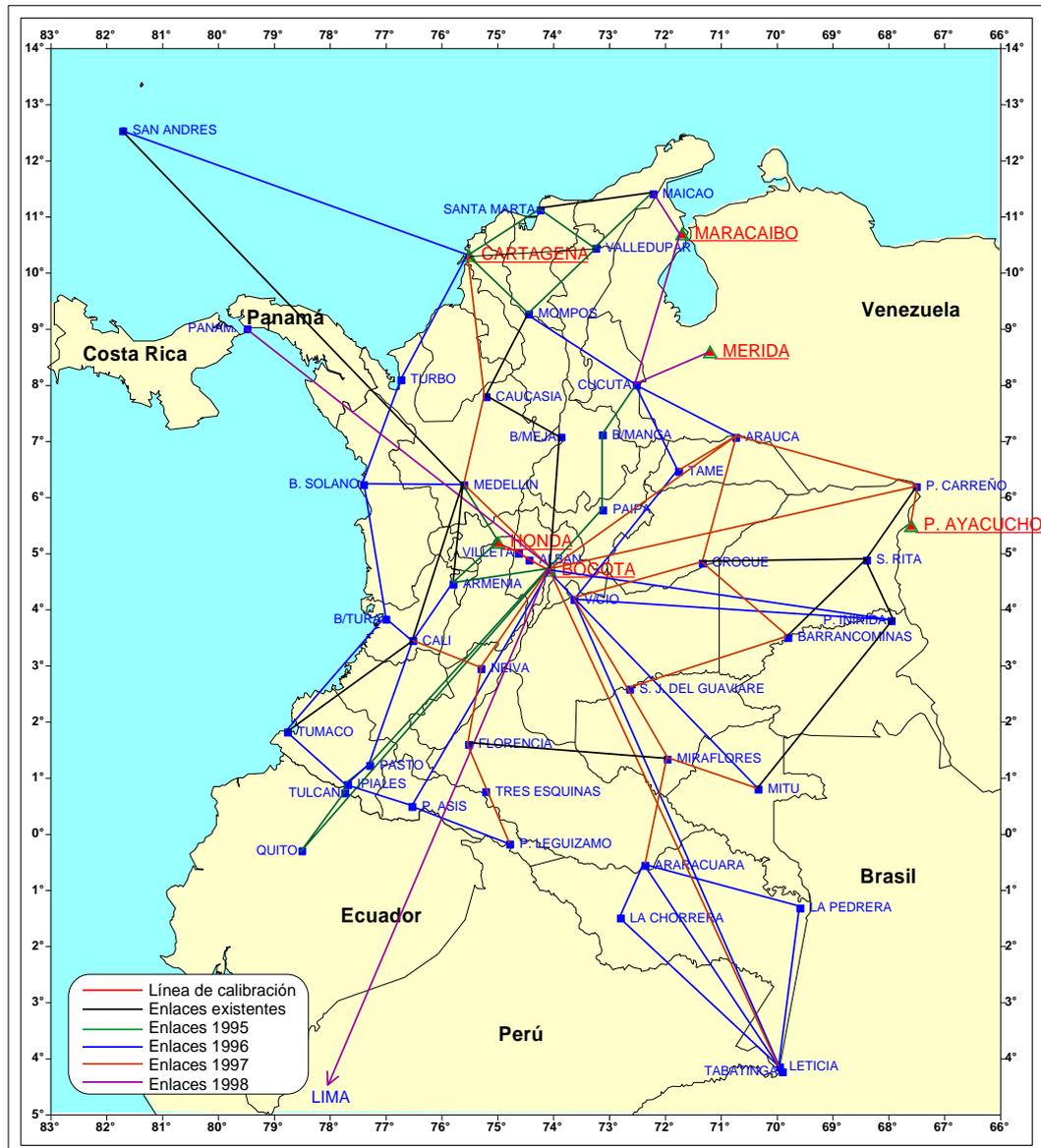
2.3.2.- REDES NACIONALES

Las redes gravimétricas nacionales son una densificación de las redes gravimétricas mundiales o continentales. Estas redes constituyen un marco nacional de referencia para el desarrollo de levantamientos más detallados, tales como: mapas de anomalías, prospección geofísica, entre otros. Entre algunas de las existentes actualmente se pueden citar los siguientes ejemplos:

- SIGNAR, Sistema Gravimétrico Nacional de Referencia, Colombia.
- RENEGA, Red Nacional de Gravimetría Absoluta, Brasil (7 estaciones)
- IAGNP, Iberian Absolute Gravity Network Project, España.
- Red Gravimétrica de Primer Orden, Venezuela.

En la figura 2.34, se puede observar a la red gravimétrica nacional de Colombia:

Figura 2.34: Redes gravimétricas nacionales colombianas de orden cero, primer y segundo orden



Fuente: Drewes, 2002

En nuestro país, el Instituto Geográfico Militar (IGM), mediante el apoyo de la Universidad de Sao Paulo de Brasil (USP) y el Instituto Brasileiro de Geografía y Estadística (IBGE), desarrolló en el año 2002 una Red Gravimétrica Fundamental que abarcó tanto al territorio continental como insular mediante 33 puntos de gravedad relativa medidos consecutivamente con cinco instrumentos, partiendo del único punto datum de la red IGSN-71 existente en Ecuador (Ver Anexo E). Sin

embargo, dichas mediciones no han sido ajustadas aún, lo cual ha motivado al desarrollo de este proyecto.

El orden de una red está en función de su precisión, generándose la clasificación que se muestra en la tabla 2.5 (Drewes, 2002):

Tabla 2.5: Clasificación de las redes gravimétricas en función de su precisión

Red de Orden:	Tipo de Medida	Tipo de Gravímetro	Precisión Gravedad	Precisión Altura	Precisión Coordenadas	Inter-Espaciado	Cantidad de Estaciones
0	Absoluta	JILA / AXIS	$\pm 0,010$ mGal	$\pm 2,00$ m	$\pm 20,00$ m	500-1000 km	3-5
1	Relativa	LaCoste & Romberg	$\pm 0,020$ mGal	$\pm 2,00$ m	$\pm 20,00$ m	250 km	15-20
2	Relativa	LaCoste & Romberg Scintrex	$\pm 0,050$ mGal	$\pm 2,00$ m	$\pm 20,00$ m		
3	Relativa	LaCoste & Romberg Scintrex Worden	$\pm 0,100$ mGal	$\pm 0,01$ m	$\pm 20,00$ m	10 km áreas planas 5 km áreas montañosas	1000 - 12000

Fuente: Drewes, 2002

Por otro lado, es conveniente considerar ciertos criterios para la selección y el establecimiento de las estaciones de gravedad absoluta de una red nacional, entre los cuales están los siguientes (Drewes, 2002):

- Estabilidad geológica y sísmica
- Estabilidad hidrológica (variaciones mínimas de aguas subterráneas, muchos kilómetros de distancia de ríos y costas oceánicas)
- Sismicidad artificial mínima (tráfico vehicular)
- Ubicación de la estación en un cuarto cerrado, en el primer piso de un edificio, con adecuada instalación eléctrica
- Piso estable, fundido en concreto o pilar subterráneo
- Variaciones mínimas de temperatura
- Fácil acceso y disponible para diferentes usuarios

- Alto potencial para su utilización (vinculación a redes geodésicas horizontales, verticales, tridimensionales y gravimétricas)
- Control geométrico local (variaciones de la ubicación) mediante levantamientos geodésicos
- Control gravimétrico local (variaciones del valor de gravedad)
- Las estaciones deben ser adecuadamente monumentadas.
- Debe existir monografía con descripciones de la estación principal y las adyacentes, incluyendo características de su determinación

De igual manera, en la elaboración de redes gravimétricas de referencia es conveniente considerar ciertos criterios para la selección y el establecimiento de las estaciones, entre los cuales están los siguientes (Drewes, 2002):

- Combinación de estaciones absolutas y relativas para calibración de los gravímetros y control del nivel de gravedad
- Estaciones debidamente monumentadas para garantizar su perdurabilidad (estaciones de las redes verticales, horizontales o tridimensionales)
- Registro de la ubicación de las estaciones, sus valores de gravedad, sus coordenadas y demás información relevante
- Distribución de puntos lo más homogénea posible en el área de estudio
- Selección de un conjunto básico de estaciones que puedan ser reobservadas periódicamente
- Estabilidad geológica, sísmica e hidrológica
- Facilidad para la ubicación estable del gravímetro (primer piso de edificios, mojones, roca, pisos de concreto)

- Determinación de 2 o 3 estaciones adyacentes con el propósito de establecer la integridad del valor de gravedad (estaciones adyacentes entre 100 m y algunos kilómetros de distancia, diferencia de gravedad menores que 10 mGal)
- Determinación de la posición de las estaciones con respecto a los sistemas nacionales de referencia (posición horizontal ± 1 cm, posición vertical ± 1 mm)
- Las redes de segundo y tercer orden obedecen a los mismo criterios, sin estaciones adyacentes.

En la red gravimétrica fundamental del Ecuador se han utilizado placas para materializar a cada una de las estaciones gravimétricas, tales como las que se observan a continuación en la figura 2.35:

Figura 2.35: Placas de la red gravimétrica fundamental del Ecuador



Fuente: IGM, 2004

La imagen de la derecha es la correspondiente a la placa que se halla ubicada en el laboratorio de fotomecánica del IGM, el cual está en un subsuelo con los acondicionamientos del caso.

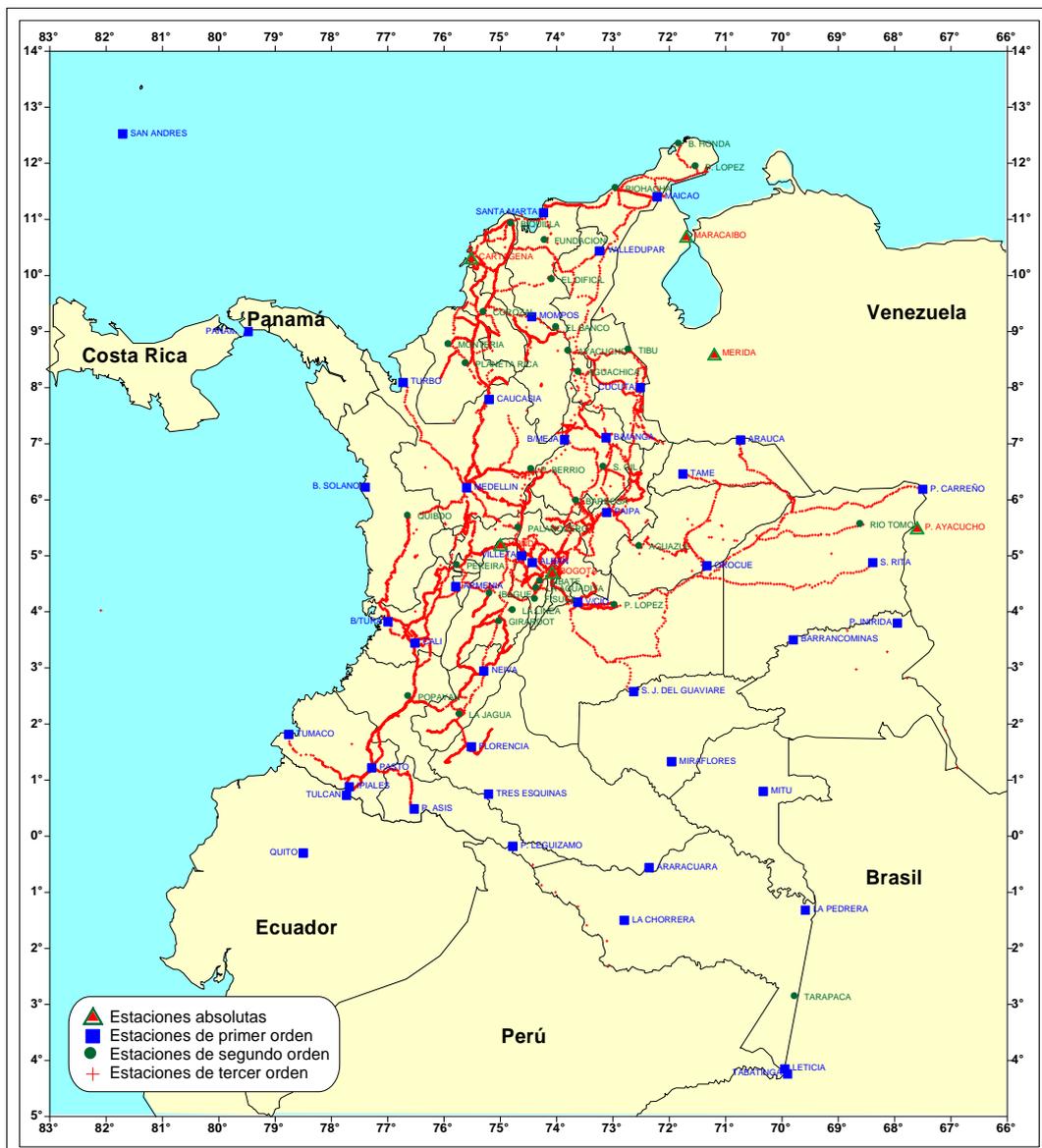
2.3.3.- REDES DE DENSIFICACION

Las redes de densificación se logran a través de levantamientos gravimétricos relativos, los cuales se hacen con la finalidad de generar la suficiente información para, entre otros fines, modelar un campo de gravedad

local que permita una orientación de su comportamiento para múltiples aplicaciones. Las estaciones de las redes de segundo y tercer orden forman circuitos entre las estaciones de primer orden, es decir, materializan una densificación.

Para tener una idea de este tipo de redes, se muestra, en la figura 2.35, un mapa con la red gravimétrica nacional colombiana de tercer orden, la cual ha sido densificada a partir de redes de orden superior:

Figura 2.35: Red gravimétrica nacional colombiana de tercer orden



Fuente: Drewes 2002

En Ecuador se han ejecutado varias campañas de densificación de la red fundamental empleando para ello a las placas de la red de nivelación nacional y los gravímetros en disponibilidad. Esta tarea se la efectúa con la intención posterior de generar un mapa geoidal del país.

En la materialización de una densificación se deben considerar los mismos criterios mencionados para el establecimiento de estaciones de gravedad absoluta y relativa en el numeral 2.3.2.

2.3.4.- CIRCUITOS GRAVIMÉTRICOS

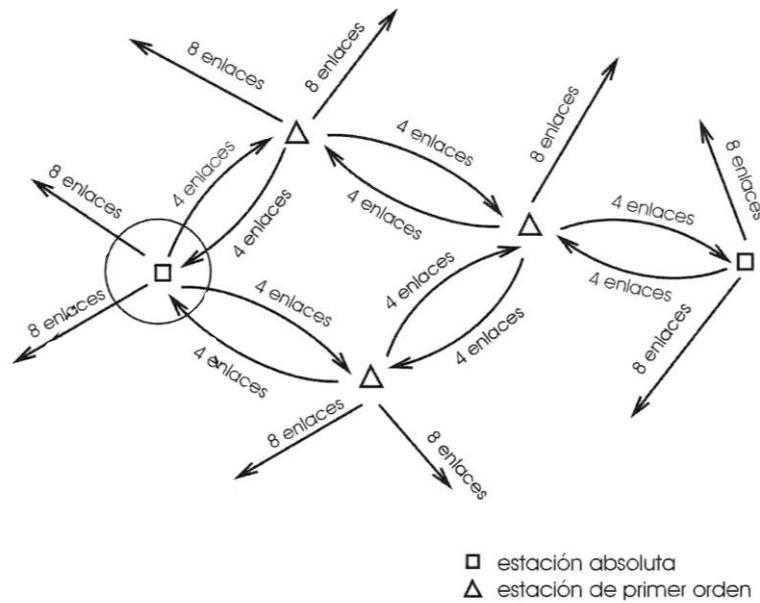
Como circuito gravimétrico se conoce al enlace que se efectúa con la finalidad de determinar las diferencias de valores de g existente entre dos o más estaciones gravimétricas, de las cuales al menos una es de gravedad conocida.

Existen varios métodos para el desarrollo de un circuito. Según Drewes, en redes de primer y segundo orden, los circuitos se deben ejecutar a través de un método al que se le podría llamar “de ida y vuelta”, en el cual se parte de una estación conocida, se mide en una segunda y se regresa a la de partida inmediatamente. Debido a que estas redes servirán de referencia para trabajos posteriores, su desarrollo debe ser realizado con un número mínimo de cuatro gravímetros para emplearlos simultáneamente en cada estación, con la intención de generar la mayor precisión posible y reducir el efecto de posibles errores.

Independientemente del método empleado, es importante considerar el tiempo que tome llevar a cabo cada uno de los circuitos, ya que ello permitirá corregir los efectos causados por la deriva instrumental del gravímetro.

En la figura 2.36 se observa un gráfico en el cual se explica lo descrito anteriormente:

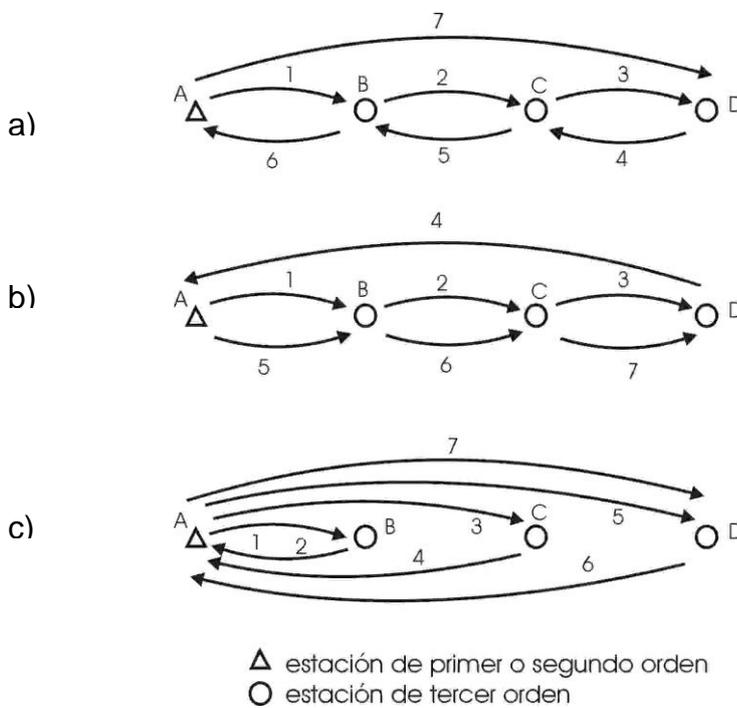
Figura 2.36: Desarrollo de circuitos gravimétricos de redes de primer y segundo orden



Fuente: Drewes, 2002

Para el caso de redes de tercer orden o de densificación, los circuitos pueden ser ejecutados considerando cualquiera de las opciones que se presentan a continuación en la figura 2.37:

Figura 2.37: Desarrollo de circuitos gravimétricos de redes de tercer orden



Fuente: Drewes, 2002

Los números que se pueden distinguir en el gráfico anterior indican el orden a seguirse para dar lugar al circuito entre más de dos puntos requeridos.

Como se puede observar, existen casos en los cuales hay más de una medición relativa en cada estación. Ello brindará la oportunidad de realizar un ajuste a fin de lograr obtener el valor más probable con cierto grado de precisión.

En conclusión, de cualquier manera que se proceda, lo ideal es buscar que se generen polígonos (triángulos o cuadrados) cuyos lados sean comunes en figuras vecinas. Ello permitirá que cada estación esté conectada por lo menos con otras tres a fin de lograr una redundancia en las observaciones, donde cada una tendrá condiciones diferentes de medición (diferentes gravímetros, distintas influencias externas, fechas, y demás)

Generalmente este tipo de redes se efectúan empleando las líneas de nivelación existentes. En el Ecuador se encuentran desarrollando una serie de campañas periódicas a fin de generar una densificación de la red fundamental lo suficientemente consistente.

En forma adicional, para la realización de un circuito gravimétrico es necesario seleccionar previamente los lugares en los cuales se va efectuar las mediciones, es decir llevar a cabo una adecuada planificación de las estaciones a ser ocupadas. Si es posible, debe hacerse una visita previa a dichos puntos para evaluarlos y evitar emplear aquellos con presencia de movimiento continuo, ya sea por tránsito vehicular, peatonal, oleaje marino, extracción de material para construcción, alto nivel freático, y demás, ya que ello dificulta la lectura del gravímetro debido a su gran sensibilidad.

Es imprescindible que, para obtener buenos resultados en un circuito, primero se logre un estado idóneo del gravímetro, para lo cual se sugiere considerar los siguientes puntos:

- Efectuar una calibración adecuada del sistema de medición en laboratorio (presión atmosférica, temperatura, campo magnético, otros).
- Monitorear los gravímetros en una línea de calibración.
- Comparar diferentes instrumentos mediante levantamientos paralelos en los mismos puntos
- Realizar estudios de la deriva instrumental de cada equipo.

Por otro lado, antes de iniciar un circuito se deberán considerar, entre otros, los siguientes detalles:

- Dejar el equipo encendido por lo menos cuatro horas (preferentemente 48 horas) antes de su empleo, para lograr su estabilización, verificando la temperatura de operación indicada por el fabricante.
- Realizar la recarga de baterías adicionales, mantenimiento de los accesorios y verificación del buen estado del cargador
- Prever una cubierta para evitar el exceso de temperatura y claridad natural o artificial durante la lectura.
- Ajustar el ocular del gravímetro para lograr una lectura idónea.
- Prever la necesidad de una almohadilla para comodidad del operador.
- Obtener una linterna para el caso de observaciones durante la noche.
- Coordinar los relojes entre los integrantes de cada equipo de trabajo.
- Preparar suficientes hojas de registro para los apuntes necesarios.

- Efectuar algunas lecturas en el lugar que el gravímetro ha sido almacenado para entrenar al operador en el procedimiento de lectura y afinar la calidad de las mismas.

De igual manera, durante la medición deben garantizarse las condiciones óptimas requeridas: cuidado extremo en el transporte, ausencia de viento, bajo tráfico vehicular y peatonal y demás. Además se debe esperar un tiempo prudencial para que el gravímetro se adapte a las condiciones de la nueva estación (2 a 5 minutos).

La toma de estas precauciones permitirán obtener resultados que tengan las siguientes características:

- Fácil detección de errores sistemáticos y groseros que puedan controlarse durante las mediciones.
- Estimación real de la precisión de las observaciones
- Estabilidad de la red, especialmente en los bordes
- Cumplimiento de la programación (cronograma y presupuesto) de los circuitos gravimétricos.

Todos las anotaciones correspondientes a un levantamiento deberán ser tomadas en una hoja de registro (Anexo D) cuyo formato está diseñado para trabajos gravimétricos. Estos datos permitirán realizar el post proceso respectivo para obtener el valor de g en la estación de medición. Por lo tanto su claridad es de vital importancia.

Entre las notas que se requieren apuntar están las siguientes :

- Identificación de la línea gravimétrica (nombre y código).
- Número de gravímetro.
- Número total de puntos del circuito

- Número de hoja y número total de hojas.
- Número de husos horarios respecto al meridiano de Greenwich.
- Estación de partida (código y valor de g)
- Estación de llegada (código y valor de g)
- Nombre del proyecto
- Estación de medición (código y nombre)
- Materialización y marca existente en la placa de medición.
- Índice de deriva.
- Fecha y hora (año, mes, día, horas, minutos)
- Lecturas del gravímetro (tres lecturas, cada una 7 dígitos)
- Datum altimétrico de referencia de la placa de medición.
- Precisión de la nivelación de la placa de medición.
- Tipo de nivelación de la placa utilizada.
- Desnivel existente entre la placa y el lugar de medición gravimétrica.
- Coordenadas geográficas de la placa (latitud, longitud, en grados, minutos, segundos)
- Altura elipsoidal en metros (GPS)
- Coordenadas UTM de la placa (Norte y Este, en metros)
- Meridiano central de la zona en la que se halla la placa.
- Temperatura del gravímetro.
- Nombre del operador y del anotador
- Verificación de apagado y trabajo del gravímetro (trabado y desligado)

Los datos logrados en un levantamiento son ingresados a programas diseñados para automatizar algunos procedimientos, entre los cuales están:

- Transformación de los valores instrumentales (lecturas) a valores de g .

- Corrección de mareas (atracción luni – solar).
- Corrección por deriva estática.
- Corrección por deriva dinámica.
- Diferencias de g entre estaciones
- Obtención de valores definitivos de g para cada estación.
- Generación de reportes

El IGM se halla empleando el programa Gravi 96, el cual ha permitido procesar todos los datos de los levantamientos hechos en el país.

A continuación se muestra, en la tabla 2.6, un ejemplo del procedimiento requerido para transformar los valores instrumentales (lecturas) a valores de g de un circuito gravimétrico, considerando que se ha utilizado el gravímetro LCR-G número 023 y no han existido período de parada superiores a una hora:

Tabla 2.6: Datos del circuito gravimétrico Libertad – Flavio Alfaro – Libertad

Estación	Fecha	Hora TU	Tiempo Total	Tiempo Dinámico	Lectura Instrumental (adimensional)	Lectura instrumental promedio
Libertad	11/12/04	08h28min	0.00	0.00	1673.700 1673.699 1673.699	1673.699
F. Alfaro	11/12/04	16h09min	7.68	7.68	1567.802 1567.801 1567.803	1567.802
F. Alfaro	11/12/04	16h45min	8.28	8.28	1567.838 1567.839 1567.840	1567.839
Libertad	11/12/04	23h21min	14.88	14.88	1673.602 1673.601 1673.600	1673.601

Fuente: Departamento de Geodesia, IGM, 2004

- **Tiempo Total:** tiempo transcurrido desde el inicio del levantamiento.
- **Tiempo Dinámico:** tiempo que el gravímetro permaneció en movimiento desde el inicio del levantamiento (no se considera el tiempo de parada o descanso).
- Obsérvese que durante ningún período el equipo ha permanecido estático

Para un mejor entendimiento de esta explicación se muestra nuevamente un segmento de la tabla de calibración del gravímetro G-023 (tabla2.2), la cual indica los valores para un rango de lectura de 0 a 2500 unidades con intervalos de 100 unidades:

Tabla 2.2: Tabla de Calibración para el gravímetro LCR – G023

Unidades instrumentales	Valor en mGal	Factor de Intervalo
0	0.00	1.06342
100	106.34	1.06323
200	212.66	1.06306
300	318.97	1.06290
400	425.26	1.06276
500	531.54	1.06263
600	637.80	1.06252
700	744.05	1.06242
800	850.29	1.06233
900	956.53	1.06226
1000	1062.75	1.06220
1100	1168.97	1.06214
1200	1275.19	1.06210
1300	1381.40	1.06207
1400	1487.60	1.06204
1500	1593.81	1.06202
1600	1700.01	1.06201
1700	1806.21	1.06201
1800	1912.41	1.06201
1900	2018.61	1.06202
2000	2124.81	1.06203
2100	2231.02	1.06204
2200	2337.22	1.06206
2300	2443.43	1.06209
2400	2549.64	1.06211
2500	2655.85	1.06214

Fuente: Certificado de calibración del gravímetro LCR G-023, 2003

Los pasos para la transformación son los siguientes:

1.- Promediar las tres lecturas realizadas en el levantamiento, por ejemplo:

$$((1673.700 + 1673.699 + 1673.699) / 3) = 1673.699$$

2.- Tomar el valor múltiplo de 100 e inmediatamente inferior al dato de lectura promedio del instrumento, así: $1673.699 \Rightarrow 1600$

3.- Restar el valor de la lectura menos el dato obtenido en el paso 2, así:

$$1673.699 - 1600 = 73.699$$

4.- Verificar en la tabla el valor correspondiente en mGal para el dato obtenido en el paso 2:

$$1600 \square \Rightarrow 1700.01 \text{ mGal}$$

5.- Tomar la parte restante de la lectura instrumental y multiplicarla por el factor de intervalo:

$$73.699 * 1.06201 = 78.269$$

6.- Sumar los valores obtenidos en los pasos 4 y 5:

$$1700.01 + 78.269 = 1778.279 \text{ mGal}$$

Siendo este valor el correspondiente a la lectura en el equipo para el ejemplo planteado. En la tabla 2.7 se muestran los valores resultantes de esta transformación:

Tabla 2.7: Datos de la tabla 2.6 transformados a mGal

Estación	Fecha	Hora TU	Tiempo Total (h)	Tiempo Dinámico (h)	Lectura Instrumental (adimensional)	Lectura convertida a mGal
Libertad	11/12/04	08h28min	0.00	0.00	1673.699	1778.279
F. Alfaro	11/12/04	16h09min	7.68	7.68	1567.802	1665.817
F. Alfaro	11/12/04	16h45min	8.28	8.28	1567.839	1665.856
Libertad	11/12/04	23h21min	14.88	14.88	1673.601	1778.175

Es necesario aclarar que los resultados obtenidos son valores relativos, por lo tanto no ofrecen un valor verdadero de g en este punto. Por ello, el instrumento empleado únicamente permite determinar diferencias de gravedad, las cuales deberán ser referenciadas a una estación de gravedad conocida para determinar su verdadero valor. Además, se deberán realizar las respectivas correcciones de mareas, deriva estática y deriva dinámica.

2.3.5.- CORRECCION DE MAREAS

También denominada “corrección por atracción luni-solar”. Es la corrección que minimiza el efecto causado (perturbación) en el campo gravitacional terrestre por la atracción que la Luna y el Sol ejercen sobre la Tierra para un cierto día y

para una determinada hora (Blitzkow, 2003). Dicho efecto que cada uno de estos astros ejerce sobre la Tierra está calculado en función de los datos (\varnothing , λ , h) del punto de medición y de las efemérides del Sol y la Luna referentes a este punto.

Esta atracción está formada por dos componentes, una horizontal y una vertical, siendo la segunda aquella que debe ser usada para la corrección correspondiente y se calcula así (UFPR, 2002):

$$F_v = g * M * p^3 * (3 \cos^2 Z - 1) \quad (2.44)$$

Donde:

F_v = componente vertical de la atracción luni-solar sobre la Tierra (mGal)

g = valor de gravedad media aproximada: $G * (m / l^2)$ en mGal

(considerando a la Tierra como modelo esférico, no rotante, con masa m igual a la de la Tierra y un radio medio l)

M = relación entre la masa del astro considerado (sol o luna) y la masa de la Tierra considerada como unitaria.

p = paralaje del astro considerado: radio de la Tierra / distancia al astro

Z = distancia cenital geocéntrica al astro considerado.

En la determinación de este componente habrá que considerar a los dos astros de manera simultánea, ya que son ellos los que tienen más influencia sobre la Tierra.

Además es necesaria una transformación de la Tierra normal a la Tierra Real², para lo cual se emplea un factor gravimétrico “ δ ”, cuyo valor puede variar entre 1.10 y 1.25. Según la UFPR, en la ciudad de Curitiba, Brasil, este valor es

² **Tierra Real:** geoide. Considera una distribución heterogénea de masas, un movimiento de masas (sólidas, gaseosas, viscosas, fluidas), una variación de la velocidad de rotación y un movimiento del eje de rotación.

Tierra Normal: elipsoide. Considera a un semieje mayor y un achatamiento polar. Posee el mismo centro de coordenadas de la Tierra Real (geocentro), la misma fuerza centrífuga, velocidad de rotación terrestre constante, eje menor coincidente con el eje de rotación terrestre e incluye en la masa total de la Tierra la atmósfera y los océanos.

de 1.17 y para fines de cálculo en este proyecto se asumirá el mismo en vista de no existir mayor variación respecto al equivalente para el Ecuador.

Siendo así, la corrección de mareas se define mediante la siguiente fórmula(UFPR, 2002):

$$C_g = \{[g * M_L^T * p_L^3 * (3\cos^2 Z_L - 1)] + [g * M_S^T * p_S^3 * (3\cos^2 Z_S - 1)]\} * \delta \quad (2.45)$$

Donde:

C_g = factor de corrección de mareas (mGal)

g = gravedad media aprox.: $G (m / l^2) = 982024 \text{ mGal} = 9.82024 \text{ m/s}^2$

M_L^T = masa de la Luna respecto a la Tierra = 0.0125 = 1/80

M_S^T = masa del Sol respecto a la Tierra = 333432

P_L = paralaje horizontal de la luna: (efemérides de la luna).

P_S = paralaje horizontal del sol: (efemérides del sol).

Z_L , Z_S = distancia cenital geocéntrica a la Luna y al Sol respectivamente.
(calculada mediante fórmulas astronómicas)

δ = factor gravimétrico = 1.17 (asumido para el Ecuador)

Como cada observación es realizada en una hora y lugar diferente, las posiciones del sol y la luna también serán distintas respecto cada punto. Además, como es obvio, estos astros se hallan en continuo movimiento. Esto hará que las distancias entre ellos y la Tierra varíe lo suficiente como para que el factor de corrección de mareas no sea el mismo para cada sitio de medición.

El valor obtenido en esta corrección se suma o resta algebraicamente a cada uno de los resultados obtenidos luego de la anteriormente citada transformación de lecturas instrumentales en valores de g , tal como se muestra en la tabla 2.8:

Tabla 2.8: Datos de la tabla 2.7 corregidos por mareas

Estación	Fecha	Hora TU	Tiempo Total (h)	Tiempo Dinámico (h)	Lectura Instrumental (adimensional)	Lectura convertida mGal	Factor de Corr. Mareas C_g	Valor Preeliminar de g
Libertad	11/12/04	08h28min	0.00	0.00	1673.699	1778.279	0.000	1778.279
F. Alfaro	11/12/04	16h09min	7.68	7.68	1567.802	1665.817	-0.050	1665.767
F. Alfaro	11/12/04	16h45min	8.28	8.28	1567.839	1665.856	-0.081	1665.775
Libertad	11/12/04	23h21min	14.88	14.88	1673.601	1778.175	0.130	1778.305

2.3.6.- CORRECCIONES POR DERIVA INSTRUMENTAL

A pesar del avance tecnológico logrado en las últimas décadas, en las cuales se han desarrollado gravímetros altamente sensibles, no se ha podido aún garantizar una estabilidad elevada y permanente. En consecuencia, los gravímetros sufren los efectos de la denominada “deriva instrumental” que provoca distintas lecturas en un mismo punto en diferentes instantes sin que cambie su valor de g . Por ello es importante considerar la presencia de las condiciones ideales de operación de manera constante a fin de obtener resultados homogéneos y coherentes.

Esta deriva es una variación de las indicaciones instrumentales (no causada directamente por alteraciones gravitacionales, térmicas, barométricas y demás), la cual puede ser expresada en función del tiempo y tiene su origen en deformaciones plásticas (y por lo tanto irreversibles) del sistema elástico (resortes) de los gravímetros, causadas por un “acomodamiento” molecular, vibraciones y movimientos durante el transporte, entre otros motivos.

Para lograr una corrección de la deriva es imprescindible que se retorne al punto de partida del circuito, o a otra estación de referencia, en un lapso no mayor a 24 horas (en el peor de los casos hasta 48 horas), ya que en este periodo se asume que, para los gravímetros LCR, la deriva tiene un comportamiento lineal y puede ser compensada (Blitzkow, 2003). Incluso notas obtenidas de la UFPR

afirman que se puede asumir que la deriva se comporta linealmente a hasta un lapso máximo de 72 horas.

La deriva instrumental se traduce en dos inconvenientes principales que afectan las medidas ofrecidas por los instrumentos que usan resortes o hilos de torsión para generar un movimiento antagónico, impidiendo así, que tales aparatos puedan realizar medidas absolutas de gravedad: la deriva estática la deriva dinámica.

- a) Deriva estática.- Ocurre cuando el instrumento se halla en reposo por un tiempo superior a una hora (Blitzkow, 2003).
- b) Deriva Dinámica.- Ocurre cuando el instrumento se halla en movimiento, lo que produce cambios en el comportamiento del sistema elástico.

2.3.6.1.- Corrección por deriva estática

Para realizar esta corrección, una serie de lecturas deben ser hechas al inicio del período de inmovilidad del instrumento (en la práctica, cuando el tiempo de parada en un levantamiento supera una hora), y otra serie al final de dicho período. (Blitzkow, 2003)

La diferencia entre el valor de g obtenido luego del período de parada y el correspondiente antes de dicho período (en mGal y corregido por mareas), debe ser sumada de manera algebraica a cada uno de los valores de g correspondientes a las mediciones efectuadas posteriormente.

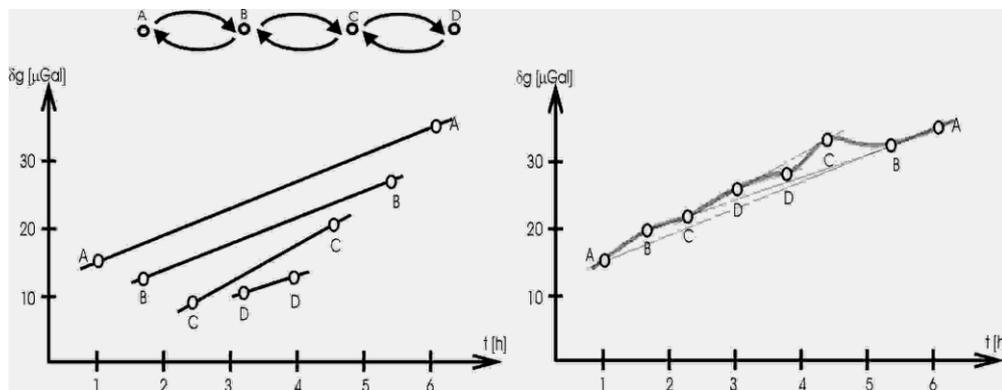
Para los valores de g utilizados como ejemplo en la tabla 2.7, la corrección por deriva estática es igual a cero por cuanto no ha existido un período de parada en este circuito.

2.3.6.2.- Corrección por deriva dinámica

Como se ha mencionado, para poder efectuar esta corrección habrá que primero considerar cual ha sido el tiempo empleado en un circuito para salir de una estación de referencia y regresar a ella o llegar a otra de gravedad conocida.

En la figura 2.38 se observa el comportamiento de la deriva instrumental en un lapso de seis horas para un circuito conformado por cuatro puntos (Drewes, 2002):

Figura 2.38: Comportamiento de la deriva instrumental



Fuente: Drewes, 2002

En la figura de la izquierda se grafica a cada punto de medición en función de la hora y el valor de g obtenido durante el circuito, pero sin corregir los efectos causados por la deriva instrumental. Si se unen los mismos puntos (es decir A con A, B con B, y así sucesivamente) mediante rectas, se puede ver que ellas definen pendientes semejantes. Ello provoca que al corregir esta deriva se generen rectas que determinen una dirección similar, tal como se puede ver en la figura de la derecha. Debido a ello es posible asumir, hasta cierto intervalo de tiempo, que la deriva se comporta de manera lineal.

Si el tiempo empleado para ejecutar un circuito ha superado las 24 horas, habrá que considerar que las mediciones logradas no poseen el nivel de

confianza requerido y deberán ser sometidas a un análisis para determinar valores de pesos que permitan darles un grado de certeza adecuado.

Para efectuar la corrección por deriva dinámica, la diferencia entre el valor de g obtenido en el punto de partida y el correspondiente en el punto de llegada (en mGal, corregido por mareas y por deriva estática), debe ser dividida para el tiempo dinámico total en horas (tiempo que el gravímetro permaneció en movimiento desde el inicio del levantamiento sin considerar el tiempo de parada).

$$(1778.279 - 1778.305) / 14.88 = -0.0017473 \text{ mGal / h}$$

El valor resultante debe ser aplicado proporcionalmente al tiempo dinámico de cada estación, así:

$$\text{Flavio Alfaro: } -0.0017473 \text{ mGal / h} * 7.68 \text{ h} = -0.0134194 \text{ mGal}$$

$$\text{Flavio Alfaro: } -0.0017473 \text{ mGal / h} * 8.28 \text{ h} = -0.0144677 \text{ mGal}$$

$$\text{Libertad: } -0.0017473 \text{ mGal / h} * 14.88 \text{ h} = -0.0260000 \text{ mGal}$$

A continuación, sumar de manera algebraica este resultado a cada uno de los valores de g logrados luego de la corrección por deriva estática, así:

$$\text{Flavio Alfaro: } 1665.767 + (-0.0134194 \text{ mGal}) = 1665.754 \text{ mGal.}$$

Con esto se consigue que la medida en la estación de partida sea igual a la medida en la estación de llegada, quedando cerrado el circuito como se observa en la tabla 2.9.

Tabla 2.9: Datos de la tabla 2.8 corregidos por deriva estática y deriva dinámica

Estación	Tiempo Total (h)	Tiempo Dinámico	Valor corregido por mareas (mGal)	Corrección por deriva estática	Valor corr. por der. estática	Corrección por deriva dinámica	Valor corr. por der. dinámica
Libertad	0.00	0.00	1778.279	0.000	1778.279	0.0000000	1778.279
F. Alfaro	7.68	7.68	1665.767	0.000	1665.767	-0.0134194	1665.754
F. Alfaro	8.28	8.28	1665.775	0.000	1665.775	-0.0144677	1665.761
Libertad	14.88	14.88	1778.305	0.000	1778.305	-0.0260000	1778.279

Una vez realizadas todas las correcciones, habrá que restar cada uno de los valores últimamente obtenidos, del valor de g del punto de inicio para

determinar la diferencia Δg entre cada estación y la de referencia empleada en el circuito.

Finalmente, para lograr el valor definitivo de g en cada estación se debe sumar cada Δg al correspondiente de la estación de referencia (Libertad), tal como se ve en la tabla 2.10:

Tabla 2.10: Valores definitivos de g en cada estación del circuito Libertad-Flavio Alfaro-Libertad

Estación	Tiempo Total (h)	Tiempo Dinámico(h)	Valor corregido por der. dinámica	Δg	g (mGal)
Libertad	0.00	0.00	1778.279	0	978096.05
F. Alfaro	7.68	7.68	1665.754	-112.53	977983.52
F. Alfaro	8.28	8.28	1665.761	-112.52	977983.53
Libertad	14.88	14.88	1778.279	0	978096.05

De esta manera queda terminado el procesamiento de un circuito gravimétrico efectuado mediante un levantamiento relativo.

CAPITULO III

AJUSTE POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS

Antes de iniciar un estudio respecto al análisis de observaciones es imprescindible comprender que sea cual sea el fenómeno u objeto de medición, es prácticamente imposible obtener el valor verdadero de su magnitud, ya que toda observación realizada por el hombre se caracteriza por la inevitable presencia de “errores de medida”. Ellos se deben a fallas humanas, imperfecciones en los equipos empleados y a la influencia de las condiciones ambientales existentes durante el proceso de medición.

Debido a ello se genera cierta desconfianza en el resultado logrado luego de una particular observación aislada, lo que conduce definitivamente al desarrollo de varias observaciones consecutivas del mismo fenómeno u objeto. Sin embargo, esto produce otro inconveniente: la determinación de un resultado único que pueda representar con la mayor confiabilidad a ese grupo de valores

redundantes e inexactos (por las discrepancias que presentan) anteriormente obtenidos.

El “ajuste de observaciones” será el procedimiento que se encargue de solucionar este problema, así como también de establecer una estimación de la precisión de la solución alcanzada.

Hay que considerar, además, que en los casos más simples se realizan determinaciones de magnitudes (incógnitas) de manera directa, es decir midiendo al fenómeno u objeto en sí. No obstante, cuando tales incógnitas se relacionan a través de ecuaciones de condición, el problema se torna menos simple. Más aún cuando se determinan magnitudes que se relacionan con las incógnitas (parámetros) mediante funciones conocidas.

En cualquiera de estos escenarios lo que se busca es ajustar las observaciones, junto con los parámetros (cuando existan), a un modelo matemático, el cual en ciertas circunstancias podría incluso contener valores particulares (constantes).

Otra dificultad adicional puede surgir cuando se requiera ponderar las observaciones atribuyendo más o menos “peso” a aquellas que merecen mayor o menor confianza respectivamente, ya que de la definición de dicho valor dependerán los resultados finales. Para ello habrá que presuponer que se conoce la precisión, y otros factores, con que las medidas fueron realizadas.

3.1.- PRINCIPIO DEL METODO DE MINIMOS CUADRADOS

Considerando el caso en el cual se han realizado varias mediciones directas de una misma magnitud X (distancias, alturas, entre otras), se tendrá que:

$$l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$$

serán los valores obtenidos en esta serie de observaciones.

Ante la imposibilidad de lograr un verdadero valor de X , es necesario realizar una estimación de un valor más probable en el cual se pueda confiar. Siendo así, se puede escoger un valor x aproximado y calcular las diferencias:

$$\left. \begin{array}{l} x - l_1 = v_1 \\ x - l_2 = v_2 \\ \dots\dots\dots \\ x - l_n = v_n \end{array} \right\} x - l_i = v_i \quad (3.1)$$

Tales diferencias (v_i) son denominadas “residuos”, esto es, los valores “a priori” desconocidos, que sumados a las observaciones reproducen el valor escogido x .

Empleando el mismo criterio se puede elegir otro valor arbitrario aproximado x' , lo cual crearía un nuevo conjunto de residuos:

$$x' - l_i = v_i'$$

Y así sucesivamente se llegará a tener:

$$x'' - l_i = v_i''$$

Como se puede ver, el verdadero problema radica en escoger el valor de x más apropiado, es decir, en determinar un criterio que permita, de las observaciones repetidas l_i , discrepantes entre sí, extraer un valor único para representar a la incógnita X .

Lo ideal sería, entonces, buscar la manera de que los residuos v_i sean los mínimos, y por ende tiendan a cero. Con esta intención Gauss y Legendre plantearon el camino indicado: aceptar como la mejor estimación de X al valor que haga “mínima a la suma de los cuadrados de los residuos”, así:

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \min \quad (3.2)$$

Además, si las observaciones no ofrecen un mismo grado de confianza o precisión deberán ser homogenizadas a través de “pesos” (p_i), así:

$$\sum_{i=1}^n p_i v_i^2 = \min \quad (3.3)$$

Las ecuaciones (3.2) y (3.2) en lenguaje matricial tienen, respectivamente, la siguiente notación (Gemael, 1995):

$$V^T V = \min. \quad (3.4)$$

$$V^T P V = \min. \quad (3.5)$$

Donde:

P = matriz de pesos ($n * n$)

V = vector de residuos, desvíos o errores = $[v_1, v_2, v_3, \dots v_n]^T$

Este es el principio que caracteriza el Método de los Mínimos Cuadrados (M.M.C.).

De esta manera se puede afirmar que el M.M.C. es considerado como un criterio para la estimación del valor más probable de cada una de las incógnitas involucradas en el proceso de ajuste, el cual consiste en la minimización de la función $V^T P V$, donde dichas incógnitas están, de algún modo, enlazadas a un conjunto de observaciones redundantes a través de un modelo matemático adecuado.

Adicionalmente, el ajuste por el M.M.C. tiene como objetivo la estimación de la precisión de estas incógnitas y una eventual correlación entre ellas.

3.2.- AJUSTE POR EL METODO PARAMETRICO

En los casos de las observaciones directas las incógnitas son los valores observados ajustados (lo que se profundizará en 3.3), mientras que en el caso de las indirectas lo que se busca es estimar una magnitud que se vincule con las

observadas. A esta magnitud se le denomina “parámetro” de donde proviene la definición de “método paramétrico”.

Las variables involucradas en el proceso de ajuste son las siguientes:

L_a = vector ($n * 1$) de los valores observados ajustados;

L_b = vector ($n * 1$) de los valores observados;

L_o = vector ($n * 1$) de valores resultantes de $L_o = F (X_o)$;

X_a = vector ($u * 1$) de los parámetros ajustados;

X_o = vector ($u * 1$) de los valores aproximados de los parámetros;

X = vector ($u * 1$) de las correcciones;

V = vector ($n * 1$) de los residuos o desvíos;

donde: n = Número de ecuaciones de observación.³

u = Número de incógnitas o parámetros.

Si los valores observados ajustados son expresados como una función de los parámetros ajustados se define la siguiente expresión (Gemael, 1994):

$$L_a = F (X_a) \quad (3.6)$$

Esta es la condición fundamental que debe cumplirse para que pueda aplicarse un ajuste por mínimos cuadrados a través del método paramétrico.

Con las variables mencionadas anteriormente se pueden formar las siguientes relaciones (Gemael, 1994):

$$L_a = L_b + V \quad (3.7)$$

$$X_a = X_o + X \quad (3.8)$$

Reemplazando la ecuación (3.7) en la (3.6) se tiene que:

$$L_b + V = F (X_a) \quad (3.9)$$

Linealizando el segundo miembro con la fórmula de Taylor se obtiene lo

³ Usualmente en Geodesia el número de observaciones es superior al de incógnitas ($n > u$).

siguiente (Gemael, 1994):

$$L_b + V = F(X_o + X) \approx F(X_o) + \left. \frac{dF}{dX_a} \right|_{X_o = X_o} X \quad (3.10)$$

Si a $F(X_o)$ se designa como L_o , y a la matriz de las derivadas parciales como A, se logra:

$$L_b + V = L_o + A X \quad (3.11)$$

$$V = A X + L_o - L_b \quad (3.12)$$

Y finalmente con:

$$L = L_o - L_b \quad (3.13)$$

se obtiene el modelo matemático del vector de los residuos, así:

$${}_n V_1 = {}_n A_u \quad u X_1 + {}_n L_1 \quad (3.14)$$

Si se introduce dicho valor en la ecuación (3.5) se obtiene lo siguiente:

$$\phi = V^T P V = (A X + L)^T P (A X + L) = \min. \quad (3.15)$$

donde ϕ es una función.

La condición para que esta función otorgue un valor mínimo es que su derivada sea igual a cero. Por lo tanto derivando a (3.15) se genera lo siguiente

(Gemael, 1994):

$$\frac{d\phi}{dX} = 2 A^T P A X + A^T P L + A^T P L = 0 \quad (3.16)$$

con lo que se tiene que:

$$A^T P A X + A^T P L = 0 \quad (3.17)$$

de donde se deduce la solución única para esta ecuación matricial, de la siguiente manera:

$$X = - (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (3.18)$$

Y de manera más compacta:

$$X = N^{-1} U \quad (3.19)$$

donde:

$$N = A^T P A \quad (3.20)$$

$$y \quad U = A^T P L \quad (3.21)$$

Reemplazando los componentes de X en la ecuación (3.8) los parámetros aproximados X_o se convierten en ajustados X_a . Además si se toma X y se la emplea en la ecuación (3.14) se obtendrá el vector de desvíos V ; y, finalmente, con ella en la ecuación (3.7), el vector L_a con los valores de las observaciones ajustadas, quedando así resuelto X , X_a , V y L_a .

Si todas las observaciones tuvieran el mismo grado de confianza y no se hallaran correlacionadas entre sí (es decir, si fueran independientes), la matriz P sería igual a la matriz identidad I (donde la diagonal principal se forma de valores unitarios y los restantes son nulos), redefiniéndose la ecuación (3.18) de la siguiente forma:

$$X = - (A^T A)^{-1} A^T L \quad (3.22)$$

Sin embargo, en este proyecto estas condiciones no se cumplen, por lo que es necesario definir P , lo cual es uno de los problemas más complejos del ajuste.

Para ello que hay que primeramente aceptar que las observaciones efectuadas pueden considerarse una muestra de un universo de media μ y de varianza σ^2 . Esta última es un indicativo de la precisión de dichas observaciones: mientras más precisa sea una observación, menor será su varianza.

Designando como ΣL_b a la matriz varianza–covarianza MVC del vector de las observaciones, y como σ_o^2 a un valor adimensional numéricamente igual a la varianza de las observaciones al cual fue atribuido un “peso unitario” (varianza a priori de peso unitario), se puede obtener una nueva matriz simétrica (Q) denominada matriz de los “coeficientes de peso”, así (Gemaél, 1994):

$$Q = \frac{1}{\sigma_o^2} \Sigma L_b \quad (3.23)$$

Aplicando la inversa de Q se tiene:

$$Q^{-1} = \sigma_o^2 \Sigma L_b^{-1} = P \quad (3.24)$$

quedando así definida la ecuación de la matriz de los pesos.

Si se presentara un caso en el cual se asumiera que todas las observaciones tienen la misma precisión y son independientes entre sí, la ecuación anterior se convertiría en:

$$P = Q^{-1} = I \quad (3.25)$$

en otras palabras, dichos pesos son aquellos que caracterizan la diferencia de precisión entre las observaciones.

Por otro lado, una MVC cualquiera es una matriz simétrica, esto es, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ cuyos elementos de la diagonal principal son las varianzas σ_i^2 , mientras que las covarianzas están dispuestas fuera de dicha diagonal, así:

$$\Sigma X = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \dots & \sigma_{1m}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2m}^2 \\ \vdots & \vdots & \diagdown & \vdots \\ \sigma_{n1}^2 & \sigma_{n2}^2 & \dots & \sigma_{nm}^2 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

De esta manera, la estructura de la MVC de las observaciones es la siguiente (Gemael, 1994):

$$\Sigma L_b = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \dots & \sigma_{1m}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2m}^2 \\ \vdots & \vdots & \diagdown & \vdots \\ \sigma_{n1}^2 & \sigma_{n2}^2 & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Reemplazando la matriz (3.27) en la ecuación (3.24), se tendrá lo siguiente:

$$P = Q^{-1} = \sigma_o^2 \Sigma L_b^{-1} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ \sigma_{11}^2 & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_i & & & \\ & p_i & & \\ & & \ddots & \\ & & & p_i \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

$$P = Q^{-1} = \sigma_o^2 \quad \sigma_o^2 \quad \frac{1}{\sigma_n^2} = \rho_n$$

de donde se puede concluir que los pesos ρ_i de las observaciones son inversamente proporcionales a las respectivas varianzas (una observación de mayor confiabilidad tendrá menor varianza o mayor precisión).

Igualando cada ρ_i con su correspondiente valor de varianza se tendrá la siguiente generalización:

$$\rho_i = \frac{\sigma_o^2}{\sigma_i^2} \quad (3.29)$$

Si $\rho = 1$, el numerador y el denominador tendrán el mismo valor, lo que justifica la denominación de “varianza a priori (de observación) de peso unitario”.

El concepto de varianza a priori σ_o^2 no interfiere en la estimación del vector de incógnitas X , ya que este valor es adoptado antes del ajuste, esto es, en la composición de la matriz de los pesos dada por la ecuación (3.24), así:

- Reemplazando (3.24) en (3.18), se tiene que:

$$X = \frac{1}{\sigma_o^2} (A^T \Sigma L_b^{-1} A)^{-1} A^T \Sigma L_b^{-1} L \sigma_o^2 \quad (3.30)$$

donde las varianzas a priori se anulan, quedando lo siguiente:

$$X = (A^T \Sigma L_b^{-1} A)^{-1} A^T \Sigma L_b^{-1} L \quad (3.31)$$

Sin embargo, una fortaleza del ajuste por el MMC es la de obtener una estimación de esta varianza después de dicho ajuste. Ella está en función de los residuos y de la matriz P , siendo llamada “varianza de observación de peso unitario a posteriori”, y está dada por (Gemaël, 1994):

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^T P V}{S} \quad (3.32)$$

Donde:

$S = \text{Grados de libertad} = n \text{ (número de ecuaciones)} - u \text{ (número de incógnitas)}$

$$V = A X + L$$

$$L = L_o - L_b$$

$A = \text{Matriz de coeficientes luego del ajuste.}$

$X_a = \text{Matriz de incógnitas resueltas.}$

Al valor S también se le conoce como “número de ecuaciones de observación redundantes”, es decir el número de aquellas que sobrepasan el número de incógnitas.

Mediante la comparación entre los valores de la varianza a priori y la varianza a posteriori se puede realizar un análisis respecto a la calidad del ajuste, lo cual será profundizado en el numeral 3.5.

Como se ha visto hasta aquí, a través de una MVC es posible estimar las precisiones de los resultados en un ajuste.

En efecto, se puede determinar la del vector X (correcciones), vector X_a (parámetros ajustadas), vector V (desvíos) y la del vector L_a (observaciones ajustadas), de la siguiente manera (Gemael, 1994):

a) MVC del vector de correcciones ΣX :

$$\Sigma X = \sigma_o^2 N^{-1} \quad (3.33)$$

b) MVC del vector de los parámetros ajustados ΣX_a :

$$\Sigma X_a = \Sigma X = \sigma_o^2 N^{-1} \quad (3.34)$$

c) MVC del vector de valores observados ajustados ΣL_a :

$$\Sigma L_a = \sigma_o^2 A N^{-1} A^T \quad (3.35)$$

d) MVC del vector residuos ΣV :

$$\Sigma V = \sigma_o^2 (A N^{-1} A^T - P^{-1}) \quad (3.36)$$

En cuanto se refiere a la relación que guardan cada una de las observaciones, ella se puede determinar mediante el “coeficiente de correlación lineal”, el cual puede ser obtenido por:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \quad (3.37)$$

Estos coeficientes pueden ser dispuestos en una matriz denominada “matriz de correlación, la cual tiene el mismo orden de la MVC. Una propiedad importante de los coeficientes de correlación es:

$$-1 \leq \rho_{ij} \leq 1 \quad (3.38)$$

La matriz de correlación es simétrica, es decir $\rho_{ij} = \rho_{ji}$. Además, en función de la ecuación (3.37) se puede deducir que si $i = j$ los elementos de la diagonal principal serán iguales a la unidad, determinándose la siguiente estructura:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1m} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

3.3.- AJUSTE POR EL METODO DE CORRELATOS.

En el caso de medición de dos ángulos de un triángulo, tales valores no requieren una verificación por ser funcionalmente independientes. Pero si se da el caso de mediciones de sus tres ángulos, la situación cambiará definitivamente ya que, siendo así, existirá una dependencia matemática entre ellas. En otras palabras, los valores observados después de ajustados (incógnitas) deberán satisfacer la siguiente ecuación:

$$(A)^a + (B)^a + (C)^a - 180 = 0 \quad (3.40)$$

Lo mismo no ocurre con los valores observados:

$$(A) + (B) + (C) - 180 \neq 0 \quad (3.41)$$

lo que anula el modelo dando lugar a un “error de cierre” que sirve como indicador preeliminar de la precisión de las medidas.

De igual manera, en un circuito gravimétrico cerrado, la suma de todas las diferencias entre estaciones deberían teóricamente anularse. No lo hacen debido al mencionado error de cierre, el cual debe ser eliminado en un ajuste.

Es fácil, en estos ejemplos, verificar que no hay interferencia de algún tipo de parámetro. Es decir, se trata únicamente de un análisis de observaciones directas sujetas a “ecuaciones de condición”.

La expresión que caracteriza este método es la siguiente (Gemael, 1994):

$$F(L_a) = 0 \quad (3.42)$$

la cual es la condición fundamental que debe cumplirse para que pueda aplicarse un ajuste por mínimos cuadrados a través del método de correlatos.

La ecuación anterior representa a “ r ” ecuaciones de condición enlazando a “ n ” incógnitas (L_a), siendo fundamental que dichas ecuaciones sean independientes entre sí.

En este método, las variables involucradas en el proceso de ajuste son las siguientes:

L_a = vector ($n * 1$) de los valores observados ajustados;

L_b = vector ($n * 1$) de los valores observados;

V = vector ($n * 1$) de los residuos o desvíos;

donde: n = Número de incógnitas.⁴

r = Número de ecuaciones de condición.

Con las variables mencionadas anteriormente se puede formar la siguiente relación (Gemael, 1994):

$$L_a = L_b + V \quad (3.43)$$

La cual puede ser escrita así:

$$F(L_b + V) = 0 \quad (3.44)$$

Aplicando una aproximación lineal mediante la serie de Taylor, se tiene:

$$F(L_a) = F(L_b + V) \approx F(L_b) + \left. \frac{dF}{dL_a} \right|_{L_b} (L_a - L_b) = 0 \quad (3.45)$$

Asignando a la función $F(L_b)$ (la cual corresponde al error de cierre) como W y como B a la matriz de las derivadas parciales, se tiene:

$$r B_{n \times n} V_1 + r W_1 = r 0_1 \quad (3.46)$$

Para que las incógnitas se subordinen al M.M.C. y al mismo tiempo satisfagan las ecuaciones de condición, se utilizará la siguiente función (Gemael, 1994):

$$\phi = V^T P V - 2 K^T (B V + W) = \min. \quad (3.47)$$

siendo K el vector ($r * 1$) de los “multiplicadores de Lagrange” (o “correlatos”), y la cantidad entre paréntesis el primer miembro de la ecuación (3.46).

La condición para que esta función otorgue un valor mínimo es que su derivada sea igual a cero. Por lo tanto derivando a (3.47) respecto a V y K se genera lo siguiente (Gemael, 1994):

$$\frac{d\phi}{dV} = 2 P V - 2 B^T K = 0 \quad \therefore \quad P V - B^T K = 0 \quad (3.48)$$

$$\frac{d\phi}{dK} = -2 (B V + W) = 0 \quad \therefore \quad B V + W = 0 \quad (3.49)$$

Despejando V de la ecuación (3.48) se obtiene:

$$V = P^{-1} B^T K \quad (3.50)$$

e introduciendo a V en la ecuación (3.49):

$$B P^{-1} B^T K + W = 0 \quad (3.51)$$

⁴ Usualmente en este caso se presentan más incógnitas que ecuaciones de condición.

se obtiene una ecuación matricial con los multiplicadores de Lagrange (correlatos):

$$K = - (B P^{-1} B^T)^{-1} W \quad (3.52)$$

Y de manera más compacta:

$$K = - M^{-1} W \quad (3.53)$$

Donde:
$$M = B P^{-1} B^T$$

Una vez obtenido el vector K se puede calcular el vector de los residuos con la ecuación (3.50), y luego con este el vector de las observaciones ajustadas mediante la ecuación (3.43), quedando definido así los vectores L_a , V , y K .

Si todas las observaciones tuvieran el mismo grado de confianza, la matriz P sería igual a la matriz identidad I , redefiniéndose las ecuaciones (3.50) y (3.52) de la siguiente forma:

$$V = B^T K \quad (3.54)$$

$$K = - (B B^T)^{-1} W \quad (3.55)$$

Sin embargo, como ya se ha mencionado, en este proyecto estas condiciones no se cumplen, por lo que será necesario definir P mediante la ecuación (3.24).

Al igual que en el método paramétrico, las precisiones de los resultados se obtiene mediante una MVC, así (Gemael, 1994):

a) MVC del vector de valores observados ajustados ΣL_a :

$$\Sigma L_a = \Sigma L_b [I - B^T M^{-1} B P^{-1}] \quad (3.56)$$

b) MVC del vector residuos ΣV :

$$\Sigma V = \sigma_o^2 P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1} \quad (3.57)$$

Además se puede hacer la siguiente relación (Gemael, 1994):

$$\Sigma L_a = \Sigma L_b - \Sigma V \quad (3.58)$$

La varianza de observación de peso unitario a posteriori, en el método de correlatos está dada por (Gemael, 1994):

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^T P V}{S} \quad (3.59)$$

Donde:

$S = r =$ número de ecuaciones de condición = grados de libertad

$$V^T P V = K^T M K = - K^T W$$

3.4.- AJUSTE POR EL METODO COMBINADO

La expresión que caracteriza el método combinado es la siguiente

(Gemaël, 1994):

$$F(L_a, X_a) = 0 \quad (3.60)$$

en la cual los valores observados ajustados y los parámetros ajustados pueden relacionarse mediante una función explícita.

Para linealizar la ecuación (3.60) se considera lo deducido anteriormente:

$$V = L_a - L_b \quad (3.61)$$

$$X = X_a - X_o \quad (3.62)$$

$$A = \left. \frac{dF}{dX_a} \right|_{X_o}; \quad B = \left. \frac{dF}{dL_a} \right|_{L_b}; \quad (3.63)$$

Además: $W = F(L_b, X_o) \quad (3.64)$

Resultando :

$$F(X_a, L_a) = F(X_o + X, L_b + V) \approx F(X_o, L_b) +$$

$$\left. \frac{dF}{dX_a} \right|_{X_o} (X_a - X_o) + \left. \frac{dF}{dL_a} \right|_{L_b} (L_a - L_b) = 0 \quad (3.63)$$

$$A X + B V + W = 0 \quad (3.64)$$

Admitiendo que existieran “n” valores observados y “u” parámetros enlazados por “r” ecuaciones, se obtiene las siguientes matrices:

$${}_r A_{u u} X_1 + {}_r B_{n n} V_1 + {}_r W_1 = {}_r 0_1 \quad (3.65)$$

Con la intención de minimizar $V^T P V$ y cumplir con el M.M.C. es necesario proceder de manera que los residuos V (de los valores observados) y las

correcciones X (de los parámetros aproximados) atiendan a la ecuación (3.64), para lo cual empleando la técnica lagrangiana se tiene:

$$\phi = V^T P V - 2 K^T (A X + B V + W) = \min. \quad (3.66)$$

siendo K , el vector de los correlatos.

Igual que en los casos anteriores, la condición para que esta función otorgue un valor mínimo es que su derivada sea igual a cero. Por lo tanto derivando a (3.66) respecto a V , K y X se genera lo siguiente (Gemael, 1994):

$$\frac{d\phi}{dV} = 2 P V - 2 B^T K = 0 \quad \therefore \quad P V - B^T K = 0 \quad (3.67)$$

$$\frac{d\phi}{dK} = -2 (A X + B V + W) \quad \therefore \quad A X + B V + W = 0 \quad (3.68)$$

$$\frac{d\phi}{dX} = -2 A^T K \quad \therefore \quad A^T K = 0 \quad (3.69)$$

De la ecuación (3.67) se obtiene el vector V , así:

$$V = P^{-1} B^T K \quad (3.70)$$

e introduciéndolo en la ecuación (3.68) se genera:

$$A X + B P^{-1} B^T K + W = 0 \quad (3.71)$$

Si se hace mención a la relación: $M = B P^{-1} B^T$, se tiene que (3.71) será:

$$A X + M K + W = 0 \quad (3.72)$$

siendo K igual a:
$$K = -M^{-1} (A X + W) = 0 \quad (3.73)$$

Ingresando este vector en la ecuación (3.69):

$$A^T K = -A^T M^{-1} (A X + W) = 0 \quad (3.74)$$

$$A^T M^{-1} A X = -A^T M^{-1} W \quad (3.75)$$

$$X = -(A^T M^{-1} A)^{-1} A^T M^{-1} W \quad (3.76)$$

quedando de esta manera definido el vector de correcciones X .

La secuencia sugerida para el desarrollo de los cálculos es la siguiente:

$$X = - (A^T M^{-1} A)^{-1} A^T M^{-1} W$$

$$X_a = X_o + X$$

$$K = - M^{-1} (A X + W) = 0$$

$$V = P^{-1} B^T K$$

$$L_a = L_b + V$$

La varianza de observación de peso unitario a posteriori, en el método combinado está dada por (Gemael, 1994):

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^T P V}{S} \quad (3.77)$$

Donde:

$S = r - u =$ grados de libertad, siendo necesario que $n > r - u$.

$$V^T P V = K^T M K = - K^T W$$

Las precisiones de cada uno de estos vectores se obtiene de las diagonales principales de sus respectivas MVC, así (Gemael, 1994):

a) MVC del vector de parámetros ajustados ΣX_a (y correcciones ΣX):

$$\Sigma X_a = \Sigma X = \hat{\sigma}_o^2 A^T M^{-1} A)^{-1} \quad (3.78)$$

b) MVC del vector de valores observaciones ajustados ΣL_a :

$$\Sigma L_a = \hat{\sigma}_o^2 [P^{-1} + P^{-1} B^T M^{-1} A (A^T M^{-1} A)^{-1} A^T M^{-1} B P^{-1} - P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1}] \quad (3.79)$$

c) MVC del vector de residuos ΣV :

$$\Sigma V = \hat{\sigma}_o^2 P^{-1} - \Sigma L_a \quad (3.80)$$

d) MVC del error de cierre ΣW :

$$\Sigma W = \hat{\sigma}_o^2 M \quad (3.81)$$

Con la intención de presentar una idea clara de los tres métodos hasta aquí expuestos, en el Anexo J se presenta un resumen de las ecuaciones de los

métodos fundamentales de ajuste de observaciones a través del método de mínimos cuadrados.

3.5.- PRUEBA “ GLOBAL (χ^2) ”

“Chi – cuadrado” (χ^2) es una prueba estadística general del ajuste de una red. El fin de esta prueba es rechazar o aceptar la hipótesis de la existencia de errores groseros en los datos obtenidos.

Al comparar los valores de varianza a priori y a posteriori, mencionados anteriormente, se puede obtener un indicador de la calidad del ajuste. Así, si hubiera discrepancia entre dichos valores, es posible aplicar un test de hipótesis basado en la distribución χ^2 para constatar si esta discrepancia es significativa a un cierto nivel de confianza, generalmente fijado en el 95%. Una respuesta positiva indica que existen problemas en el ajuste.

La forma cuadrática $V^T \Sigma L_b^{-1} V$ tiene una distribución χ^2 con $S = v$ grados de libertad, esto es (Gemael, 1994):

$$V^T \Sigma L_b^{-1} V \approx \chi^2 (v) \quad (3.82)$$

Reemplazando ΣL_b^{-1} por su correspondiente se tiene que:

$$\frac{V^T P V}{\sigma_o^2} \approx \chi^2 (v) \quad (3.83)$$

o, utilizando la ecuación (3.59):

$$\frac{\hat{\sigma}_o^2 S}{\sigma_o^2} \approx \chi^2 (v) \quad (3.84)$$

Para verificar la discrepancia entre las varianzas a priori y a posteriori se plantean las siguientes hipótesis:

hipótesis básica: $H_0 : \sigma_o^2 = \hat{\sigma}_o^2 \quad (3.85)$

$$\hat{\sigma}_o^2$$

hipótesis alternativa o nula: $H_1 : \sigma_o^2 \neq$ (3.86)

Calculando el valor de χ^2 :

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_o^2}{\sigma_o^2} v = \frac{V^T P V}{\sigma_o^2} \quad (3.87)$$

y comparando con los valores teóricos:

$$\chi_{v, 0.5 \alpha}^2 \text{ y } \chi_{v, 1-0.5 \alpha}^2 \quad (3.88)$$

la hipótesis básica no debe ser rechazada a un nivel de significancia (α) si:

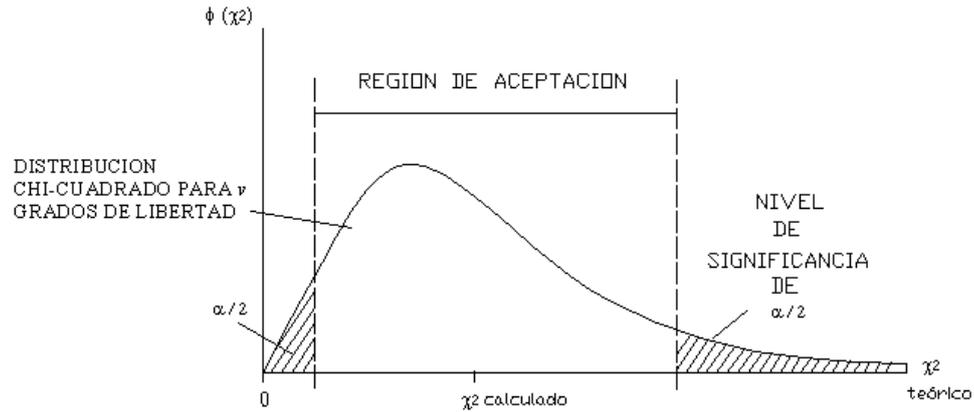
$$\chi^2 < \chi_{v, 1-0.5 \alpha}^2 \text{ y } \chi^2 > \chi_{v, 0.5 \alpha}^2 \quad (3.89)$$

En caso de ser rechazada dicha hipótesis se debe realizar un análisis cuidadoso del ajuste ya que entre otros problemas podrían presentarse los siguientes (Gemael, 1994):

- Errores en la MVC de los valores observados (ponderación errónea).
- Presencia de residuos demasiado grandes debido a la existencia de errores groseros o sistemáticos.
- Inconsistencia del modelo matemático con las observaciones.
- Problemas en la linealización.

Para tener una mejor idea, la figura 3.1 muestra una distribución χ^2 para v grados de libertad con un nivel de significancia (α) de 0.05:

Figura 3.1: Distribución Chi Cuadrado de doble cola



Fuente: Gemael, 1994

Si la hipótesis básica es rechazada (es decir, si se obtiene un valor de χ^2 dentro del rango no aceptable determinado por el límite establecido según el grado de libertad y el nivel de significancia) debido a la presencia de errores groseros o sistemáticos, se puede aplicar el “coeficiente de correlación de Kendall”⁵ (“TAU” τ) para establecer cuáles son las observaciones que deben ser excluidas del ajuste a fin de lograr un χ^2 dentro del rango aceptable al α escogido.

Es decir, mientras χ^2 determina la presencia de errores groseros, el τ permite la localización de ellos.

Vale aclarar que el valor de χ^2 nunca podrá ser negativo ya que $V^T P V$ es una función cuadrática. Además para la aplicación de esta prueba se asume previamente que se trata de una distribución normal de media μ y varianza σ^2 .

En función del criterio de varios autores (Gemael, Mendenhall, Levin, entre otros) existen dos tendencias de interpretación de este test: la distribución χ^2 con región de rechazo de una cola y la distribución χ^2 con región de rechazo de dos

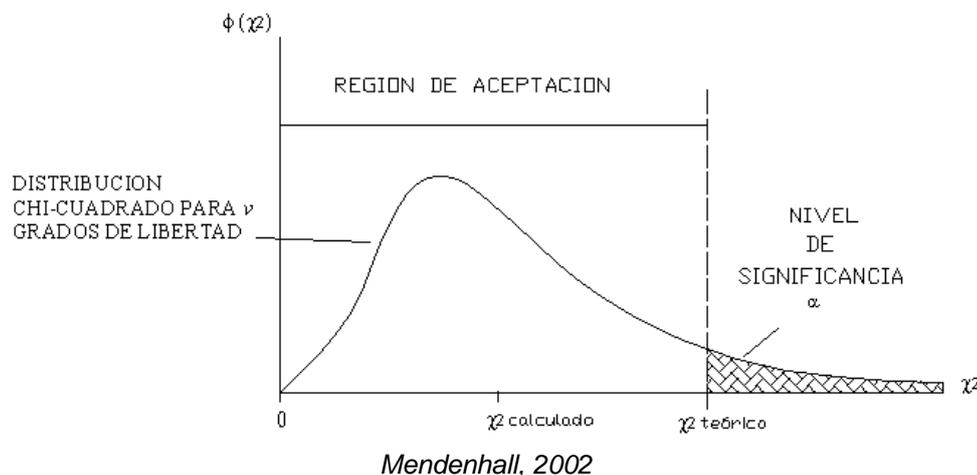
⁵ τ es un valor calculado a partir de una distribución de frecuencia interna basada en el número de observaciones, grados de libertad, y un porcentaje de probabilidad dado (95%). Su finalidad es determinar si una observación no coincide con el resto de las observaciones del ajuste, es decir averiguar si es un error grosero (Lewin, 1979).

colas y no se ha encontrado una teoría unificada respecto a cuando considerar una u otra.

3.5.1- PRUEBA “GLOBAL (χ^2)” CON REGION DE RECHAZO DE UNA COLA.-

En el primer caso (Mendenhall, 2002), se desarrolla un análisis para determinar si el estadístico χ^2 calculado se encuentra entre un rango delimitado por 0 y $1 - \alpha$, de tal manera que la región de aceptación (generalmente el 95% del área bajo la curva) se halla en la parte izquierda de la gráfica de la distribución (figura 3.2).

Figura 3.2: Distribución Chi Cuadrado de una cola



En este caso si el χ^2 es cero, la varianza a priori se ajusta exactamente al valor de la varianza a posteriori, lo cual es poco común (Gemael, 1994).

3.5.2- PRUEBA “GLOBAL (χ^2)” CON REGION DE RECHAZO DE DOBLE COLA.-

Por otro lado (Gemael, 1994), se trata de analizar si el estadístico χ^2 calculado se encuentra entre un rango delimitado por 0.5α y $1 - 0.5\alpha$, de tal manera que la región de aceptación (95% del área bajo la curva) se halla en la parte intermedia de la gráfica de la distribución (ver figura 3.1).

CAPITULO IV

DETERMINACIONES RELATIVAS DE LA GRAVEDAD EN EL CAMPO

Haciendo referencia a la introducción de este proyecto, se ha dicho que en procura de determinar un geoide global, en los últimos años se han realizado varias investigaciones alrededor del mundo, en especial en América del Sur. También se manifestó que estos estudios no han logrado determinar modelos locales ni regionales unificados, en vista de que cada país posee su propio Datum Vertical y por ende distinta red de nivelación, lo que provocará que, cuando se logre, cada uno tenga un geoide local con diferente superficie equipotencial de referencia y un desplazamiento vertical con respecto al geoide global.

Debido a ello existe un esfuerzo conjunto cuyo propósito es determinar una superficie única para América del Sur que permita establecer un sistema unificado de referencia para cada red altimétrica.

Por otro lado, las coordenadas cartesianas (X, Y, Z) ofrecidas por la constelación NAVSTAR, pueden mediante transformaciones matemáticas,

convertirse en coordenadas geodésicas (λ, ϕ, h). Sin embargo, para muchos fines se requiere, además, determinar una altura ortométrica (H), lo que implica un necesario conocimiento de la ondulación geoidal (N), la cual puede ser representada, también, mediante modelos locales o regionales.

El Instituto Geográfico Militar (IGM), consciente de ello, ha desarrollado la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador (RGFE), cubriendo al territorio continental e insular a través de varias campañas de medición, con la finalidad de establecer una base de datos adecuada que permita la elaboración de un modelo geoidal a nivel nacional.

4.1.- ANÁLISIS PRELIMINAR DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL (RGFE)

La RGFE ha sido materializada por el Instituto Geográfico Militar (IGM) con el apoyo técnico del Instituto Brasileiro de Geografía y Estadística (IBGE) y la Universidad de Sao Paulo (USP), para lo cual han sido ejecutadas las campañas que se detallan en la tabla 4.1:

Tabla 4.1: Campañas de la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador

Campaña:	Primera	Número de Gravímetros:	5
Fecha de Inicio:	4-Abril-2002	Operadores Extranjeros:	2: Ing. Carlos Castro, Sr. B. Guarumales
Fecha de Finalización:	11-Abril-2002	Procesamiento:	Realizado en Brasil
No. de circuitos	5	Registros y monografías:	Archivo IGM
Estaciones Ocupadas:	13	Software procesamiento:	Gravi 96
Estaciones incorporadas:	13	Estac. IGSN-71 ocupadas:	2: Quito, Ipiiales
Campaña:	Segunda	Número de Gravímetros:	5
Fecha de Inicio:	10 - Sept. - 2002	Operadores Extranjeros:	2: Ing. Carlos Castro y un técnico
Fecha de Finalización:	27 - Sept. - 2002	Procesamiento:	Realizado en Brasil
No. de circuitos	7	Registros y monografías:	Resumen en archivo IGM
Estaciones Ocupadas:	28	Software procesamiento:	Gravi 96
Estaciones incorporadas:	20	Estac. IGSN-71 ocupadas:	1: Quito
Campaña:	Tercera*	Número de Gravímetros:	4

Fecha de Inicio:	27 - Sept. - 2003	Operadores Extranjeros:	2: Ing. Carlos Castro Sr. Clayton Evangelista
Fecha de Finalización:	10 - Oct. - 2003	Procesamiento:	Realizado en el IGM
No. de circuitos	11	Registros y monografías:	Archivo IGM
Estaciones Ocupadas:	17	Software procesamiento:	Gravi 96
Estaciones incorporadas:	6	Estac. IGSN-71 ocupadas:	0

* Primera campaña de densificación gravimétrica

Fuente: Departamento de Geodesia, IGM, 2004

El detalle de cada uno de estos circuitos se halla en el Anexo digital A, en donde se hace constar el nombre, código y fecha de cada línea gravimétrica; nombre, código y coordenadas geográficas (WGS 84) y UTM de cada estación; número de gravímetro utilizado; hora de medición y altura elipsoidal de cada estación.

Los datos adicionales se encuentran anotados en los registros de observación que están archivados en formato analógico y digital en el Departamento de Geodesia del IGM.

El software empleado (Gravi96) en el procesamiento de los datos gravimétricos ha sido elaborado por el Profesor Denizar Blitzkow de la USP (Brasil), el cual entregó dicho programa al IGM para las tareas de densificación de la RGFE. En el Anexo digital J se adjunta dicho programa con el respectivo manual de usuario y más detalles al respecto.

Con la información adquirida se ha elaborado el mapa de "Circuitos de la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador Continental – Situación Preliminar" (ver Anexo E), en el cual se registra gráficamente en orden cronológico cada uno de los circuitos ejecutados a fin de facilitar un análisis preliminar.

Luego del respectivo estudio se pudo constatar que la red como tal no ha sido basada en un diseño preliminar considerando la distribución, accesibilidad, estabilidad y vulnerabilidad de las estaciones, tráfico vehicular y peatonal, nivel freático, oleaje marino, entre otros puntos a más de los enunciados en el numeral

2.3.2. Es decir, ha sido ejecutada únicamente en función de las vías comunicación, recursos logísticos, tiempo, personal y equipo disponibles, entre otros factores que, si bien es cierto deben ser considerados, han logrado que dichos circuitos no estén dispuestos en forma de red debido a la existencia de polígonos abiertos (ver Anexo G), lo que generaría un bajo nivel de confiabilidad (expresado en grados de libertad) de los valores de aceleración de gravedad de las estaciones luego de la aplicación de un proceso de ajuste. Además, debido a esto también sus precisiones se verían afectadas.

Por lo tanto, y en vista que el IGM se halla realizando la densificación a partir de la existente red gravimétrica fundamental con la intención de generar un Modelo Geoidal para el Ecuador, se considera de vital importancia efectuar los correctivos necesarios (entre otros, cerrar los polígonos abiertos) y, posteriormente, desarrollar un ajuste de a fin de disponer de una red sólida y debidamente estructurada.

Lo mencionado anteriormente, se basa en el análisis de las siguientes observaciones:

- La red gravimétrica fundamental ha sido implementada mediante el uso de cinco equipos en el desarrollo de dos campañas a nivel nacional, en las cuales se establecieron valores relativos de aceleración de gravedad, tomando como referencia al punto del Observatorio Astronómico de Quito, correspondiente al Datum Gravimétrico IGSN 71 (Internacional Gravity Standardization Net 1971), tarea ejecutada en los meses de abril y septiembre del año 2002.

- En la primera campaña se ha utilizado de manera auxiliar la estación gravimétrica de Ipiales, Colombia, también perteneciente a la red IGSN 71, para cerrar el circuito Quito-Ipiales y determinar valores de gravedades de los puntos de Tulcán, Ibarra y Lita.
- Adicionalmente, en septiembre y octubre del 2003, se ha desarrollado una campaña de densificación gravimétrica, en donde se incorporaron a la red fundamental seis nuevos puntos empleando simultáneamente cuatro equipos de observación en cada uno.
- Como resultado de estas campañas se han determinado, luego de su procesamiento, valores de aceleración de gravedad en 39 estaciones distribuidas en el territorio continental e insular (ver Anexo I)
- No siempre han sido empleados los criterios mencionados en el numeral 2.3.4 para el cierre de un circuito gravimétrico.
- En el anexo G se puede observar que no todas las estaciones se hallan enlazados mediante líneas gravimétricas. Es decir, existen polígonos que requieren ser cerrados mediante circuitos a fin de que sus vértices estén en condiciones de incorporarse al ajuste de la red. A continuación se detallan los circuitos que, luego de este análisis, y en función de lo descrito en el numeral 2.3.4, se determinó requerían ser ejecutados:
 - San Lorenzo – Ibarra – San Lorenzo
 - San Lorenzo – Esmeraldas- San Lorenzo
 - Esmeraldas – Flavio Alfaro – Esmeraldas
 - Flavio Alfaro – Santo Domingo Cuartel – Flavio Alfaro
 - Flavio Alfaro – Libertad – Flavio Alfaro

- Libertad – Hualtaco – Libertad
- Hualtaco – Macará – Hualtaco
- Shell – Riobamba – Shell
- Shell – Lago Agrio – Shell
- Lago Agrio – Tulcán – Lago Agrio.
- Cuenca – Santiago – Cuenca
- Guayaquil Bellavista – Cuenca – Guayaquil Bellavista
- La Toma – Loja – La Toma
- Loja – Zamora – Loja
- Taisha – Montalvo – Taisha
- Lorocachi – Payacocha – Lorocachi
- Zamora – Santiago – Zamora

Además se puede anotar las siguientes observaciones importantes:

- Los registros de la segunda campaña no se hallan en los archivos del Departamento de Geodesia, sino tan solo un resumen elaborado por uno de los técnicos, ya que dichos documentos fueron trasladados a la Universidad de Sao Paulo para el procesamiento de la información gravimétrica.
- No se hallan registradas las coordenadas del punto observado en la ciudad del Puyo. Además éste no consta en la lista de puntos de la red gravimétrica fundamental.
- Todos los circuitos gravimétricos han sido cerrados en el lapso de 24 horas (tiempo dinámico) desde la partida hasta la llegada al mismo o a otro punto de gravedad conocida. Sin embargo, no todos han sido cerrados en este lapso considerando el tiempo total, lo que provoca

que la deriva instrumental reduzca la confiabilidad de los resultados de gravedad de las estaciones.

- La estación en Santo Domingo, establecida durante la primera campaña dejó de emplearse en campañas posteriores debido a la inestabilidad del lugar. Por tal motivo, se materializó otra estación en una unidad militar aledaña a la ciudad en mención.⁶ Ello reduce la confiabilidad del valor de gravedad de la estación Quinindé, la cual fue determinada en un mismo circuito e inmediatamente después de la observación en la estación inestable de Santo Domingo.
- El valor de g de la estación Quito IGM ha sido determinado mediante la utilización del punto IGSN-71 y cinco gravímetros de manera simultánea durante las dos primeras campañas, lo que implica la existencia de diez observaciones realizadas en dicho lugar. Ello permitió que se disponga de un punto de partida (IGM) de alto de nivel de confiabilidad para posteriores campañas.
- Las coordenadas geográficas de las estaciones de Quito IGM e Ibarra que se detallan en el listado de valores preliminares de aceleración de gravedad de la RGFE (Anexo I) no son las correctas según los posicionamientos realizados en el desarrollo de esta tesis y tampoco coinciden con las monografías del IGM. Ello podría ser fruto de un error de digitación en dicho listado (remitido desde la USP) o un error en el posicionamiento realizado en la primeras campañas gravimétricas. De cualquier forma se corre el riesgo de que se haya procesado las lecturas instrumentales con estas coordenadas, ya que

⁶ Según referencias del Ing. Alexander Robayo, ex Jefe del Departamento de Geodesia

el valor de corrección de mareas está definitivamente en función de ellas. Si es así los valores de g en estas estaciones son errados y requieren de un nuevo procesamiento.⁷

Por otro lado, vale anotar que antes de la tercera campaña (primera de densificación), los gravímetros G-023 y G-720, fueron sometidos a una calibración en Brasil, lo cual fue explicado en el numeral 2.2.2.3.

Como dato adicional, vale mencionar que de los valores de aceleración de gravedad obtenidos, los más altos se hallan en la Costa (estación Libertad) y los más bajos en la Sierra (estación Latacunga), lo que confirma la teoría mencionada en el numeral 2.1.3.

4.2.- PLANIFICACIÓN DE LOS CIRCUITOS.

El Instituto Geográfico Militar, entidad auspiciante de este proyecto, a través del Departamento de Geodesia, consideró en su planificación anual la ejecución de varias campañas de densificación gravimétrica en las zonas donde la red de nivelación nacional había sido actualizada.

A la fecha de inicio de esta tesis restaban tres salidas de campo en el año 2004, lo que debía ser optimizado para cubrir la mayor cantidad de circuitos que se hallaban pendientes en la RGFE. Además era un requerimiento del IGM que se hiciera la menor modificación posible a mencionada planificación, y que dentro de lo viable se aprovecharan los recursos previstos inicialmente.

Entre dichos circuitos existen sitios que por su distancia y difícil acceso no podían ser enlazados en un lapso de tiempo de 24 horas sin el uso de la vía aérea, por lo que fue conveniente dar prioridad a aquellos que disponían de vías de comunicación y se hallaban cercanos o eran parte de las campañas de

⁷ Se ha comunicado al Prof. Denizar Blitzkow, pero no hay respuesta hasta la fecha de cierre de esta tesis.

densificación previstas. Esto con la intención de evitar cambios de gran magnitud en cuanto a la administración de recursos y tiempo.

En la tabla 4.2 se detallan las campañas de densificación que, en aquel entonces, estaban por realizarse para cubrir los siguientes tramos:

Tabla 4.2: Tramos de densificación gravimétrica ejecutados en el último trimestre del 2004

Tramo	Fecha de Ejecución Aprox.	Gravímetros
Cuenca – Molleturo –Naranjal	29 / Sept. / 2004	G-023 / G-720
San Lorenzo – Jama	15 / Nov. / 2004	G-023 / G-720
Jama – Libertad	10 / Dic. / 2004	G-023 / G-720

Fuente: Departamento de Geodesia, IGM, 2004

En vista de ello, lo más apropiado era encontrar la forma de cerrar los polígonos inmersos en esta zona del país, por lo que, considerando lo descrito en el numeral 2.3.4, se definió, en coordinación con el personal del Departamento de Geodesia, la ejecución de los siguientes circuitos:

- Guayaquil Bellavista – Cuenca – Guayaquil Bellavista
- Esmeraldas – Flavio Alfaro – Esmeraldas
- Esmeraldas – San Lorenzo – Esmeraldas
- Ibarra – Lita – San Lorenzo – Lita – Ibarra
- Libertad – Flavio Alfaro – Libertad

Con ello se buscó cerrar tres polígonos a fin de incluir al ajuste a por lo menos once estaciones gravimétricas (ver anexo H).

4.3.- EJECUCIÓN DE LOS LEVANTAMIENTOS GRAVIMÉTRICOS.

En la tabla 4.3 se resumen los principales detalles de la ejecución de los circuitos planificados:

Tabla 4.3: Circuitos gravimétricos ejecutados

Circuitos Ejecutados	Fecha de Ejecución	Gravímetros empleados	Distancia total aproximada (km)	Tiempo total aproximado (horas)
Guayaquil Bellavista – Cuenca – Guayaquil Bellavista	30/Sept./2004	G-023 G-720	258.78 *	11.88
Esmeraldas – Quinindé –				

Sto. Domingo Cuartel - Flavio Alfaro – Sto. Domingo Cuartel – Quinindé –Esmeraldas	19/Nov./2004	G-023 G-720	490.27 *	14.80
Esmeraldas – San Lorenzo – Esmeraldas	20/Nov./2004	G-023 G-720	198.43 *	5.20
Ibarra – Lita – San Lorenzo –Lita – Ibarra	26/Nov./2004	G-023 G-720	326 **	7.75
Libertad – Flavio Alfaro – Libertad	11/Dic./ 2004	G-023 G-720	459.37 *	15.10

* Distancia en carta

** Distancia en carretera.

Como se puede observar, todos los circuitos han sido desarrollados considerando el principio de “ida y vuelta” mencionado en el numeral 2.3.4, lo que satisface el requerimiento que existe al ejecutar una red gravimétrica fundamental.

Para cerrar los circuitos establecidos en la planificación fue necesario recorrer al menos 1782.35 kilómetros, lo que implicó un esfuerzo humano y material de gran magnitud.

No obstante existió la limitación en cuanto al número de gravímetros, ya que únicamente dos de los cuatro empleados en la primera y segunda campañas se hallaban disponibles en el IGM, lo que si bien es cierto no es un impedimento radical para aceptar los datos logrados, encierra un nivel de menor confiabilidad que el logrado en las observaciones hechas en años anteriores.

Justamente con la intención de neutralizar el efecto que esto pudiera tener, se contó con los operadores de mayor experiencia en esta tarea a fin de lograr un manejo idóneo que evite que uno de los equipos obtenga valores erróneos. En otras palabras se cuidó, a través de las precauciones correspondientes, que la diferencia de valores de g entre los gravímetros (obtenidos luego del procesamiento de las lecturas) sea la menor posible.

A continuación se detallan los principales aspectos de la ejecución de las campañas:

- Se dio el mantenimiento a cada gravímetro según lo establecido en el numeral 2.2.2.2, antes de cada campaña.
- Se realizaron mediciones de sensibilidad únicamente al inicio de cada uno de los circuitos, procurando que dicho valor esté entre los límites adecuados (9 y 11 unidades de escala).
- Se encendieron los equipos dos días antes del inicio de cada campaña, a fin de lograr una temperatura adecuada de funcionamiento y se cargaron baterías adicionales.
- Se coordinó el horario de trabajo a fin de lograr realizar las observaciones en momentos de poco tráfico vehicular y/o peatonal.
- Se obtuvo el permiso (cuando fue necesario) de las autoridades correspondientes para el acceso al lugar donde se hallaban las placas.
- Se neutralizó (a través de almohadillas) el efecto de los movimientos del vehículo durante el transporte
- El gravímetro fue debidamente “trabado” para su transporte.
- Se hicieron las observaciones justamente sobre cada una de las placas de las estaciones gravimétricas mencionadas.
- Las lecturas se hicieron siguiendo los pasos mencionados en el numeral 2.2.2.1
- Cada gravímetro fue operado por la misma persona durante cada uno de los circuitos a fin de evitar los efectos que la acuidad visual de cada individuo pudiera generar.
- En ningún caso hubo una diferencia mayor a dos unidades de escala entre las lecturas de una estación en una misma observación.

- Los anotadores confirieron cada una de las observaciones realizadas por los operadores.
- Las hojas de registro se llenaron según lo establecido en el manual de usuario del programa Gravi96, el mismo que se halla en el anexo digital J.
- Se tomaron las coordenadas de cada estación con dos GPS navegadores.
- Dentro de lo posible se evitaron todas las vibraciones que pudieron darse como efecto del paso de personas, bicicletas y demás.
- No se permitió que el equipo resultara golpeado durante su operación.
- Se utilizaron parasoles a fin de disminuir el efecto de la temperatura y el exceso de claridad en la lectura del instrumento.
- En ningún momento se presentó el caso de un “enfriamiento” de un gravímetro por efecto de agotamiento de su batería.
- Debido a la metodología utilizada en el levantamiento, no fue necesario efectuar correcciones por deriva estática en el procesamiento de datos.
- En cada campaña, cada grupo de trabajo se conformó por seis personas (dos operadores, dos anotadores y dos conductores)
- Se utilizaron dos camionetas doble cabina, dos gravímetros, dos cargadores, cuatro baterías, dos radios motorolas con cargadores, dos GPS navegadores, conos de seguridad, dos parasoles, almohadillas, manual y herramientas de calibración del gravímetro, libretas de campo y 2 linternas.

- Los niveles tubulares del gravímetro sufrieron cierta dilatación en las estaciones de la Costa respecto a su condición en las estaciones de la Sierra.

El anexo F muestra un mapa actualizado de la RGFE, en el cual se hallan incorporados los circuitos realizados en este proyecto. En forma adicional, en el anexo digital B se detallan los datos de estas campañas.

De esta manera se han cerrado tres polígonos cubriendo a 11 estaciones gravimétricas, las mismas que están en condiciones de ser incorporadas a un ajuste preliminar de la RGFE.

En la tabla 4.4 se muestran las líneas de desnivel gravimétrico entre dos estaciones (lados de cada polígono):

Tabla 4.4: Nómina de polígonos y puntos en condición de ser ajustados

No. POLIGONO	No. LINEA	ESTACION VÉRTICE	CODIGO	GRAVEDAD (mGal)	ESTACION VÉRTICE	CODIGO	GRAVEDAD (mGal)
1	1	Quito IGM	8059935	977245.61	Ibarra	8059936	977380.35
	2	Ibarra	8059936	977380.35	Lita	8059938	977931.74
	3	Lita	8059938	977931.74	San Lorenzo	5000118	978030.88
	4	San Lorenzo	5000118	978030.88	Esmeraldas	5000119	978047.17
	5	Esmeraldas	5000119	978047.17	Flavio Alfaro	8060604	977983.49
	6	Flavio Alfaro	8060604	977983.49	Quito IGM	8059935	977245.61
2	1	Quito IGM	8059935	977245.61	Gyq-Bellavista	8060593	978091.68
	2	Gyq-Bellavista	8060593	978091.68	Libertad	8059944	978096.05
	3	Libertad	8059944	978096.05	Flavio Alfaro	8060604	977983.49
	4	Flavio Alfaro	8060604	977983.49	Quito IGM	8059935	977245.61
3	1	Quito IGM	8059935	977245.61	Latacunga	8060587	977211.13
	2	Latacunga	8060587	977211.13	Riobamba	8060588	977291.84
	3	Riobamba	8060588	977291.84	Cuenca	8060589	977303.38
	4	Cuenca	8060589	977303.38	Gyq-Bellavista	8060593	978091.68
	5	Gyq-Bellavista	8060593	978091.68	Quito IGM	8059935	977245.61

El anexo H muestra un mapa con los polígonos mencionados anteriormente.

CAPITULO V

PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

5.1.- PROCESAMIENTO DE CIRCUITOS GRAVIMÉTRICOS

El procesamiento de los circuitos gravimétricos ejecutados en este proyecto ha sido realizado en el software gravi96, el cual permite el acceso de los datos tal como se manifiesta en el manual de usuario (anexo digital J) y entrega siete archivos cuyas extensiones son las siguientes: *.ano, *.cad, *.red, *.bdg, *.dat, *.est, *.sur. Entre ellos los más importantes son:

- *.red: posee los valores de aceleración de gravedad (g) corregidos por mareas y deriva instrumental de cada estación;
- *.ano: contiene los valores de gravedad teórica y anomalías de aire libre y de Bouguer de cada estación; y,
- *.cad: resumen de los datos de observación de cada estación.

Cada una de estas extensiones está antepuesta por el nombre de la línea o circuito gravimétrico al que pertenece, así por ejemplo: Ig0118.red.

En el anexo P se muestran los reportes del procesamiento realizado para cada una de los circuitos gravimétricos ejecutados en este proyecto, los cuales han sido visualizados a través de los programas Word o WordPad.

En la tabla 5.1 los valores logrados para cada una de las estaciones:

Tabla 5.1: Resumen del procesamiento de circuitos realizados

Código de línea	Gravímetro	Código de estación	Nombre estación	Corrección de Mareas	Corrección Deriva Estática	Corrección Deriva Dinámica	Gravedad Observada (mGal)
IG-0116	G-023	8059936	Ibarra	0.062	0.000	0.000	977380.35
		8059938	Lita	0.133	0.000	-0.008	977931.76
		5000118	S. Lorenzo	0.122	0.000	-0.013	978030.76
		5000118	S. Lorenzo	0.094	0.000	-0.016	978030.77
		8059938	Lita	0.017	0.000	-0.022	977931.74
		8059936	Ibarra	-0.080	0.000	-0.030	977380.35

continuación tabla 5.1

Código de línea	Gravímetro	Código de estación	Nombre estación	Corrección de Mareas	Corrección Deriva Estática	Corrección Deriva Dinámica	Gravedad Observada (mGal)
IG-0117	G-720	8059936	Ibarra	0.045	0.000	0.000	977380.35
		8059938	Lita	0.132	0.000	-0.018	977931.86
		5000118	S. Lorenzo	0.125	0.000	-0.028	978030.94
		5000118	S. Lorenzo	0.098	0.000	-0.034	978030.94
		8059938	Lita	0.023	0.000	-0.046	977931.87
		8059936	Ibarra	-0.71	0.000	-0.061	977380.35
IG-0104	G-023	5000119	Esmeraldas	0.112	0.000	0.000	978047.17
		5000118	S. Lorenzo	0.047	0.000	0.004	978030.80
		5000118	S. Lorenzo	0.022	0.000	0.005	978030.81
		5000119	Esmeraldas	-0.035	0.000	0.009	978047.17
IG-0105	G-720	5000119	Esmeraldas	0.113	0.000	0.000	978047.17
		5000118	S. Lorenzo	0.047	0.000	0.000	978030.81
		5000118	S. Lorenzo	0.021	0.000	-0.001	978030.82
		5000119	Esmeraldas	-0.039	0.000	-0.001	978047.17
IG-0102	G-023	5000119	Esmeraldas	0.091	0.000	0.000	978047.17
		8059940	Quinindé	0.042	0.000	0.005	977974.74
		8060594	S. Dgo. C.	-0.004	0.000	0.009	977895.42
		8060604	F. Alfaro	-0.019	0.000	0.015	977983.50
		8060604	F. Alfaro	0.009	0.000	0.018	977983.51
		8060594	S. Dgo. C.	0.092	0.000	0.024	977895.46
		8059940	Quinindé	0.109	0.000	0.030	977974.78
		5000119	Esmeraldas	0.033	0.000	0.036	978047.17
		IG-0103	G-720	5000119	Esmeraldas	0.091	0.000
8059940	Quinindé			0.049	0.000	-0.009	977974.71
8060594	S. Dgo. C.			-0.002	0.000	-0.018	977895.44
8060604	F. Alfaro			-0.018	0.000	-0.032	977983.50
8060604	F. Alfaro			0.008	0.000	-0.037	977983.48
8060594	S. Dgo. C.			0.092	0.000	-0.050	977895.46
8059940	Quinindé			0.109	0.000	-0.061	977974.73
5000119	Esmeraldas			0.034	0.000	-0.075	978047.17
IG-0118	G-023			8059944	Libertad	0.000	0.000
		8060604	F. Alfaro	-0.050	0.000	-0.013	977983.46
		8060604	F. Alfaro	-0.081	0.000	-0.014	977983.46
		8059944	Libertad	0.130	0.000	-0.025	978096.05
IG-0119	G-720	8059944	Libertad	-0.034	0.000	0.000	978096.05
		8060604	F. Alfaro	-0.045	0.000	-0.015	977983.46
		8060604	F. Alfaro	-0.077	0.000	-0.016	977983.49
		8059944	Libertad	0.127	0.000	-0.028	978096.05
IG-0095	G-023	8060593	Gyq-Bellav	-0.081	0.000	0.000	978091.68
		8060589	Cuenca	0.152	0.000	-0.001	977303.38
		8060589	Cuenca	0.161	0.000	-0.002	977303.37
		8060593	Gyq-Bellav	-0.077	0.000	-0.004	978091.68
IG-0094	G-720	8060593	Gyq-Bellav	-0.083	0.000	0.000	978091.68
		8060589	Cuenca	0.165	0.000	-0.036	977303.19
		8060589	Cuenca	0.148	0.000	-0.041	977303.21
		8060593	Gyq-Bellav	-0.078	0.000	-0.073	978091.68

* En forma adicional los archivos *.red entregan coordenadas geográficas y UTM, número de puntos, nombre del proyecto, fechas, entre otros datos informativos del circuito procesado.

* Los valores resultantes del procesamiento con este programa no están ajustados y las precisiones no son uno de los datos mostrados en cada reporte.

Como se puede ver, los valores de g obtenidos en las estaciones intermedias de cada línea tienen una diferencia en el orden de los decimales respecto a los valores que se presentan en la tabla 4.4, lo que se debe a la presencia de errores en las observaciones, cuyo efecto se puede minimizar al realizar un ajuste de las mismas.

5.2.- AJUSTE DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL (RGFE).

Es importante considerar que los resultados obtenidos luego del ajuste en este proyecto son valores preliminares, ya que para establecer los definitivos se requiere primeramente cerrar todos los polígonos que se hallan pendientes en la RGFE, lo cual permitirá incluir en el ajuste a todas las estaciones gravimétricas del país. Sin embargo, queda establecida la metodología a seguirse para concluir dicha labor.

Los resultados que persigue esta investigación coinciden con los objetivos que el método de mínimos cuadrados plantea, es decir, estimar un valor único para cada una de las incógnitas (L_a) y determinar su precisión.

Para ello se ha empleado el método de correlatos (numeral 3.3) ya que se trata de un análisis de observaciones sujetas a ecuaciones de condición, tal como se mencionó en la ecuación (3.42):

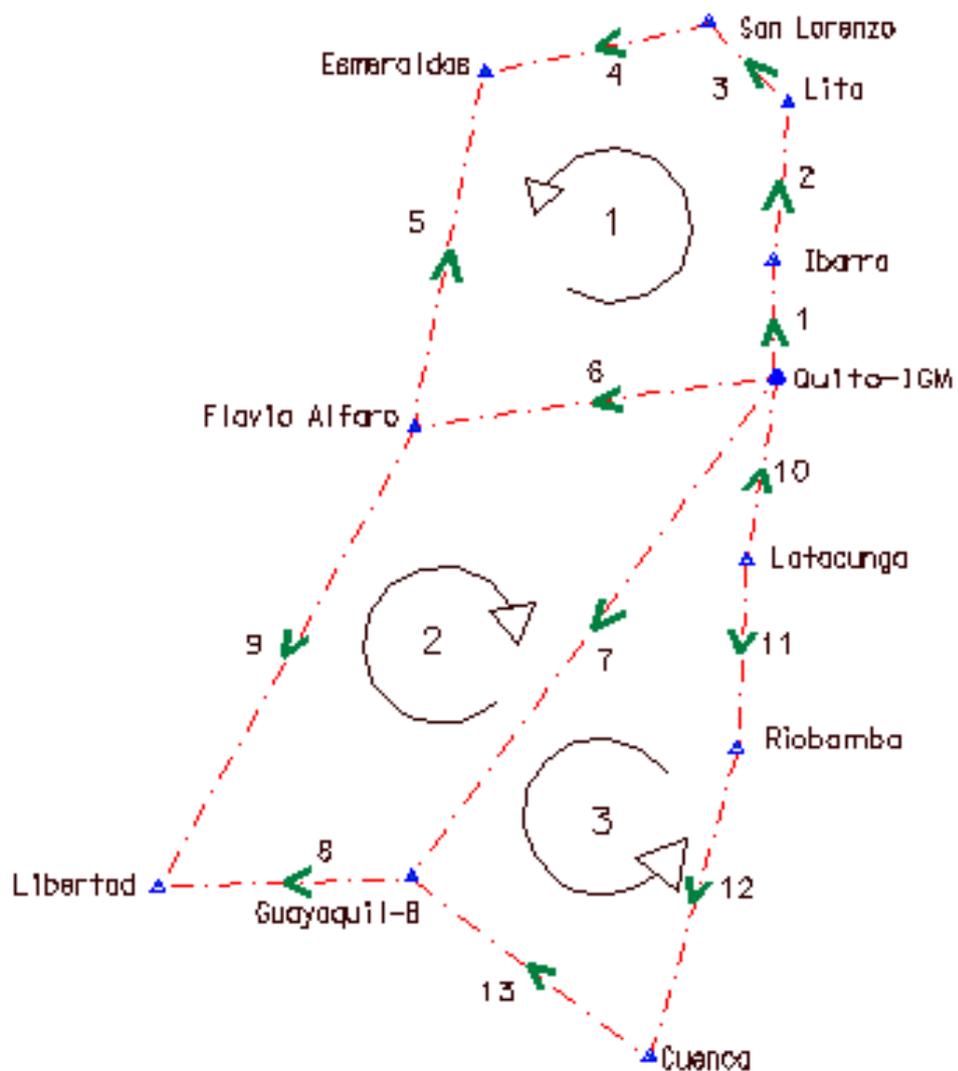
$$F(L_a) = 0$$

En el Ecuador se dispone de 39 estaciones gravimétricas (incluidas dos de la región insular) determinadas relativamente a partir de los puntos pertenecientes a la red IGSN-71 ubicados en el Observatorio Astronómico de Quito y en la ciudad de Ipiales en Colombia. Los valores de g de cada una de estas estaciones (RGFE) son la media aritmética de entre todos los que han sido obtenidos luego

de un procesamiento de datos de campo de las tres primeras campañas gravimétricas, lo que los convierte en valores “observados” y se han considerado como tales para motivos de ajuste, mientras que los valores de los puntos IGSN-71 han sido tomados como “conocidos”.

Vale recordar que de estas 39 estaciones solo 11 han participado en el ajuste como vértices de los polígonos formados para el efecto. En la figura 5.1 se presenta un gráfico de dichos polígonos y el sentido que se ha seguido para establecer cada una de las ecuaciones de observación (además ver anexo H):

Figura 5.1: Polígonos y puntos en condición de ser ajustados



Los números de cada uno de los lados corresponden a cada una de las diferencias de gravedad (Δg) o desniveles gravimétricos entre estaciones.

Como se puede observar en el gráfico anterior, la estación IGSN-71 de Quito no ha sido incluida entre los vértices de estos polígonos debido a que no se dispone del valor medio (observado) de g de este punto en los archivos del IGM, sino tan solo de su valor teórico, lo que impide establecer un Δg_{obs} entre éste y otros puntos como podrá deducirse más adelante. Además, al intentar generar polígonos con los circuitos que ocuparon esta estación, se presenta el inconveniente que representa la formación de figuras sobrepuestas, lo cual dificulta la concepción de una red como tal.

Dicha ausencia trae un problema: la falta de puntos con valores de g conocidos en los polígonos, lo que impide desarrollar un ajuste debido a la no disponibilidad de un valor referencial.

Para solucionar esta dificultad se ha considerado que el punto IGSN de Quito ha sido enlazado con la estación Quito-IGM mediante dos circuitos desarrollados en la primera y en la segunda campaña gravimétrica, respectivamente, a través del empleo de cinco gravímetros en cada ocasión. Ello ha permitido determinar, previo el procesamiento de estos datos, un valor medio de g para el segundo punto en mención, definiéndose así un valor conocido de referencia. En la tabla 5.2 se muestra dichos resultados:

Tabla 5.2: Resultados del procesamiento del circuito Quito IGSN – Quito IGM

Campaña	No. Gravímetro	Valor de g (mGal)	Valor medio de g (mGal)	Desviación Estándar (mGal)
1	G114	977245.67	977245.659	+ / - 0.0329
	G143	977245.65		
	G145	977245.63		
	G146	977245.70		
	G720	977245.69		
2	G111	977245.62		
	G143	977245.63		
	G720	977245.63		
	G145	977245.67		
	G146	977245.70		

Los reportes de dicho procesamiento se hallan en el anexo Q.

Se ha tomado la media como valor más representativo de aquellos obtenidos en la estación Quito IGM debido a que se asume la ausencia de errores groseros y sistemáticos en las observaciones ejecutadas.

En cuanto al sentido que se ha tomado en cada polígono para el planteamiento de las ecuaciones de condición, está basado en aquel que, en su mayoría, han seguido el desarrollo de los circuitos gravimétricos en cada lado, a pesar de que el error de cierre será el mismo en un sentido u otro. Además se ha procurado que los lados comunes tengan el mismo sentido a fin de evitar problemas con los valores y signos en sus Δg .

El signo que ha adoptado cada término de dichas ecuaciones se ha definido en función de la dirección en la que se incrementa el valor de g en cada línea.

En la tabla 5.3 se resumen los valores absolutos de Δg en cada línea:

Tabla 5.3: Diferencias de gravedad entre estaciones gravimétricas

No. POLIG.	No. LINEA	ESTACION VÉRTICE	CODIGO	GRAVEDAD (mGal)	ESTACION VÉRTICE	CODIGO	GRAVEDAD (mGal)	$ \Delta g_i $ (mGal)
1	1	Quito IGM *	8059935	977245.659	Ibarra	8059936	977380.35	134.691
	2	Ibarra	8059936	977380.35	Lita	8059938	977931.74	551.390
	3	Lita	8059938	977931.74	San Lorenzo	5000118	978030.88	99.140
	4	San Lorenzo	5000118	978030.88	Esmeraldas	5000119	978047.17	16.290
	5	Esmeraldas	5000119	978047.17	Flavio Alfaro	8060604	977983.49	63.680
	6	Flavio Alfaro	8060604	977983.49	Quito IGM	8059935	977245.61	737.880
2	7	Quito IGM *	8059935	977245.659	Gyq-Bellavista	8060593	978091.68	846.021
	8	Gyq-Bellavista	8060593	978091.68	Libertad	8059944	978096.05	4.370
	9	Libertad	8059944	978096.05	Flavio Alfaro	8060604	977983.49	112.560
	6	Flavio Alfaro	8060604	977983.49	Quito IGM	8059935	977245.61	737.880
3	7	Quito IGM *	8059935	977245.659	Gyq-Bellavista	8060593	978091.68	846.021
	13	Gyq-Bellavista	8060593	978091.68	Cuenca	8060589	977303.38	788.300
	12	Cuenca	8060589	977303.38	Riobamba	8060588	977291.84	11.540
	11	Riobamba	8060588	977291.84	Latacunga	8060587	977211.13	80.710

	10	Latacunga	8060587	977211.13	Quito IGM	8059935	977245.61	34.480
--	----	-----------	---------	-----------	----------------------	---------	-----------	--------

* Valor conocido

En vista de que el valor del punto Quito IGM se ha convertido en un dato conocido, tan solo han quedado 10 puntos por ajustar.

Una vez que se ha obtenido los datos requeridos para desarrollar el ajuste, se ha procedido a establecer las ecuaciones de condición. Para ello se ha tomado en cuenta que las observaciones (L_b) son los trece desniveles gravimétricos observados (Δg_{obs}) que se han formado al unir las once estaciones consideradas y los valores ajustados (L_a) son estos desniveles gravimétricos ajustados (Δg_a)

Tomando en cuenta que estas ecuaciones deben ser linealmente independientes, y en función de lo mostrado en la figura 5.1, ha sido posible plantearse las siguientes: ⁸

$$\left. \begin{aligned} F_1 : \Delta g_{1a} + \Delta g_{2a} + \Delta g_{3a} + \Delta g_{4a} - \Delta g_{5a} - \Delta g_{6a} &= 0 \\ F_2 : \Delta g_{7a} + \Delta g_{8a} - \Delta g_{9a} - \Delta g_{6a} &= 0 \\ F_3 : \Delta g_{10a} - \Delta g_{11a} - \Delta g_{12a} - \Delta g_{13a} + \Delta g_{7a} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

es decir, una ecuación por cada polígono donde F_i es la función correspondiente a cada ecuación.

Empleado el lenguaje de mínimos cuadrados se ha expresado lo mismo de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} F_1 : L_{1a} + L_{2a} + L_{3a} + L_{4a} - L_{5a} - L_{6a} &= 0 \\ F_2 : L_{7a} + L_{8a} - L_{9a} - L_{6a} &= 0 \\ F_3 : L_{10a} - L_{11a} - L_{12a} - L_{13a} + L_{7a} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

Reemplazando L_a por lo descrito en la ecuación (3.43) se tiene que:

$$L_a = L_b + V$$

$$F_1 : L_{1b} + v_1 + L_{2b} + v_2 + L_{3b} + v_3 + L_{4b} + v_4 - (L_{5b} + v_5) - (L_{6b} + v_6) = 0 \left. \vphantom{F_1} \right\}$$

⁸ Recuérdese que los subíndices "a" representan valores ajustados y "b" valores observados; y que "r" representa el número de ecuaciones de condición y "n" el número de incógnitas.

$$F_2 : L_{7b} + v_7 + L_{8b} + v_8 - (L_{9b} + v_9) - (L_{6b} + v_6) = 0 \quad (5.3)$$

$$F_3 : L_{10b} + v_{10} - (L_{11b} + v_{11}) - (L_{12b} + v_{12}) - (L_{13b} + v_{13}) + L_{7b} + v_7 = 0$$

Agrupando los valores observados L_b en cada ecuación se ha obtenido lo

siguiente:

$$\left. \begin{aligned} F_1 : v_1 + v_2 + v_3 + v_4 - v_5 - v_6 + (L_{1b} + L_{2b} + L_{3b} + L_{4b} - L_{5b} - L_{6b}) &= 0 \\ F_2 : v_7 + v_8 - v_9 - v_6 + (L_{7b} + L_{8b} - L_{9b} - L_{6b}) &= 0 \\ F_3 : v_{10} - v_{11} - v_{12} - v_{13} + v_7 + (L_{10b} - L_{11b} - L_{12b} - L_{13b} + L_{7b}) &= 0 \end{aligned} \right\} (5.4)$$

Logrado esto, y en virtud de lo especificado en la ecuación (3.45), ha sido posible definir W (error de cierre):

$$\left. \begin{aligned} W &= F(L_b) \\ F_1 : v_1 + v_2 + v_3 + v_4 - v_5 - v_6 + w_1 &= 0 \\ F_2 : v_7 + v_8 - v_9 - v_6 + w_2 &= 0 \\ F_3 : v_{10} - v_{11} - v_{12} - v_{13} + v_7 + w_3 &= 0 \end{aligned} \right\} B V + W = 0 \quad (5.5)$$

Es decir:

$$W = F(L_b) = \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L_{1b} + L_{2b} + L_{3b} + L_{4b} - L_{5b} - L_{6b} \\ L_{7b} + L_{8b} - L_{9b} - L_{6b} \\ L_{10b} - L_{11b} - L_{12b} - L_{13b} + L_{7b} \end{vmatrix} \quad (5.6)$$

La matriz de las derivadas parciales B ha sido definida, también, en función de lo establecido en la ecuación (3.45):

$$B = \frac{dF}{dL_a} \Big|_{L_b}$$

Desarrollando esto se ha logrado obtener:

$$B = \begin{vmatrix} \frac{dF_1}{dL_{1b}} & \frac{dF_1}{dL_{2b}} & \frac{dF_1}{dL_{3b}} & \frac{dF_1}{dL_{4b}} & \dots & \frac{dF_1}{dL_{13b}} \\ \frac{dF_2}{dL_{1b}} & \frac{dF_2}{dL_{2b}} & \frac{dF_2}{dL_{3b}} & \frac{dF_2}{dL_{4b}} & \dots & \frac{dF_2}{dL_{13b}} \\ \frac{dF_3}{dL_{1b}} & \frac{dF_3}{dL_{2b}} & \frac{dF_3}{dL_{3b}} & \frac{dF_3}{dL_{4b}} & \dots & \frac{dF_3}{dL_{13b}} \end{vmatrix} \quad (5.7)$$

De esta manera se ha obtenido el modelo lineal que identifica al método de correlatos (ecuación 3.46) representando a 3 ecuaciones de condición (r) con 13 incógnitas (v_{13}):

$${}_3 B_{13} V_1 + {}_3 W_1 = {}_3 0_1 \quad (5.8)$$

donde el vector V ha sido obtenido de la ecuación (3.50), así:

$$V = P^{-1} B^T K$$

y el vector K de los correlatos (multiplicadores de Lagrange) en función de la (3.53):

$$K = -M^{-1} W$$

donde:

$$M = B P^{-1} B^T$$

En resumen, se ha determinado la matriz W , luego B , con ello el vector K . Luego se ha resuelto el vector V y finalmente el vector L_a , previa la definición de la matriz de los pesos P .

Para desarrollarla se ha considerado que debido a que no todas las observaciones poseen un mismo nivel de confianza, es imposible hablar de la aplicación de una matriz P igual a la identidad, por lo que para su determinación se ha considerado el análisis de algunos criterios, los cuales se detallan a continuación.

5.2.1.- PRIMER CRITERIO.-

5.2.1.1.- Explicación del Criterio

En primer lugar es necesario mencionar que las observaciones no guardan una correlación entre sí (es decir, son independientes), por lo que a los elementos que no pertenecen a la diagonal principal en la matriz P se les ha asignado valores iguales a cero. Además se asume que el valor de $\sigma_0^2 = 1$.

Este criterio se basa en el empleo de la precisión de cada uno de los valores de g de las 11 estaciones vértices de los polígonos (según anexo I) en el cálculo de la precisión de cada Δg a través de la teoría de propagación de errores,

así :

$$\sigma_{\Delta g_i}^2 = \sigma_{\text{punto final}}^2 + \sigma_{\text{punto inicial}}^2 \quad (5.9)$$

Donde: $\sigma_{\Delta g_i}^2$ = varianza de cada una de las observaciones Δg

Vale recalcar que, como se mencionó en el numeral 3.2, la varianza ($\sigma_{\Delta g}^2$) es un indicativo de la precisión, es decir, *mientras más precisa sea una observación, menor será su varianza y mayor será su peso o nivel de confianza*).

Siendo así, en este criterio la matriz de los pesos se expresa mediante lo enunciado en la ecuación (3.28), donde:

$$P = Q^{-1} = \sigma_o^2 \Sigma L_b^{-1}$$

$$P = Q^{-1} = \sigma_o^2 \begin{vmatrix} 1 & & & \\ \sigma_{\Delta g_1}^2 & 1 & & \\ & \sigma_{\Delta g_2}^2 & 1 & \\ & & \sigma_{\Delta g_{13}}^2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p_1 & & & \\ & p_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & p_n \end{vmatrix}$$

Entonces los pesos p_i de las observaciones (Δg) son inversamente proporcionales a sus respectivas varianzas ($\sigma_{\Delta g_i}^2$).

5.2.1.2.- Determinación de pesos en función de las precisiones. (ver anexo L)

Para motivos de notación a esta matriz se le ha definido como P_p . En la tabla 5.4 se enuncian los valores de las precisiones de cada estación (σ_i) y las de cada Δg ($\sigma_{\Delta g_i}$) obtenidos por propagación de errores:

Tabla 5.4: Valores de pesos en función de la precisión de las Δg

No. POLÍGONO	No. LINEA (i)	ESTACION VERTICES	σ (mGal)	σ^2 (mGal)	PESO P_p $1/(\sigma_{i1}^2 + \sigma_{i2}^2)$
1	1	QuitolGM+	0.0329	0.001	590.842
		Ibarra	0.0247	0.001	
	2	Ibarra	0.0247	0.001	505.283
		Lita	0.0370	0.001	
	3	Lita	0.0370	0.001	65.077
		S.Lorenzo	0.1183	0.014	

4	S.Lorenzo	0.1183	0.014	35.518
	Esmeraldas	0.1190	0.014	
5	Esmeraldas	0.1190	0.014	61.126
	F. Alfaro	0.0469	0.002	
6	F. Alfaro	0.0469	0.002	345.236
	Quito IGM	0.0264	0.001	

continuación tabla 5.4 ...

No. POLÍGONO	No. LINEA (i)	ESTACION VERTICES	σ (mGal)	σ^2 (mGal)	$PESOP_p$ $1/(\sigma_{i1}^2 + \sigma_{i2}^2)$
2	7	QuitolGM+	0.0329	0.001	678.219
		Gyq-Bella.	0.0198	0.000	
	8	Gyq-Bella.	0.0198	0.000	887.745
		Libertad	0.0271	0.001	
	9	Libertad	0.0271	0.001	340.829
		F. Alfaro	0.0469	0.002	
	6	F. Alfaro	0.0469	0.002	345.236
		Quito IGM	0.0264	0.001	
3	7	QuitolGM+	0.0329	0.001	678.219
		Gyq-Bella.	0.0198	0.000	
	13	Gyq-Bella.	0.0198	0.000	887.745
		Cuenca	0.0271	0.001	
	12	Cuenca	0.0271	0.001	1113.276
		Riobamba	0.0128	0.000	
	11	Riobamba	0.0128	0.000	1113.276
		Latacunga	0.0271	0.001	
	10	Latacunga	0.0271	0.001	698.631
		Quito IGM	0.0264	0.001	

+ Estación de valor de g conocido

En función de lo establecido en el numeral anterior y la ecuación (5.9), la matriz P_p es la siguiente (cada matriz de pesos se halla en el anexo digital B, hoja 3):

$P_p =$	590.842	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	505.283	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	65.077	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	35.518	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	61.126	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	345.236	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	678.219	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	887.745	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	340.829	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	698.631	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1113.276	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1113.276	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	887.745

5.2.1.3.- Determinación de $V^T P_p V$

5.2.1.4.- Prueba χ^2

Considerando la ecuación (3.77), se tiene que la varianza a posteriori generada ha sido la siguiente:

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^T P V}{S} = \frac{0.59784}{3} = 0.19928$$

$S = r = v =$ grados de libertad = ecuaciones de condición = 3

Logrado esto, basándose en lo planteado en el numeral 3.5, las hipótesis que se han planteado son las siguientes:

Hipótesis básica: $H_0 : \sigma_o^2 = \hat{\sigma}_o^2$

Hipótesis alternativa o nula: $H_1 : \sigma_o^2 \neq \hat{\sigma}_o^2$

en donde se asume que la varianza a priori (σ_o^2) es igual a 1.

En función de ello, y de lo mencionado en la ecuación (3.87), se ha obtenido que el valor de χ^2 calculado es el siguiente:

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_o^2}{\sigma_o^2} v = \frac{0.19928}{1} * 3 = \mathbf{0.59784}$$

el cual se ha comparado, según lo estipulado en la ecuación (3.88) con el χ^2 teórico con $S = r = v = 3$ grados de libertad (tabla distribución χ^2 , Gemael, 1994):

$$\chi_{v, 0.5 \alpha}^2 \text{ y } \chi_{v, 1-0.5 \alpha}^2$$

la hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) si:

$$\chi_{v, 0.5 \alpha}^2 < \chi^2_{\text{calculado}} < \chi_{v, 1-0.5 \alpha}^2$$

Nivel de significancia $\alpha = 5 \%$

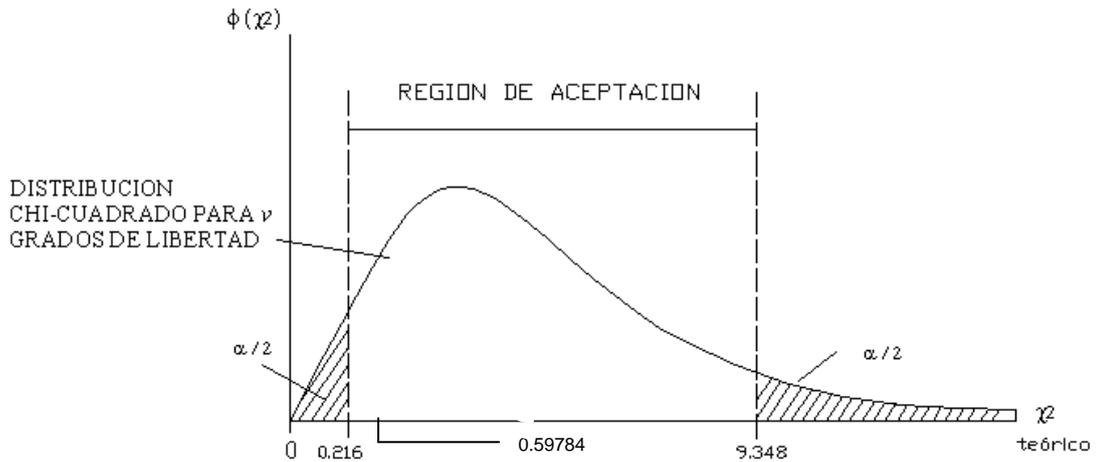
$$0.5 \alpha = 0.025; 1 - 0.5 \alpha = 0.975$$

$$\chi_{3, 0.025}^2 = 0.216 ; \chi_{3, 0.975}^2 = 9.348$$

$$0.216 < 0.59784 < 9.348$$

La hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) de 5%, es decir con un rango de aceptación del 95% y tal como se ve en la figura 5.2:

Figura 5.2: Test Chi Cuadrado para el primer criterio (con región de rechazo de dos colas)



Ahora, considerando lo mencionado en el numeral 3.5.1, el χ^2 teórico con $S = r = v = 3$ grados de libertad (tabla distribución χ^2 , Gemael, 1994):

$$\chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

la hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) si:

$$\chi^2_{\text{calculado}} < \chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

Nivel de significancia $\alpha = 5 \%$

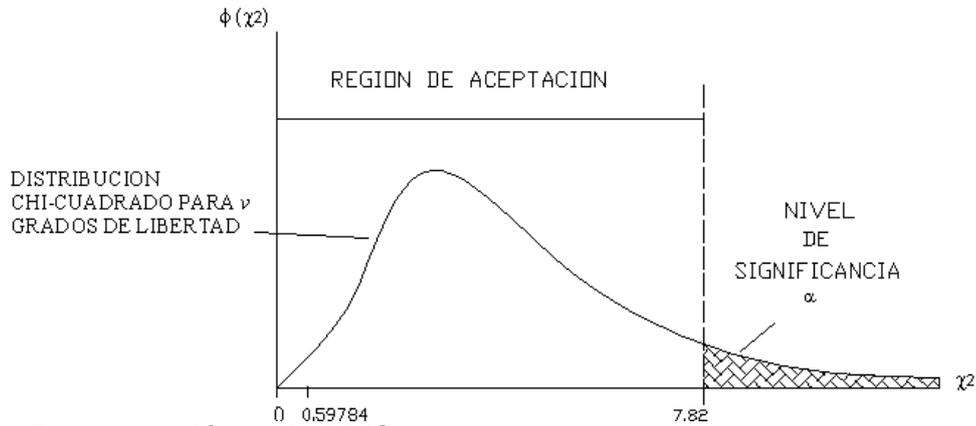
$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\chi^2_{3, 0.095} = 7.82$$

$$0.59784 < 7.82$$

La hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) de 5%, es decir con un rango de aceptación del 95% tal como se ve en la figura 5.3:

Figura 5.3: Test Chi Cuadrado para el primer criterio (con región de rechazo de una cola)



5.2.1.5.- Determinación de la MVC

- En función de la ecuación (3.56), la MVC de los valores observados ajustados ΣL_a es:

$$\Sigma L_a = \Sigma L_b [I - B^T M^{-1} B P^{-1}]$$

0.0016	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.0019	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.01176	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.0160	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0123	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0018	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.0009	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.0010	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.0018	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0011	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0008	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0008	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0009

Con lo que se han deducido las precisiones logradas para cada Δg (tabla 5.5) mediante el primer criterio:

Tabla 5.5: Precisiones de cada Δg luego del ajuste con el primer criterio

Δg_i	+/- σ (mGal)	Δg_i	+/- σ (mGal)
1	0.0406	8	0.0311
2	0.0438	9	0.0430
3	0.1084	10	0.0326
4	0.1266	11	0.0274
5	0.1108	12	0.0274
6	0.0425	13	0.0300
7	0.0308		

5.2.2.- SEGUNDO CRITERIO.-

5.2.2.1.- Explicación del Criterio

Entre las variables que participan en el logro de una mayor o menor confianza de los resultados obtenidos en una determinación gravimétrica se halla el tiempo.

Considerando lo definido en el numeral 2.3.6.2, la magnitud del efecto que la deriva instrumental tiene en los valores observados, está definitivamente relacionada al tiempo que tarde un circuito en cerrarse, por lo que se puede afirmar que existe una relación inversa entre esta variable y la confianza que se le pueda dar a los valores de g adquiridos luego de un procesamiento. En otras palabras: *mayor confianza tendrán los valores adquiridos en los circuitos realizados en el menor tiempo.*

En razón de que el peso que se asigna a un valor es la expresión de la confianza que se le pueda dar, es posible representar lo explicado anteriormente en el siguiente modelo matemático:

$$P = \frac{1}{\Delta t} \quad (5.10)$$

Lo dicho se confirma al revisar nuevamente a la figura 2.38, en la que se observa el comportamiento de la deriva instrumental en un lapso de seis horas para un circuito conformado por cuatro puntos.

En función dicho gráfico, y según lo analizado en el mismo numeral 2.3.6.2, se puede asumir que la deriva posee un comportamiento lineal hasta un límite de 24 horas. Las mediciones que ocupen un lapso mayor o menor que este deberán ser sujetas a la aplicación de un peso P con la intención de asignar un nivel de

confianza real (en función del tiempo) para cada medición a fin de evitar influencias erróneas de dichas mediciones en el ajuste de la red.

Sin embargo, se hizo presente la necesidad de establecer un análisis comparativo entre el efecto que podría tener una matriz P en función del tiempo expresado en **horas** respecto a la misma matriz en función del tiempo expresado en **días** a fin de determinar el caso más idóneo para el ajuste requerido.

5.2.2.2.- Determinación de pesos en función del tiempo en horas

A esta matriz se le ha definido como P_h . Para lograrla se ha tomado el tiempo en horas (t_h) que tardaron los gravímetros en salir de una estación de referencia hasta una estación vértice determinada. En el caso de las estaciones vértice intermedias en un circuito, se ha tomado el tiempo hasta el instante mismo en que el equipo inició el trayecto de retorno a la estación de referencia, debido que es hasta ese momento en el cual se halla causando efecto la deriva instrumental en el instrumento. Ej: determinación de tiempo en horas en la estación Lita (ver anexo digital B, hoja 2).

No se ha considerado el tiempo de otros circuitos comunes a los lados de un polígono determinado, sino solamente el de los circuitos que están sobre la línea misma y que fueron seleccionados por contar con las características más apropiadas para emplearlos en el ajuste (tiempo mínimo, mínima cantidad o ausencia de estaciones intermedias, no montaje de polígonos, entre otras).

Además, dicho tiempo se ha determinado desde la estación de referencia de partida ya que la deriva inicia su efecto desde allí, no siendo siempre esta estación uno de los vértices de un polígono. Ejemplo: tiempo determinado del circuito Latacunga – Ibarra. Todo ello se encuentra detallado en el anexo M.

En la tabla 5.6 se enuncian los valores de los pesos P_{hi} en función de los tiempos (t_{hi}) de cada línea:

Tabla 5.6: Valores de pesos en función del tiempo en horas

No. POLÍGONO	No. LINEA (i)	ESTACION VERTICES	Δt_{hi} (horas)	PESO ($1 / t_{hi}$)	PESO MEDIO P_h
1	1	QuitolGM Ibarra	22.567	0.044	0.045
			22.250	0.045	
	2	Ibarra Lita	5.600	0.179	0.175
			5.817	0.172	
	3	Lita S.Lorenzo	4.167	0.240	0.234
			4.383	0.228	
	4	S.Lorenzo Esmeraldas	2.900	0.345	0.340
			2.983	0.335	
	5	Esmeraldas F. Alfaro	7.367	0.136	0.136
			7.367	0.136	
	6	F. Alfaro Quito IGM	6.867	0.146	0.150
			6.650	0.150	
			6.467	0.155	
			6.733	0.149	
2	7	QuitolGM Gyq-Bella.	12.950	0.077	0.078
			12.917	0.077	
			12.800	0.078	
			12.850	0.078	
	8	Gyq-Bella. Libertad	12.900	0.078	0.130
			8.117	0.123	
			7.750	0.129	
	9	Libertad F. Alfaro	7.533	0.133	0.118
			7.433	0.135	
	6	F. Alfaro Quito IGM	8.283	0.121	0.150
			8.700	0.115	
			6.867	0.146	
			6.650	0.150	
			QuitolGM	6.467	0.155
6.733				0.149	
		QuitolGM	6.633	0.151	0.077
			12.950	0.077	
			12.917	0.077	

3	7	Gyq-Bella.	12.800	0.078	0.078
			12.850	0.078	
			12.900	0.078	
	13	Cuenca	5.000	0.200	0.174
		Gyq-Bella.	6.783	0.147	
	12	Riobamba Cuenca	15.683	0.064	0.064
			15.467	0.065	
			15.500	0.065	
			15.367	0.065	
			15.850	0.063	

continuación tabla 5.6...

No. POLÍGONO	No. LINEA (i)	ESTACION VERTICES	Δt_{hi} (horas)	PESO (1 / t_{hi})	PESO MEDIO P_h
3	11	Latacunga Riobamba	8.383	0.119	0.119
			8.467	0.118	
			8.400	0.119	
			8.417	0.119	
			8.500	0.118	
	10	Quito IGM Latacunga	4.367	0.229	0.235
			4.200	0.238	
			4.033	0.248	
			4.400	0.227	
			4.333	0.231	

En función de lo establecido en el numeral anterior, la matriz P_h es la siguiente (anexo digital B, hoja 3):

$$P_h = \begin{pmatrix} 0.045 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.175 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.234 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.340 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.136 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.150 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.078 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.130 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.118 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.234 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.119 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.064 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.170 \end{pmatrix}$$

5.2.2.3.- Determinación de $V^T P_h V$

Al igual que el caso del numeral 5.2.1.3, con la intención de obtener la varianza a posteriori a fin de verificar, mediante la aplicación del test chi-

Entonces V :

$$P_h^{-1} B^T = \begin{matrix} & \begin{matrix} 22.408 & 0 & 0 \\ 5.708 & 0 & 0 \\ 4.275 & 0 & 0 \\ 2.942 & 0 & 0 \\ -7.367 & 0 & 0 \\ -6.670 & -6.670 & 0 \\ 0 & 12.883 & 12.883 \\ 0 & 7.708 & 0 \\ 0 & -8.492 & 0 \\ 0 & 0 & 4.267 \\ 0 & 0 & -8.433 \\ 0 & 0 & -15.573 \\ 0 & 0 & -5.892 \end{matrix} \\ 13 & & 3 \end{matrix}$$

$$V = P_h^{-1} B^T K = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0.01944 \\ 0.00495 \\ 0.00371 \\ 0.00255 \\ -0.00639 \\ -0.01195 \\ 0.02207 \\ 0.00713 \\ -0.00785 \\ 0.00336 \\ -0.00665 \\ -0.01228 \\ -0.00464 \end{matrix} \\ 13 & & 1 \end{matrix} \quad (\text{mGal})$$

y $V^T P_h V$:

$$V^T P_h V = 0.00013$$

Además con V ha sido posible definir el vector de las observaciones ajustadas, así:

$$L_b = \begin{matrix} 134.691 \\ 551.390 \\ 99.140 \\ 16.290 \\ 63.680 \\ 737.880 \\ 846.021 \\ 4.370 \\ 112.560 \\ 34.480 \\ 80.710 \\ 11.540 \\ 788.300 \end{matrix} \quad (\text{mGal}) \quad + \quad V = \begin{matrix} 0.01944 \\ 0.00495 \\ 0.00371 \\ 0.00255 \\ -0.00639 \\ -0.01195 \\ 0.02207 \\ 0.00713 \\ -0.00785 \\ 0.00336 \\ -0.00665 \\ -0.01228 \\ -0.00464 \end{matrix} \quad (\text{mGal}) \quad = \quad L_a = \begin{matrix} 134.71044 \\ 551.39495 \\ 99.14371 \\ 16.29255 \\ 63.67361 \\ 737.86805 \\ 846.04309 \\ 4.37713 \\ 112.55215 \\ 34.48336 \\ 80.70335 \\ 11.52772 \\ 788.29536 \end{matrix} \quad (\text{mGal})$$

Para comprobar que lo logrado satisfaga las ecuaciones de condición planteadas, se incluyeron estos valores en ellas, así:

$$F_1: L_{1a} + L_{2a} + L_{3a} + L_{4a} - L_{5a} - L_{6a} = 134.71045 + 551.39495 + 99.14371 + 16.29255 - 63.67361 - 737.86805 = 0$$

$$F_2: L_{7a} + L_{8a} - L_{9a} - L_{6a} = 846.04309 + 4.37712 - 112.55216 - 737.86805 = 0$$

$$F_3: L_{10a} - L_{11a} - L_{12a} - L_{13a} + L_{7a} = 34.48337 - 80.70333 - 11.52769 - 788.29544 + 846.04309 = 0$$

5.2.2.4.- Prueba χ^2

Considerando la ecuación (3.77), se tiene que la varianza a posteriori generada ha sido la siguiente:

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^T P V}{S} = \frac{0.00013}{3} = 0.00004$$

$S = r = v =$ grados de libertad = ecuaciones de condición = 3

Logrado esto, basándose en lo planteado en el numeral 3.5, las hipótesis que se han planteado son las siguientes:

Hipótesis básica: $H_0 : \sigma_o^2 = \hat{\sigma}_o^2$

Hipótesis alternativa o nula: $H_1 : \sigma_o^2 \neq \hat{\sigma}_o^2$

en donde se asume que la varianza a priori (σ_o^2) es igual a 1.

En función de ello, y de lo mencionado en la ecuación (3.87), se ha obtenido que el valor de χ^2 calculado es el siguiente:

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_o^2}{\sigma_o^2} v = \frac{0.00004}{1} * 3 = \mathbf{0.00013}$$

el cual se ha comparado, según lo estipulado en la ecuación (3.88) con el χ^2

teórico con $S = r = v = 3$ grados de libertad (tabla distribución χ^2 , Gemael, 1994):

$$\chi^2_{v, 0.5 \alpha} \text{ y } \chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

la hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) si:

$$\chi^2_{v, 0.5 \alpha} < \chi^2_{\text{calculado}} < \chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

Nivel de significancia $\alpha = 5 \%$

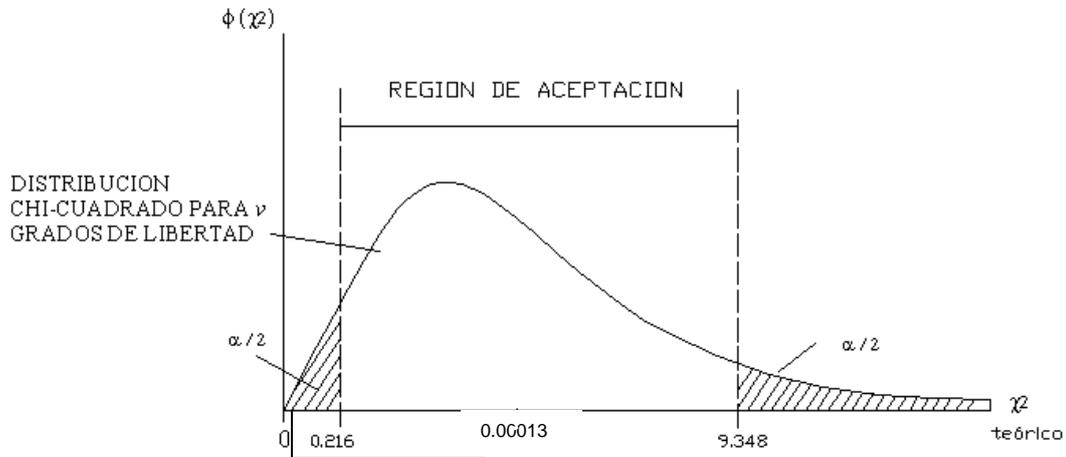
$$0.5 \alpha = 0.025; 1 - 0.5 \alpha = 0.975$$

$$\chi^2_{3, 0.025} = 0.216; \chi^2_{3, 0.975} = 9.348$$

$0.00013 < 9.348$, pero no es mayor a 0.216

La hipótesis básica no ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) de 5%, es decir con un rango de aceptación del 95%, lo cual se observa en la figura 5.4:

Figura 5.4: Test Chi Cuadrado para el segundo criterio (con región de rechazo de dos colas)



Igualmente, considerando lo mencionado en el numeral 3.5.1, el χ^2 teórico con $S = r = v = 3$ grados de libertad (tabla distribución χ^2 , Gemael, 1994):

$$\chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

la hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) si:

$$\chi^2_{\text{calculado}} < \chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

Nivel de significancia $\alpha = 5 \%$

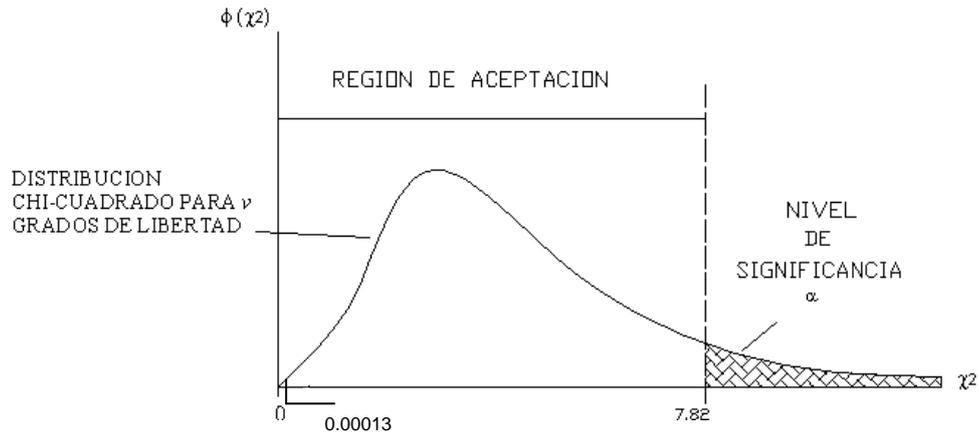
$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\chi^2_{3, 0.095} = 7.82$$

$$0.00013 < 7.82$$

La hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) de 5%, es decir con un rango de aceptación del 95% tal como se ve en la figura 5.5:

Figura 5.5: Test Chi Cuadrado para el segundo criterio (con región de rechazo de una cola)



5.2.2.5.- MVC de observaciones ajustadas

- En función de la ecuación (3.56) la MVC del vector de valores observados ajustados ΣL_a es:

$$\Sigma L_a = \Sigma L_b [I - B^T M^{-1} B P^{-1}]$$

0.0009	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.0017	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.0140	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.0264	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0138	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0020	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.0008	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.0008	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.0021	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0013	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0007	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0006	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0010

Con lo que se han deducido las precisiones logradas para cada Δg (tabla 5.7) mediante el segundo criterio:

Tabla 5.7: Precisiones de cada Δg luego del ajuste con el segundo criterio

Δg_i	+/- σ (mGal)	Δg_i	+/- σ (mGal)
1	0.0300	8	0.0291
2	0.0418	9	0.0462
3	0.1183	10	0.0359
4	0.1626	11	0.0268
5	0.1177	12	0.0238
6	0.0452	13	0.0311
7	0.0274		

5.2.3.- TERCER CRITERIO.-

5.2.3.1.- Explicación del Criterio

En vista de que no es el mismo efecto que tendría una matriz de pesos con valores de tiempo en horas respecto al que tendría con valores en días, se hace necesario realizar un estudio para definir, en función de la varianza a posteriori y su aplicación en un test χ^2 , el criterio más conveniente.

5.2.3.2.- Determinación de pesos en función del tiempo en días

A esta matriz se le ha definido como P_d . Para obtenerla se ha tomado el tiempo en días (t_d) que tardaron los gravímetros en salir de una estación de referencia hasta una estación vértice determinada, tomando en cuenta las mismas consideraciones que se hicieron para determinar el tiempo en horas (ver anexo digital B, hoja 2). Todo ello se encuentra detallado en el anexo N.

En la tabla 5.8 se enuncian los valores de los tiempos de cada línea (t_{di}):

Tabla 5.8: Valores de pesos en función del tiempo en días

No. POLÍGONO	No. LINEA (i)	ESTACION VERTICES	Δt_{di} (días)	PESO ($1 / t_{di}$)	PESO MEDIO P_d	
1	1	QuitolGM	0.940	1.064	1.071	
		Ibarra	0.927	1.079		
	2	Ibarra	0.233	4.286	4.206	
		Lita	0.242	4.126		
	3	Lita	0.174	5.760	5.618	
		S.Lorenzo	0.183	5.475		
	4	S.Lorenzo	0.121	8.276	8.160	
		Esmeraldas	0.124	8.045		
	5	Esmeraldas	0.307	3.258	3.258	
		F. Alfaro	0.307	3.258		
	6	F. Alfaro Quito IGM		0.286	3.495	3.600
				0.277	3.609	
				0.269	3.711	
				0.281	3.564	
			0.276	3.618		
7	QuitolGM Gyq-Bella.		0.540	1.853	1.863	
			0.538	1.858		
			0.533	1.875		
			0.535	1.868		

2	8	Gyq-Bella. Libertad	0.538	1.860	3.117
			0.338	2.957	
			0.323	3.097	
			0.314	3.186	
	9	Libertad F. Alfaro	0.310	3.229	2.828
			0.345	2.897	
	6	F. Alfaro Quito IGM	0.363	2.759	3.600
			0.286	3.495	
			0.277	3.609	
			0.269	3.711	
			0.281	3.564	
			0.276	3.618	

continuación tabla 5.8....

No. POLÍGONO	No. LINEA (i)	ESTACION VERTICES	Δt_{di} (días)	PESO ($1/t_{di}$)	PESO MEDIO P_d
3	7	Quito IGM Gyq-Bella.	0.540	1.853	1.863
			0.538	1.858	
			0.533	1.875	
			0.535	1.868	
			0.538	1.860	
	13	Cuenca Gyq-Bella.	0.208	4.800	4.169
			0.283	3.538	
	12	Riobamba Cuenca	0.653	1.530	1.541
			0.644	1.552	
			0.646	1.548	
			0.640	1.562	
	11	Latacunga Riobamba	0.660	1.514	2.846
			0.349	2.863	
			0.353	2.835	
			0.350	2.857	
	10	Quito IGM Latacunga	0.351	2.851	5.631
			0.354	2.824	
			0.182	5.496	
			0.175	5.714	
				0.168	5.950
			0.183	5.455	
			0.181	5.538	

En función de lo establecido en el numeral anterior, la matriz P_d es la siguiente (anexo digital B, hoja 3):

1.071	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4.204	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	5.614	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	8.159	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3.258	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	3.598	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1.863	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	3.114	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	2.826	0	0	0	0

$$\begin{array}{cccccccccccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.625 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.846 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.541 & 0 \\
13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.074 & 13
\end{array}$$

5.2.3.3.- Determinación de $V^T P_d V$

Al igual que el caso del numeral 5.2.2.3, a fin de obtener la varianza a posteriori para verificar, mediante la aplicación del χ^2 , la idoneidad de este criterio, se ha desarrollado esta expresión tal como se muestra a continuación:

Al igual que el caso anterior, el vector de los residuos se define mediante:

$$V = P_h^{-1} B^T K$$

y K a través de:

$$K = -M^{-1} W$$

siendo :

$$M = B P_h^{-1} B^T$$

donde la matriz B es la misma que la que se planteó en el desarrollo del criterio anterior:

$$B = \begin{array}{cccccccccccccc}
1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1
\end{array}$$

$$P_d^{-1} = \begin{array}{cccccccccccccc}
0.934 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.238 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.178 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0.123 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.307 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.278 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.537 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.321 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.354 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.178 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.351 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.649 & 0 \\
13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.245 & 13
\end{array}$$

$$B P_d^{-1} = \begin{array}{cccccccccccccc}
0.934 & 0.238 & 0.178 & 0.123 & -0.307 & -0.278 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.278 & 0.537 & 0.321 & -0.354 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.537 & 0 & 0 & 0.178 & -0.351 & -0.649 & -0.245 & 0
\end{array}$$

$$M = B P_d^{-1} B^T = \begin{array}{ccc}
2.057 & 0.278 & 0 \\
0.278 & 1.490 & 0.537
\end{array}$$

$$\begin{matrix} & & 3 & 0 & 0.537 & 1.960 & 3 \end{matrix}$$

$$M^{-1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0.500 & -0.104 & 0.028 \\ -0.104 & 0.767 & -0.211 \\ 0.028 & -0.211 & 0.570 \end{matrix} & \\ \begin{matrix} 3 & & 3 \end{matrix} & \end{matrix} \quad W = \begin{matrix} \begin{matrix} -0.049 \\ -0.049 \\ -0.049 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 & & 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$K = -M^{-1} W = \begin{matrix} \begin{matrix} 0.021 \\ 0.022 \\ 0.019 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 & & 1 \end{matrix} \end{matrix}$$

Entonces V:

$$P_d^{-1} B^T = \begin{matrix} \begin{matrix} 0.934 & 0 & 0 \\ 0.238 & 0 & 0 \\ 0.178 & 0 & 0 \\ 0.123 & 0 & 0 \\ -0.307 & 0 & 0 \\ -0.278 & -0.278 & 0 \\ 0 & 0.537 & 0.537 \\ 0 & 0.321 & 0 \\ 0 & -0.354 & 0 \\ 0 & 0 & 0.178 \\ 0 & 0 & -0.351 \\ 0 & 0 & -0.649 \\ 0 & 0 & -0.245 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 13 & & 3 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$V = P_d^{-1} B^T K = \begin{matrix} \begin{matrix} 0.01944 \\ 0.00495 \\ 0.00371 \\ 0.00255 \\ -0.00639 \\ -0.00195 \\ 0.02207 \\ 0.00713 \\ -0.00785 \\ 0.00336 \\ -0.00665 \\ -0.01228 \\ -0.00464 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 13 & & 1 \end{matrix} \end{matrix} \quad (\text{mGal})$$

y $V^T P_d V$:

$$V^T P_d V = 0.00304$$

Además con V ha sido posible definir el vector de las observaciones ajustadas, así:

$$\begin{matrix} \begin{matrix} 134.691 \\ 551.390 \\ 99.140 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0.01944 \\ 0.00495 \\ 0.00371 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 134.71044 \\ 551.39495 \\ 99.14371 \end{matrix} \end{matrix}$$

	16.290		0.00255		16.29255			
	63.680		-0.00639		63.67361			
$L_b =$	737.880	(mGal)	+	$V =$	-0.01195 (mGal)	=	$L_a =$	737.86805 (mGal)
	846.021				0.02207			846.04307
	4.370				0.00713			4.37713
	112.560				-0.00785			112.55215
	34.480				0.00336			34.48336
	80.710				-0.00665			80.70335
	11.540				-0.01228			11.52772
13	788.300	1		13	-0.00464	1	13	788.29536 1

Para comprobar que lo logrado satisfaga las ecuaciones de condición planteadas, se incluyeron estos valores en ellas, así:

$$F_1: L_{1a} + L_{2a} + L_{3a} + L_{4a} - L_{5a} - L_{6a} = 134.71045 + 551.39495 + 99.14371 + 16.29255 - 63.67361 - 737.86805 = 0$$

$$F_2: L_{7a} + L_{8a} - L_{9a} - L_{6a} = 846.04309 + 4.37712 - 112.55216 - 737.86805 = 0$$

$$F_3: L_{10a} - L_{11a} - L_{12a} - L_{13a} + L_{7a} = 34.48337 - 80.70333 - 11.52769 - 788.29544 + 846.04309 = 0$$

5.2.3.4.- Prueba χ^2

Considerando la ecuación (3.77), se tiene que la varianza a posteriori generada ha sido la siguiente:

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^T P V}{S} = \frac{0.00304}{3} = 0.00101$$

$$S = r = v = \text{grados de libertad} = \text{ecuaciones de condición} = 3$$

Logrado esto, basándose en lo planteado en el numeral 3.5, las hipótesis que se han planteado son las siguientes:

Hipótesis básica: $H_0 : \sigma_o^2 = \hat{\sigma}_o^2$

Hipótesis alternativa o nula: $H_1 : \sigma_o^2 \neq \hat{\sigma}_o^2$

en donde se asume que la varianza a priori (σ_o^2) es igual a 1.

En función de ello, y de lo mencionado en la ecuación (3.87), se ha obtenido que el valor de χ^2 calculado es el siguiente:

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_o^2}{\sigma_o^2} v = \frac{0.00101}{1} * 3 = \mathbf{0.00304}$$

el cual se ha comparado, según lo estipulado en la ecuación (3.88) con el χ^2 teórico con $S = r = v = 3$ grados de libertad (tabla distribución χ^2 , Gemael, 1994):

$$\chi^2_{v, 0.5 \alpha} \text{ y } \chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

la hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) si:

$$\chi^2_{v, 0.5 \alpha} < \chi^2_{\text{calculado}} < \chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

Nivel de significancia $\alpha = 5 \%$

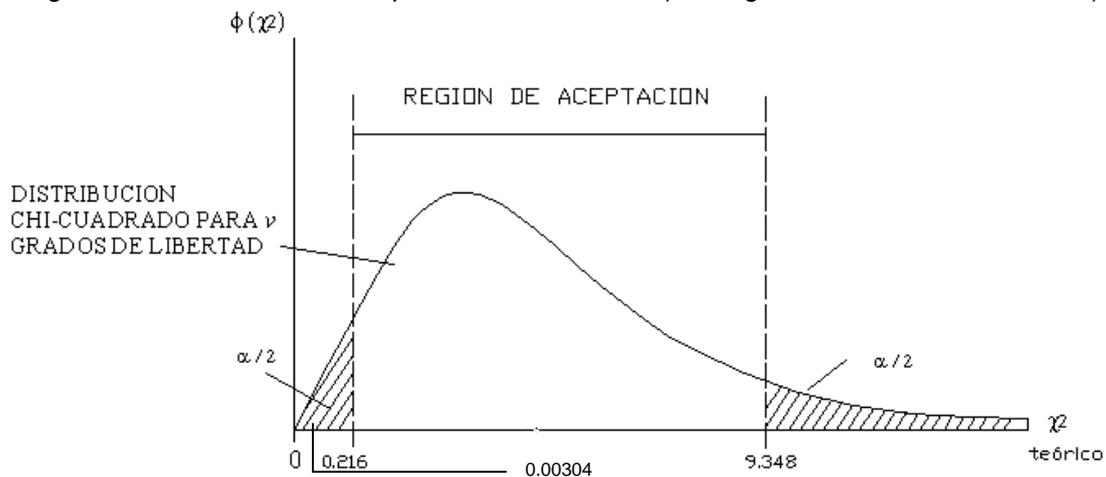
$$0.5 \alpha = 0.025; 1 - 0.5 \alpha = 0.975$$

$$\chi^2_{3, 0.025} = 0.216; \chi^2_{3, 0.975} = 9.348$$

$$0.00304 < 9.348, \text{ pero no es mayor a } 0.216$$

La hipótesis básica no ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) de 5%, es decir con un rango de aceptación del 95%, lo cual se observa en la figura 5.6:

Figura 5.6: Test Chi Cuadrado para el tercer criterio (con región de rechazo de dos colas)



Ahora, de acuerdo a lo mencionado en el numeral 3.5.1, el χ^2 teórico con $S = r = v = 3$ grados de libertad (tabla distribución χ^2 , Gemael, 1994):

$$\chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

la hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) si:

$$\chi^2_{\text{calculado}} < \chi^2_{v, 1-0.5 \alpha}$$

Nivel de significancia $\alpha = 5 \%$

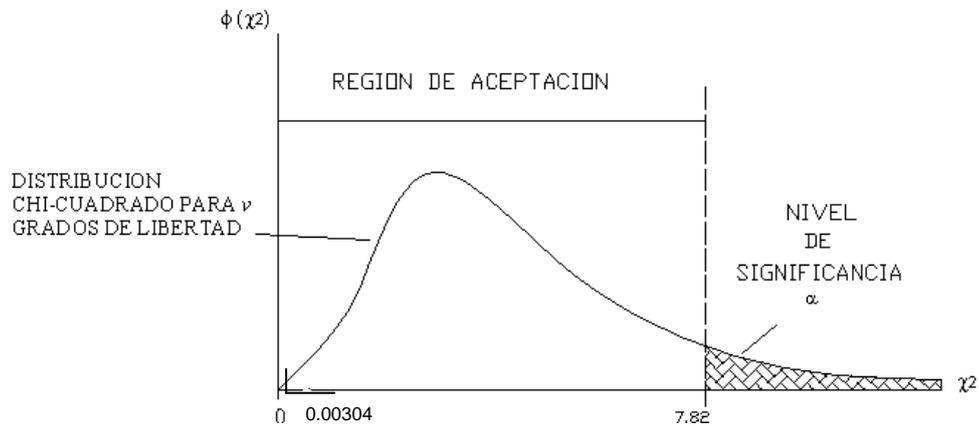
$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\chi^2_{3, 0.095} = 7.82$$

$$0.00304 < 7.82$$

La hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia (α) de 5%, es decir con un rango de aceptación del 95% tal como se ve en la figura 5.7:

Figura 5.7: Test Chi Cuadrado para el tercer criterio (con región de rechazo de una cola)



5.2.3.5.- MVC de observaciones ajustadas

- En función de la ecuación (3.56) la MVC del vector de valores observados ajustados ΣL_a es:

$$\Sigma L_a = \Sigma L_b [I - B^T M^{-1} B P^{-1}]$$

0.0009	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.0017	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.0140	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.0264	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.0138	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.0020	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.0008	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.0008	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.0021	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0013	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0007	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0006	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0010

con lo que se han deducido las precisiones logradas para cada Δg (tabla 5.9)

mediante el tercer criterio:

Tabla 5.9: Precisiones de cada Δg luego del ajuste con el tercer criterio

Δg_i	+/- σ (mGal)	Δg_i	+/- σ (mGal)
1	0.0300	8	0.0291
2	0.0418	9	0.0462
3	0.1183	10	0.0359
4	0.1626	11	0.0268
5	0.1177	12	0.0238
6	0.0452	13	0.0311
7	0.0274		

5.3.- ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

5.3.1.- COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Al finalizar el procesamiento de datos y ajuste de observaciones en función cada uno de los criterios planteados para la determinación de la matriz de pesos, es necesario realizar un análisis comparativo de los resultados alcanzados con la intención de establecer el criterio más idóneo.

5.3.1.1.- Análisis del valor de $V^T P V$

Considerando lo mencionado en el numeral 3.1, el principio de mínimos cuadrados consiste en: “*aceptar como la mejor estimación de X al valor que haga mínima a la suma de los cuadrados de los residuos*”, lo cual se resume en la ecuación (3.5):

$$V^T P V = \min$$

En función de ello se ha demostrado que la aplicación del segundo criterio (es decir, con los pesos establecidos en base al tiempo en horas) ha sido el más adecuado, tal como se puede ver en la tabla 5.10:

Tabla 5.10: Valores de $V^T P V$ correspondientes a cada criterio de determinación de pesos

Criterio	En función de:	$V^T P V$
Primero	Precisión de cada Δg	0.59784
Segundo	Tiempo de cierre en horas	0.00013
Tercero	Tiempo de cierre en días	0.00304

Sin embargo, ante la ausencia de estudios afines que permitan comparar los efectos que este criterio ha generado, no se descarta el riesgo de que se esté

sobreestimando su resultado. Ello no quiere decir que se le debe restar credibilidad a lo alcanzado con $V^T P V$, sino que es importante realizar otras pruebas y estudios afines con la intención de asignar la respectiva confianza a su aplicación.

5.3.1.2.- Prueba χ^2

Para comprobar o rechazar lo establecido en la ejecución de $V^T P V$, y en referencia a lo mencionado en el numeral 3.5, se ha aplicado el test “Chi cuadrado” (χ^2) con la intención de comparar los valores de varianza a priori y a posteriori para constatar si la discrepancia entre ellos es considerable a un nivel de significancia del 5 %, lo cual ha permitido obtener un indicador de la calidad del ajuste que defina la selección del criterio más adecuado.

Debido a la existencia de dos tendencias en el uso de este prueba, ambas han sido consideradas, alcanzándose los resultados de la tabla 5.11:

Tabla 5.11: Valores de χ^2 para cada criterio de determinación de pesos

Criterio	Valor χ^2	Región de rechazo de dos colas		Región de rechazo de una cola	Hipótesis básica aceptada (dos colas)	Hipótesis básica aceptada (una cola)
		Límite inferior	Límite superior	Límite superior		
Primero	0.59784	0.216	9.348	7.82	x	x
Segundo	0.00013				x	x
Tercero	0.00304				x	x

Como se puede observar, en función de una región de rechazo de dos colas, el primer criterio para la determinación de pesos ha resultado el más adecuado en la aplicación del ajuste ,es decir, la varianza a priori ha sido igual a la a posteriori con un nivel de confiabilidad del 95%. Sin embargo, respecto a una región de rechazo de dos colas, todos los criterios cumplen con la hipótesis básica y son aptos para ser aplicados. Siendo así, el problema se ha fijado en establecer

cuál de los criterios es el idóneo ya que, como se mencionó en el numeral 3.5, no se ha encontrado una teoría unificada que determine la tendencia respecto a la región de rechazo a seguir.

Por tal razón se hizo necesaria otra herramienta que colabore en la definición de esta selección.

5.3.1.3.- MVC de observaciones ajustadas

Como se mencionó en el capítulo III, a través de la matriz varianza covarianza de las observaciones ajustadas es posible estimar sus precisiones. Estos valores han sido considerados como otro indicador que permita optar por una alternativa de las analizadas anteriormente.

En la tabla 5.12 se muestran las precisiones y las varianzas logradas luego del ajuste aplicando cada uno de los criterios planteados:

Tabla 5.12: Valores de precisiones y varianzas de observaciones ajustadas con cada criterio

Δg_i	Primer criterio		Segundo criterio		Tercer criterio	
	Precisión +/- σ (mGal)	σ^2	Precisión +/- σ (mGal)	σ^2	Precisión +/- σ (mGal)	σ^2
1	0.0406	0.0016	0.0300	0.0009	0.0300	0.0009
2	0.0438	0.0019	0.0418	0.0017	0.0418	0.0017
3	0.1084	0.0118	0.1183	0.0140	0.1183	0.0140
4	0.1266	0.0160	0.1626	0.0264	0.1626	0.0264
5	0.1108	0.0123	0.1177	0.0138	0.1177	0.0138
6	0.0425	0.0018	0.0452	0.0020	0.0452	0.0020
7	0.0308	0.0009	0.0274	0.0008	0.0274	0.0008
8	0.0311	0.0010	0.0291	0.0008	0.0291	0.0008
9	0.0430	0.0018	0.0462	0.0021	0.0462	0.0021
10	0.0326	0.0011	0.0359	0.0013	0.0359	0.0013
11	0.0274	0.0008	0.0268	0.0007	0.0268	0.0007
12	0.0274	0.0008	0.0238	0.0006	0.0238	0.0006
13	0.0300	0.0009	0.0312	0.0010	0.0312	0.0010
Valor medio de las varianzas Precisión media (+/-)		0.0041 0.0636		0.0051 0.0714		0.0051 0.0714

Como se puede ver, el primer criterio es aquel que tiene el menor valor medio de las varianzas, lo que lo convierte en una opción potencial. De todas formas se ha aplicado una prueba estadística adicional a fin de confirmar lo dicho.

5.3.1.4.- Prueba estadística F de Snedecor

El estadístico F de Snedecor⁹ es una prueba de hipótesis que permite comparar las varianzas de dos distribuciones normales¹⁰ con la intención de determinar si son iguales a un nivel de significancia α . (Mendenhall, 2002). Se emplea en casos de análisis de variación de los resultados de dos procedimientos de prueba, lo cual hace que sea aplicable a este caso.

En otras palabras, se han comparado los valores obtenidos de varianza media unos con otros para determinar si algunos de ellos no satisface la igualdad (y eliminarlo como una alternativa) hasta definir el más adecuado.

Siendo así, las hipótesis planteadas fueron las siguientes:

Comparación entre el primero y segundo criterio

Hipótesis básica: $H_0 : \sigma^2_1 = \sigma^2_2$

Hipótesis alternativa o nula: $H_1 : \sigma^2_1 \neq \sigma^2_2$

Comparación entre el primer y tercer criterio

Hipótesis básica: $H_0 : \sigma^2_1 = \sigma^2_3$

Hipótesis alternativa o nula: $H_1 : \sigma^2_1 \neq \sigma^2_3$

Comparación entre el segundo y tercer criterio

Hipótesis básica: $H_0 : \sigma^2_2 = \sigma^2_3$

Hipótesis alternativa o nula: $H_1 : \sigma^2_2 \neq \sigma^2_3$

El modelo matemático que define este estadístico es (Mendenhall, 2002):

$$F = \frac{\sigma^2_1}{\sigma^2_2} \quad (5.11)$$

donde: σ^2_1 : valor medio de la varianza para el primer criterio (por ejemplo)

σ^2_2 : valor medio de la varianza para el segundo criterio (por ejemplo)

⁹ Introducida por Fisher y modificada por Snedecor

Además, como cada varianza representa a distintos grupos de observaciones, el numerador y el denominador tienen distintos grados de libertad (v), lo cual es necesario considerar para establecer los límites de la región de aceptación de la distribución. El valor v se define así (Mendenhall, 2002):

$$v = n - 1 \quad (5.12)$$

donde: n : número de observaciones (ajustadas en este caso)

Al igual que la prueba χ^2 , aquí existe un nivel de significancia α dividido en dos colas ($\alpha/2$). Se rechaza la hipótesis básica frente a la hipótesis nula a un nivel de significancia α si el valor calculado de F está en la cola superior o en la cola inferior de $\alpha/2$. Los valores teóricos (límites) de la cola superior e inferior se obtienen de las siguientes expresiones (Gemael, 1994):

$$F_{v_1, v_2, 0.5\alpha} \text{ y } \frac{1}{F_{v_2, v_1, 0.5\alpha}} \quad (5.13)$$

donde: v_1 = grados de libertad del numerador.

v_2 = grados de libertad del denominador.

La tabla 5.13 muestra los resultados de esta prueba de hipótesis:

Tabla 5.13: Resultados de la prueba de hipótesis F de Snedecor

Grados de libertad			Comparación	F	Hipótesis básica	Hipótesis nula
$v_1 =$	$13 - 1 =$	12	1^0 y 2^0	0.80392	x	
$v_2 =$	$13 - 1 =$	12	1^0 y 3^0	0.80392	x	
			2^0 y 3^0	1.0000	x	
Nivel de significancia						
$0.5\alpha =$	$0.5 * 0.05 =$	0.025				
Límites región aceptación*						
Superior	$F_{v_1, v_2, 0.5\alpha}$	3.28				
Inferior	$(F_{v_1, v_2, 0.5\alpha})^{-1}$	0.305				

* Según tabla de distribución de F

Como se puede observar todas las varianzas han sido iguales dentro de un nivel de significancia del 5%, lo cual convierte a esta prueba de hipótesis en una

¹⁰ En el caso de esta investigación se asume que se está tratando con distribuciones normales.

herramienta no muy útil en la tarea de selección de criterio de aplicación de pesos en el ajuste.

5.3.2.- SELECCIÓN DE CRITERIO

A continuación se detallan los principales argumentos alcanzados luego del análisis de selección de criterio para la aplicación de pesos en el ajuste preliminar de la red gravimétrica fundamental:

- En el test χ^2 (con región de rechazo de dos colas) solamente ha resultado aceptada la hipótesis básica correspondiente al primer criterio.
- En el test χ^2 (con región de rechazo de una cola) han resultado aceptadas las hipótesis básicas de los tres criterios, siendo el segundo de ellos aquel que contó con el menor valor de $V^T PV$.
- En la prueba estadística F de Snedecor todos los criterios alcanzaron una aceptación de la hipótesis básica.
- El menor de los valores medios de las varianzas de las observaciones ajustadas fue obtenido a través de la aplicación del primer criterio, de donde se obtuvo precisión media de +/- 0.0636 mGal.

En función de lo mencionado y debido a tener la mayor precisión media, se ha seleccionado al primer criterio de aplicación de pesos para el ajuste preliminar de los puntos considerados en este proyecto, quedando, sin embargo, una recomendación para que en futuras investigaciones se profundicen otras pruebas estadísticas que argumenten aún más los resultados adquiridos.

5.3.3.- AJUSTE DE LAS ESTACIONES GRAVIMÉTRICAS

Una vez finalizado el análisis y seleccionada la opción más adecuada en función de las pruebas de hipótesis y herramientas utilizadas, los resultados del ajuste de las diez estaciones gravimétricas consideradas en este proyecto, son los que constan en la tabla 5.14:

*Tabla 5.14: Valores de g ajustados de las estaciones gravimétricas de la RGFE*** (mediante pesos en función de la precisión de cada estación)*

No.	Δg_{obs} (mGal)	Δg_a (mGal)	Estación Vértice	Valor de g (mGal)	Valor ajustado de g (mGal)	Precisión (mGal)	
1	134.691	134.692	Quito*	977245.659		(+/-)	
2	551.390	551.391	Ibarra	977380.350	977380.351	0.0523	Quito* + Δg_1
3	99.140	99.148	Lita	977931.740	977931.742	0.0682	Ibarra** + Δg_2
4	16.290	16.305	S.Lorenzo	978030.880	978030.890	0.1281	Lita** + Δg_3
5	63.680	63.671	Esmeraldas	978047.170	978047.196	0.1231	Flavio Alfaro** + Δg_5
6	737.880	737.866	Flavio Alfaro	977983.490	977983.525	0.0537	Quito* + Δg_6
7	846.021	846.038	Gyquil-Bellavista	978091.680	978091.697	0.0451	Quito* + Δg_7
8	4.370	4.375	Libertad	978096.050	978096.072	0.0547	Gyql Bellavista** + Δg_8
9	112.560	112.547	Latacunga	977211.130	977211.169	0.0420	Quito* - Δg_{10}
10	34.480	34.490	Riobamba	977291.840	977291.872	0.0501	Latacunga** + Δg_{11}
11	80.710	80.703	Cuenca	977303.380	977303.405	0.0541	Gyql Bellavista** - Δg_{13}
12	11.540	11.533					
13	788.300	788.292					

* Valor conocido

** Valor ajustado

*** Estaciones consideradas para el ajuste

Como se mencionó en el numeral 5.2, se debe considerar que los resultados obtenidos en este proyecto son valores preliminares, ya que para establecer los definitivos se requiere primeramente cerrar todos los polígonos que se hallan pendientes en la RGFE, lo cual permitirá incluir en el ajuste a todas las estaciones gravimétricas del país. Sin embargo, queda establecida la metodología a seguirse para concluir dicha labor.

Las precisión de cada estación se obtuvo a través de la teoría de propagación de errores empleando la $\sigma_{\Delta g}$ de cada Δg , ajustada, por ejemplo:

Est. Ibarra: $\sigma_{Ibarra} = (\sigma_{\Delta g1a}^2 + \sigma_{Quito}^2)^{1/2} = (0.0406^2 + 0.0329^2)^{1/2} = +/- 0.0523$ mGal.

Es conveniente anotar que las precisiones logradas en cada estación son relativas a la precisión del punto Quito IGM (+/- 0.0329 mGal) ya que respecto a el se ha realizado este ajuste preliminar. Habría que cerrar todos los polígonos pendientes de la RGFE para obtener una precisión relativa al punto IGNS-71 de Quito mediante la teoría de propagación de errores.

Además vale hacer referencia a lo que Freitas, Gemael y Faggion manifiestan en su artículo: “Comparación de las soluciones obtenidas para una red de gravedad considerando observaciones medias e independientes: aplicación de los criterios de confiabilidad y precisión para redes geodésicas”, en el cual afirman que no se debe juzgar la calidad del ajuste de una red gravimétrica tan solo en función de la precisión obtenida para las estaciones gravimétricas implantadas, ya que no siempre una solución precisa es también confiable. Ellos sugieren que además del criterio de precisión se emplee el criterio de confiabilidad, es decir un análisis del posible efecto que pueden tener los errores groseros no detectables con test globales y no localizados por el coeficiente TAU o por el test Data Snooping, sobre los valores ajustados, lo cual se ha incluido en las recomendaciones de este proyecto.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1.- CONCLUSIONES

1.1.- Se ha diseñado una metodología para el ajuste de la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador Continental a través del procedimiento de mínimos cuadrados (método de correlatos), cuyos resultados son una base para aplicaciones técnicas e investigaciones gravimétricas posteriores.

1.2.- Se ha establecido las condiciones en la que se encontraba la RGFE al inicio de este proyecto a través de la recopilación, organización y análisis de la información disponible en los archivos del Departamento de Geodesia del Instituto Geográfico Militar.

1.3.- Se han planificado y ejecutado tres campañas gravimétricas, las mismas que han permitido cerrar tres polígonos de la red (considerándose a once estaciones gravimétricas) a fin de establecer las condiciones requeridas para un ajuste preliminar.

1.5.- Se ha procesado la información adquirida en el trabajo de campo mediante el empleo del software adecuado para el efecto.

1.6.- Se ha desarrollado un programa para realizar un ajuste de la RGFE mediante el procedimiento de mínimos cuadrados por el método de correlatos y en función de los datos disponibles.

1.7.- Se ha generado y aplicado una matriz de pesos en función de los criterios de precisión y de tiempo (en horas y en días) en el ajuste preliminar de la red a fin de comparar los resultados y establecer la mejor opción.

1.8.- Luego de la obtención de los valores de $V^T P V$ para cada criterio de ponderación se concluye que aquel que pondera en función del tiempo en horas, ha sido el que ha generado el mínimo valor.

1.9.- Al término de la aplicación de la prueba estadística chi cuadrado (con un nivel de significancia del 5%) a cada uno de los resultados obtenidos luego de la

aplicación de cada criterio de ponderación, se ha determinado que solo el aquel que se halla en función de la precisión de los desniveles gravimétricos es idóneo en una distribución cuya una región de rechazo está en dos colas; mientras que, el criterio de ponderación que se halla en función del tiempo en horas ha sido aceptado con la aplicación de una distribución cuya región de rechazo se halla en una cola (debido a que se ajustaron mejor los valores de la varianza a priori respecto a los de la varianza a posteriori, es decir obtuvo el menor valor de $V^T PV$).

1.10.- Ante la ausencia de un criterio que determine cual es la mejor opción respecto las dos teorías de la aplicación de la prueba chi cuadrado, se ha aplicado la prueba estadística F de Snedecor a cada una de las varianzas medias de los valores ajustados con cada uno de los criterios de determinación de pesos luego de lo cual se concluyó que todas las varianzas son iguales entre sí dentro de un nivel de significancia del 5%.

1.11.- Se ha comparado los valores medios de las precisiones de las observaciones ajustadas, obtenidas de las varianzas medias de dichas observaciones, y se ha encontrado que la aplicación del criterio de ponderación en función de las precisiones de los desniveles gravimétricos es aquel que ha generado una mejor precisión (0.063 mGal).

1.12.- En función de las pruebas, análisis y comparaciones realizadas, el criterio de ponderación en función de las precisiones de los desniveles gravimétricos ha sido el más idóneo para la ejecución de un ajuste de la RGFE.

1.13.- Se ha realizado un ajuste preliminar de la RGFE continental a través del procedimiento de mínimos cuadrados (correlatos) considerando a once estaciones gravimétricas y la aplicación del criterio de ponderación en función de las precisiones de los desniveles gravimétricos.

1.14.- La red establecida en este proyecto ha sido considerada de tercer orden en función de la clasificación establecida por Drewes (tabla 2.5) ya que la precisión media lograda para cada desnivel gravimétrico es de 0.063 mGal.

1.15.- Se ha detectado que las coordenadas geográficas de las estaciones de Quito IGM y de las de Ibarra que se detallan en el listado de valores preliminares de aceleración de gravedad de la RGFE (Anexo I) no son las correctas según los posicionamientos realizados en el desarrollo de esta tesis y tampoco coinciden con sus monografías realizadas por el IGM. Ello podría ser fruto de un error de digitación en dicho listado o un error en el posicionamiento realizado en la primeras campañas gravimétricas. De cualquier forma se corre el riesgo de que se haya procesado las lecturas instrumentales realizadas en estos puntos con estas coordenadas, ya que el valor de corrección de mareas está definitivamente en función de ellas. Si es así los valores de g en estas estaciones serían errados y requerirían de un nuevo procesamiento, motivo por el cual se ha comunicado del problema al Prof. Denizar Blitzkov (Brasil) para que se revisen los datos que fueron enviados al IGM.

1.16.- Se han resumido dichos resultados y se han puesto en consideración del Instituto Geográfico Militar para el respectivo análisis que determine su aplicación inmediata.

1.17.- Finalmente, este trabajo muestra que es posible desarrollar un ajuste de la RGFE mediante la aplicación de varios criterios de ponderación a través de la determinación de elementos que justifiquen sustentablemente su utilización y sean aptos para un análisis estadístico objetivo y confiable.

2.- RECOMENDACIONES.-

Luego de lo expuesto anteriormente se recomienda lo siguiente:

2.1.- Se continué recopilado, ordenando, procesando y archivando en formato análogo y digital la información referente a la red gravimétrica fundamental disponible en los archivos del Departamento de Geodesia del Instituto Geográfico Militar, en la Universidad de Sao Paulo y en el Instituto Brasileiro de Geografía y Estadística.

2.2.- Se capacite a todo el personal que sea necesario en cuanto al manejo de la información y programas relacionados al área de gravimetría en el Departamento de Geodesia del IGM a fin de evitar inconvenientes ante una posible ausencia de el único encargado de esta tarea.

2.3.- Se realicen los trámites respectivos para desarrollar las campañas gravimétricas que sean requeridas para el cierre de los polígonos que están pendientes en la RGFE, con la intención de lograr un ajuste definitivo de cada una de las estaciones del país.

2.4.- Se consideren todas las recomendaciones que se han planteado en el informe que se presentó al Departamento de Geodesia luego del análisis preliminar de la RGFE.

2.5.- Se siga experimentando con el tiempo en minutos, segundos, etc, hasta ver lo más adecuado para determinar pesos.

2.6.- Se siga experimentando con los tiempos de ida y vuelta de puntos intermedios en los circuitos empleados para el ajuste de la red.

2.7.- Comunicarse con Brasil para verificar la necesidad de corrección de los valores de gravedad de Quito e Ibarra afectados por las coordenadas erróneas que se hallan en el listado que posee el IGM, o revisar si solo es error de tipeo.

2.8.- Se recomienda analizar la posibilidad de posicionar la estación en la ciudad del Puyo.

2.9.- Se empleen los criterios mencionados en el numeral 2.3.4 para el cierre de un circuito gravimétrico.

2.10.- Ante el bajo nivel de confiabilidad que se obtiene con la operación de un solo gravímetro en las determinaciones gravimétricas pertenecientes a la red fundamental, se recomienda al IGM realizar la adquisición de otros gravímetros o realizar campañas conjuntas con otras entidades (IBGE, USP, INOCAR)

2.11.- Entre los circuitos mencionados existen sitios que por su distancia y difícil acceso no podrían ser fácilmente enlazados en el lapso de 24 horas (a no ser que se emplee la vía aérea), por lo que me permito recomendar se desarrollen inicialmente aquellos circuitos que disponen de vías de comunicación y se hallan cercanos o incorporados a las campañas de densificación gravimétrica previstas en la planificación anual del departamento de geodesia. Esto con la intención de evitar cambios de gran magnitud en cuanto a la administración de recursos y tiempo, y tan solo realizar ajustes en las tareas de medición gravimétrica, trabajos que concluirán en un ajuste confiable de la red fundamental.

2.12.- Si se van a ocupar las placas de nivelación para densificar la red gravimétrica, no ponerlas en puentes, vías de primer orden dentro de la ciudad o lugares inestables. Se recomienda cumplir los requerimientos para una estación gravimétrica, los cuales han sido mencionados en este documento, a fin de lograr una buena densificación.

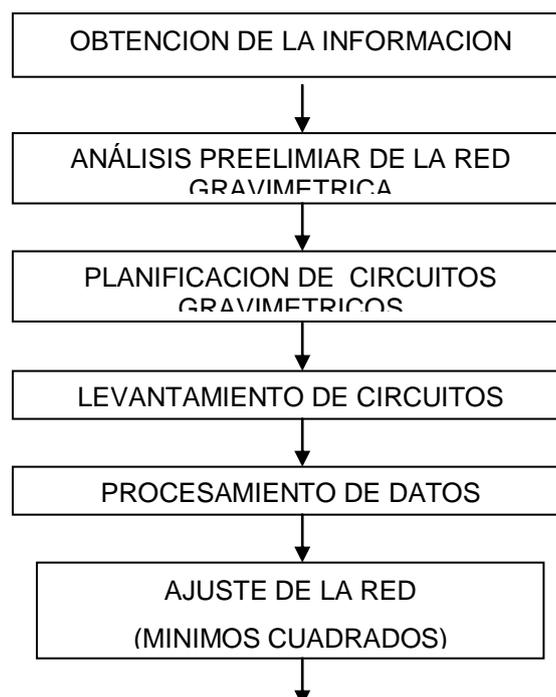
2.13.- Ante la ausencia de estudios afines que permitan comparar los efectos que el criterio de determinación de la matriz de pesos en función del tiempo en horas ha generado, no se descarta el riesgo de que se esté sobreestimando este resultado, por lo que recomiendo realizar otras pruebas y estudios afines con la intención de asignar la respectiva confianza a su aplicación.

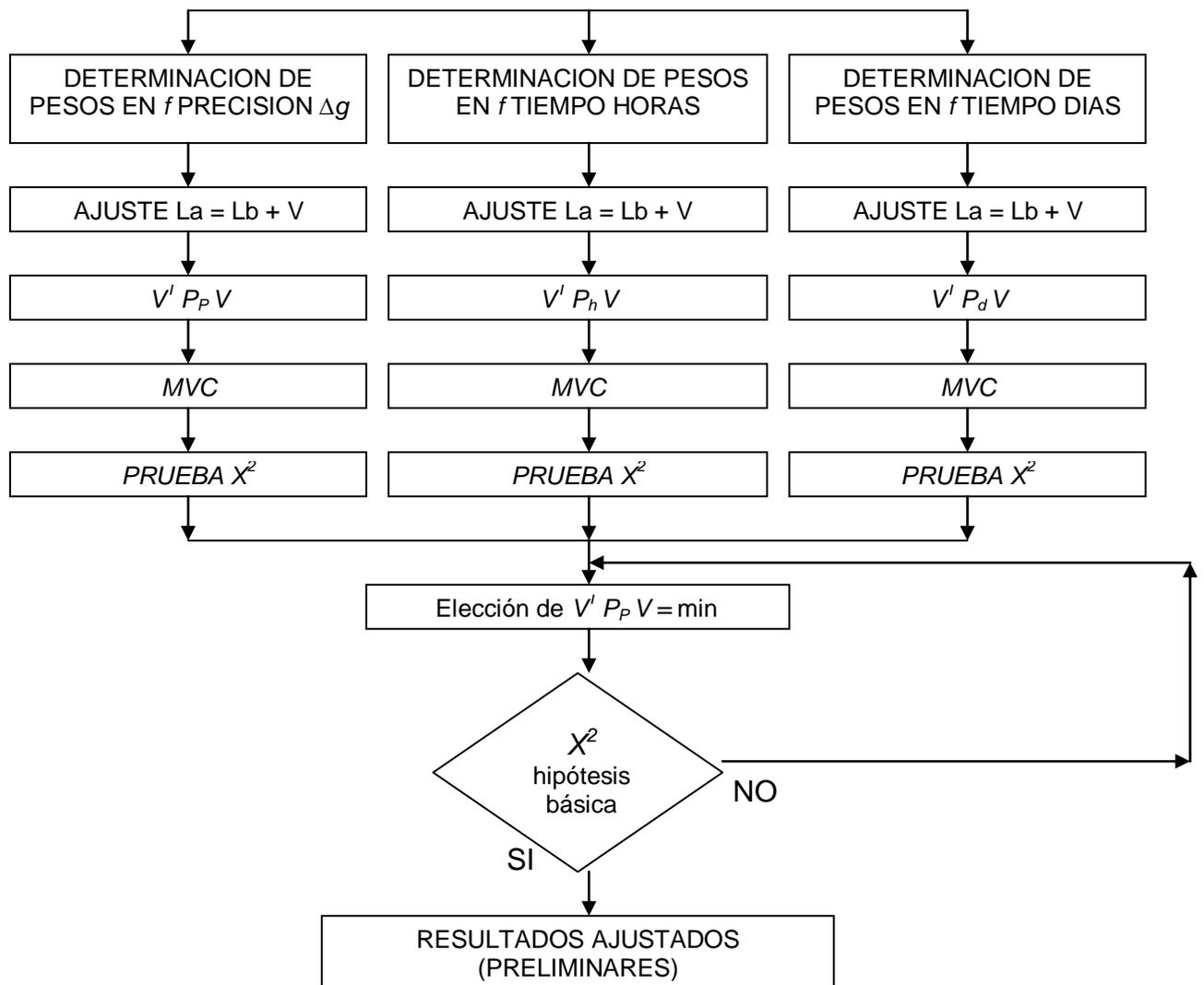
2.14.- Se recomienda no juzgar la calidad del ajuste de una red gravimétrica tan solo en función de la precisión obtenida para las estaciones gravimétricas implantadas, ya que no siempre una solución precisa es también confiable. Por ello se sugiere que se empleen otros criterios como el análisis de confiabilidad interna y externa, por ejemplo, es decir un análisis del posible efecto que pueden tener los errores groseros no detectables con test globales y no localizados por el coeficiente TAU o por el test Data Snooping, sobre los valores ajustados.

2.15.- Para mejorar la precisión alcanzada en este proyecto se recomienda que se realicen circuitos gravimétricos que consideren a la estación IGSN-71, con la intención de evitar el efecto que la propagación de errores genera al ocupar otros puntos de partida tales como la estación gravimétrica Quito-IGM.

2.16.- Se sugiere de manera prioritaria se considere que el cierre de los circuitos que a futuro se realizarán para completar la RGFE, se hagan a través del principio de “ida y vuelta” explicado en este proyecto, lo cual permitiría disminuir los errores provocados por la deriva instrumental, entre otros factores.

METODOLOGÍA PARA EL AJUSTE DE LA RGFE





REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ✓ Agencia Cartográfica de Defensa – Servicio Geodésico Interamericano, 1981. "Manual de Instrucciones para los Gravímetros Geodésicos Modelo "G" LaCoste & Romberg", Escuela Cartográfica, EEUU.
- ✓ Blachut, J., 1979. "Cartografía y Levantamientos Urbanos", México.
- ✓ Blitzkow, D., 2003. "Sistemas Altimétricos y Determinación del Geoide", INOCAR, Guayaquil, Ecuador.
- ✓ Departamento de Geomática de la UFPR, 2002. "Gravimetría", Brasil.

- ✓ Drewes, H., Sánchez, L., 2002. "Curso de Sistemas de Referencia en Geodesia", IGM, Quito, Ecuador.
- ✓ Gemael C., 1994. "Introducción al ajuste de observaciones – Aplicaciones Geodésicas", Curitiba, Brasil.
- ✓ Heiskanen, W; Moritz, H., 1967. "Physical Geodesy", W. H. Freeman, Londres, Inglaterra.
- ✓ Instituto Geográfico "Agustín Codazzi", 2002. "Guía metodológica para la obtención de alturas usando el sistema GPS", Bogotá, Colombia.
- ✓ Leiva César, 2003. "Determinación de Parámetros de Transformación entre los Sistemas PSAD 56 y WGS 84 para el Ecuador", ESPE, Sangolquí, Ecuador.
- ✓ Levin, J., 1979. "Fundamentos de Estadística en la Investigación Social", México.
- ✓ Mendenhall, W., 2002. "Estadística Matemática con Aplicaciones", México.
- ✓ Teixeira, N., 2001. "Detección y Análisis de Deslizamiento Vertical utilizando el Sistema NAVSTAR-GPS", Curitiba, Brasil.
- ✓ Zakatov, 1990. "Geodesia Superior".
- ✓ Santos, J., Freitas, S., Gemael, C., Faggion, P., 2004. "Comparación de soluciones obtenidas para una red gravimétrica considerando las observaciones medias e independientes: aplicación de los criterios de precisión confiabilidad para redes geodésicas", Curitiba, Brasil.
- ✓ Enciclopedia Microsoft Encarta, 2001. "Aceleración de la gravedad."
- ✓ Enciclopedia Microsoft Encarta, 2001. "Física"

✓ <http://www.inocar.gov.ec>, 2004. Instituto Oceanográfico de la Armada (INOCAR).

✓ <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/kepler4/kepler4.html>, 2004.

"El descubrimiento de la ley de gravitación universal"

ANEXOS

- A.- CERTIFICADO DE CALIBRACIÓN DEL GRAVIMETRO G-023
- B.- CERTIFICADO DE CALIBRACIÓN DEL GRAVIMETRO G-720
- C.- FORMATO DE UNA PLACA DE LA RGFE.
- D.- FORMATO DE UNA HOJA DE REGISTRO PARA OBSERVACIONES GRAVIMÉTRICAS
- E.- MAPA: CIRCUITOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL – SITUACIÓN PRELIMINAR
- F.- MAPA: CIRCUITOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL – SITUACIÓN ACTUAL

- G.- MAPA: POLÍGONOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL.
- H.- MAPA: POLÍGONOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL CONSIDERADOS PARA SU AJUSTE.
- I.- VALORES PRELIMINARES DE ACELERACIÓN DE GRAVEDAD DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR
- J.- RESUMEN DE ECUACIONES DE LOS METODOS FUNDAMENTALES DE AJUSTE DE OBSERVACIONES POR MINIMOS CUADRADOS.
- K.- PROGRAMA DE AJUSTE DE OBSERVACIONES.
- L.- VALORES DE LOS PESOS DETERMINADOS EN FUNCIÓN DE LA PRECISION DEL VALOR DE g EN CADA ESTACION
- M.- VALORES DE LOS PESOS DETERMINADOS EN FUNCIÓN DEL TIEMPO EXPRESADO EN HORAS
- N.- VALORES DE LOS PESOS DETERMINADOS EN FUNCIÓN DEL TIEMPO EXPRESADO EN DIAS
- O.- MONOGRAFÍAS DE LAS ESTACIONES GRAVIMÉTRICAS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR.
- P.- REPORTE DEL PROCESAMIENTO DE LOS CIRCUITOS EJECUTADOS DURANTE ESTA TESIS.
- Q.- REPORTE DEL PROCESAMIENTO DEL CIRCUITO QUITO-IGSN – QUITO-IGM.

ANEXOS DIGITALES

- A.- CAMPAÑAS GRAVIMÉTRICAS DE LA RGFE (INCLUIDO DATOS DE DENSIFICACION TERCERA CAMPAÑA)
- B.- CAMPAÑAS GRAVIMÉTRICAS DE LA RGFE (UNICAMENTE DATOS DE LA RGFE).
 - Hoja 1.- Datos de la RGFE.
 - Hoja 2.- Determinación de pesos.
 - Hoja 3.- Matrices de pesos.
- C.- FORMATO DE UNA PLACA DE LA RGFE.

- D.- FORMATO DE UNA HOJA DE REGISTRO PARA OBSERVACIONES GRAVIMÉTRICAS.
- E.- MAPA: CIRCUITOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL – SITUACIÓN PRELIMINAR
- F.- MAPA: CIRCUITOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL – SITUACIÓN ACTUAL
- G.- MAPA: POLÍGONOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL.
- H.- MAPA: POLÍGONOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR CONTINENTAL CONSIDERADOS PARA SU AJUSTE.
- I.- VALORES PRELIMINARES DE ACELERACIÓN DE GRAVEDAD DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR
- J.- PROGRAMA DE TRANSFORMACIÓN DE LECTURAS INSTRUMENTALES EN VALORES DE ACELERACIÓN DE GRAVEDAD (GRAVI 96)
- K.- PROGRAMA DE AJUSTE DE OBSERVACIONES.
- M.- REPORTES DEL PROCESAMIENTO DE LOS CIRCUITOS EJECUTADOS DURANTE ESTA TESIS.
- N.- REPORTES DEL PROCESAMIENTO DEL CIRCUITO QUITO-IGSN – QUITO-IGM

ANEXO A

CERTIFICADO DE CALIBRACIÓN DEL GRAVIMETRO

LACOSTE & ROMBERG MODELO G

Número: G – 023
 Temperatura: 50.5 °C
 Calibración: Brasil - Agosto 2003

Línea de lectura: 2.9 (variable)
 Factor de Escala: 1.00057650

Unidades instrumentales	Valor en mGal	Factor de Intervalo	Unidades instrumentales	Valor en mGal	Factor de Intervalo
0	0.00	1.06342	3600	3824.33	1.06236
100	106.34	1.06323	3700	3930.57	1.06236
200	212.66	1.06306	3800	4036.80	1.06236
300	318.97	1.06290	3900	4143.04	1.06235

400	425.26	1.06276	4000	4249.28	1.06233
500	531.54	1.06263	4100	4355.51	1.06231
600	637.80	1.06252	4200	4461.74	1.06227
700	744.05	1.06242	4300	4567.97	1.06223
800	850.29	1.06233	4400	4674.19	1.06218
900	956.53	1.06226	4500	4780.41	1.06213
1000	1062.75	1.06220	4600	4886.62	1.06206
1100	1168.97	1.06214	4700	4992.83	1.06198
1200	1275.19	1.06210	4800	5099.03	1.06190
1300	1381.40	1.06207	4900	5205.21	1.06180
1400	1487.60	1.06204	5000	5311.39	1.06169
1500	1593.81	1.06202	5100	5417.56	1.06157
1600	1700.01	1.06201	5200	5523.72	1.06143
1700	1806.21	1.06201	5300	5629.86	1.06129
1800	1912.41	1.06201	5400	5735.99	1.06113
1900	2018.61	1.06202	5500	5842.10	1.06096
2000	2124.81	1.06203	5600	5948.20	1.06077
2100	2231.02	1.06204	5700	6054.28	1.06057
2200	2337.22	1.06206	5800	6160.33	1.06035
2300	2443.43	1.06209	5900	6266.37	1.06012
2400	2549.64	1.06211	6000	6372.38	1.05988
2500	2655.85	1.06214	6100	6478.37	1.05962
2600	2762.06	1.06216	6200	6584.33	1.05934
2700	2868.28	1.06219	6300	6690.26	1.05904
2800	2974.50	1.06222	6400	6796.17	1.05873
2900	3080.72	1.06224	6500	6902.04	1.05840
3000	3186.94	1.06227	6600	7007.88	1.05806
3100	3293.17	1.06229	6700	7113.69	1.05769
3200	3399.40	1.06231	6800	7219.46	1.05731
3300	3505.63	1.06233	6900	7325.19	1.05691
3400	3611.86	1.06234	7000	7430.88	
3500	3718.10	1.06236			

- Fuente: Departamento de Geodesia, IGM, 2004

ANEXO B

CERTIFICADO DE CALIBRACIÓN DEL GRAVIMETRO

LACOSTE & ROMBERG MODELO G

Número: G – 720

Temperatura: 50.5 °C

Calibración: Brasil - Agosto 2003

Línea de lectura: 1.75 (variable)

Factor de Escala: 1.0005360

Unidades instrumentales	Valor en mGal	Factor de Intervalo	Unidades instrumentales	Valor en mGal	Factor de Intervalo
0	0.00	1.01447	3600	3649.90	1.01474
100	101.45	1.01426	3700	3751.37	1.01482
200	202.87	1.01409	3800	3852.86	1.01485
300	304.28	1.01397	3900	3954.34	1.01497

400	405.68	1.01388	4000	4055.84	1.01506
500	507.07	1.01378	4100	4157.34	1.01512
600	608.45	1.01373	4200	4258.86	1.01520
700	709.82	1.01368	4300	4360.38	1.01526
800	811.19	1.01362	4400	4461.90	1.01532
900	912.55	1.01357	4500	4563.43	1.01537
1000	1013.90	1.01353	4600	4664.97	1.01543
1100	1115.26	1.01352	4700	4766.51	1.01548
1200	1216.61	1.01352	4800	4868.06	1.01551
1300	1317.96	1.01348	4900	4969.61	1.01555
1400	1419.31	1.01348	5000	5071.17	1.01560
1500	1520.66	1.01346	5100	5172.73	1.01564
1600	1622.00	1.01347	5200	5274.29	1.01565
1700	1723.35	1.01348	5300	5375.86	1.01567
1800	1824.70	1.01352	5400	5477.42	1.01567
1900	1926.05	1.01355	5500	5578.99	1.01565
2000	2027.41	1.01360	5600	5680.56	1.01563
2100	2128.77	1.01364	5700	5782.12	1.01556
2200	2230.13	1.01368	5800	5883.68	1.01551
2300	2331.50	1.01374	5900	5985.23	1.01542
2400	2432.87	1.01378	6000	6086.77	1.01534
2500	2534.25	1.01383	6100	6188.30	1.01524
2600	2635.63	1.01389	6200	6289.83	1.01513
2700	2737.02	1.01397	6300	6391.34	1.01502
2800	2838.42	1.01399	6400	6492.84	1.01491
2900	2939.82	1.01413	6500	6594.33	1.01482
3000	3041.23	1.01422	6600	6695.81	1.01470
3100	3142.65	1.01432	6700	6797.28	1.01457
3200	3244.09	1.01441	6800	6898.74	1.01446
3300	3345.53	1.01449	6900	7000.19	1.01432
3400	3446.97	1.01457	7000	7101.62	
3500	3548.43	1.01467			

- Fuente: Departamento de Geodesia, IGM, 2004

ANEXO C

FORMATO DE UNA PLACA DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR



- Fuente: Departamento de Geodesia, IGM, 2004

ANEXO D

FORMATO DE UNA HOJA DE REGISTRO DE OBSERVACIONES

GRAVIMÉTRICAS

- *Fuente: Departamento de Geodesia, IGM, 2004*
- *Las instrucciones para llenar esta hoja se hallan en el Manual de Usuario del Gravi 96 en el Anexo digital J.*

ANEXO E

MAPA

**CIRCUITOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR
CONTINENTAL – SITUACIÓN PRELIMINAR**

ANEXO F

MAPA

**CIRCUITOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR
CONTINENTAL – SITUACIÓN ACTUAL**

ANEXO G

MAPA

**POLÍGONOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL
ECUADOR CONTINENTAL.**

ANEXO H

MAPA

POLÍGONOS DE LA RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL

ANEXO I

RED GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR (Valores preliminares)

Nombre	Código	Latitud (WGS 84)			Longitud (WGS 84)			Valor medio (mGal)	Desviación Std. (+/-)
		Grad.	Min.	Seg.	Grad.	Min.	Seg.		
Baeza	8060603	- 0	27	53	- 77	53	28	977452.63	0.0221
Balzar	8059942	- 1	22	3	- 79	54	31	978060.12	0.0156
Baltra faro	8060609	- 0	26	13	- 90	17	13	978062.86	0.0329
Coca	8060606	- 0	27	45	- 76	59	10	977923.30	0.0167
Cuenca	8060589	- 2	53	25	- 78	59	15	977303.38	0.0271

Flavio Alfaro	8060604	- 0	24	25	- 79	54	20	977983.49	0.0469
Guayaquil	8059943	- 2	16	16	- 79	54	20	978078.52	0.0208
Guayaquil-Bellavista	8060593	- 2	10	58	- 79	54	53	978091.68	0.0198
Hualtaco	8060590	- 3	26	58	- 80	13	38	977964.42	0.0374
Ibarra	8059936	+ 0	14	50	- 78	30	28	977380.35	0.0247
Lago Agrio	8060605	+ 0	5	34	- 76	51	58	977918.60	0.0242
Latacunga	8060587	- 0	55	45	- 78	36	42	977211.13	0.0271
La Toma	8060591	- 3	59	49	- 79	22	13	977626.22	0.0460
Libertad	8059944	- 2	13	12	- 80	54	18	978096.05	0.0271
Lita	8059938	+ 0	52	13	- 78	26	53	977931.74	0.0370
Lorocachi	8060597	- 1	36	46	- 75	59	13	977966.84	0.0271
Macará	8060592	- 4	22	45	- 79	56	34	977989.65	0.0313
Macas	8060601	- 2	18	11	- 78	7	15	977701.11	0.0403
Montalvo	8060598	- 2	4	9	- 76	58	55	977916.56	0.0255
Payacocha	8060607	- 0	26	58	- 76	4	16	977981.73	0.0236
Progreso	8059945	- 2	24	39	- 80	21	56	977936.40	0.0383
Quevedo	8059941	- 0	59	59	- 79	28	0	977980.83	0.0370
Quinindé	8059940	+ 0	19	39	- 79	28	32	977974.80	0.0140
Quito-IGM	8059935	- 0	14	48	- 78	30	25	977245.61	0.0264
Riobamba	8060588	- 1	40	20	- 78	38	53	977291.84	0.0128
Santa Cruz	8060610	- 0	44	21	- 90	18	45	978080.01	0.0334
Santiago	8060600	- 3	2	57	- 78	0	37	977882.32	0.3830
Santo Domingo	8059939	- 0	14	56	- 79	9	18	977932.46	0.3830
Sto. Domingo-Cuartel	8060594	- 0	16	26	- 79	6	5	977895.42	0.0198
Shell	8060595	- 1	30	16	- 78	3	56	977675.92	0.0361
Taisha	8060599	- 2	22	51	- 77	30	11	977869.51	0.0000
Tena	8060602	- 0	59	30	- 77	49	1	977812.17	0.0442
Tulcán	8059937	+ 0	48	43	- 77	42	19	977239.24	0.0313
Quito IGSN-71 ***	0969863	- 0	12	54	- 78	30	10	977263.179	0.011

Babahoyo +	5000016	- 1	47	56	- 79	31	56	978064.46*	0.0313*	978064.55**
Zamora +	67	- 4	3	17	- 78	55	55	977707.29*	0.0255*	977707.35**
Loja +	68	- 3	59	49	- 79	12	6	977442.71*	0.0354*	977442.77**
Puná +	5000021	- 2	22	42	- 79	54	47	977912.70*	0.0510*	977912.81**
San Lorenzo +	5000118	+ 1	11	29	- 78	45	31	978030.88*	0.1183*	978030.88**
Esmeraldas +	5000119	+ 0	59	21	- 79	37	35	978047.17*	0.1190*	978047.15**

* Procesado por IGM, Ecuador

+ Estaciones anexas a la red fundamental

** Procesado por IBGE-USP, Brasil

*** Datum de referencia de la RGFE

Fuente: Departamento de Geodesia, IGM, 2004

ANEXO J

METODOS FUNDAMENTALES DE AJUSTE DE OBSERVACIONES POR MINIMOS CUADRADOS

Resumen de Ecuaciones

	Paramétrico	Correlatos	Combinado
Modelo matemático	$L_a = F(X_a)$	$F(L_a) = 0$	$F(X_a, L_a) = 0$
Modelo linealizado	$A X + L = V$	$B V + W = 0$	$B V + A X + W = 0$
Matriz de pesos	$P = \sigma_o^2 \sum L_b^{-1}$	$P = \sigma_o^2 \sum L_b^{-1}$	$P = \sigma_o^2 \sum L_b^{-1}$
Ecuaciones normales	$N X + U = 0$ $N = A^T P A$ $U = A^T P L$	$M K + W = 0$ $M = B P^{-1} B^T$	$M K + A X + W = 0$ $M = B P^{-1} B^T$
Valor aproximado de los parámetros	X_o $L_o = F(X_o)$		X_o
Función de valores observados	$L = L_o - L_b$	$W = F(L_b)$	$W = F(L_b)$
Matriz de las derivadas parciales	$A = \left. \begin{array}{c} dF \\ \hline dX_a \end{array} \right _{X_o}$	$B = \left. \begin{array}{c} dF \\ \hline dL_b \end{array} \right _{L_b}$	$A = \left. \begin{array}{c} dF \\ \hline dX_a \end{array} \right _{X_o}; B = \left. \begin{array}{c} dF \\ \hline dL_b \end{array} \right _{L_b}$
Corrección de los parámetros	$X = -N^{-1} U$		$X = -(A^T M^{-1} A)^{-1} * A^T M^{-1} W$
Parámetros ajustados	$X_a = X_o + X$		$X_a = X_o + X$
Correlatos		$K = -M^{-1} W$	$K = -M^{-1} (A X + W)$
Corrección de los valores observados		$V = P^{-1} B^T K$	$V = P^{-1} B^T K$
Valores observados ajustados	$L_a = F(X_a)$	$L_a = L_b + V$	$L_a = L_b + V$
Varianza de unidad de peso a posteriori	$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^T P V}{n - u}$	$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^T P V}{r}$	$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^T P V}{r - u}$
$V^T P V$	$X^T U + L^T P L$	$-K^T W$	$-K^T W$
MVC	$\sum X_a = \sigma_o^2 N^{-1}$ $\sum L_a = \sigma_o^2 A N^{-1} A^T$	$\sum L_a = \sum L_b [I - B^T M^{-1} B P^{-1}]$ $\sum V = \sigma_o^2 P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1}$	$\sum X_a = (A^T M^{-1} A)^{-1}$ $\sum X = (A^T M^{-1} A)^{-1}$
$n = n_o$. valores observados	$r = n_o$. ecuaciones de condición		$u = n_o$. parámetros

- Fuente: Gemael, 2004

ANEXO K

PROGRAMA

AJUSTE DE OBSERVACIONES

ANEXO L

**VALORES DE LOS PESOS DETERMINADOS EN FUNCIÓN DE LA
PRECISION DEL VALOR DE g EN CADA ESTACION**

ANEXO M

**V ALORES DE LOS PESOS DETERMINADOS EN FUNCIÓN DEL
TIEMPO EXPRESADO EN HORAS**

ANEXO N

**V ALORES DE LOS PESOS DETERMINADOS EN FUNCIÓN DEL
TIEMPO EXPRESADO EN DIAS**

ANEXO 0

**MONOGRAFÍAS DE LAS ESTACIONES GRAVIMÉTRICAS DE LA RED
GRAVIMÉTRICA FUNDAMENTAL DEL ECUADOR.**

ANEXO P

**REPORTES DEL PROCESAMIENTO DE LOS CIRCUITOS EJECUTADOS
DURANTE ESTA TESIS.**

ANEXO Q

REPORTES DEL PROCESAMIENTO DEL CIRCUITO
QUITO-IGSN – QUITO-IGM.