



ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO

**CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA
Y DEL MEDIO AMBIENTE**

**PROYECTO DE GRADO PARA LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE:**

INGENIERO GEÓGRAFO Y DEL MEDIO AMBIENTE

**“ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM08, KMS02 Y
DTMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE
GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA
ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS
LONGITUDES 81°W Y 78°W”**

REALIZADO POR:

ISRAEL PATRICIO ESPINOSA GUTIÉRREZ

SANGOLQUÍ – ECUADOR

MAYO 2009

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr. Israel Patricio Espinosa Gutiérrez y que ha cumplido con los requerimientos establecidos para un proyecto de tesis como documento previo a la obtención del título de Ingeniero Geógrafo y del Medio Ambiente.

Sangolquí, mayo de 2009

Dr. Alfonso Tierra C.
DIRECTOR

Ing. Alexander Robayo N.
CODIRECTOR

RESUMEN

La actualización constante de tecnologías y herramientas tanto instrumentales como geomáticas, permiten la creación y mejoramiento de modelos geopotenciales así como también del terreno, proporcionando así, avances magnánimos en las innumerables investigaciones que tienen relación con la forma y mediciones, que se dan sobre la superficie terrestre.

Debido a estos adelantos, se presentan el modelo geopotencial EGM2008, que a diferencia de su homólogo EGM96, posee dos grupos de coeficientes: el primero de grado y orden 2190 y el segundo, de grado y orden 2160. Conjuntamente con este modelo, se toman a consideración las anomalías de aire libre para los océanos, presentes en el modelo KMS2002 y finalmente la combinación de estos modelos gravitacionales con el DTMECU (Modelo Digital del Terreno para Ecuador) a escala 1:50 000.

Con dichos modelos, el Cálculo del Geoide Gravimétrico Local, ofrece mejor calidad en la relación existente entre el geoide y el elipsoide de referencia, al incluir en su proceso (mediante la técnica *Remove-Restore*), el efecto indirecto, ondulaciones geoidales residuales, utilizando la Fórmula de Stokes y las ondulaciones geoidales logradas a partir del modelo EGM2008. Se contribuye de este modo, en la transformación de alturas geodésicas basadas en un elipsoide de referencia y alturas ortométricas referidas al geoide, utilizadas en diversos estudios de carácter temático.

ABSTRACT

Constant upgrades in technology and tools, for geomatics and instrumental stuffs, allow creation and improving of geopotential models, as well as terrain models, getting this way a great progress in innumerable investigations, related to shape and measure over land surface.

Due these advances, EGM2008 model is shown with increasingly better performance than its homologous EGM96, having two coefficient groups: first one complete to degree and order 2190 and the second one, complete to degree and order 2160. Jointly with this model, free air anomalies for ocean of KMS2002 model are taking in mind and finally the mixture of these models with DTMECU (Digital Terrain Model of Ecuador) at scale 1:50 000.

With these models, the Local Gravimetric Geoid Calculation gives better quality to geoid and reference ellipsoid relation, including in its process (using *Remove-Restore* technique), indirect effect of topography, residual geoid undulations gotten by Stokes Formula and geoid undulations calculated from EGM2008 model. Therefore, transformations with geodetic heights based on a reference ellipsoid and orthometric heights with reference to geoid are improved and ready for many thematic uses.

DEDICATORIA

“Y LOS JÓVENES.... (YO ENTRE ELLOS), PERO DE LOS JÓVENES, TENEMOS QUE ESTUDIAR Y ESTUDIAR FUERTE. PARA NOSOTROS NO HAY ESO DE QUE: - LA VISTA ME DUELE, QUE NO ME ENTRA LA LECTURA, QUE SE ME CANSA, QUE NO HAY..., QUE TENGO MUCHAS GUARDIAS, QUE LOS NIÑOS NO ME DEJAN DORMIR – TODAS ESAS COSAS QUE ANDAN POR AHÍ SUELTAS. HAY QUE ESTUDIAR DE TODAS, TODAS....”

ERNESTO “CHE” GUEVARA

Luego de haber concluido con uno de los objetivos más importantes de mi vida académica, quiero dedicar este trabajo a:

- A Dios que guía mi camino en todos los pasos que doy por la vida.
- A mi padre Patricio por su apoyo, consejos y por haber dado solución a todas las necesidades que durante mi vida se han presentado.
- A mi madre Rocío por siempre apoyarme en todos los momentos de mi vida, con su amor, ternura y sobre todo con su ejemplo, además de consejos que han llenado siempre mi vida de sosiego.
- A mi hermano Andy Josué por brindarme su apoyo, cariño y sobre todo su admiración.
- A mis hijas Romina Michelle y Rafaela Valentina, que son mi vida, el motivo de mi superación, felicidad y llenan de amor todos los días de mi vida.
- A mis bisabuelitos Claudio (+) y Rosario (+), quienes me demostraron desde el primer día de mi existencia, su cariño, su amor, así como la humildad y sencillez que debe caracterizar a un ser humano.
- A mis abuelitos Matías y Florita, que han estado pendientes de mi en cada etapa de la vida y que además comparten mi felicidad al concluir con este sueño tan ambicioso que tuve desde niño.

- A mis abuelitos Oliva y Guillermo que siempre han creído en mi y me han dado todo su apoyo.
- A Gabriela por ser la compañera que no solamente estuvo en mi vida universitaria, sino que también ha sido un ejemplo a seguir día tras día desde que la conocí, ha estado conmigo en los momentos difíciles y gracias a ella, se vuelven felices con su ternura, amor y entrega.

AGRADECIMIENTOS

- A mis tíos Hitler y Mónica, quienes creyeron en mi desde un inicio y gracias a ellos pude iniciar mi carrera universitaria.
- A mis tíos Servio y Mirian, además de mis primos Nayo, Andrés y Nicole por abrirme las puertas de su casa y brindarme su apoyo incondicionalmente.
- Al Ingeniero Felipe Zamora, con quien compartimos toda nuestra vida universitaria en la residencia politécnica, disfrutando momentos buenos y tratando de hacer llevaderos los momentos malos.
- Al Dr. Alfonso Tierra por sus conocimientos brindados tanto en clases como en el día a día, mientras se ejecutó el presente proyecto, que han beneficiado a sobremanera tanto el desempeño como la culminación del mismo, además le agradezco por permitirme ver que los únicos obstáculos que pueden existir, son los que se pone uno mismo.
- Al Ing. Alexander Robayo quien supo brindarme su apoyo y conocimientos, de una manera desinteresada, durante la época estudiantil y a través de todas las etapas de este proyecto.
- A los Ingenieros Eduardo Kirby, Pablo Ordoñez y Mario Jijón, por su tiempo y colaboración desinteresada, que si lugar a dudas fue un pilar fundamental en el desarrollo del presente proyecto.
- A los Ingenieros Iván Medina, Oswaldo Padilla, Guillermo Beltrán además del Sr. Carlos Álvarez por apoyarme siempre, dando solución a cualquier inquietud que pudiera presentarse.
- Al Ing. Alberto Andrade por su tiempo, paciencia y sobre todo por la guía que brindo al proyecto.

- A Ole Andersen del Instituto Nacional Espacial de la Universidad Técnica de Dinamarca, por colaborar con su tiempo y experiencia en los cálculos de anomalías de aire libre para el Océano Pacífico, en la zona comprendida dentro de los límites del área de influencia del presente proyecto.
- A mi querida flaca Karlita, por siempre brindarme su valiosa amistad así como también darme los ánimos suficientes para seguir adelante.
- A mis queridos amigos David y Fabio, compañeros entrañables con quienes compartimos muchos momentos inolvidables durante toda la carrera y siempre estuvieron prestos, a brindarme su ayuda y amistad sincera sin esperar nada a cambio.
- Al Departamento de Geodesia del IGM, especialmente al Ing. Patricio Zurita, por haber colaborado con valiosa información para el proyecto.
- A los encargados de la recepción de la Residencia Politécnica de la ESPE, Roberto, Jairo, Marcelo, Juanito y Vinicio, por haber colaborado siempre con el hospedaje y brindarme su mano durante todos estos años de estudio.
- A mis buenos amigos de la Residencia: Felipe, Luis y Jonathan por siempre estar conmigo en los momentos buenos y malos, ayudándome con consejos además de acompañarme en mis momentos de soledad, tristeza y alegría, durante mi vida estudiantil universitaria.
- A los Ingenieros Edgar Gonzalo Peñaherrera y Juan Carlos Peñaherrera, por brindarnos su amistad y ayuda desinteresada a mi padre y a mí.

PRÓLOGO

En el afán por mejorar la precisión del cálculo del geoide para el Ecuador, el cual incide directamente sobre la altura ortométrica (altura semejante a la altura nivelada), así como también la consideración de datos de anomalías de aire libre para las zonas costeras, se incluyen los modelos EGM2008 y KMS2002 en el Cálculo del Geoide Gravimétrico.

Se hace necesaria entonces, la adición de una componente geoidal regional, obtenida a partir de la evaluación de las anomalías gravimétricas superficiales a través de la Fórmula de Stokes (Sánchez et. al, 1999), la cual refina las magnitudes de las ondulaciones y considera la influencia gravitacional de rasgos geológicos regionales presentes sobre la superficie.

Se incluye de la misma forma el DTMECU (Modelo Digital del Terreno de Ecuador) para vincular, los puntos con su respectiva latitud, longitud, altura nivelada y lecturas de gravedad, a los modelos gravimétricos y valores de densidad media, aplicados en el cálculo de ondulaciones geoidales, obtenidos mediante la técnica *remove-restore*.

De acuerdo a las recomendaciones de Jijón M., 2008, se indica que para mejorar la precisión del Geoide es necesario tener nuevos modelos geoidales del campo gravitacional terrestre, como es el caso del EGM2008, recientemente disponible. De igual manera se requiere de un modelo de anomalías de aire libre en la costa ecuatoriana para el cálculo, por lo cual, se utilizará el KMS2002. Y por último, la utilización del DTMECU a escala 1:50 000.

Con ésta nueva información adquirida, se realizarán análisis de estos modelos para determinar la mejora en el cálculo de las ondulaciones geoidales, comparándolos con el EGM96 y SRTM.

ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIÓN.....	II
RESUMEN.....	III
ABSTRACT.....	IV
DEDICATORIA.....	V
AGRADECIMIENTOS.....	VII
PRÓLOGO.....	IX
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	X
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XIV
ÍNDICE DE TABLAS.....	XV
GLOSARIO.....	XVII

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN	1
--------------	---

CAPÍTULO II

2.1 SUPERFICIES DE REFERENCIA.....	5
2.1.1 Superficie física de la Tierra.....	5
2.1.2 Elipsoide.....	6
2.1.3 Geoide.....	8
2.1.4 El Nivel Medio de los Mares.....	9
2.2 ELEMENTOS TEÓRICOS DE LA GRAVEDAD.....	11
2.2.1 Fuerza de Atracción.....	11
2.2.2 Campo de Gravedad Terrestre.....	12
2.2.3 Fuerza Centrífuga, Gravitacional y de la Gravedad.....	16
2.2.4 Potencial de Gravedad.....	19
2.2.5 Campo de Gravedad de la Tierra Real.....	20
2.2.5.1 Geopotencial.....	21

2.2.6	Campo de Gravedad de la Tierra Normal.....	23
2.2.6.1	Esferopotencial.....	24
2.2.6.2	Potencial Perturbador.....	25
2.3	ANOMALÍAS DE LA GRAVEDAD.....	26
2.3.1	Reducción de la Gravedad.....	28
2.3.2	Anomalía de Aire Libre.....	28
2.3.3	Anomalía de Bouguer Completa.....	31
2.3.3.1	Lámina de Bouguer.....	31
2.3.3.2	Corrección del Terreno.....	33
2.3.3.2.1	Método de Prismas.....	35
2.3.3.3	Isostasia.....	36
2.3.3.4	Sistema Pratt-Hayford.....	37
2.3.4	Reducciones Isostáticas.....	39
2.3.4.1	Segunda Condensación de Helmert.....	40
2.3.4.2	Efecto Indirecto de la Topografía.....	41
2.4	MODELOS GEOPOTENCIALES.....	43
2.4.1	Earth Gravitational Model 2008.....	43
2.4.2	KMS2002.....	45
2.4.3	Fórmula de Stokes.....	46
2.4.3.1	Integración Numérica.....	47
2.4.4	Técnica Remove-Restore.....	50
2.4.4.1	Remove.....	50
2.4.4.2	Restore.....	51
2.5	MODELO DIGITAL DEL TERRENO DTMECU.....	52
2.6	SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL POR SATÉLITES.....	54
2.6.1	Principios Fundamentales.....	54
2.6.2	Principios Básicos del GPS.....	56
2.6.2.1	Principio Básico de Posicionamiento por con el Sistema NAVSTAR-GPS.....	56
2.6.2.2	Segmentos del Sistema.....	57
2.6.2.2.1	Espacial.....	58
2.6.2.2.2	De Control.....	58
2.6.2.2.3	De Usuario.....	59
2.6.2.3	Señales Transmitidas por el Satélite.....	60
2.6.2.3.1	Por Códigos.....	60

2.6.2.3.2	De la Portadora.....	61
2.6.2.3.3	De mensaje de Navegación.....	61
2.6.2.4	Método de Corrección Diferencial.....	62
2.6.2.5	Principios Básicos de la Nivelación Geométrica.....	63

CAPITULO III

3.1	EVALUACIÓN DE LA INFORMACIÓN EXISTENTE.....	64
3.2	EVALUACIÓN DE LOS MODELOS GEOPOTENCIALES.....	64
3.2.1	Evaluación entre los modelos EGM96 y EGM08.....	65
3.2.2	Evaluación entre el modelo EGM elegido con el modelo KMS02.....	65
3.3	METODOLOGÍA PARA EVALUAR LOS MODELOS GEOPOTENCIALES CON LOS MODELOS DE TERRENO.....	66
3.3.1	Evaluación de los Modelos Geopotenciales con los DTM's.....	66
3.4	CÁLCULO DE LA ANOMALÍA RESULTANTE DE LA CONDENSACIÓN DE HELMERT.....	66
3.5	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES UTILIZANDO LOS MODELOS GRAVITACIONALES EGM96 y EGM08.....	67
3.6	CÁLCULO DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES...	68
3.7	CÁLCULO DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES DE LA ZONA DE ESTUDIO MEDIANTE EL MÉTODO REMOVE-RESTORE.....	69
3.8	EVALUACIÓN ABSOLUTA DEL MODELO GEOIDAL SELECCIONADO.....	70
3.9	GENERACIÓN DE MALLAS GRAVIMÉTRICAS.....	70
3.10	GENERACIÓN DEL MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES.....	71

CAPITULO IV

4.1	CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN ENTRE LOS MODELOS GRAVITACIONALES.....	72
4.2	CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN ENTRE LOS MODELOS GRAVITACIONALES Y LOS MODELOS DE TERRENO.....	75
4.3	CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE.....	78
4.4	RESULTADOS DE LA CORRECCIÓN POR TERRENO.....	80
4.5	CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD EFECTO TOPOGRÁFICO.....	82

4.6	CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA ANOMALÍA RESULTANTE DE LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT.....	84
4.7	CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES A PARTIR DEL MODELO GEOPOTENCIAL EGM SELECCIONADO.....	87
4.8	CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS RESIDUALES.....	89
4.9	CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES RESPECTO AL CO-GEOIDE.....	91
4.10	CÁLCULOS Y RESULTADOS DEL EFECTO TOPOGRÁFICO.....	97
4.11	RESULTADOS DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DEL ÁREA DE ESTUDIO.....	99
4.12	EVALUACIÓN ABSOLUTA DEL MODELO GEOIDAL USANDO DATOS GPS CON NIVELACIÓN GEOMÉTRICA.....	105

CAPITULO V

5.1	CONCLUSIONES.....	110
5.2	RECOMENDACIONES.....	112

ANEXOS

ANEXO A.....	114
ANEXO B.....	116
ANEXO C.....	118
ANEXO D.....	120
ANEXO E.....	122
ANEXO F.....	124
ANEXO G.....	126
ANEXO H.....	128
ANEXO I.....	130
ANEXO J.....	132
ANEXO K.....	134
ANEXO L.....	136
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	140

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Superficies Físicas de la Tierra.....	6
Figura 2.2	Elipse y sus elementos.....	6
Figura 2.3	Planos Principales del Elipsoide de Referencia.....	7
Figura 2.4	Representación de las Superficies de Referencia.....	9
Figura 2.5	Relación entre las Superficies de Referencia y la Superficie Terrestre.....	9
Figura 2.6	Alturas.....	11
Figura 2.7	Atracción de Masas.....	11
Figura 2.8	Atracción gravitacional entre dos cuerpos.....	13
Figura 2.9	Atracción gravitacional de un cuerpo.....	14
Figura 2.10	Fuerza centrífuga.....	17
Figura 2.11	Fuerza de la gravedad.....	18
Figura 2.12	Atracción gravitacional.....	20
Figura 2.13	Desviaciones del campo de gravedad de la tierra respecto del campo normal.....	26
Figura 2.14	Anomalía de Gravedad.....	27
Figura 2.15	Lámina de Bouguer.....	32
Figura 2.16	Corrección del Terreno.....	34
Figura 2.17	Métodos de prismas.....	36
Figura 2.18	Modelo de Pratt-Hayford.....	38
Figura 2.19	Modelo de condensación de Helmert.....	40
Figura 2.20	Comparación entre el geoide y co-geoide.....	41
Figura 2.21	Modelo Geoidal de la Tierra EGM2008.....	45
Figura 2.22	Campo de Gravedad Global Marino, KMS02.....	46
Figura 2.23	DTM (<i>Modelo Digital del Terreno</i>).....	52
Figura 2.24	DTMECU a escala 1:50.000.....	53
Figura 2.25	Esquema de la constelación NAVSTAR.....	55
Figura 2.26	Básico de Posicionamiento con el NAVSTAR – GPS.....	56
Figura 2.27	Intersección de las Pseudo-Distancias provenientes de 3 satélites.....	57
Figura 2.28	Sistema de Posicionamiento Global (GPS), Red de Estaciones de Control Principal y de Monitoreo.....	59
Figura 2.29	Nivelación Geométrica.....	63

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1	Parámetros del elipsoide WGS-84.....	8
Tabla 4.1	Datos necesarios para la evaluación entre los modelos EGM96, EGM08 y Ondulaciones Geoidales Teóricas.....	72
Tabla 4.2	Diferencia entre los modelos EGM96, EGM08 y Ondulaciones Geoidales Teóricas.....	73
Tabla 4.3	Estadísticas para los valores de la evaluación entre los modelos EGM96, EGM08 y Ondulaciones Teóricas.....	75
Tabla 4.4	Valores para la evaluación entre los modelos DTMECU y SRTM.....	75
Tabla 4.5	Estadísticas para los valores de la evaluación entre los modelos DTMECU y SRTM.....	77
Tabla 4.6	Anomalías de la Gravedad (Aire libre).....	78
Tabla 4.7	Estadísticas para las Anomalías de Aire Libre.....	79
Tabla 4.8	Parámetros para generación de grillas en el programa <i>SELECTE.exe</i>	80
Tabla 4.9	Corrección por Terreno para los modelos SRTM y DTMECU.....	80
Tabla 4.10	Estadísticas para la Corrección por Terreno de los modelos SRTM y DTMECU.....	81
Tabla 4.11	Anomalías de la Gravedad (Efecto Topográfico).....	82
Tabla 4.12	Estadísticas para las Anomalías de la gravedad debido al Efecto Indirecto.....	83
Tabla 4.13	Anomalía Resultante de la Segunda Condensación de Helmert (SRTM).....	84
Tabla 4.14	Anomalía Resultante de la Segunda Condensación de Helmert (DTMECU)....	85
Tabla 4.15	Estadísticas para los valores de la Segunda Condensación de Helmert, calculada a partir de los modelos SRTM y DTMECU.....	87
Tabla 4.16	Anomalías de la Gravedad y Ondulaciones Geoidales a partir de los modelos EGM96 y EGM08.....	87
Tabla 4.17	Estadísticas para las Anomalías de la Gravedad y Ondulaciones Geoidales a partir de los modelos EGM96 y EGM08.....	88
Tabla 4.18	Anomalías Residuales calculadas a partir de los modelos EGM96, KMS02, SRTM y DTMECU.....	89
Tabla 4.19	Estadísticas para las Anomalías Residuales calculadas a partir de los modelos EGM96, EGM08, KMS02, SRTM y DTMECU.....	90
Tabla 4.20	Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM96, KMS02 y SRTM.....	91
Tabla 4.21	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM96, KMS02 y SRTM.....	92
Tabla 4.22	Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM08, KMS02 y SRTM.....	92
Tabla 4.23	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM.....	94
Tabla 4.24	Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM96, KMS02 y DTMECU.....	94
Tabla 4.25	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM96, KMS02 y DTMECU.....	95

Tabla 4.26	Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM08, KMS02 y DTMECU.....	95
Tabla 4.27	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM08, KMS02 y DTMECU.....	96
Tabla 4.28	Efecto Indirecto.....	97
Tabla 4.29	Estadísticas para el Efecto Indirecto en el área de estudio.....	98
Tabla 4.30	Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 y SRTM.....	99
Tabla 4.31	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 y SRTM.....	100
Tabla 4.32	Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM.....	101
Tabla 4.33	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 y SRTM.....	102
Tabla 4.34	Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 Y DTMECU.....	102
Tabla 4.35	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 y DTMECU.....	103
Tabla 4.36	Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 Y DTMECU.....	103
Tabla 4.37	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 y DTMECU.....	105
Tabla 4.38	Diferencias entre Ondulaciones Geoidales Teóricas y Ondulaciones Geoidales obtenidas a partir de los modelos EGM96, KMS02 y SRTM.....	105
Tabla 4.39	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 y SRTM.....	106
Tabla 4.40	Diferencias entre Ondulaciones Geoidales Teóricas y Ondulaciones Geoidales obtenidas a partir de los modelos EGM08, KMS02 y SRTM.....	106
Tabla 4.41	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 y SRTM.....	107
Tabla 4.42	Diferencias entre Ondulaciones Geoidales Teóricas y Ondulaciones Geoidales obtenidas a partir de los modelos EGM96, KMS02 y DTMECU.....	107
Tabla 4.43	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 y DTMECU.....	107
Tabla 4.44	Diferencias entre Ondulaciones Geoidales Teóricas y Ondulaciones Geoidales obtenidas a partir de los modelos EGM08, KMS02 Y DTMECU.....	108
Tabla 4.45	Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 y SRTM.....	108

GLOSARIO

Accidente Geográfico

Variación del terreno, que comprende características tales como elevación, pendiente, orientación, estratificación, exposición de roca y tipo de suelo.

Altura Elipsoidal

Medida de la distancia de un punto terrestre a la superficie de un elipsoide de referencia.

Altura Ortométrica

Medida de la distancia de un punto terrestre al geoide, según la línea de la plomada.

Anomalía de la Gravedad

Definida como la diferencia entre la gravedad real (sobre el Geoide) y la gravedad normal (sobre el elipsoide de referencia).

CIE

Centro de Investigaciones Espaciales, dependencia encargada de realizar estudios en las ciencias y tecnologías espaciales dependiente de la Escuela Politécnica del Ejército (Sangolquí-Ecuador).

Código C/A

Modulado sobre la señal GPS L1. Se trata de una secuencia de 1023 bits generados con una frecuencia de 1023 MHz (millones de bits por segundo), por lo que se repite íntegramente cada milisegundo. En otras palabras, es una serie ordenada de dígitos binarios (0 y 1) modulada sobre la señal según un patrón propio de cada satélite. Esto se traduce en un ruido electrónico con apariencia azarosa, por eso se lo llama Pseudo Random Noise o PRN.

Código P

Código protegido de la señal GPS, usado normalmente por los receptores militares o usuarios autorizados por el DoD. Difundida en 10.23 MHz, se trata de una secuencia binaria muy larga (1024 bits) modulada sobre una portadora GPS, la cual se repite cada 267 días.

Co-latitud Geocéntrica

Ángulo comprendido entre el eje Z y la distancia geocéntrica (r).

Constelación de satélites

Conjunto de satélites que realizan un trabajo conjunto.

Coordenadas Geodésicas

Coordenadas que determinan la situación espacial de un punto, mediante sus coordenadas geográficas (latitud y longitud), acompañadas de la altura sobre el elipsoide.

Coordenadas Planas

Números reales X , Y representativos de la posición de un punto P de la Tierra, en relación a dos ejes mutuamente perpendiculares que se intersecan en un punto común a un origen. También se las reconoce como las componentes rectangulares del vector que identifica a P .

Datos Continuos

Son aquellos que surgen cuando se mide alguna característica. Es decir, toman al menos teóricamente cualquier valor dentro de un intervalo.

Datos Discretos

Son aquellos que surgen por el procedimiento de conteo. Es decir los datos discretos toman valores finitos.

Dátum Geodésico

Modelo matemático diseñado para el óptimo ajuste de una parte o de todo el geoide. Queda definido por un elipsoide y por la relación entre éste y un punto sobre la superficie topográfica escogido como origen del dátum. Dicha relación se define, general pero no necesariamente, mediante seis magnitudes: latitud, longitud geodésicas y altitud ortométrica del origen, las dos componentes de la desviación relativa de la vertical en el origen y el acimut geodésico de una dirección desde el origen a cualquier otro punto. GPS utiliza WGS-84.

Dátum Vertical

Medida utilizada como base para referenciar la elevación. Para cumplir este fin, el mareógrafo ubicado en la Libertad, Provincia de Santa Elena, establecido inicialmente por el Instituto Oceanográfico de la Armada (INOCAR), en 1948 y monitoreado continuamente durante 20 años, con control diario a fin de prevenir efectos por fenómenos naturales, es considerado como dátum vertical para todo el territorio ecuatoriano.

EGM08

Earth Gravitational Model, es un modelo gravitacional de la superficie terrestre, que posee armónicos esféricos al grado y orden 2159, contiene además coeficientes adicionales extendidos al grado 2159 y orden 2159, publicado por la Agencia de Inteligencia Geoespacial Nacional de Estados Unidos (NGA)

Elipsoide de Referencia

Es aquel que mejor se ajusta a la superficie de un área concreta y su nombre dependerá de su creador.

ERM

Environmental Resources Management, es una de las más grandes consultoras de manejo ambiental, con alrededor 135 oficinas en más de 40 países.

ERS

European Remote Sensing Satellite, primer satélite de observación de la Tierra lanzado por la Agencia Espacial Europea (ESA), el 17 de julio de 1991, encargado de medir temperaturas en la superficie del mar y en la cima de las nubes, así como también el estudio de vientos.

Esféricos Armónicos

Son funciones armónicas que representan la variación espacial de un conjunto ortogonal de soluciones de la ecuación de Laplace cuando la solución se expresa en coordenadas esféricas.

Excentricidad

Parámetro que determina el grado de desviación de una sección cónica con respecto a una circunferencia. Es un parámetro importante en la definición de las elipses.

Extrapolación

Proceso de construir nuevos puntos de datos a partir de un conjunto discreto de puntos conocidos. Es similar al proceso de interpolación, que construye nuevos puntos entre puntos conocidos, pero a diferencia de este sus resultados son menos significativos, y están sujetos a mayor incertidumbre.

FFT

Fast Fourier Transform, es la transformada rápida de Fourier, misma que permite calcular la transformada de Fourier discreta (DFT) y su inversa.

Geocentro

Centro de masas de la Tierra, incluida la atmósfera.

Geodesia

Ciencia que estudia la forma, dimensiones y campo gravitatorio externo de la Tierra o parte de ella, y sus variaciones temporales.

Geodesia Física

Es la rama de la Geodesia Superior en la que se considera la teoría física del estudio de la figura de la Tierra y de su campo gravitacional. Como objetivo tiene la determinación de los parámetros del elipsoide terrestre, el estudio de las desviaciones con respecto a su superficie y los cálculos del potencial de la fuerza de gravedad terrestre.

Geoide

Es la superficie de nivel, equipotencial en el campo de la gravedad, que adopta la forma de esferoide irregular tridimensional. Debido a que depende de la distribución de masas en el interior de la Tierra, es imposible de representar matemáticamente. Para ello se utiliza el elipsoide de referencia que más se le aproxime o ajuste.

GPS

Global Positioning System, sistema de posicionamiento global, que permite determinar en todo el mundo la posición de un objeto, persona, vehículo o nave, con una precisión de hasta centímetros, usando GPS diferencial, aunque lo habitual son unos pocos metros.

Interpolación

Es el cálculo del valor aproximado de una magnitud en un intervalo, cuando se conocen algunos de los valores que toma a uno y otro lado de dicho intervalo.

KMS02

Kort og Matrikelstyrelsen 2002, modelo del campo de gravedad global marino, el cual toma en cuenta batimetría (equivalente submarino de la altimetría) y el nivel medio de los mares, que ofrece anomalías de aire libre para los océanos.

L1 y L2

Señales radiadas por cada satélite de la constelación GPS. L1 a 1575.42 MHz, está modelada con los códigos C/A y P, a los que se le suma el mensaje de

navegación. L2 en 1227.60MHz, sólo porta el código P y el mensaje de navegación.

Latitud (φ)

Es la Distancia angular entre el paralelo de un lugar y el Ecuador, se expresa en grados, minutos y segundos de arco, dicha distancia se mide de 0° a 90° hacia el norte o el sur.

Leyes de Kepler

Explican el movimiento de los planetas en sus órbitas alrededor del Sol.

Longitud (λ)

Es la distancia angular entre el meridiano de un lugar y el de Greenwich, expresada en las mismas unidades que la latitud y se mide de 0° a 180° hacia el este o hacia el oeste desde el meridiano de Greenwich.

Modelo Digital de Elevaciones (MDE)

Es una estructura numérica de datos que representa la distribución espacial de una variable cuantitativa y continua, en este caso, la cota o altura del terreno

Modelo

Resultado del proceso de generar una representación abstracta, conceptual, gráfica o visual (ver, por ejemplo: mapa conceptual), física, matemática, de fenómenos, sistemas o procesos a fin de analizar, describir, explicar, simular - en general, explorar, controlar y predecir- esos fenómenos o procesos. Se considera que la creación de un modelo es una parte esencial de toda actividad científica.

NAVSTAR

NAVigation System with Time And Ranging, navegación por satélite con medición de tiempo y distancia.

Ondulación Geoidal

Diferencia entre la altura elipsoidal y la altura ortométrica de un punto de la

superficie terrestre.

Operador Gradiente

Representa el conjunto de derivadas direccionales de una función de varias variables, con respecto a las diferentes coordenadas de un sistema. Es un operador vectorial que como resultado de la operación, resulta un vector que apunta en la dirección de máxima variación de la función dada.

Precisión

Se refiere a la dispersión del conjunto de valores obtenidos de mediciones repetidas de una magnitud, cuanto menor es la dispersión, mayor es la precisión.

Raster

Es un área espacial dividida en celdas regulares, generalmente en cuadrícula pero no necesariamente, en las que cada una de las cuales presentan atributos o valor (altitud, reflectancia, etc.) que por lo general son almacenados en una base de datos.

Refracción Ionosférica

Cambio en la dirección de propagación de una señal conforme pasa a través de la ionosfera.

SRTM

Shuttle Radar Topography Mission, proyecto conjunto cuyo objetivo fue generar datos digitales topográficos para el 80% de la superficie de la tierra con puntos ubicados en una grilla de 1 arco-segundo en latitud y longitud.

Superficie Equipotencial

Una superficie equipotencial es aquella en la que todos sus puntos se encuentran al mismo potencial.

Topografía

Es la que estudia el conjunto de principios y procedimientos que tienen por objeto

la representación gráfica de la superficie terrestre, con sus formas y detalles, tanto naturales como artificiales.

WGS84

World Geodetic System 1984, es el sistema mundial de uso más extendido, definido y mantenido por la antigua Defense Mapping Agency (DMA) hoy es la NGA, de los Estados Unidos, es el dátum al cual se relaciona toda la información del posicionamiento GPS.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES

Tomando en cuenta el desarrollo de los avances tecnológicos así como su incidencia en la mejora de los Sistemas de Posicionamiento Global (GPS), se han desarrollado metodologías y planteamientos para la implementación de modelos, que permitan lograr precisión adecuada para proyectos de investigación, así como aplicaciones geográficas las cuales dependen de la cota. Es el caso de los modelos *EGM2008 (Earth Gravitational Model 2008)* y *KMS2002 (Kort og MatrikelStyrelsen 2002)*, que se han desarrollado y pueden servir como pilar fundamental en la investigación dentro del campo geodésico.

Desde las primeras etapas de diseño del EGM96, se reconoció que una gran cantidad de datos de gravedad se están convirtiendo en disponibles, debido al cambio del escenario político internacional, es así que el EGM2008 cuenta con anomalías de la gravedad mejoradas de 5'x5' y coeficientes de libre acceso.

Durante el periodo entre los años 2000 al 2003 el modelo global KMS, ha estado mejorando, en corporación con la Agencia Nacional de Imágenes y Cartografía (NIMA), actualmente Agencia de Inteligencia Geoespacial Nacional de Estados Unidos (NGA). Estas mejoras han causado una liberación del KMS99 y campos de gravedad KMS2001, en especial el primero, que presenta un significativo desarrollo en comparación con las observaciones marinas, así como una cobertura global dentro de los 82 paralelos (medidos en grados)

usando datos ERS¹-ERM². Subsecuentemente el KMS2001 solo resulta con menor mejora en el modelamiento del campo de gravedad. Un nuevo y revisado campo KMS2002 de gravedad marina con alta resolución es presentado, en ésta combinación, el ajuste conjuntamente con la edición exhaustiva de datos, son esperados en el mejoramiento del campo de gravedad KMS2002 en particular, regiones costeras.

El presente proyecto pretende integrar los dos modelos antes mencionados, conjuntamente con la Metodología del Cálculo del Geoide Gravimétrico (Jijón, 2008), para obtener las ondulaciones geoidales de la zona de estudio.

1.2 JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA

En el afán por mejorar la precisión del cálculo del geoide para el Ecuador, el cual incide directamente sobre la altura ortométrica (altura semejante a la altura nivelada), así como también la consideración de datos de anomalías de aire libre para las zonas costeras, se incluyen los modelos EGM2008 y KMS2002 en el Cálculo del Geoide Gravimétrico, mismos que contribuyen en la transformación de alturas geodésicas basadas en un elipsoide de referencia y alturas ortométricas referidas al geoide, manteniendo de ésta manera, la calidad de las alturas obtenidas con GPS, así como también del mejoramiento en los estudios de carácter temático, como es el caso de la topografía, cartografía, telecomunicaciones, fotogrametría, navegación, fines militares entre otros.

Se hace necesaria entonces, la adición de una componente geoidal regional, obtenida a partir de la evaluación de las anomalías gravimétricas superficiales a través de la Fórmula de Stokes (Sánchez et. al, 1999), la cual

¹ **ERS: European Remote Sensing Satellite**, primer satélite de observación de la Tierra lanzado por la Agencia Espacial Europea (ESA), el 17 de julio de 1991, encargado de medir temperaturas en la superficie del mar y en la cima de las nubes, así como también el estudio de vientos.

² **ERM: Environmental Resources Management**, es una de las más grandes consultoras de manejo ambiental, con alrededor 135 oficinas en más de 40 países.

refina las magnitudes de las ondulaciones y considera la influencia gravitacional de rasgos geológicos regionales presentes sobre la superficie.

Se incluye de la misma forma el DTMECU (Modelo Digital del Terreno de Ecuador) para vincular, los puntos con su respectiva latitud, longitud, altura nivelada y lecturas de gravedad, a los modelos gravimétricos y valores de densidad media, aplicados en el cálculo de ondulaciones geoidales, obtenidos mediante la técnica *remove-restore*.

De acuerdo a las recomendaciones de Jijón, 2008, se indica que para mejorar la precisión del Geoide es necesario tener nuevos modelos geoidales del campo gravitacional terrestre, como es el caso del EGM2008, recientemente disponible. De igual manera se requiere de un modelo de anomalías de aire libre en la costa ecuatoriana para el cálculo, por lo cual, se utilizará el KMS2002. Y por último, la utilización del DTMECU a escala 1:50 000.

Con ésta nueva información adquirida, se realizarán análisis de estos modelos para determinar la mejora en el cálculo de las ondulaciones geoidales, comparándolos con el EGM96 y SRTM³.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo General

Analizar la idoneidad de los modelos EGM2008, KMS2002 y DTMECU mediante el análisis de la variación existente con los modelos EGM96 y SRTM en el cálculo de las ondulaciones geoidales.

³ **SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)**: Proyecto conjunto cuyo objetivo fue generar datos digitales topográficos para el 80% de la superficie de la tierra con puntos ubicados en una grilla de 1 arco-segundo en latitud y longitud.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Evaluar el EGM96 y el EGM2008, comparándolos con GPS y nivelación.
- Evaluar el DTMECU.
- Comparar los efectos de la topografía entre el SRTM y el DTMECU.
- Comparar la segunda condensación de Helmert usando el SRTM y el DTMECU.
- Con el DTMECU y el EGM2008 determinar las ondulaciones geoidales de acuerdo a la combinación de datos que mejor se aproxime al Geoide.
- Aplicar la técnica Remove-Restore a los datos obtenidos a partir de mediciones gravimétricas en la superficie terrestre.

1.3.3 Metas del Proyecto

- Obtener en mapa el comportamiento del EGM96 y otro del EGM2008.
- Obtener los cuadros estadísticos de las comparaciones de los modelos EGM2008, KMS2002 y DTMECU con los modelos EGM96 y SRTM.
- Elaborar el mapa de ondulaciones geoidales con los modelos seleccionados.
- Evaluar el modelo geoidal con al menos 5 puntos obtenidos con nivelación y GPS.
- Elaborar el mapa de ondulaciones geoidales del mejor modelo.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTO TEÓRICO

2.1 SUPERFICIES DE REFERENCIA

El conocimiento de la verdadera forma de la Tierra y de los Sistemas de Referencia, ha sido el desvelo de topógrafos, geómetras y geodestas, desde 5.000 años A.C y hasta nuestros días.

Desde los comienzos de la historia de la humanidad, el hombre tuvo el deseo de conocer la forma de la Tierra y, desde siempre (aunque de una manera muy rudimentaria), existieron sistemas de referencias que tuviesen presente la forma de la Tierra.

En general, las mediciones geodésicas requieren del manejo de coordenadas espaciales, geodésicas y planas, mismas que son relativas a un sistema de referencia, materializadas por un marco de referencia y conectadas por uno o más dátums geodésicos, ya que en algunos casos presentan dificultades y genera confusión entender estos términos; por tal motivo es necesario definir cada uno de ellos (Kirby, 2007).

2.1.1 Superficie Física de la Tierra

Superficie sobre la cual se realizan levantamientos geodésicos y topográficos, gravimétricos, batimétricos, etc., dicha superficie, por tanto, se encuentra constituida por la topografía y el fondo oceánico, existiendo a su vez una inexactitud al momento de realizar cálculos matemáticos, a causa de su irregularidad.

La variedad en su geomorfología e hidrología es una característica fundamental en la superficie física de la Tierra o también llamada superficie topográfica.

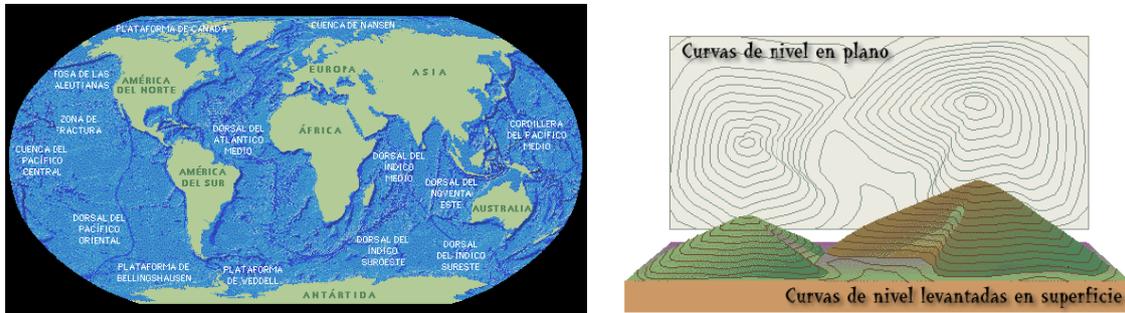


Figura. 2.1 Superficies Físicas de la Tierra

Fondo Oceánico

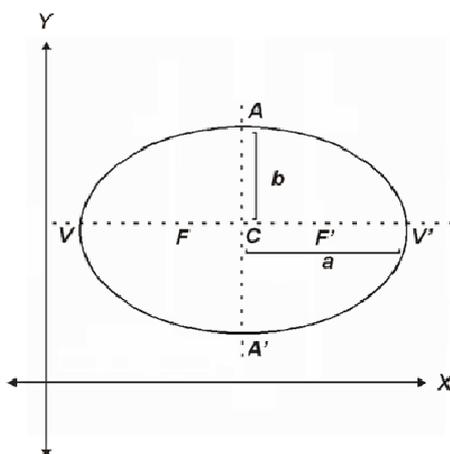
Representación Gráfica del Relieve Terrestre

Fuente:

http://w3.cnice.mec.es/eos/MaterialesEducativos/mem2000/arqueologia/Mapas_Topograficos_2.html

2.1.2 Elipsoide

Geoméricamente, el elipsoide se forma a partir de la rotación de una elipse meridiana alrededor de su eje menor, dentro de un sistema de coordenadas tridimensionales; dicha elipse poseerá, entre otros elementos, un semieje mayor y un achatamiento (ver figura 2.2), siendo éstos dos últimos piezas fundamentales dentro del campo geodésico. El achatamiento f dependerá tanto del semieje mayor (a) como del semieje menor (b). (Hoar, 1987).



En donde, matemáticamente:

- $CV=CV'=a$ =semieje mayor
- $CA=CA'=b$ =semieje menor
- $V-V'$ = eje mayor
- $A-A'$ = eje menor
- F y F' = focos.
- V y V' = vértices
- C = centro.

Figura. 2.2 Elipse y sus elementos

Fuente:

<http://www.mongrafias.com>, modificado por el autor

En términos geodésicos:

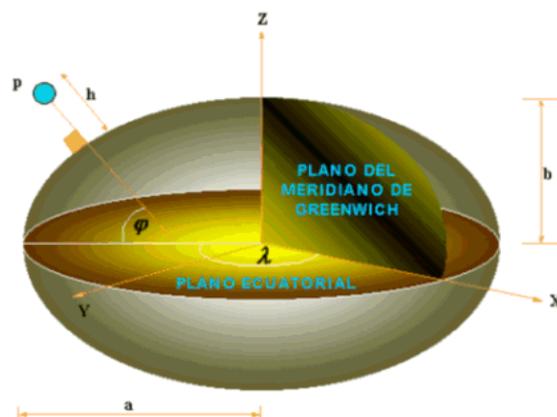


Figura. 2.3 Planos Principales del Elipsoide de Referencia

Fuente: <http://mapserver.inegi.gob.mx>

- *Semieje ecuatorial o semieje mayor (a)*: Medido desde el centro de masas de la Tierra, hasta la superficie terrestre por la dirección del ecuador o latitud cero.
- *Semieje polar o semieje menor (b)*: Medido desde el centro de masa de la Tierra hasta uno de los polos. La rotación de la elipse base se realiza alrededor de éste eje.
- *Achatamiento*: Aplanamiento terrestre en los polos por efecto de la rotación.

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (2.1)$$

- *Primera Excentricidad*:

$$e_1^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (2.2)$$

- *Segunda Excentricidad*:

$$e_2^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (2.3)$$

Nota: En la figura 2.3, se incluyen otros elementos como son φ^4 y λ^5 pertenecientes al sistema de coordenadas geodésicas, además de un punto P , ubicado en la superficie terrestre, el cual posee una altura h (altura elipsoidal),

⁴ **Latitud (φ)**: Es la Distancia angular entre el paralelo de un lugar y el Ecuador, se expresa en grados, minutos y segundos de arco, dicha distancia se mide de 0 a 90° hacia el norte o el sur.

⁵ **Longitud (λ)**: Es la distancia angular entre el meridiano de un lugar y el de Greenwich, expresada en las mismas unidades que la latitud y se mide de 0 a 180° hacia el este o hacia el oeste desde el meridiano de Greenwich.

misma que se muestra en la figura 2.6.

Muchos elipsoides han resultado válidos para representar la Tierra, generalmente un elipsoide se elige porque es el que mejor ajusta a la superficie de un área concreta y su nombre dependerá de su creador. El que mejor se ajuste a un sitio no tiene porque ajustar adecuadamente a otro, una vez escogido, éste se denomina **ELIPSOIDE DE REFERENCIA** en el que se fundamentará el sistema de coordenadas X, Y, Z.

Uno de los elipsoides de referencia más utilizados actualmente es el descrito en el sistema denominado *World Geodetic System 84* (WGS-84), desarrollado por el Departamento de Defensa de los EEUU, que tiene como origen el centro de masas de la Tierra, su popularidad se debe a que es el utilizado por el sistema de posicionamiento global por satélite GPS.

El *elipsoide WGS-84* define los parámetros de forma para la Tierra, indicados en la Tabla 2.1.

Tabla. 2.1 Parámetros del elipsoide WGS-84

Nombre	Símbolo	Valor
Semieje mayor de la elipse	a	6378,137000 km
Semieje menor de la elipse	b	6356,752314 km
Factor de achatamiento	$f = \frac{a-b}{a}$	1/298,257223563
Velocidad Angular de la Tierra	ω	7292115.0x10 ⁻¹¹ rad/s
Constante Gravitacional de la Tierra	GM	3986004.418x10 ⁸ m ³ /s ²

Fuente: <http://balandra.uabcs.mx>, modificado por el autor

2.1.3 Geoide

Es la superficie de nivel equipotencial (superficie sobre la cual todos los puntos poseen el mismo potencial de gravedad) que cubre por completo el globo terrestre, incluso por debajo de la topografía continental y, en cualquiera de sus puntos es perpendicular a la línea de la plomada o dirección de la gravedad, mencionada superficie, coincide hipotéticamente con el nivel medio del mar (no perturbado), ver figura 2.4.

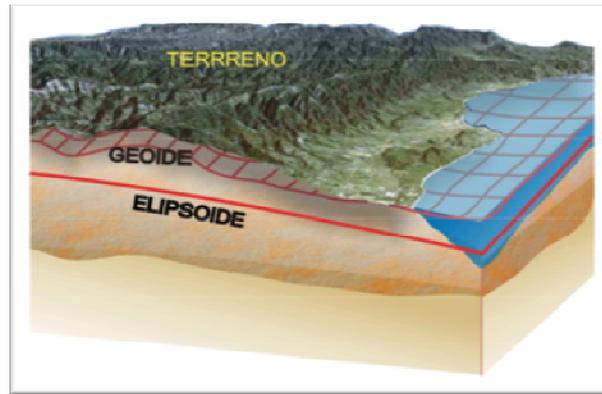


Figura. 2.4 Representación de las Superficies de Referencia

Fuente: <http://www.genciencia.com>

La irregularidad del geoide se debe a los efectos de variación en la densidad y distribución de masas de la Tierra, obedeciendo directamente a los cambios en el campo de gravedad.

En la figura 2.5 se detalla en forma gráfica las superficies de referencia y sus relaciones.

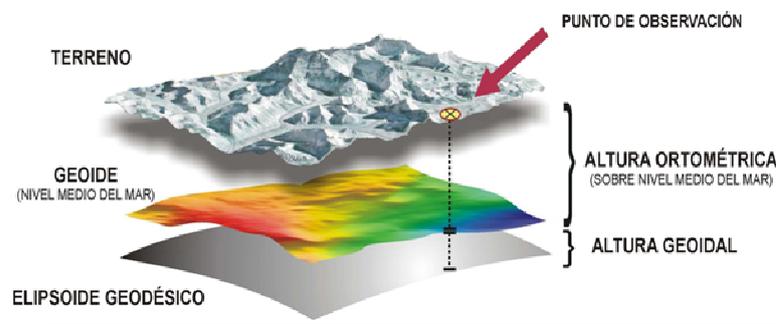


Figura. 2.5 Relación entre las Superficies de Referencia y la Superficie Terrestre

Fuente: INEGI México 2007

2.1.4 El Nivel Medio de los Mares

Se denomina **nivel medio del mar (n.m.m.)**, a aquel que sirve como referencia para ubicar la elevación de las localidades y accidentes geográficos, excepto los submarinos por supuesto, que se miden por su profundidad, siendo

el promedio resultante tras medir todas las pleamares (marea alta) y todas las bajamares (marea baja), en un periodo equivalente al ciclo lunar.

Dado que el nivel del mar no es constante, debido principalmente a las mareas y varía en los distintos lugares de la Tierra, por acción de las anomalías gravimétricas en la Tierra, en cada país se toma un nivel predeterminado en uno o varios lugares y a determinada hora, así cualquier elevación que se quiera calcular en dicho país se hará en comparación con respecto a ese nivel predeterminado.

Para cumplir estos fines, el mareógrafo ubicado en la Libertad, Provincia de Santa Elena, establecido inicialmente por el Instituto Oceanográfico de la Armada (INOCAR), en 1948 y monitoreado continuamente durante 20 años, con control diario a fin de prevenir efectos por fenómenos naturales, es considerado como dátum vertical para todo el territorio nacional.

Generalmente, se asume al n.m.m. semejante a la superficie geoidal, así se estaría materializando una misma superficie equipotencial. Sin embargo, se conoce que por cada mareógrafo alrededor del mundo pasa una superficie equipotencial distinta en función de la denominada *Topografía de la Superficie Oceánica - TSO* (Blitzkow, 2003).

En conclusión, no se puede afirmar que el n.m.m. es la aproximación definitiva del geode terrestre.

Una vez estudiados los sistemas de referencia así como sus parámetros, es necesario conocer las relaciones que existen entre ellos, es decir las distintas alturas existentes según la superficie que se toma como referencia (ver figura 2.6), mismas que se detallan a continuación:

- **Altura Ortométrica (H):** Es la distancia vertical entre la superficie física de la Tierra y la superficie del geode, ésta distancia se mide a lo largo de la línea de plomada, la cual es la curva que es tangencial a la

dirección de la gravedad en cualquier punto. La línea de la plomada no es una línea recta, puesto que tiene una leve curvatura y giro, debido a que la dirección de la gravedad varía dependiendo de las características de densidad local. En muchos casos las alturas ortométricas son también consideradas alturas sobre el nivel medio del mar.

- **Altura Geoidal (N):** Es la distancia entre la superficie del geode y la del elipsoide, dicha distancia también se la conoce como *Ondulación Geoidal*.
- **Altura Elipsoidal (h):** Es la distancia entre la superficie del elipsoide y la de la Tierra, es decir, sobre la normal al elipsoide y se forma por la suma de la altura ortométrica y de la altura geoidal.



Figura. 2.6 Alturas
Fuente: INEGI México 2007

2.2 ELEMENTOS TEÓRICOS DE LA GRAVEDAD

2.2.1 Fuerza de Atracción

Según Newton, “la fuerza que ejerce una partícula puntual con masa M sobre otra con masa m , es directamente proporcional al producto de las

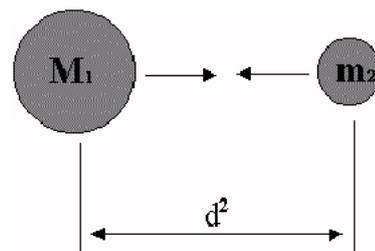


Figura. 2.7 Atracción de Masas
Fuente: <http://www.fisicaweb.info>

masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia d que las separa”.

La fórmula para calcular esta fuerza F es:

$$F = G \frac{M_1 \bullet m_2}{d^2} \quad (2.4)$$

Donde:

F = Fuerza de atracción gravitacional

G = Constante de gravitación universal = $6.67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2 = 66.7 \cdot 10^{-9} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{seg}^{-2}$

M, m = Masas atrayentes (kg)

d = Distancia entre las masas M y m

Dicha fórmula constituye la *Ley de Gravitación Universal*, que es la base de las leyes de Kepler.

2.2.2 Campo de Gravedad Terrestre

En el caso de la Tierra, la fuerza de atracción se denomina *fuerza de gravedad* (\vec{g}), de cuyo estudio en la distribución por la superficie terrestre se ocupa la gravimetría, la cual menciona que en cada punto dado, la gravedad es igual a la resultante de la fuerza de atracción de Newton \vec{F} , de toda la masa de la Tierra y de la fuerza centrífuga (\vec{C}), motivada por la rotación de la Tierra alrededor de su eje.

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{C} \quad (2.5)$$

A diferencia de la fuerza de atracción, la fuerza centrífuga es pequeña y no está relacionada con la distribución de las masas en el planeta, además puede ser fácilmente registrada, siendo la componente esencial de la fuerza de gravedad, la fuerza de atracción (Kirby, 2007).

Vectorialmente, la fuerza ejercida por dos cuerpos M y m , de dimensiones desconocidas, será (ver figura 2.8):

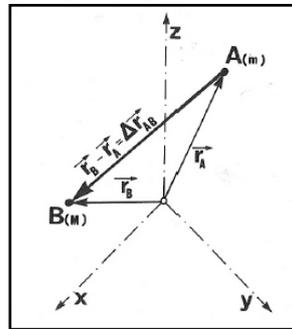


Figura. 2.8 Atracción gravitacional entre dos cuerpos

Fuente: Catalao, 2000

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{|r_B - r_A|} (\vec{r}_B - \vec{r}_A) \quad (2.6)$$

Donde:

\vec{r}_B Vector que va desde el centro de masas hacia el punto B

\vec{r}_A Vector que va desde el centro de masas hacia el punto A

$\vec{r}_B - \vec{r}_A = \vec{\Delta r}_{AB} = d$ Distancia entre los dos cuerpos.

De esta manera, se toma en cuenta que **B**, no puede ser considerada como despreciable, esto será el caso de un pequeño cuerpo **A** y la Tierra **B**, entonces puede ser tomado como si estuviera compuesto por un número de pequeños elementos de volumen dv , y la atracción de cada uno de estos elementos en A puede ser considerada en separado (ver figura 2.9). Si la variable independiente está designada por r , la densidad de masa en el interior del cuerpo por $\rho(r)$, y dv es considerado suficientemente pequeño, de modo que ρ en dv puede ser constante, obteniéndose la siguiente relación de la figura 2.9.

Donde d que es similar a la diferencia de $\vec{r} - \vec{r}_A$; es la distancia entre A y el elemento infinitesimal dv de coordenadas r y densidad $\rho(r)$. Demostrando

que la fuerza ejercida por A (de acuerdo a la ecuación 2.6), es la planteada por:

$$F(A) = F(x, y, z) = Gm \iiint_T \frac{1}{d^3} \rho(r) dv \quad (2.7)$$

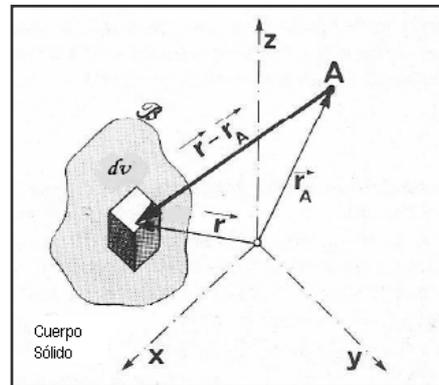


Figura. 2.9 Atracción gravitacional de un cuerpo

Fuente: Catalao, 2000

Las fuerzas gravitacionales son aditivas. Esto significa que la suma de las fuerzas producidas por los elementos dv es igual a la fuerza ejercida por todo el cuerpo B. Considerando los volúmenes dv infinitamente pequeños, la ecuación final está obtenida por la integración sobre el cuerpo B.

La ecuación 2.7, puede ser usada en el estudio de la fuerza gravitacional de la Tierra sobre cuerpos, cuya dimensión puede ser considerada despreciable con respecto a la Tierra. Ante todo para poder estudiar la gravitación es necesario conocer la distribución de densidad $\rho(r)$ en el interior de la Tierra.

El campo gravitacional está representado de forma global por la definición de un sistema de referencia rectangular geocéntrico, fijo a la Tierra, cuyo origen coincide con el centro de masa de la Tierra llamado geocentro, el eje z coincide con el eje medio de rotación de la Tierra, el eje x normal al eje z y está contenido en el plano meridiano medio de Greenwich, el eje y es normal al plano xz y con una dirección tal que el sistema xyz sea derecho. El plano xy se lo define como el plano ecuatorial (ver figura 2.3) (Ordoñez, 2007).

Cabe mencionar que la fuerza de gravedad en la superficie de la Tierra no es igual en todos los sitios. Existen pequeñas variaciones de un lugar a otro. Principalmente son dos los factores causantes de esto:

- La Tierra es aproximadamente un elipsoide achatado en los polos, por lo que su campo gravitatorio no es un campo exactamente central.
- Además localmente las irregularidades de la superficie y ciertas homogeneidades continentales provocan pequeñas perturbaciones del campo gravitatorio, esto debido al contenido del subsuelo, es decir a la densidad que éste posee.

El primer factor mencionado provoca que el campo gravitatorio aumente con la latitud debido a dos efectos: el achatamiento de la Tierra en los polos, lo cual hace que la distancia r se reduzca a medida que la latitud aumenta, y la rotación terrestre, que genera una aceleración centrífuga que es máxima en la línea ecuatorial y nula en los polos. Es decir, que en el ecuador la fuerza de gravedad es menor que en otras latitudes, incrementándose dicha fuerza a medida que se desplaza al sur o al norte. En los polos por tanto, la gravedad será máxima (aunque con poca diferencia).

Los valores de $|\vec{g}|$ (la fuerza efectiva de la gravedad) en el ecuador y en los polos son respectivamente:

$$|\vec{g}_{ec}| = 9,78 \frac{m}{s^2} \quad |\vec{g}_{po}| = 9,8322 \frac{m}{s^2} \quad (2.8)$$

El segundo factor es el responsable de que existan pequeñas variaciones de un lugar sin que tenga que ver la latitud, esto en puntos ubicados a pocos kilómetros. Estas variaciones se deben al contenido de material en el subsuelo; lo que los somete a una variación de la densidad, lo cual incide en la gravedad. Esas irregularidades fueron causantes de sorpresivos cambios de dirección en satélites artificiales, motivo por el cual se empezó a estudiar el fenómeno. Es necesario aclarar que las variaciones mencionadas son tan pequeñas que no se las puede detectar más que con instrumental de precisión.

Esas irregularidades determinadas en valores pueden utilizarse para estudiar la distribución de densidad en la corteza terrestre utilizando técnicas de gravimetría.

En cuanto a la fuerza de gravedad sobre objetos que estén más arriba o más abajo de la superficie: La gravedad es máxima en la superficie, tiende a disminuir al alejarse del planeta, por aumentar la distancia r entre las masas implicadas. Sin embargo, también disminuye al adentrarse en el interior de la Tierra, ya que cada vez una porción mayor de planeta queda por "encima", y cada vez es menos la masa que queda por "debajo". En el centro de la Tierra, hay una enorme presión por el peso de las capas superiores de todo el planeta. La gravedad en el centro de la Tierra es nula porque se equiparan todas las fuerzas de atracción.

2.2.3 Fuerza Centrífuga, Gravitacional y de la Gravedad

La rotación de la Tierra, origina una fuerza f , llamada fuerza centrífuga (ver figura 2.10), y su dirección es siempre perpendicular al eje de rotación, se la puede explicar como una manifestación del movimiento circular, dicha fuerza es la que tiende a alejar los objetos del centro de rotación mediante la velocidad tangencial.

La magnitud f que actúa sobre una partícula está dada por:

$$f = (\vec{\omega} * \vec{r}) * \vec{\omega} = \omega^2 pm \quad (2.9)$$

Donde:

- p es la distancia perpendicular de la partícula al eje de rotación
- ω es la velocidad angular de rotación de la Tierra; y
- m es la masa de la partícula.

Así, se consigue que en el ecuador la fuerza centrífuga es de $3\,392\text{ cm}\cdot\text{seg}^{-2}$; según Catalao, 2000, mientras que en los polos, la fuerza centrífuga es nula.

La fuerza centrífuga como se ilustra en la figura 2.10, está sujeta a variaciones temporales, como: en el módulo de velocidad angular, que deducen variaciones en la magnitud de su fuerza; variaciones en la dirección del eje de rotación inducen variaciones en la dirección de la fuerza. Estas variaciones son muy pequeñas por lo que de seguro no serán tomadas en cuenta en este estudio.

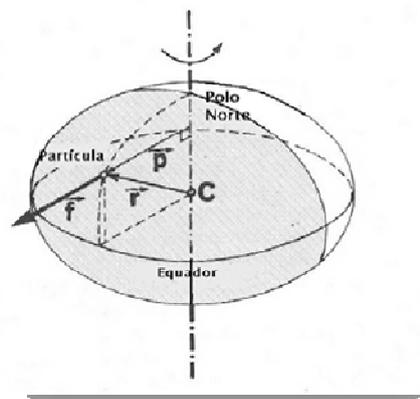


Figura. 2.10 Fuerza centrífuga

Fuente: Catalao, 2000

Por lo indicado anteriormente, se resume que la fuerza específica, por unidad de masa, que interviene sobre un cuerpo en reposo sobre la superficie terrestre resultante de la fuerza gravitacional específica (F), que representa la atracción de las masas terrestres, y la fuerza centrífuga específica ($f = \vec{f}$ de acuerdo a la figura 2.11), debido a la rotación de la Tierra, es denominado **gravedad** (F_g). Es decir es la suma de las fuerzas, gravitacional y centrífuga respectivamente, es F_g representado gráficamente en la figura 2.11.

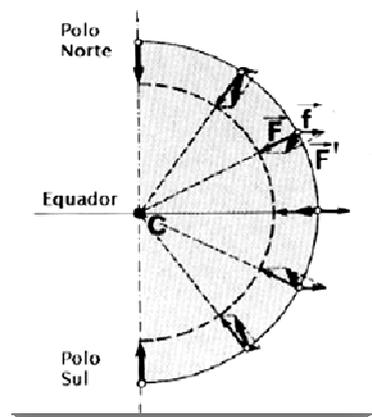


Figura. 2.11 Fuerza de la gravedad
Fuente: Catalao, 2000

Por tanto la fuerza de la gravedad para una partícula A, queda de la siguiente forma:

$$F_g(A) = F_g(x, y, z) = \left(G \iiint_T \frac{1}{3} \rho(r) dv + \overrightarrow{p_A} \omega \right) m \quad (2.10)$$

En base a la segunda ley de Newton, se sabe que la fuerza es el producto de la aceleración por la masa. Por tanto el término:

$$G \iiint_T \frac{1}{3} \rho(r) dv + \overrightarrow{p_A} \omega \quad (2.11)$$

Será el vector aceleración, mismo que está designado por g y es por tanto llamado vector gravedad, es decir:

$$F_g(A) = g(A) \cdot m \quad (2.12)$$

Para el análisis de las características geométricas del campo de la fuerza de la gravedad, es necesario el estudio de la aceleración g . La masa m de la partícula en estudio puede ser vista como el escalar del campo F_g .

El campo de gravedad, siendo un campo vectorial, posee magnitud, dirección y sentido. La magnitud es una función escalar introducida cuya

unidad es el **Gal**. Este es el denominado *potencial de la gravedad*, que será tratado más adelante con profundidad. Un gal es igual a 1cm por segundo cuadrado ($\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$); el valor medio de la magnitud de la gravedad en la superficie de la Tierra es de 980.3 Gal (Ordoñez, 2007).

$$1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2$$

Es decir:

$$1 \cdot 10^{-02} \text{ m/s}^2 = 1 \text{ cm/s}^2 = 1 \text{ Gal} \quad (\text{G. Galilei})$$

$$1 \cdot 10^{-05} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ mm/s}^2 = 1 \text{ mGal}$$

$$1 \cdot 10^{-08} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ nm/s}^2 = 1 \text{ mGal}$$

2.2.4 Potencial de Gravedad

Un cuerpo con una masa M , produce atracción gravitacional para puntos exteriores al mismo, dicha atracción es derivada de un potencial armónico, que a su vez para su aplicación dentro del campo de gravedad terrestre y sus relaciones con la forma de la Tierra, se relaciona con los siguientes factores:

- El *vector gravedad*, en un punto de la superficie terrestre es la fuerza resultante de la fuerza de atracción gravitacional \vec{F} y la fuerza centrífuga \vec{C} . Estas dos fuerzas actúan sobre un cuerpo (ver figura 2.12), donde la gravedad \vec{g} se expresa como la suma vectorial de ambas (\vec{F} y \vec{C}), conforme la ecuación 2.5.
- La *Fuerza Centrífuga*, dada por la rotación de la Tierra, tiene su dirección siempre perpendicular al eje de rotación y está dada por la ecuación:

$$\vec{C} = \omega^2 * \vec{d} \quad (2.13)$$

Donde:

ω Representa la velocidad angular de rotación de la Tierra

\vec{d} Es el vector definido por la separación entre el punto y el eje de rotación

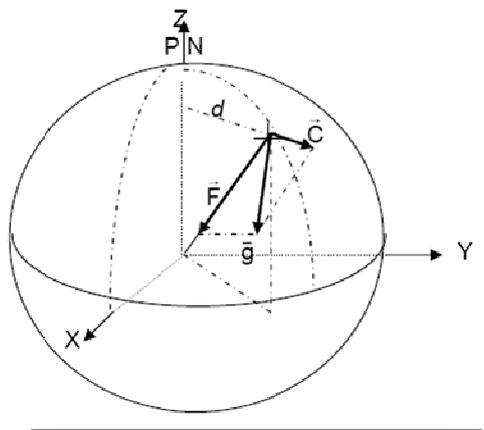


Figura. 2.12 Atracción Gravitacional

Fuente: Arana, 2005

Esta dado que en el Ecuador la fuerza centrífuga es de $3392 \text{ cm. seg}^{-2}$, además se puede acotar que en los polos la fuerza centrífuga es nula (Catalao, 2000).

El potencial de gravedad (W) o geopotencial está expresado por la suma del potencial de atracción (V) y el potencial centrífugo (Φ), conforme a la ecuación 2.14.

$$W = V + \Phi \quad (2.14)$$

2.2.5 Campo de Gravedad de la Tierra Real

Debido al dinamismo que posee la Tierra, ocasionado por el movimiento constante de los materiales en las capas envolventes externas, atmósfera e hidrósfera, en estado de gas y líquido, en el cual el movimiento de la materia parece obvio, pero no así en las capas internas de la Tierra sólida (núcleo - manto - astenósfera - litosfera), dónde su estudio es más complejo, constituyen un sistema en equilibrio.

Al ser la Tierra un sistema dinámico en equilibrio, es evidente que la distribución de masas no es homogénea, por tal motivo debe considerarse la densidad de masas para un sistema cartesiano de la siguiente forma:

$$\rho = \rho(x, y, z) \quad (2.15)$$

2.2.5.1 Geopotencial

Se hace necesario también y dentro de la geodesia física, el estudio del geopotencial, que es una teoría esencial para el mejor entendimiento de la forma de la Tierra, como también es necesaria para el análisis de las mediciones gravimétricas y su significado.

El geopotencial en cualquier punto, en coordenadas cartesianas geocéntricas, en la rotación de la Tierra verdadera se expresa de la siguiente forma (Heiskanen & Moritz, 1985):

$$W(x; y; z) = V(x; y; z) + \Phi(x; y; 0) \quad (2.16)$$

Siendo V el potencial gravitacional de un cuerpo sólido, producido por la interacción entre las masas, está dado por:

$$V(X, Y, Z) = G \iiint \frac{\rho(x', y', z') dx' dy' dz'}{l} \quad (2.17)$$

Donde:

l es la distancia entre el elemento de masa atraída y el punto atraído

$dx' dy' dz' = dv$ es el elemento de volumen de masa atraída

ρ es la densidad de la masa atraída

G es la constante gravitacional universal

Y Φ , dado por:

$$\Phi(X, Y, 0) = \frac{1}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2) \quad (2.18)$$

Donde:

ω es la velocidad angular de rotación de la Tierra.

Aplicando el operador gradiente de la ecuación 2.18, se obtiene el vector de gravedad, esto es:

$$\vec{g} = \text{grad} (W) \quad (2.19)$$

En el sistema cartesiano se tiene:

$$\vec{g} = \frac{\partial W}{\partial X} i + \frac{\partial W}{\partial Y} j + \frac{\partial W}{\partial Z} k \quad (2.20)$$

Aplicando el operador de Laplace (Δ) al potencial gravitacional V (ecuación 2.17) en el exterior de la superficie terrestre, se cumple que $\Delta V = 0$, lo que significa que V es una función armónica y está expresada en el punto P mediante coordenadas polares por la distancia geocéntrica r , co-latitud geocéntrica⁶ θ , y longitud λ (Rapp, 1994 en Tierra, 2003) por:

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=-n}^n C_{nm} Y_{nm}(\theta, \lambda) \right] \quad (2.21)$$

Donde:

GM es la constante gravitacional geocéntrica

a es el semieje mayor del elipsoide de referencia

C_{nm} son los coeficientes plenamente normalizados de grado n y orden m , del potencial gravitacional desenvuelto en armónicos esféricos

Y_{nm} son los armónicos esféricos de superficie plenamente normalizados.

⁶ Co-latitud Geocéntrica: Ángulo comprendido entre el eje Z y la distancia geocéntrica (r).

De forma similar el potencial centrífugo es:

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{sen}^2 \theta \quad (2.22)$$

2.2.6 Campo de Gravedad de la Tierra Normal

Según Badell C. (2006), se puede considerar como la figura de primera aproximación a la Tierra, a una esfera; como segunda figura de aproximación, a un elipsoide de revolución, mencionado en 2.1.2, aunque también debe considerarse, como una mejor aproximación, al geoide, sin embargo éste no se puede expresar por una formulación matemática, lo que sí se podía hacer con el elipsoide. La diferencia entre ambos no suele superar los 100 m.

Al no ser la Tierra exactamente un elipsoide, el campo gravitatorio de un elipsoide posee una fundamental importancia práctica, al ser fácil de manipular matemáticamente, además de ser las desviaciones del actual campo gravitatorio muy pequeñas en relación al campo para un elipsoide normal. La diferenciación entre el campo normal y un pequeño campo gravitatorio “*perturbador*”, simplifica considerablemente el problema para su determinación, lo que de otra forma resultaría muy complejo.

Por lo antes mencionado, a la Tierra como una aproximación, se la puede considerar como un elipsoide de revolución, cuyo centro coincidirá con el geocentro, el eje de rotación con el semieje menor, y que además poseerá la misma masa y velocidad angular de rotación que la Tierra Real. Ésta superficie se denomina *Tierra Normal*, a la cual se asocia el *Potencial de Gravedad de la Tierra Normal* o *Esferopotencial* (U), mismo que está en función de la suma de los potenciales de atracción de la Tierra Normal (Z) y el potencial centrífugo (Φ):

$$U = Z + \Phi \quad (2.23)$$

Donde:

Z es el potencial gravitacional del elipsoide

Φ es el potencial de rotación o centrífugo y es igual a la ecuación 2.22

2.2.6.1 Esferopotencial

Es el valor producido por el *Potencial de la Tierra Normal*, es decir el valor de U , en cada punto del elipsoide tomado como referencia, en otras palabras U está en función de la siguiente ecuación:

$$U = G \int \int \int_{\text{elips}} \rho \frac{dv}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \quad (2.24)$$

Al cumplir el potencial gravitacional Z (ver ecuación 2.23), en el exterior de masas, cumple con la ecuación de Laplace $\Delta Z = 0$, es decir se lo puede representar al esferopotencial (U) de la forma:

$$U = \left(\frac{GM}{r} \right) \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\theta) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{sen}^2 \theta \quad (2.25)$$

J_{2n} son los coeficientes zonales pares igual a:

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \left[1 - n + \frac{5n(C-A)}{Mc^2} \right] \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \quad (2.26)$$

Siendo:

c es la semidistancia focal

e es la excentricidad principal

A, C son los momentos de inercia de la Tierra en relación a los ejes X y Z , respectivamente

M es la masa de la Tierra (incluida la masa atmosférica)

Aplicando un operador gradiente a U (ecuación 2.23), se tiene el vector gravedad normal:

$$\vec{\gamma} = \text{grad}(U) \quad (2.27)$$

La magnitud de este vector se denomina como gravedad normal ($\vec{\gamma}$), cuyo valor calculado sobre la superficie del elipsoide es dado por la *Fórmula de Somigliana* (Torgue, 1989; Lemoine 1998; en Tierra, 2003):

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \text{sen}^2 \phi}{\sqrt{1 - e^2 \text{sen}^2 \phi}} \quad (2.28)$$

Siendo:

$$k = \frac{b \gamma_p}{a \gamma_e} - 1 \quad (2.29)$$

Considerando los parámetros de acuerdo al sistema WGS84 con los siguientes valores:

- γ_p 983218.49378 mGal, es la gravedad normal en el polo
- γ_e 978032.53359 mGal, es la gravedad normal en el Ecuador
- e^2 es el valor de la primera excentricidad (ver ecuación 2.2)
- a, b son los semiejes del elipsoide
- ϕ es la latitud del punto sobre el elipsoide

2.2.6.2 Potencial Perturbador

La diferencia entre el potencial W de la gravedad real y U de gravedad normal en el mismo punto, se denomina *Potencial Perturbador* o *Potencial Anómalo* (T), representado por:

$$T(x, y, z) = W(x, y, z) - U(x, y, z) \quad (2.30)$$

Matemáticamente, dicho potencial puede ser considerado como el potencial generado por las “*masas anómalas*”, estas masas transforman a la *Tierra Normal* en *Tierra Verdadera*. La suma de masas anómalas, positivas y negativas es nula pues se admite que la tierra normal y la verdadera poseen masas iguales.

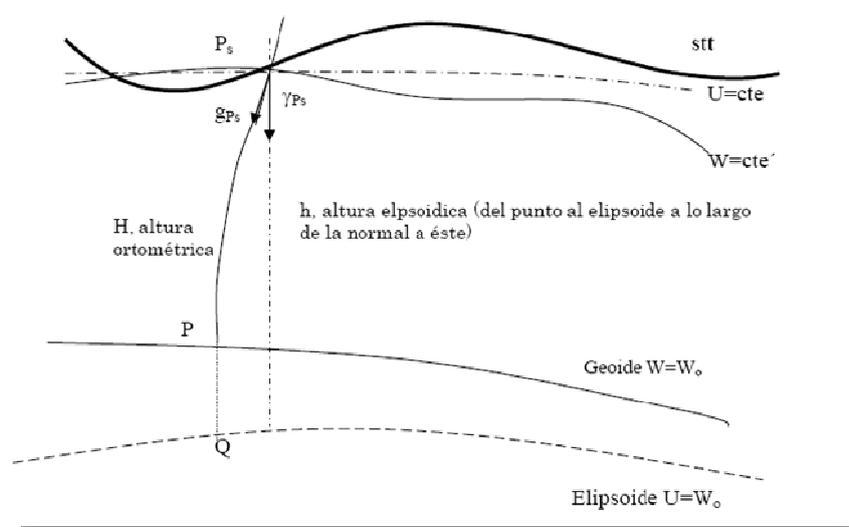


Figura. 2.13 Desviaciones del campo de gravedad de la tierra respecto del campo normal

Fuente: Catalao, 2000

Al igual que el geopotencial (W), el esferopotencial (U) posee el mismo potencial centrífugo (Φ), por lo que T (potencial anómalo) es también la diferencia entre los potenciales gravitacionales, según la forma:

$$T_P = V_P - Z_P \quad (2.31)$$

2.3 ANOMALÍAS DE LA GRAVEDAD

La anomalía de gravedad (Δg) es definida como la diferencia entre la gravedad real (g) (observada) en el punto P (sobre el Geoide) y la gravedad normal (γ) (teórica) calculada en el punto Q (sobre el elipsoide de referencia), como se puede observar en la figura 2.14. Además puede definirse que la

distancia que existe entre el geode y el elipsoide se llama altitud del geode u ondulación geoidal (N).

La expresión que se utiliza para definir la anomalía de gravedad se la representa mediante la siguiente fórmula:

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \quad (2.32)$$

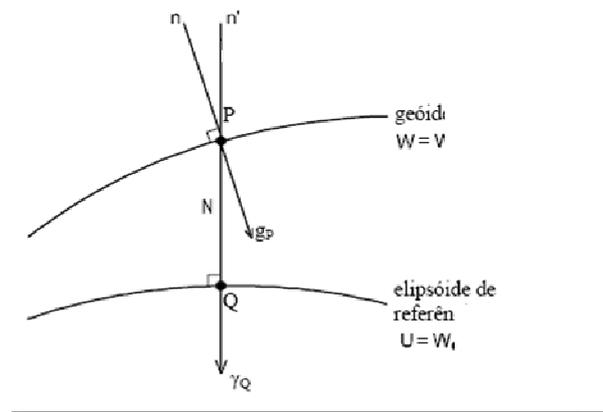


Figura. 2.14 Anomalía de Gravedad

Fuente: Catalan, 2000

El problema de los valores de la gravedad g , radica en que estos son observados en la superficie de la Tierra, en donde se realizan las mediciones con el gravímetro relativo o absoluto (gravedad observada), y no al geode (punto P); mientras que el valor de la gravedad normal (γ), se refiere al elipsoide de referencia en el punto Q (Kirby, 2007).

Por consiguiente se hacen necesarios varios tipos de reducciones para la obtención de la gravedad referida al geode, así como a los datos cuyas variaciones sean debidas a variaciones laterales de densidad en el subsuelo (variaciones geológicas laterales).

2.3.1 Reducción de la Gravedad

Según Heiskanen & Moritz (1985), la gravedad medida sobre la superficie física de la Tierra, no es directamente comparable con la gravedad normal γ referida a la superficie del elipsoide. Por tal motivo, es necesaria una reducción de g a nivel medio de los mares, tomando en cuenta que sobre el nivel del mar hay masas, los métodos de reducción diferirán, dependiendo de la forma en que estas *masas topográficas* sean tratadas.

Al reducir la gravedad se lograrán los siguientes objetivos principales:

1. Determinación del Geoide
2. Interpolación y extrapolación de la gravedad
3. Investigación de la corteza terrestre

Mejorando, en el primero y segundo objetivos, la investigación dentro de la geodesia, mientras que el último objetivo principal contribuirá con geólogos y geofísicos teóricos, al analizar la estructura general de la corteza terrestre, así como también en la prospección geofísica, que contribuye directamente con la prospección de minerales, detección de afloramientos acuíferos geotermales, etc.

2.3.2 Anomalía de Aire Libre

La *anomalía de aire libre* es la resultante obtenida después de la aplicación de la corrección de “*aire libre*” (C_{AL}) al valor de la gravedad para poder reducirla al Geoide. La reducción o corrección de aire libre, considera solamente el efecto de la diferencia de altura entre el punto de observación y el Geoide, sin hacer ninguna consideración respecto a la presencia de las masas terrestres. La reducción del valor de la gravedad (g), con altura “*ortométrica*” H , para el Geoide es dada por (Torgue, 1989 en Tierra, 2003):

$$C_{AL} = -\frac{\partial g}{\partial H} H \quad (2.33)$$

Donde:

$\frac{\partial g}{\partial H}$ es el gradiente vertical de la gravedad; debido a su desconocimiento, para muchos fines puede ser usado el gradiente de la gravedad normal y,

H que es la altura ortométrica, es suplantada con la altura nivelada Hn (en metros), obteniendo C_{AL} en mGal de la siguiente forma:

$$C_{AL} \cong -\left[\left(\frac{\partial \gamma}{\partial h} \right) Hn + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} \right) Hn^2 \right] \quad (2.34)$$

Donde:

$\frac{\partial \gamma}{\partial h}$ es el gradiente de gravedad normal, que se calcula de acuerdo a la ecuación 2.35:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} = -\frac{2\gamma}{a} \left(1 + f - 2f \operatorname{sen}^2 \phi + \frac{3}{2} f^2 - 2f^2 \operatorname{sen}^2 \phi + \frac{1}{2} f^2 \operatorname{sen}^4 \phi \right) - 2\omega^2 \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} = \frac{6\gamma}{a^2 (1 - f \operatorname{sen}^2 \phi)^2} \quad (2.36)$$

Siendo:

- γ la gravedad normal calculada en mGal
- f es el achatamiento del elipsoide de referencia
- ϕ es la latitud del punto sobre el elipsoide
- a es el semieje mayor del elipsoide de referencia
- ω es velocidad angular de rotación de la Tierra ($0.72921151 \cdot 10^{-4} \operatorname{seg}^{-1}$)

Para el Ecuador el valor aproximado para este cálculo se desprende de la siguiente expresión:

$$C_{AL} \cong 0.307716Hn - 7.21 * 10^{-8} Hn^2 \quad (2.37)$$

De esta forma la anomalía de aire libre se calcula por medio de la siguiente expresión:

$$\Delta g_{AL} = g + C_{AL} - \gamma \quad (2.38)$$

Donde:

g es el valor de la gravedad ya corregida por corrección atmosférica en la superficie terrestre (mGal), y se calcula con la siguiente expresión:

$$g = g^{obs} + \delta g_A \quad (2.39)$$

Donde:

g^{obs} es el valor de la gravedad observada sobre la superficie terrestre,

δg_A es la corrección atmosférica calculada de la siguiente forma:

$$\delta g_A = 0.87 * e^{-0.116 Hn^{1.047}} \quad (2.40)$$

Esta corrección atmosférica evalúa el efecto de atracción gravitatoria producido por la masa de aire situada sobre el instrumento. Esta corrección es máxima para el nivel del mar ($Hn = 0$) y disminuye exponencialmente, según la elevación del punto.

De acuerdo a los resultados obtenidos, la corrección atmosférica es mayor para zonas cercanas a cero metros sobre el nivel medio de los mares (zonas de la costa ecuatoriana y hasta algunas del oriente).

Como parte final para el cálculo de la anomalía de aire libre se necesita el valor de γ (gravedad normal), cuya magnitud es calculada sobre la superficie del elipsoide y está dada por la *Fórmula de Somigliania* (ecuación 2.28).

Donde k se calcula con la ecuación 2.29 y sus valores son del elipsoide asumido que para nuestro caso es el WGS84 (ver tabla 2.1). De acuerdo a los parámetros usados por el elipsoide de referencia escogido el valor de k es de 0,001931853.

2.3.3 Anomalía de Bouguer Completa

Se obtiene una vez que las masas topográficas existentes sobre el geoide han sido removidas completamente. Aún sobre una misma latitud, si se realizaran observaciones gravimétricas sobre la superficie de la Tierra, a diferentes alturas, la variación de la gravedad con la altura para esos puntos no será correctamente determinada si se usa la ecuación 2.38 (Badell, 2006).

Bouguer durante sus investigaciones por los Andes, determinó que la influencia de las masas situadas entre el nivel del mar (geoide), y el punto de observación se estima introduciendo la corrección por la capa intermedia (Badell, 2006; Mironov, 1977).

2.3.3.1 Lámina de Bouguer

La corrección por capa intermedia o *Lámina de Bouguer* se calcula suponiendo que la acción de las masas citadas, equivale a la de una columna horizontal extendida en todas direcciones hasta el infinito, de espesor igual a la altura del punto de observación sobre el nivel del mar, con una densidad media constante.

Hay que suponer que la estación gravimétrica P es completamente plana y horizontal (figura 2.15) y que las masas entre el geoide y la superficie de la

Tierra, tienen una densidad constante (ρ). Entonces, la atracción C_B de la lámina Bouguer se obtiene haciendo que C_B tienda al infinito. Mediante las reglas de cálculo se obtiene (Heiskanen & Moritz, 1985):

$$C_B = 2\pi G\rho Hn \quad (2.41)$$

Donde:

C_B es la corrección de la lámina de Bouguer en mGal.

G es la constante de gravedad universal = $6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Kg s}^2$

ρ es la densidad de las rocas de la capa intermedia (Kg/m^3) entre geoide y punto observado

Hn es la altura nivelada del punto P respecto al nivel medio de los mares (en metros).

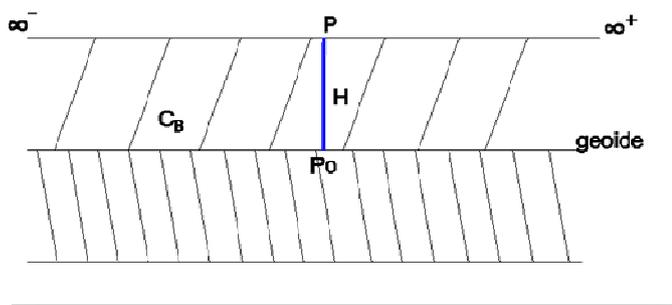


Figura. 2.15 Lámina de Bouguer

Fuente: Heiskanen & Moritz. 1985

El quitar la lámina, equivale a restar su atracción (ecuación 2.40) de la gravedad observada. Esto se llama *Reducción Bouguer Incompleta* (Heiskanen & Moritz, 1985) y para completarla se debe eliminar las masas topográficas entre los puntos P y P_0 , pudiendo hacer uso de la reducción de aire libre (ecuación 2.36), a este proceso se lo conoce como *Reducción de Bouguer Simple*.

Para estimar plenamente todas las masas topográficas, hay que introducir una nueva corrección por la diferencia de forma entre dichas masas y la capa horizontal denominada lámina de Bouguer, esta corrección se conoce como *Corrección del Terreno* o *Topográfica* (Heiskanen & Moritz, 1985).

Por lo antes mencionado al combinar la corrección por la capa intermedia, la anomalía de aire libre y la corrección por terreno (*a ser analizada a continuación*), se obtiene la *Anomalía de Bouguer Completa o Refinada*, expresada como:

$$\Delta g_B = \Delta g_{AL} - 2\pi G \bar{\rho} Hn - B + C_T \quad (2.42)$$

Donde:

Δg_{AL} es la anomalía de aire libre (ecuación 2.38)

$2\pi G \bar{\rho} Hn$ es la componente vertical de atracción (corrección de Bouguer) ejercida por la lámina horizontal extendida al infinito (ecuación 2.41).

B es la corrección debido a la *Curvatura Terrestre* en el plato (*Lámina de Bouguer*) para una capa del mismo espesor, hasta una distancia de 166.735 km (Tierra, 2003).

C_T es la corrección de terreno (efecto directo de la topografía), en relación de la capa hasta una distancia de 166.735 km (Tierra, 2003)

2.3.3.2 Corrección del Terreno

Según Mironov V. (2001), se debe tomar en cuenta que tanto el descenso del relieve (insuficiencia de masas por debajo del punto de observación), como el ascenso del mismo (exceso de masas por encima del punto de observación), implican una disminución del valor observado de la fuerza de gravedad.

Este proceso de refinamiento, toma en cuenta las desviaciones de la topografía real respecto a la lámina de Bouguer en el punto P (ver figura 2.16). Este proceso es llamando "*Corrección Topográfica o Corrección del Terreno*" (Heiskanen & Moritz, 1967). En A la masa sobrante Δ_{m+} , es eliminada, produciendo en P un incremento de la gravedad g . En B la masa deficiente Δ_{m-}

es añadida, produciendo en P también un aumento en g , por tanto la corrección del terreno es siempre positiva.

La reducción de Bouguer y las correspondientes anomalías de Bouguer se llaman refinadas o simples según se haya o no aplicado la corrección del terreno. Es conveniente descomponer la reducción de Bouguer y la corrección por terreno, debido a que esta última es ordinariamente mucho menor. Incluso para montañas de 3 000 metros de elevación, la corrección del terreno es sólo del orden de 50 mGal (Heiskanen & Moritz 1967).

Según Sansó, 1994 & Tierra, 2003, la corrección esférica (término B en 2.42), puede ser evitada cuando se calcula la corrección del terreno mediante la integración numérica por prismas. Esta corrección considera las irregularidades de las masas topográficas relativas al plato o lámina de Bouguer. En coordenadas cartesianas esta corrección está dada por la ecuación 2.43.

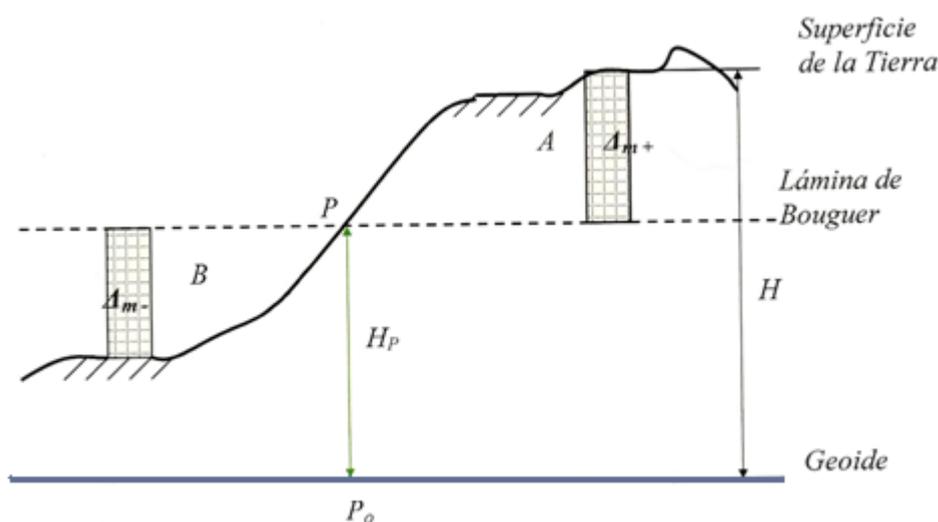


Figura. 2.16 Corrección del Terreno

Fuente: Heiskanen & Moritz, 1967, traducido por el autor

$$C_T = G \bar{\rho} \int_{\tau} \int_{z=Hn_{(p)}}^{z=Hn} \frac{(z - Hn_{(p)})}{\left[(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + (Hn_{(p)} - z)^2 \right]^{3/2}} dx dy dz \quad (2.43)$$

Donde:

τ indica el área de integración

$Hn_{(p)}$ es la altura del punto P donde se realiza el cálculo de C_T

Hn es la altura del punto móvil (punto que se traslada a lo largo de τ)

$\bar{\rho}$ valor medio de densidad

x, y, z son las coordenadas del punto móvil

x_p, y_p son las coordenadas del punto P

Por lo tanto, para la C_T , las *Anomalías de Bouguer Completa*, pueden ser calculadas así:

$$\Delta g_B = \Delta g_{AL} - 2\pi G \bar{\rho} Hn - B + C_T \quad (2.44)$$

En la evaluación de la influencia del terreno en las observaciones gravimétricas, existen varios métodos, como por ejemplo el de plantillas o el de prismas; para el presente proyecto se utilizará la integración de prismas en la corrección generada por Forsberg.

2.3.3.2.1 Método de Prismas

Con amplias zonas de territorio, plasmadas en *Modelos Digitales de Elevaciones*⁷, aparecen métodos de análisis de la Tierra, basados en la descomposición del terreno en prismas rectangulares, calculados en base a la corrección topográfica mediante el uso de un computador, es decir se digitaliza el relieve en forma de una rejilla ortogonal (ver figura 2.17), se calcula la gravedad de cada uno de las prismas, y se suman todos los efectos de los prismas, de esta manera no se tiene que determinar las alturas medias de nuevo para cada estación.

⁷ **Modelo Digital de Elevaciones (MDE)**: Es una estructura numérica de datos que representa la distribución espacial de una variable cuantitativa y continua, en este caso, la cota o altura del terreno

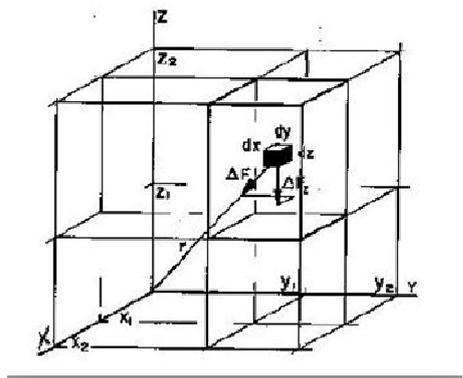


Figura. 2.17. Métodos de prismas

Fuente: Jijón, 2008

Éste, es un método aproximado, basado en el desarrollo en serie de potencias del potencial del prisma, que proporciona resultados satisfactorios para tiempos relativamente cortos de cálculo, basado en la ecuación 2.45 enunciada a continuación:

$$C_T = \frac{\Delta z}{r} G \rho \Delta x \Delta y \Delta z \left\{ \frac{1}{r^2} + \frac{5}{24r^6} \left[(2\Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2)x^2 + (-\Delta x^2 + 2\Delta y^2 - \Delta z^2)y^2 + (-\Delta x^2 - \Delta y^2 + 2\Delta z^2)z^2 \right] + \dots \right\} \quad (2.45)$$

2.3.3.3 Isostasia

La isostasia fue enunciada como un principio a finales del siglo XIX y hace mención al equilibrio que presenta la superficie terrestre debido a la diferencia de densidad de sus partes.

El principio básico menciona que para flotar un cuerpo sobre otro, éste debe ser más denso, por lo que éste se sitúa debajo, el material que flota, se hunde en un porcentaje variable, pero siempre tiene parte de él emergido. Así, la condición de flotabilidad no depende del tamaño, y cuando la parte emergida pierde volumen y peso, la parte sumergida asciende para compensarlo. Cada bloque individual, ya sea éste una placa o un bloque delimitado por fallas, tiende a alcanzar dicho equilibrio.

El equilibrio isostático puede romperse por un movimiento tectónico o el deshielo de un inlandsis⁸, por tanto es parte fundamental para el relieve de la Tierra. Los continentes son menos densos que el manto y también que la corteza oceánica. Cuando la corteza continental se pliega, acumula gran cantidad de materiales en una región concreta, terminado el ascenso comienza la erosión, los materiales se depositan, a la larga, fuera de la cadena montañosa, con lo que ésta pierde peso y volumen.

Por tanto, las anomalías de Bouguer en áreas montañosas son sistemáticamente negativas y pueden alcanzar grandes valores, aumentando la magnitud, en media, de 100 mGal por cada 1000 metros de elevación.

Es así, que para comprender, de una manera más detallada la compensación de masas, se desarrollaron dos teorías en 1855, en donde Pratt J.H. y Airy G. propusieron hipótesis (ambas diferentes) que justificaban esta deficiencia de masa en los continentes. Según Pratt, las montañas han surgido del subsuelo al igual que una masa de pan en fermentación. Según Airy, las montañas están flotando sobre una lava fluida de mayor densidad, de manera que las montañas más altas están más hundidas (Heiskanen & Moritz, 1985).

2.3.3.4 Sistema Pratt-Hayford

El modelo asume un nivel de compensación situado a una profundidad D desde el Geode en torno a los 100 Km, a partir de la cual todos los puntos sufren la misma tensión (*isostasia*).

El principio se ilustra en la figura 2.18 en donde, por debajo del nivel de compensación, la densidad es uniforme, por encima, las masas de cada columna de igual sección son iguales. Sea D la profundidad del nivel de compensación medida desde el nivel del mar, y sea σ_0 la densidad de una columna de altura D , entonces la densidad σ de una columna de altura $D+h$

⁸ **Inlandsis:** Denominación correspondiente a todo gran campo glaciar del tipo llamado *hielo continental* localizado en latitudes elevadas y con extensiones realmente continentales (más de un millón de km²).

(siendo h la elevación de la topografía) satisface la ecuación (para los continentes):

$$(D+h)\rho = D\rho_0 \quad (2.46)$$

Donde se puede adoptar:

$$\rho_0 = 2.67 \text{ g/cm}^3 \quad (2.47)$$

De acuerdo a la ecuación 2.46, la densidad real σ es ligeramente menor que el valor normal σ_0 , en consecuencia existe una deficiencia de masa, expresada por:

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{h}{D+h} \rho_0 \quad (2.48)$$

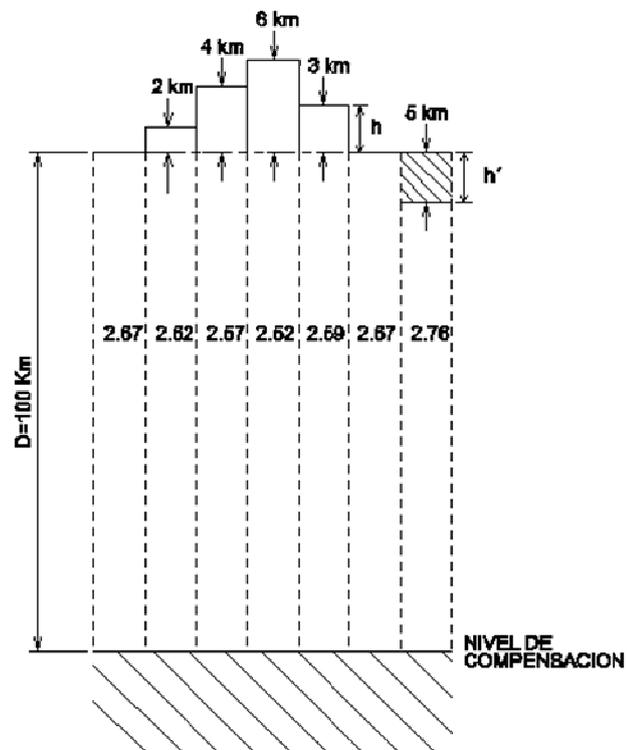


Figura. 2.18. Modelo de Pratt-Hayford

Fuente: Heiskanen & Moritz, 1985

En los océanos la condición de igualdad de masas se expresa por la ecuación 2.49:

$$(D+h')\rho+h'\rho_w=D\rho_0 \quad (2.49)$$

Donde:

$$\rho_w=1.027 \text{ g/cm}^3$$

ρ_w es la densidad del océano y h' su profundidad. Por lo tanto hay un exceso de masa en una columna sub-oceánica, expresada por:

$$\rho-\rho_0=\frac{h'}{D-h'}(\rho_0-\rho_w) \quad (2.50)$$

2.3.4 Reducciones Isostáticas

Se basa en la regularización de la corteza terrestre según algún modelo isostático, tomando a consideración que las masas topográficas no son completamente eliminadas como en la reducción de Bouguer, sino que son llevadas al interior del geoide para rellenar deficiencias de masas existentes bajo los continentes. En el modelo de Pratt-Hayford las masas topográficas son distribuidas entre el nivel de compensación y el nivel del mar, para traer la densidad de la corteza, es decir, de su valor original, al valor estándar constante σ_0 .

En otras palabras, la topografía es eliminada junto con su compensación, y el resultado final es idealmente una corteza homogénea de densidad σ_0 y espesor constante D (Pratt-Hayford) (Heiskanen & Moritz, 1985).

Así, para el presente estudio, se tomará a consideración como reducción isostática a la *Segunda Condensación de Helmert*.

2.3.4.1 Segunda Condensación de Helmert

Al reducir los valores de gravedad observados, al geoide, de acuerdo a la ecuación de la anomalía de aire libre, las anomalías sobre esta superficie soportan a la masa por encima de ellas. Para trabajar entonces con las anomalías de gravedad en el afán de obtener el potencial perturbador (y por ende el geoide), Helmert propuso “condensar” a las masas que están sobre el geoide (en la superficie del mismo), es decir, Helmert no elimina las masas topográficas, sino que las condensa de tal modo que forman una capa superficial sobre el geoide, llamada co-geoide con densidad:

$$\kappa = \rho h \quad (2.51)$$

De esta manera, la masa total queda invariable y, nuevamente, la masa es transportada a lo largo de la vertical local (ver figura 2.19).

Se puede considerar que la condensación de Helmert, es un caso límite de una reducción isostática según el sistema Pratt-Hayford, cuando la profundidad de compensación D se hace cero (Heiskanen & Moritz, 1985).

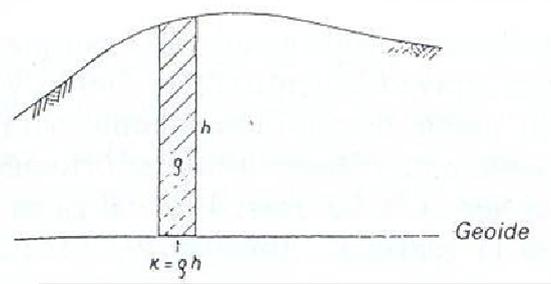


Figura. 2.19 Modelo de condensación de Helmert

Fuente: Heiskanen & Moritz, 1985

Considerando la anomalía de gravedad resultante de la condensación de Helmert obtenida sobre el co-geoide, manteniendo de esta forma la masa total de la Tierra inalterable, además de considerar un *Efecto Indirecto* (véase sección 2.3.4.2) pequeño se tiene:

$$\Delta g_H = \Delta g_{AL} + C_T + \delta g \quad (2.52)$$

Donde:

Δg_{AL} Anomalías de aire libre

C_T Corrección del terreno

δg Anomalías del efecto indirecto

Según Tierra (2003), el método de condensación de Helmert consiste en las siguientes etapas:

- | | |
|---|--------------------------|
| ✓ Remoción de las masas sobre el Geoide | $-2\pi G \bar{\rho} H n$ |
| <i>(tomando en consideración que $\bar{\rho}$ es el valor de densidad media)</i> | |
| ✓ Reducción al Geoide vía corrección de aire libre | C_{AL} |
| ✓ Corrección del terreno | C_T |
| ✓ Restaurar las masas condensadas | $2\pi G \bar{\rho} H n$ |

2.3.4.2 Efecto Indirecto de la Topografía

Lo que interesa determinar por uso de la segunda condensación de Helmert, es la separación entre el co-geoide (sección 2.3.4.1) y el geoide; la corrección que nos conduce a este objetivo se denomina **efecto indirecto** (δg) (Heiskanen & Moritz, 1985).

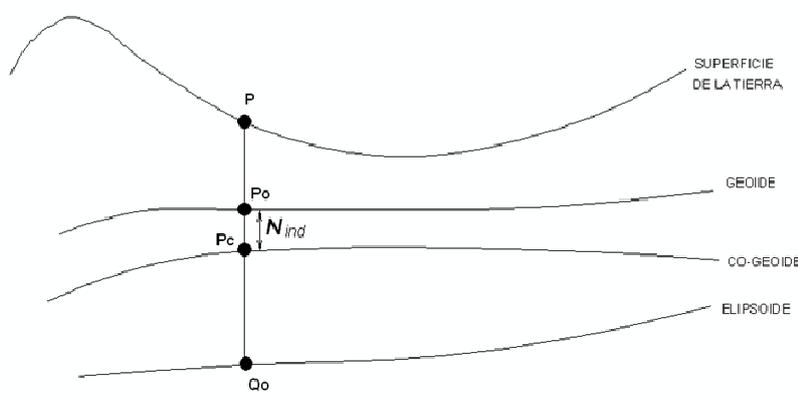


Figura. 2.20 Comparación entre el geoide y co-geoide
Fuente: Jijón, 2008

Como se observa en la figura 2.20, la separación entre el geode y el co-geode se denomina efecto indirecto (N_{ind}) y está determinada por la aplicación de la fórmula de Burns a la diferencia del potencial δW .

$$N_{ind} = \frac{\delta W}{\gamma} \quad (2.53)$$

Más allá, la variación sufrida por el potencial, implica una alteración en el valor de la gravedad reducida al geode, por lo que, antes de aplicar la *Fórmula de Stokes* (sección 2.4.3), las anomalías deben ser reducidas al co-geode mediante la siguiente fórmula (Tierra, 2003):

$$\delta g = \frac{\partial g}{\partial h} N_{ind} \quad (2.54)$$

Donde:

δg conocido como efecto indirecto sobre la gravedad y sus valores en general, son de orden de pocos mGal.

El efecto indirecto del terreno en el Geode debido a la segunda condensación de Helmert está dado por la siguiente expresión:

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \bar{\rho} H n_{(P)}^2}{\gamma} - \frac{G \bar{\rho}}{6\gamma} \iint_{\sigma} \frac{H n^3 - H n_{(P)}^3}{l_0^3} dx dy \quad (2.55)$$

Debido a que el segundo término de la expresión (2.55) es muy bajo, no será tomado en cuenta por efectos mínimos en el desarrollo final, entonces la ecuación queda de la siguiente forma (Tierra, 2003):

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \bar{\rho} H n_{(P)}^2}{\gamma} \quad (2.56)$$

Donde:

$H n_{(P)}$ es la altura del punto de cálculo en cm

π	valor de PI=3.14151692654
G	constante de gravitación universal $6.672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg}^1 \text{s}^2$
$\bar{\rho}$	densidad media de capa punto en unidades (kg/m^3)
γ	es el valor de la gravedad normal en mGals.

2.4 MODELOS GEOPOTENCIALES

2.4.1 Earth Gravitational Model 2008

Ondulación Geoidal es la diferencia existente entre la altura del geoide en un determinado lugar del planeta (Altura Geoidal, sección 2.1.4) y la altura elipsoidal, que está en función del elipsoide de referencia seleccionado, o a un determinado modelo de densidad planetaria de referencia. Si la altura es positiva, significa que el geoide se encuentra situado en parte superior al del elipsoide con la una magnitud especificada en metros, si es negativa entonces el geoide se encuentra en la parte inferior, dicha magnitud puede representarse, conjuntamente con sus coordenadas, en forma de mapas en 2 y 3 dimensiones (ver figura 2.21).

La ondulación o anomalía geoidal es medida mediante satélite, por medio de la observación precisa de las perturbaciones de su órbita. También se puede obtener mediante observaciones gravimétricas utilizando el método de Stokes-Helmert, basado determinación del geoide gravimétrico.

El modelo geoidal agrupa a las ondulaciones geoidales para tener un solo compendio de datos de distintos puntos, dentro de una misma zona, es así que el *Earth Gravitational Model 2008 (EGM08)* contiene esféricos armónicos⁹ al grado y orden 2159, además de contener también coeficientes adicionales extendidos al grado 2190 y orden 2159.

⁹ **Esféricos Armónicos:** Son funciones armónicas que representan la variación espacial de un conjunto ortogonal de soluciones de la ecuación de Laplace cuando la solución se expresa en coordenadas esféricas.

El *EGM08* incorpora también anomalías de la gravedad, obtenidas cada 5'x5' (9.26 x 9.26 km. aproximadamente), empleando algoritmos que calculan anomalías de gravedad por área media, esto minimiza efectos aleatorios durante el proceso de análisis armónico, haciendo también un énfasis especial en la calibración del error en cuanto a la estimación del modelo. Incluye también como modelo de referencia al *Dynamic Ocean Topography (DOT)*, que toma en cuenta elevaciones y depresiones oceánicas. Es decir, todos estos esfuerzos han sido llevados a cabo gracias a la comparación de varios modelos como por ejemplo:

- Ondulaciones Geoidales derivadas de GPS/nivelación
- Deflexiones de la vertical
- DOT proveniente del sensor de temperatura ECCO, etc.

También participaron, al igual que en el EGM96, los sensores para:

- Observaciones satelitales (TOPEX/POSEIDON, Stella, Starlette, SEASAT, Peole, LAGEOS, etc.)
- Observaciones Doppler a satélites (SEASAT, RADCAL., OSCAR-14, Nova-1, HILAT, GEOSAT, etc.)
- Altimetría de satélite (TOPEX/POSEIDON, GEOSAT y ERS-1), observaciones GPS (TOPEX/ POSEIDON, GPS/MET y ELJVE)
- Observaciones TDRSS (Tracking and Data Relay Satellite System) al satélite ELJVE
- Observaciones SST Doppler (Satellite to Satellite Tracking) entre los satélites GEOS-3 y ATS-6
- Observaciones DORIS (Doppler Orbit Determination and Radiopositioning Integrated on Satellite) a los satélites TOPEX/POSEIDON y SPOT-2 y,
- Observaciones ópticas a satélites (GEOS-1, GEOS-2, Midas-4, BE-C, DI-D, Echo-IRB, etc.).

Adicionalmente se contó con la ayuda del sensor GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*), encargado de hacer mediciones detalladas del campo de gravedad terrestre.

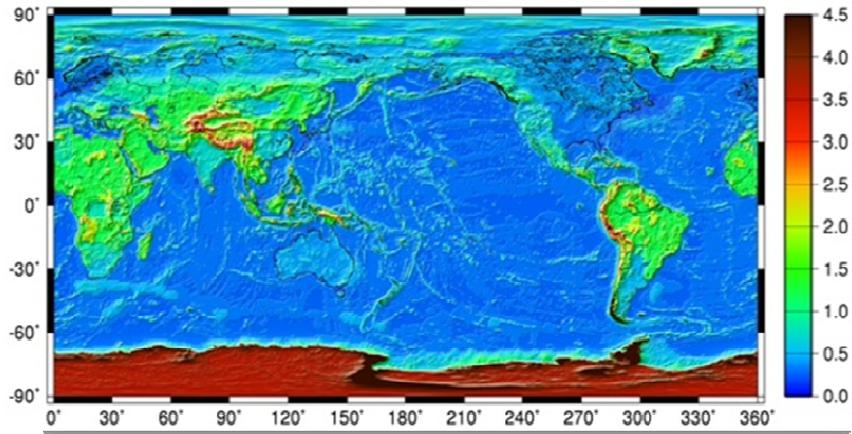


Figura. 2.21 Modelo Geoidal de la Tierra EGM2008

Fuente: *An Earth Gravitational Model to Degree 2160, EGM2008, Pavlis, Holmes, Kenyon, Factor*

2.4.2 KMS2002

Es el Campo de Gravedad Global Marino, el cual toma en cuenta batimetría (equivalente submarino de la altimetría) y el nivel medio de los mares. Dicho campo, contó con la colaboración de la Agencia Nacional de Inteligencia Geoespacial (NGA).

KMS2002 (figura 2.22) presenta un significativo desarrollo en observaciones marinas, así como una cobertura global dentro de 82 paralelos (medidos en grados), usando datos ERS-ERM, por tanto dicho campo de gravedad marina posee una alta resolución debido a la cobertura de datos en regiones costeras y nevadas, estas últimas se encuentran bajo investigación, incluyéndose también una alta resolución de modelo batimétrico y del nivel medio de la superficie del mar. El acercamiento del modelamiento del campo de gravedad KMS, usa las anomalías de altura observadas en la superficie del mar y convierte estas, en gravedad usando técnicas FFT¹⁰.

¹⁰ **FFT (Fast Fourier Transform)**: Es la transformada rápida de Fourier, misma que permite calcular la transformada de Fourier discreta (DFT) y su inversa.

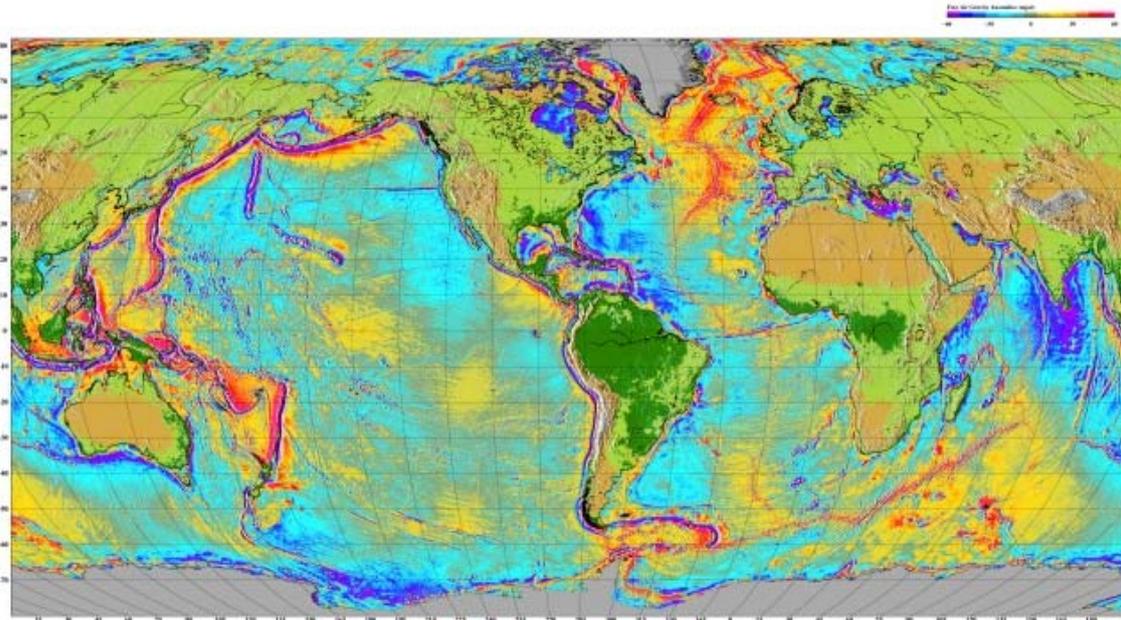


Figura. 2.22 Campo de Gravedad Global Marino, KMS02

Fuente: <http://geodesy.spacecenter.dk/GRAVITY/>

Adicionalmente KMS02 (abreviatura de KMS2002) ha puesto su atención, en el mejoramiento del mapeo de las longitudes de onda intermedias entre 100-250 km, pertenecientes al campo de gravedad, soportado por la utilización de datos exactos de la misión satelital repetida del TOPEX/POSEIDON y del ERS-2.

Según Jijón (2008), recomienda adquirir datos KMS02, que consideran datos de anomalías de aire libre, para los océanos.

2.4.3 Fórmula de Stokes

Dentro de las observaciones geodésicas y dentro de los parámetros que van a determinar la posición de un punto, en el cual se realizan mediciones, se encuentra el campo de gravedad, que junto al contorno (superficie terrestre), constituyen las incógnitas cuando se realizan observaciones con distancias pequeñas entre ellas, obteniendo de tal manera, datos discretos y no continuos.

Para cumplir este fin, la superficie física de la Tierra deberá ser estable (eventualmente sujeta a variaciones de ciclos) y próxima a la superficie

topográfica, del tal forma que sobre la superficie física se conozca completamente el campo de gravedad. Es decir que las oscilaciones entre ambas superficies en el espacio y tiempo serán tales, que producirán sobre la superficie física, variaciones de campo menores que los errores de observación o tal vez más pequeñas que la precisión con que se pretenda conocer, el campo de gravedad, quedando así, físicamente aceptables las hipótesis de que éste no tiene masas en el exterior de la superficie física.

También se verifica geoidalmente hablando, por los supuestos antes mencionados, que las masas externas al geoide no son despreciables, y tampoco que las observaciones de gravedad son realizadas sobre el geoide.

Por tanto una posible solución, es la remoción de masas externas al geoide, misma que toma el nombre de *Fórmula de Stokes*.

Esta fórmula fue publicada por George Gabriel Stokes en 1849, por eso se llama fórmula de Stokes o integral de Stokes. Es considerada la fórmula más importante de la Geodesia Física, ya que hace posible determinar el geoide con datos gravimétricos (Heiskanen & Moritz, 1985).

2.4.3.1 Integración Numérica

El método de Stokes determina el potencial perturbador T , sobre y fuera de una esfera de radio $R = r$ (radio medio de la tierra), en la cual se conocen los valores de anomalía de gravedad Δg , suponiendo que T es una función armónica $\Delta T = 0$ (fuera de esta esfera) y tomando en cuenta la condición de contorno para T , se tiene la expresión:

$$\Delta T = 0$$

$$-\Delta g = \frac{2T}{r} + \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.57)$$

Ésta ecuación puede considerarse como una *condición de contorno* y puede ser usada en conjunto con $\Delta T = 0$, como un problema del valor de la frontera del tipo mixto, envuelto en la función T y en su derivada $\delta T/\delta H$ (ambas referidas al geoide); entonces el potencial perturbador $T(R, \theta, \lambda)$ se calcula por:

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (2.58)$$

La *fórmula de Burns*, la cual relaciona la ondulación geoidal (N) con el potencial perturbador (T), a través de la gravedad normal (γ), está dada por (Heiskanen & Moritz, 1985) (Tierra, 2003):

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (2.59)$$

De esta manera, la fórmula de Stokes que calcula la ondulación geoidal en base a las anomalías de gravedad, debe ser escrita de la siguiente forma, aplicando la ecuación 2.59:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (2.60)$$

Donde:

- σ indica el área de integración
- R es el radio medio de la Tierra
- γ es el valor de la gravedad normal
- Δg son los valores de las anomalías residuales medidas al igual que la gravedad normal en miliGals (1 miliGal= 10^{-3} Gal; 1Gal = 1cm/s^2)
- (Ψ) distancia esférica entre el punto dado de la anomalía de gravedad y el punto a ser calculado
- $S(\Psi)$ es la conocida función de Stokes

Siendo la función de Stokes $S(\Psi)$ conocida mediante la siguiente expresión:

$$S(\Psi) = \frac{1}{\operatorname{sen} \frac{\Psi}{2}} - 6 \operatorname{sen} \frac{\Psi}{2} + 1 - 5 \cos \Psi - 3 \cos \Psi \ln \left(\operatorname{sen} \frac{\Psi}{2} + \operatorname{sen}^2 \frac{\Psi}{2} \right) \quad (2.61)$$

Tanto la ecuación 2.58, como la 2.60, son conocidas como fórmulas de Stokes, permitiendo esta última, el cálculo de la ondulación del geode a partir de datos gravimétricos.

Como T es armónico, fuera de la superficie del geode, significa que todas las masas sobre del geode deben ser removidas, eliminadas o condensadas mediante reducciones gravimétricas. La integración debe realizarse en toda la superficie terrestre y por tanto, se debe disponer de información gravimétrica con distribución adecuada en todo el planeta.

Stokes elimina los términos armónicos de grado cero, con un T y N debido al hecho de que se asume que es esferopotencial sobre el elipsoide y, numéricamente igual al geopotencial sobre el geode, además considera que las masas son iguales y que el centro coincide con el centro de las masas de la Tierra.

Con la utilización de las coordenadas geodésicas ϕ, λ , la ecuación 2.60 es calculada por:

$$N(\phi, \lambda) = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Delta g'(\phi', \lambda') S(\Psi) \cos \phi' d\phi' d\lambda' \quad (2.62)$$

Siendo (ϕ', λ') las coordenadas del elemento del área asociado a la anomalía $\Delta g'$.

2.4.4 Técnica Remove-Restore

Consiste en eliminar todo lo que se puede de un modelo de Anomalías, para obtener una superficie lo más "lisa" posible, así los errores de interpolación se minimizan, es decir para el cálculo del modelo geoidal se utilizará la técnica conocida como *Descomposición de Altura Geoidal o Remover-Restaurar*.

2.4.4.1 Remove

Este proceso consiste en remover la contribución del modelo geopotencial y la anomalía resultante de la condensación de Helmert, obteniendo la anomalía de gravedad residual (Δg_{res}), mediante la fórmula:

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{AL} + C_T + \delta g - \Delta g_{MG} \quad (2.63)$$

Donde:

Δg_{AL} anomalías de aire libre

C_T corrección de terreno

δg anomalías de gravedad (efecto indirecto)

Δg_{MG} anomalías gravimétricas del modelo geopotencial global

Para la realización de este proceso de remoción, debe calcularse las anomalías gravimétricas a partir de un modelo global de armónicos esféricos geoidales (modelo geopotencial global), que consiste en calcular las anomalías gravimétricas (Δg_{MG}) y ondulaciones o alturas geoidales (N_{MG}), para cada punto $P(\phi, \lambda)$.

Hay que recordar que para la obtención de las anomalías gravimétricas residuales (Δg_{res}), deben determinarse las anomalías gravimétricas de Helmert, calculadas a partir de las observaciones gravimétricas locales y de los datos

digitales de elevación (MDE); las anomalías resultantes de la 2da condensación de Helmert (Δg_H) obtenidas a partir de las anomalías de aire libre con la corrección de terreno y por último las anomalías debido al efecto indirecto de topografía, expresado en la ecuación 2.52.

El siguiente paso es calcular la ondulación residual del co-geoide a través de la función de Stokes para cada punto $P(\phi, \lambda)$ (ecuación 2.60), usando como datos de entrada las anomalías gravimétricas residuales (Δg_{res}), mencionadas en la ecuación 2.63.

2.4.4.2 Restore

La continuación de la técnica remover-restaurar, esta dado por restaurar las contribuciones de altura geoidal tanto del modelo geopotencial cuanto del efecto indirecto del terreno (Tierra, 2003).

Consiste en restaurar:

- El *campo de ondulación geoidal* proporcionado por un modelo global de armónicos esféricos del geoide, o sea, un modelo potencial global (N_{MG})
- La *ondulación residual del co-geoide* y,
- La secuencia de la aplicación del efecto indirecto de topografía (N_{ind}), que se aplica en el co-geoide, pero los resultados obtenidos se dan ya en el geoide, formando así la ondulación final de este.

La restauración se expresa de la siguiente manera:

$$N = N_{MG} + N_{res}^C + N_{ind} \quad (2.64)$$

El resultado final que se obtiene a través de la ecuación 2.64, es el principal objetivo de este proyecto, que conjuntamente con la evaluación de los

modelos EGM08, KMS02 y el DTMECU, calculará el geoide gravimétrico local para el área de estudio, mediante el cual se puede calcular las alturas ortométricas (ver figura 2.5):

$$N = h - H \quad (2.65)$$

Donde:

N ondulaciones geoidales (ecuación 2.64)

h alturas elipsoidales

H alturas ortométricas

2.5 MODELO DIGITAL DEL TERRENO DTMECU

Un modelo digital del terreno, también denominados MDT (o DTM, *Digital Terrain Model*), es una estructura numérica de datos que representa la distribución espacial de una variable cuantitativa y continua, como puede ser la temperatura, la cota o la presión atmosférica. En particular, cuando la variable a representar es la elevación o altura del terreno, se denomina Modelo Digital de Elevaciones o MDE.

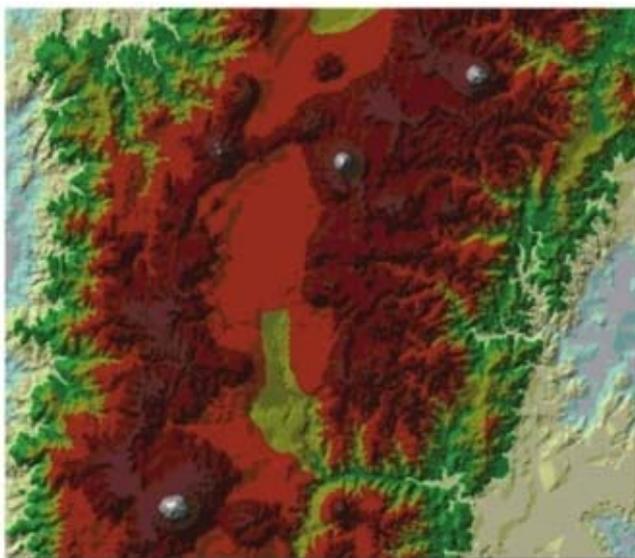


Figura 2.23 DTM (Modelo Digital del Terreno)

Fuente: <http://www.geoportalqg.gov.ec>

Los DTM's, son simbólicos pues establecen relaciones de correspondencia con el objeto real mediante algoritmos o formalismos matemáticos que son tratados mediante programas geoinformáticos, lo que ha permitido la integración del manejo manual de la información con los Sistemas de Información Geográfica (SIG), estableciendo como unidad básica del DTM, un punto acotado, de un valor de elevación h y valores de coordenadas Φ , λ . El objetivo principal del DTM es obtener una representación del relieve, basados

en dos tipos de modelos: vectorial y raster¹¹; el modelo vectorial, basado en entidades u objetos geométricos, definidos por las coordenadas de sus nodos y vértices, mientras que los atributos del terreno, se representan mediante puntos líneas o polígonos con sus respectivos valores, entendiéndose como estructuras vectoriales a contornos y *TIN* (red de triángulos irregulares adosados); el modelo raster, se basa en localizaciones espaciales, a cada una de las cuales se les asigna el valor de la variable para unidad elemental de superficie, que en el caso de imágenes son los píxeles.

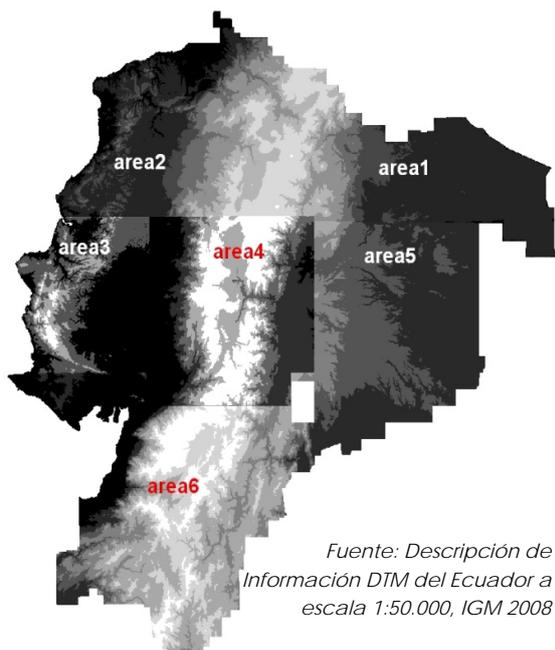


Figura 2.24 DTMECU a escala 1:50.000

Una primera aproximación del DTMECU, a escala 1:50 000, procede de datos de curvas de nivel y cotas de la restitución aerofotogramétrica, correspondiente a la topografía del país.

Para el cálculo del DTMECU, el Instituto Geográfico Militar del Ecuador (IGM), dividió al País en 6 áreas para su procesamiento (ver figura 2.24). Por tal motivo se entregaron 2 grupos de archivos en los cuales el tamaño del píxel, para el primer grupo de datos fue de 20 m y el segundo grupo fue de 1000 m, el grupo de datos que utilizó para la validación de el DTMECU, fue el que corresponde al tamaño de píxel de 20 m, debido a que la resolución espacial es menor que con el píxel a 1km, es decir si se tiene dos puntos de control que se encuentren a menos de 1km, ambos tendrán la misma altura, situación que no se dará al momento de elegir el camino antes mencionado, lo que ayudará a una adecuada validación en cuanto a la elevación que es lo que se pretende realizar.

¹¹ **Raster:** es un área espacial dividida en celdas regulares, generalmente en cuadrícula pero no necesariamente, en las que cada una de las cuales presentan atributos o valor (altura, reflectancia, etc.) que por lo general son almacenados en una base de datos.

2.6 SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL POR SATÉLITES

2.6.1 Principios Fundamentales

Un Sistema Global de Navegación por Satélite (GNSS en su acrónimo inglés), es una constelación de satélites que transmite rangos de señales utilizados para el posicionamiento y localización en cualquier parte del globo terrestre, ya sea por tierra, mar o aire. Estos permiten determinar las coordenadas geográficas de un punto dado como resultado de la recepción de señales provenientes de constelaciones de satélites artificiales de la Tierra para fines de navegación, transporte, geodésicos, hidrográficos, agrícolas y otras actividades afines.

Un sistema de navegación basado en satélites artificiales puede proporcionar a los usuarios información sobre la posición y la hora (cuatro dimensiones) con una gran exactitud, en cualquier parte del mundo, las 24 horas del día y en todas las condiciones climatológicas.

El “Navy Navigational Satellite System” (NNSS), también llamado sistema TRANSIT, fue el primer sistema que se desarrolló, mismo que apareció en el año de 1967 y, como todo primer proyecto, tuvo deficiencias como por ejemplo la baja precisión para fines geodésicos y el tiempo que necesitaba para obtener las observaciones necesarias para la determinación de la posición.

Años más tarde aparece el GPS (Global Positioning System, o Sistema de Posicionamiento Global), diseñado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos (DoD) como un sistema de navegación de precisión, con fines militares y que reemplazaría al sistema TRANSIT, y que a su vez por ser de naturaleza militar, su funcionamiento podría ser alterado si el caso lo amerita.

A partir de 1973, comenzaría el desarrollo de lo que actualmente es la constelación NAVSTAR (Navigation System with Time And Ranging, o Navegación por satélite con medición de tiempo y distancia), lanzando el primer satélite, que formaría parte de la misma, el día 22 de Febrero de 1978, teniendo como objetivo principal un sistema con precisiones 10 veces superiores al sistema TRANSIT. Para dicho propósito, actualmente NAVSTAR está conformada por 24 satélites (21 principales y 3 de reserva), que dan un alto grado de disponibilidad al sistema GPS en todo momento del día y en cualquier lugar (ver figura. 2.25).

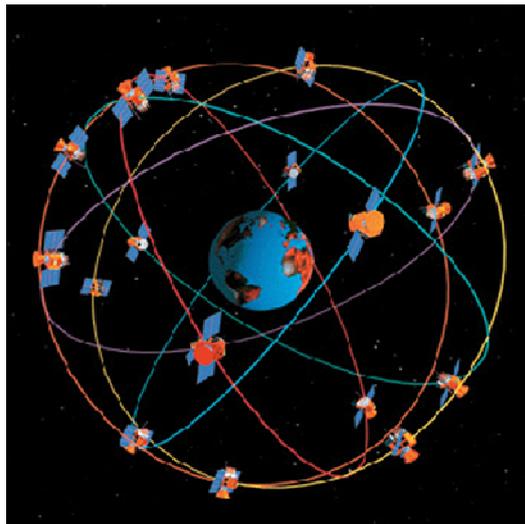


Figura. 2.25
Esquema de la constelación NAVSTAR
 Fuente:

http://www.aero.org/publications/.../01_01.gif

Las técnicas GPS, al ser un sistema de rápida captura de información, combinados con, colectores de datos, software específico, etc. (que automatizan el proceso de toma y tratamiento de datos), pueden ser utilizados actualmente, en los siguientes campos:

- ✓ Navegación terrestre, marítima y aérea, por ejemplo un alto número de automóviles en estos días, lo incorporan para encontrar direcciones o indicar su posición en tiempo real
- ✓ Topografía y geodesia, de manera que en muchas ocasiones resulta mucho más rentable que los procedimientos convencionales, tomando en cuenta que mediante GPS, se puede realizar por ejemplo, la batimetría de un embalse con rendimientos próximos a los 3 000 puntos diarios, superando absolutamente lo que podría obtenerse mediante la utilización de una moderna estación total, permitiendo realizar finalmente complejos trabajos en plazos de tiempo antes inimaginables
- ✓ Localización agrícola (*agricultura de precisión*), ganadera y de fauna

- ✓ Salvamento y rescate
- ✓ Deporte, acampada y ocio
- ✓ Para localización de enfermos, discapacitados y menores
- ✓ Aplicaciones científicas en trabajos de campo
- ✓ Geocaching, actividad deportiva consistente en buscar "tesoros" escondidos por otros usuarios
- ✓ Se utiliza para rastreo y recuperación de vehículos.
- ✓ Navegación Deportiva
- ✓ Deportes Aéreos: Parapente, Ala delta, Planeadores, etc.
- ✓ Existe quien dibuja usando tracks (rutas) o juega utilizando el movimiento como cursor (común en los gps garmin) y,
- ✓ Sistemas de gestión y seguridad de flotas.

2.6.2 Principios Básicos del GPS

2.6.2.1 Principio Básico de Posicionamiento por con el Sistema NAVSTAR-GPS

El sistema NAVSTAR-GPS se basa en la medida simultánea de la distancia entre el receptor y, al menos 4 satélites (ver figura 2.26) para poder resolver las incógnitas que en este caso vendrían a ser cuatro (e.g. 3 coordenadas, 1 de tiempo), ya que por lo general los receptores no disponen de un reloj de gran estabilidad, por lo que da un valor de tiempo aproximado al del sistema de tiempo GPS, es decir, existe un error de sincronización.

El sistema ofrece las siguientes informaciones:

- Posición del receptor.
- Referencia temporal muy precisa.

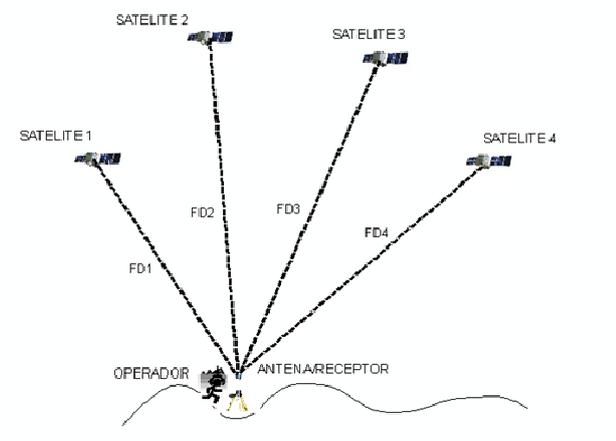


Figura. 2.26
Básico de Posicionamiento con el NAVSTAR - GPS
Fuente: Tierra, 1995

Las distancias entre el receptor y el satélite se obtienen por medio del retardo temporal (tiempo en el cual el satélite envía la señal hasta que el receptor la recibe), este retardo temporal se denomina *Falsa Distancia (FD)* o *Pseudo Distancia*. Esta distancia será obtenida, a partir de la ecuación de un esferoide (1 ecuación por cada satélite), así como la intersección de todos estos esferoides que finalmente nos dará, la posición del usuario (ver figura 2.27).

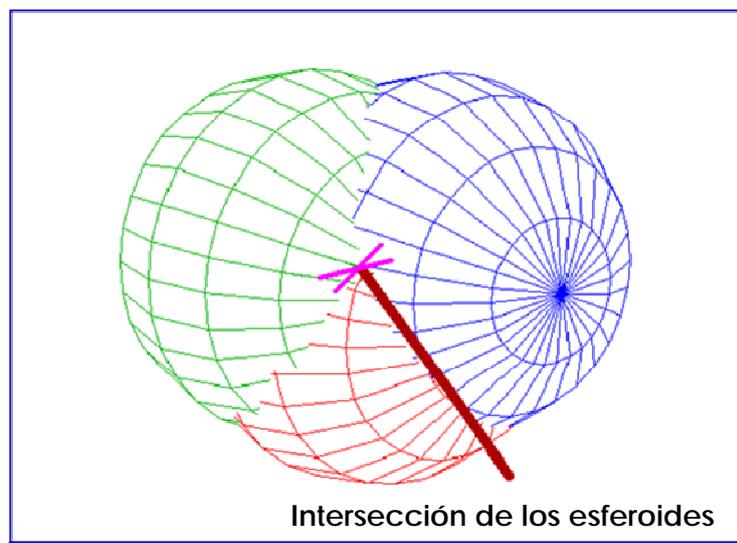


Figura. 2.27 Intersección de las Pseudo-Distancias provenientes de 3 satélites

Fuente:

<http://www.tel.uva.es/personales/jpozdom/telecomunicaciones/tutorial/capitulo1.html>

2.6.2.2 Segmentos del Sistema

Las partes o segmentos que conforman el sistema NAVSTAR-GPS son:

- *Segmento Espacial:* concierne a los satélites
- *Segmento de Control:* responsable de las estaciones terrestres, es decir monitoreo, generación, corrección y evaluación de todo el sistema
- *Segmento de Usuarios:* concierne a los receptores

2.6.2.2.1 Espacial

En un principio se pensó que para la constelación NAVSTAR, eran necesarios 18 satélites (más 3 de emergencia por si acaso alguno fallaba). Sin embargo más tarde se comprobó que con este número la cobertura en algunos puntos de la superficie terrestre no era buena. Así pues se pasaron a utilizar 21 satélites (más 3 de reserva como antes) repartidos en 6 órbitas, de forma que hay 4 satélites por órbita.

El sistema está diseñado de tal forma que sobre cualquier punto de la superficie terrestre se ven al menos 4 satélites.

Las orbitas de los satélites son casi circulares, con una excentricidad de 0.03 a 0.3, éstas se encuentran situadas a una altura de 20180 km, además poseen una inclinación respecto al plano del ecuador de 55°, con una separación entre las mismas de 60° y un periodo de 11h 58m. Como dato adicional, existen 6 efemérides (posiciones de los satélites) que caracterizan a las órbitas.

2.6.2.2.2 De Control

La EPC (Estación Principal de Control), está a cargo de calcular las efemérides de cada uno de los satélites, así como determinar la posición de los mismos con una precisión muy buena, una vez que las estaciones han recibido las señales transmitidas por los satélites; las estaciones de monitoreo también transmiten datos (mensaje de navegación) y reciben las señales que los satélites envían a estas estaciones, además de controlar el estado y posición de los satélites.



Figura. 2.28 Sistema de Posicionamiento Global (GPS), Red de Estaciones de Control Principal y de Monitoreo

Fuente:

<http://www.tel.uva.es/personales/jpozdom/telecomunicaciones/tutorial/apartado52.html>

2.6.2.2.3 De Usuario

Está formado por los receptores GPS y posee las siguientes funciones:

- Sintonizar las señales emitidas por los satélites
- Decodificar el mensaje de navegación
- Medir el retardo de la señal (desde el transmisor hasta el receptor) a partir de los cuales calculan la posición.
- Presentar la información de la posición en la que se encuentra (en 3D ó en 2D)

Otras funciones complementarias son:

- Ayuda a la navegación.
- Almacenamiento de datos.
- Presentación más sofisticada (mapa de fondo...)

Prestaciones de los receptores civiles (c/A)

- 1ª posición 2D en menos de 2 minutos (siempre que no se parta de la posición perdido).
- 1ª posición 3D en menos de 2.5 minutos (siempre que no se parta de la posición perdido).
- Actualizaciones de la posición de 0.5 a 1 segundos.

- Precisión en torno a 15m.
- Medida de la velocidad del usuario, precisión de 0.1m/s aproximadamente.
- Referencia temporal, precisión de 100ns aproximadamente.

2.6.2.3 Señales Transmitidas por el Satélite

Los satélites NAVSTAR-GPS usan la técnica “*one way*”, que transmite información de navegación e identificación basadas en una frecuencia f_0 de 10.23 MHz, producida por relojes atómicos de Cesio y Rubidio.

Existen 3 tipos de señales transmitidas por los satélites, que son usadas en las observaciones GPS, mismas que serán descritas en las 3 secciones a continuación.

2.6.2.3.1 Por Códigos

En este tipo de señal existen dos tipos diferentes de códigos:

- **Código P:** Este es un código restringido, de precisión y solo personas autorizadas lo pueden disponer. Este código es único para todos los satélites. El periodo de un producto de códigos es el producto de sus periodos, por tanto el código P posee un periodo de 38 semanas, correspondiente a 235'469 592'765 000 bits, subdividido de tal forma que cada satélite tiene un periodo de una semana que no se solapa con el de ninguno otro.
- **Código C/A:** Conocido como el código de libre acceso y este código es único para cada satélite.

2.6.2.3.2 De la Portadora

Ésta señal, permite la determinación de los efectos debido a la refracción ionosférica en la propagación de las ondas, para esto se generan dos tipos de señales:

- **L1:** Es modulada en fase por los códigos P y C/A y se recomienda utilizar equipos con portadora L1 hasta distancias de 10 Km. entre base y móvil.
- **L2:** Es modulada en fase solo por el código P y se utiliza hasta distancias de 50 km., pero con el avance de la tecnología existen equipos que permiten mayor distancia entre base y la móvil.
- **L2c:** Señal civil programada para ser disponible en los satélites lanzados al espacio a partir del 2004 en adelante, dependiendo su disponibilidad, del gobierno de los EE.UU, ésta señal incrementa la fuerza de la señal de la frecuencia L2.
- **L5:** Señal civil diseñada para aplicaciones aeronáuticas y otras relativas a la seguridad de las vidas humanas.

2.6.2.3.3 De mensaje de Navegación

Esta señal se compone de un cuadro de datos con una duración de 30s y cada cuadro a su vez, se compone de 5 subcuadros en los que contienen:

- En el subcuadro 1, los parámetros para la corrección del reloj del satélite, el número de semana GPS, el número y el estado de salud del satélite.
- En los subcuadros 2 y 3, las efemérides de los satélites y los parámetros de actualización de estas efemérides.
- En el subcuadro 4 mensajes para la corrección de la refracción ionosférica y,
- En el subcuadro 5, contiene el almanaque GPS.

2.6.2.4 Método de Corrección Diferencial

Método muy utilizado actualmente en geodesia para medir largas distancias, debido a la precisión que ofrecen las coordenadas obtenidas con GPS, ésta dependerá de los tiempos de medición y sobre todo, del tipo de receptor empleado, ya que éste método es aplicable con receptores de fase de portadora L1 o con receptores de fase de portadoras en bifrecuencia (L1+L2), por los que uno de sus usos es la medición de puntos fijos para redes de apoyo.

La corrección diferencial, consiste en la utilización de un receptor base sobre un punto de coordenadas conocidas y otro receptor sobre el punto a medir, teniendo en cuenta la inmovilidad de los receptores durante el tiempo de medición. La idea principal es que las señales que han llegado hasta la estación base, han recorrido prácticamente la misma región atmosférica que las señales que han llegado hasta el receptor medidor, con lo cual ambas señales estarán sometidas al mismo tipo de degradaciones (sobre todo por efecto de la ionosfera).

Las coordenadas medidas serán obtenidas en gabinete, utilizando el software apropiado para su cálculo, dicho software pone en relación las series de la estación (o estaciones de referencia) con las series de los receptores de medida. Como la estación de referencia tiene coordenadas conocidas, se puede saber a lo largo de la medición, qué error aproximado estaban induciendo los satélites; dicho error es compensado sobre la serie del receptor medidor.

La razón de la utilización de receptores con dos portadoras (L1 y L2) está, en que al utilizar dos frecuencias distintas, se resuelven mayor número de ambigüedades y se da mayor precisión; esto debido a que los retardos ionosféricos y atmosféricos, son función de la frecuencia de la señal, luego si se utilizan dos frecuencias distintas, se puede tener más información acerca de

qué retardos y degradaciones ha tenido la señal en su camino hasta nuestro receptor.

El tiempo medio de observación va desde decenas de minutos hasta algunas horas dependiendo de varios factores como: distancia entre dos puntos, (línea base), números de satélites rastreados, geometría entre satélites, observaciones utilizando una o dos frecuencias, precisión deseada, entre otros.

2.6.2.5 Principios Básicos de la Nivelación Geométrica

La nivelación geométrica es un procedimiento bien conocido y practicado por topógrafos y geógrafos. Consiste en medir la diferencia de altura, δH , entre dos puntos A y B , observando con un nivel (instrumento óptico), las lecturas sobre dos miras verticales situadas en los puntos considerados. Éste resultado será entonces, la diferencia de las lecturas l_1 y l_2 , es decir,

$$\delta H_{AB} = l_1 - l_2 = A\bar{A} - B\bar{B} \quad (2.66)$$

Siendo δH_{AB} la diferencia de altura geométrica entre los puntos A y B . Cuando este procedimiento se repite una y otra vez, siguiendo un circuito de nivelación, (línea de nivelación cerrada), la suma algebraica de los incrementos de nivelación o diferencias de elevación medidas, no es exactamente cero, como cabría esperar si realizamos estas medidas con gran precisión. Este error, que se conoce como error de cierre de un circuito de nivelación y nos indica, que el procedimiento de nivelación exacto, es más complejo que la simple determinación de las diferencias de altura.

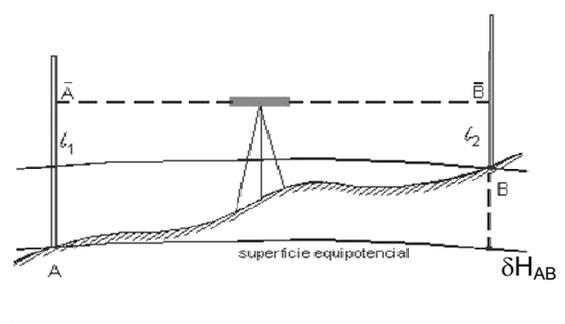


Figura. 2.29 Nivelación Geométrica

Fuente: Heiskanen & Moritz, 1985

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1 EVALUACIÓN DE LA INFORMACIÓN EXISTENTE

El análisis de los modelos EGM08, KMS02 y DTMECU para el cálculo del geoide gravimétrico local para la zona comprendida entre las latitudes 1° y 2° sur y las longitudes 81° y 78° oeste, tiene como camino a seguir, la metodología indicada en el anexo A, misma que parte de la evaluación entre los modelos geopotenciales EGM96, EGM08 y KMS02, así como del SRTM y DTMECU, cuyos resultados determinarán la idoneidad de los mismos, frente a los cálculos correspondientes.

Para éste fin y como punto de partida, están las monografías de puntos de control, que fueron adquiridas al IGM, en primera instancia de 40 puntos de nivelación y GPS, 10 puntos PSAD56 y SIRGAS, además de 88 puntos de gravimetría, a éstos se suman 11086 puntos gravimétricos, 48 puntos de nivelación y GPS para el Ecuador continental además de 700 puntos con valores de anomalías de aire libre para el Perú, proporcionados por el CIE¹²; posteriormente se adquirieron 43 puntos de nivelación y GPS, 26 puntos PSAD56 y SIRGAS y 165 puntos de gravimetría, los cuales en su totalidad, contribuyen en gran forma para el análisis y cálculos del presente proyecto.

3.2 EVALUACIÓN DE LOS MODELOS GEOPOTENCIALES

Previamente al proceso de evaluación de los modelos EGM96 y EGM08, se hace necesario organizar todos los puntos de nivelación y GPS, en una sola

¹² CIE (Centro de Investigaciones Espaciales): Dependencia encargada de realizar estudios en las ciencias y tecnologías espaciales dependiente de la Escuela Politécnica del Ejército (Sangolquí-Ecuador).

base de datos digital, para poder de ésta forma, realizar un proceso ordenado y exitoso del presente proyecto.

3.2.1 Evaluación entre los modelos EGM96 y EGM08

Parte, de los resultados obtenidos en los programas que se encuentran en lenguaje fortran, dentro de los archivos ejecutables **GRAVTGME.exe** (cuya metodología de uso, se encuentra descrita en Ordoñez, 2007) para el EGM96 y **hsynth_WGS84.exe** (ver anexo K) para el EGM08.

Una vez calculadas las ondulaciones teóricas (ver tabla 4.1), resultado de la diferencia entre la altura elipsoidal y la altura nivelada (de los puntos de nivelación y GPS), se analizarán las diferencias existentes entre éstas y las ondulaciones obtenidas mediante el EGM96, así como también entre las ondulaciones teóricas y las ondulaciones obtenidas con el EGM08 (ver tabla 4.2), de ésta manera y para todos los análisis estadísticos de aquí en adelante, se determinarán respectivamente: número de puntos, media, desviación estándar, valores máximos y mínimos (ver tabla 4.3, en el capítulo 4).

Por tanto, la menor diferencia existente, es la perteneciente al modelo geoidal apropiado para la continuación del presente proyecto.

3.2.2 Evaluación entre el modelo EGM elegido con el modelo KMS02

El modelo geopotencial con menor diferencia en valor a la ondulación geoidal teórica, es el EGM96, mismo que se utilizó conjuntamente con el modelo KMS02, para el cálculo de anomalías residuales, debido a que éste último, considera anomalías de aire libre para los océanos, de acuerdo a las recomendaciones de Jijón, 2008. Con dichos resultados se calcularon las anomalías y ondulaciones geoidales residuales, como también las ondulaciones geoidales a partir de la restauración de las contribuciones de altura geoidal tanto del modelo geopotencial cuanto del efecto indirecto del terreno para el área de estudio, detalladas en la sección 4.11, obtenidas con el

EGM96 y el KMS02, así como también aquellas generadas a partir de los modelos EGM08 y KMS02, para el SRTM y el DTMECU (ver sección 4.8).

3.3 METODOLOGÍA PARA EVALUAR LOS MODELOS GEOPOTENCIALES CON LOS MODELOS DE TERRENO

Se debe partir de la evaluación de cada uno de los modelos del terreno (DTMECU y SRTM), utilizando los puntos de nivelación y GPS para la determinación de la diferencia de alturas en ambos casos (ver tabla 4.4 y 4.5).

3.3.1 Evaluación de los Modelos Geopotenciales con los DTM's

Previo a la evaluación propiamente dicha de las ondulaciones geoidales, logradas de la combinación los modelos geopotenciales con los dtm's, debe tomarse en cuenta el cálculo de la integral de Stokes, necesaria para poder emplear las ondulaciones geoidales residuales obtenidas, dentro de la técnica *Remove-Restore* (ver sección 2.4.4), con lo cual se incluirá posteriormente, las ondulaciones geoidales obtenidas del EGM96 y EGM08, además del efecto indirecto de la topografía.

Una vez obtenidas las ondulaciones geoidales, mediante la ecuación 2.64 (ver sección 4.11), se analizaron las diferencias existentes entre éstas y las ondulaciones geoidales teóricas (ver sección 4.12), resultados que fueron analizados estadísticamente (ver tablas 4.39, 4.41, 4.43 y 4.45), de acuerdo a la conjunción de los modelos.

3.4 CÁLCULO DE LA ANOMALÍA RESULTANTE DE LA CONDENSACIÓN DE HELMERT

Como se mencionó en el segundo capítulo, sección 2.3.4.1, lo que se pretende determinar es una "condensación" de masas ubicadas sobre el geoide, denominada co-geoide, que está en función de los siguientes

elementos, necesarios para desarrollar la ecuación 2.54, que hace referencia al efecto indirecto de la topografía:

- Altura del punto de cálculo en cm ($Hn_{(P)}$)
- Pi (π)
- Constante de gravitación universal = $6.672 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{kgs}^2$ (G)
- Densidad media de capa punto en kg/m^3 ($\bar{\rho}$)
- Valor de la gravedad normal en mGals (γ)

Posteriormente se reducen las anomalías de la gravedad al co-geoide, mediante el uso de la ecuación 2.52, con los datos calculados hasta el momento:

- Δg_{AL} Anomalías de aire libre (ecuación 2.38)
- C_T Corrección del terreno (ecuación 2.43, implícita en el programa **TC.exe**, *Topographic Correction*, utilizado de acuerdo a la metodología propuesta por Kirby, 2007)
- δg Anomalías del efecto indirecto (ecuación 2.54)

Los valores de la Segunda Condensación de Helmert para los puntos gravimétricos a ser estudiados, se encuentran en las tablas 4.13 y 4.14, mismos que fueron calculados tomando en consideración los modelos SRTM y DTMECU, estos valores, se encuentran analizados estadísticamente en la tabla 4.15.

3.5 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES UTILIZANDO LOS MODELOS GRAVITACIONALES EGM96 y EGM08

Los modelos de alto grado pueden ser usados para una variedad de aplicaciones como: cálculo de la predicción de las órbitas de satélites, uso en

estudios simulados que envuelven cantidades gravimétricas y cálculo de ondulaciones geoidales; entre los principales, el uso más frecuente es éste último, en razón de facilidad proporcionada por el GPS en las determinaciones de alturas elipsoidales y consecuentemente a la necesidad de conocer la altura geoidal (Jijón, 2008).

Para la obtención de ondulaciones geoidales en base a los modelos geopotenciales EGM, previas a la restauración del efecto topográfico, deben ejecutarse los programas mencionados en la sección 3.2.1, de acuerdo a las metodologías descritas en referida sección, cuyos resultados se encuentran en la tabla 4.1.

En cuanto a las anomalías de gravedad, para el EGM96, están contempladas en el archivo de salida que efectúa su programa ejecutor, circunstancia que no se da para el modelo EGM08, ya que para conseguir dichos resultados, se requiere del programa **GEOEGM.py** (ver anexo L), expuestos en la tabla 4.16.

3.6 CÁLCULO DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES

La *Fórmula de Stokes* (ver sección 2.4.3), es la encargada de realizar el cálculo de ondulaciones residuales (sobre el co-geoide) para cada punto $P(\phi, \lambda)$, tomando a consideración la ecuación 2.60, la cual necesita de las anomalías gravimétricas residuales como dato de entrada.

Para la determinación de los valores de anomalías residuales, se utilizaron puntos correspondientes a Ecuador, Perú y el Océano Pacífico, debido a los 2° que se debe tomar en cuenta a partir del área de estudio; es decir 11275 puntos de gravimetría para el Ecuador continental, 700 puntos con valores de anomalías de aire libre para Perú y, 23823 puntos con valores de anomalías de aire libre para el Océano Pacífico, estos últimos comprendidos entre las latitudes 2° a 5° Sur y entre las longitudes 84° a 79° Oeste, mismos que fueron facilitados por Ole Andersen (co-autor del KMS02 conjuntamente

con Per Knudsen Kort); tómesese en cuenta que deben ser discriminados los puntos KMS02 ubicados dentro del límite continental, tanto de Ecuador como de Perú.

El programa que se encuentra en lenguaje fortran, **STOKES.exe**, creado por Forsberg y cuya ejecución se desarrolló de acuerdo a la metodología de Jijón, 2008, realiza el cálculo de las operaciones indicadas anteriormente y, a su vez necesita de los siguientes datos como requisito previo:

- 1 MDE de anomalías residuales generado por el programa **SELECT.exe**, cuya metodología de obtención, se realizó de acuerdo a Kirby, 2007.
- 1 archivo de puntos, correspondientes al sitio a evaluar, en el siguiente orden: punto, latitud, longitud, altura nivelada.

3.7 CÁLCULO DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES DE LA ZONA DE ESTUDIO MEDIANTE EL MÉTODO REMOVE-RESTORE

Lo que se busca, de acuerdo al análisis de la sección 2.4.4 es una superficie lo más “lisa” posible, es decir, minimizar los errores de interpolación **removiendo** en primer lugar, la contribución del modelo geopotencial y la anomalía resultante de la condensación de Helmert, obteniéndose de ésta manera la anomalía de gravedad residual, mediante la utilización de la ecuación 2.63.

Hay que recordar que para la realización del proceso antes descrito, deben calcularse las anomalías gravimétricas y ondulaciones o alturas geoidales, además de la ondulación residual a través de la función de Stokes.

Con estos elementos se procede a restaurar (ecuación 2.64) las contribuciones de altura geoidal del modelo geopotencial global (anomalías

gravimétricas y ondulaciones geoidales) y del efecto indirecto del terreno, que se aplica en el co-geoide, pero con resultados ya en el geoide.

3.8 EVALUACIÓN ABSOLUTA DEL MODELO GEOIDAL SELECCIONADO

Se evaluaron doce casos de ondulaciones geoidales (calculadas tomando a consideración los escenarios planteados en la sección 4.8 y 4.9), de la misma forma en la cual se evaluaron los modelos geopotenciales en la sección 3.2.1, es decir, se calculó (dentro del área de estudio) la diferencia entre estas ondulaciones y las ondulaciones teóricas, logrando así los valores presentados en las tablas 4.38, 4.40, 4.42 y 4.44, con lo cual se definieron las tablas estadísticas 4.39, 4.41, 4.43 y 4.45, comparadas en base al siguiente orden:

1. Valores promedio obtenidos
2. Desviación estándar
3. Valores mínimos y máximos
4. Error medio cuadrático (*RMS – Root Mean Square*)

3.9 GENERACIÓN DE MALLAS GRAVIMÉTRICAS

El objetivo principal en la generación de mallas gravimétricas, es la transformación de un conjunto de datos de observaciones distribuidas irregularmente, a una red de distribución regular llamada grilla, manteniendo los atributos de dichas observaciones.

Para cumplir con este fin, se utilizará el método de interpolación¹³ geoestadístico Kriging, que ofrece fidelidad de los datos originales, mejor precisión y mayor suavidad en las curvas (Jijón, 2008).

¹³**Interpolación:** Es un método científico lógico que consiste en suponer que el curso de los acontecimientos continuará en el futuro, convirtiéndose en las reglas que utilizamos para llegar a una nueva conclusión, es decir, sabemos a ciencia cierta que existen unos axiomas y éstos son extrapolables a la nueva situación, tomando como base además, la inducción y la analogía.

Previamente debe organizarse una tabla en la cual, se registren los siguientes datos: N° de punto, latitud, longitud y anomalía residual (dichos datos deben ser del área de influencia), con lo cual se generó una nube de puntos, misma que se interpolará cada 0.0167° (aproximadamente 2 km) y cuyo resultado es un raster en bidimensional que debe convertirse en un archivo de puntos (point shapefile) para su posterior ingreso en los programas ***SELECT.exe*** y ***STOKES.exe***.

3.10 GENERACIÓN DEL MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES

Luego de haber obtenido y evaluado los resultados de la técnica remover-restaurar, en las secciones 4.11 y 4.12 respectivamente, se organizó una nueva tabla en la cual constan: N° de punto, latitud, longitud y ondulación geoidal idónea, interpolando este último dato de la misma forma como en la sección anterior.

Seguidamente al archivo de puntos bidimensional y para una mejor visualización de los resultados obtenidos, se calculó el mapa de ondulaciones geoidales tridimensional (anexo J), con la ayuda del programa ***Surfer***.

CAPÍTULO 4

CÁLCULOS Y RESULTADOS

4.1 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN ENTRE LOS MODELOS GRAVITACIONALES

En la tabla 4.1, se tomó a consideración una muestra de 50 de los 132 puntos de nivelación y GPS (cuya ubicación se puede apreciar en el anexo C), es decir se adicionó un punto más a mencionado grupo de puntos, debido a que se consideró un punto de las monografías *PSAD56* y *SIRGAS*, que posee nivelación geométrica, con los cuales, se evaluaron los modelos EGM96 y EGM08 (cuya representación gráfica se encuentran en los anexos E y F respectivamente), de acuerdo a la metodología descrita en la sección 3.2.1.

Tabla. 4.1. Datos necesarios para la evaluación entre los modelos EGM96, EGM08 y Ondulaciones Geoidales Teóricas						
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ONDULACIONES GEOIDALES TEÓRICAS (m)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM96 (m)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM08 (m)
	ϕ	λ	H_n	N_T	N_{EGM96}	N_{EGM08}
1	-0.925	-77.798	535.420	21.177	21.965	20.413
2	0.089	-78.122	3021.607	28.461	26.320	27.805
3	-1.081	-78.608	2720.326	27.315	29.042	25.965
4	-1.302	-78.725	3329.922	27.771	28.084	26.178
5	-1.286	-78.511	2114.526	27.438	28.702	26.067
6	-2.476	-80.468	397.438	11.315	12.040	10.926
7	-0.048	-78.792	1166.344	25.307	24.491	25.343
8	0.029	-78.901	1052.115	24.092	23.435	23.849
9	0.023	-78.898	1057.881	24.122	23.468	23.896
10	-2.308	-79.909	4.790	15.571	15.742	14.551
11	-2.267	-79.874	3.095	16.370	16.381	15.378
12	-2.237	-80.076	41.592	15.502	16.088	14.562
13	-2.245	-80.061	7.546	15.493	16.037	14.533
14	-0.980	-77.811	497.798	20.782	21.737	19.999
15	-0.802	-80.173	13.238	15.502	15.475	15.509
16	-0.906	-77.819	548.580	21.524	22.379	20.777
17	-1.024	-77.811	582.797	20.477	21.406	19.647

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ONDULACIONES GEOIDALES TEÓRICAS (m)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM96 (m)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM08 (m)
	ϕ	λ	H_n	N_T	N_{EGM96}	N_{EGM08}
18	-1.400	-78.454	1833.152	27.092	28.225	26.026
19	-1.399	-78.478	2051.757	26.979	28.357	26.089
20	-0.984	-78.615	2731.236	27.432	29.047	26.028
21	-0.895	-78.609	2822.123	27.594	28.965	26.181
22	-0.986	-78.606	2700.252	27.447	29.089	26.037
23	-0.563	-80.433	2.835	13.603	13.406	13.367
24	-0.250	-78.587	3060.591	27.886	26.458	27.024
25	-1.036	-77.668	404.471	19.425	19.604	18.561
26	0.105	-78.399	2248.599	27.277	26.377	26.992
27	-0.096	-78.529	3120.452	27.756	26.288	27.240
28	0.003	-78.498	2866.773	27.322	26.187	27.063
29	0.072	-78.123	2937.420	28.443	26.338	27.805
30	0.065	-78.150	2789.344	28.317	26.442	27.675
31	-3.789	-78.740	808.070	16.412	17.891	16.138
32	-0.374	-78.923	1322.871	24.714	23.992	23.688
33	-0.362	-78.918	1307.922	24.676	24.011	23.713
34	-0.425	-78.790	1522.875	26.076	25.588	25.107
35	0.153	-78.195	2949.448	28.482	26.446	27.433
36	0.085	-76.881	305.414	18.896	17.793	18.176
37	-0.430	-78.430	3011.932	28.026	27.926	26.653
38	-0.326	-78.453	2485.999	27.500	27.518	26.482
39	-0.368	-78.399	2744.779	27.768	27.782	26.689
40	-2.330	-80.895	55.187	11.289	11.040	10.616
41	-0.037	-78.480	3514.720	26.747	26.297	27.045
42	0.000	-78.428	2636.034	27.263	26.499	26.814
43	0.753	-77.974	4218.210	30.105	28.086	28.678
44	-3.008	-79.043	2852.840	20.936	23.185	20.347
45	-0.245	-78.541	2924.024	27.817	26.736	26.923
46	-0.215	-78.494	2892.724	27.591	26.875	26.790
47	-0.263	-78.420	3188.916	27.491	27.273	26.536
48	-0.814	-78.627	2913.570	27.668	28.659	26.400
49	-0.073	-78.507	3112.130	27.505	26.329	27.186
50	0.125	-78.999	921.960	20.963	22.461	22.912

Las diferencias existentes entre las ondulaciones teóricas y las ondulaciones obtenidas con los modelos geopotenciales EGM96 y EGM08, se presentan en la tabla 4.2 descrita a continuación.

Tabla. 4.2. Diferencia entre los modelos EGM96, EGM08 y Ondulaciones Geoidales Teóricas

ID	ONDULACIONES GEOIDALES TEÓRICAS (m)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM96 (m)
	$N_T - N_{EGM96}$	$N_T - N_{EGM08}$
1	0.788	1.552
2	2.141	1.485
3	1.727	3.077
4	0.313	1.906

ID	ONDULACIONES GEOIDALES TEÓRICAS (m)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM96 (m)
	$N_T - N_{EGM96}$	$N_T - N_{EGM08}$
5	1.264	2.635
6	0.725	1.114
7	0.816	0.852
8	0.657	0.414
9	0.654	0.428
10	0.171	1.191
11	0.011	1.003
12	0.586	1.526
13	0.544	1.504
14	0.955	1.738
15	0.027	0.034
16	0.855	1.602
17	0.929	1.759
18	1.133	2.199
19	1.378	2.268
20	1.615	3.019
21	1.371	2.784
22	1.642	3.052
23	0.197	0.039
24	1.428	0.566
25	0.179	1.043
26	0.900	0.615
27	1.468	0.952
28	1.135	0.876
29	2.105	1.467
30	1.875	1.233
31	1.479	1.753
32	0.722	0.304
33	0.665	0.298
34	0.488	0.481
35	2.036	0.987
36	1.103	0.383
37	0.100	1.273
38	0.018	1.036
39	0.014	1.093
40	0.249	0.424
41	0.450	0.748
42	0.764	0.315
43	2.019	0.592
44	2.249	2.838
45	1.081	0.187
46	0.716	0.085
47	0.218	0.737
48	0.991	2.259
49	1.176	0.857
50	1.498	0.451

Para realizar un control adecuado en los valores de las diferencias existentes entre las ondulaciones calculadas teóricamente y aquellas

calculadas mediante software, se encuentran las respectivas estadísticas, mostradas en la tabla 4.3.

Tabla 4.3. Estadísticas para los valores de la evaluación entre los modelos EGM96, EGM08 Y Ondulaciones Teóricas		
<u>ESTADÍSTICAS</u>	$H_{TEÓRICAS} - H_{EGM96}$	$H_{TEÓRICAS} - H_{EGM08}$
NÚMERO DE PUNTOS	132	132
MEDIA (m)	0.919	1.2069
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	0.655	0.8635
MÍNIMO (m)	0.011	0.0110
MÁXIMO (m)	2.866	3.0770
RMS (m)	1.128	1.484

4.2 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN ENTRE LOS MODELOS GRAVITACIONALES Y LOS MODELOS DE TERRENO

Para continuar con el desarrollo del proyecto, se determinaron las diferencias entre la altura nivelada de los puntos de control (nivelación y GPS) y las alturas niveladas de los modelos DTMECU y SRTM, presentados en la tabla 4.4. Para este fin se utilizaron 84 puntos (adquiridos al IGM) de los 132 de nivelación y GPS, debido a que en los 48 puntos entregados por el CIE, existen diferencias que se encuentran fuera del rango de valores existentes en las diferencias de los DTM's con los 84 puntos referidos, por tal motivo y para verificar los valores de los datos para cada punto en las monografías, se utilizaron los insumos antes mencionados.

Tabla 4.4. Valores para la evaluación entre los modelos DTMECU y SRTM							
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ALTURA DTM (m)	ALTURA SRTM (m)	DIFERENCIA DE ALTURAS ENTRE LOS MODELOS Y LA ALTURA NIVEL. (m)	
	ϕ	λ	H_n	H_{DTMECU}	H_{SRTM}	$H_n - H_{DTMECU}$	$H_n - H_{SRTM}$
1	-0.925	-77.798	535.420	510.840	534	24.580	1.420
2	0.088	-78.122	3021.607	3000.000	3019	21.607	2.393
3	-1.081	-78.608	2720.326	2713.753	2719	6.573	1.674
4	-1.302	-78.725	3329.922	3302.827	3315	27.095	14.922
5	-1.286	-78.511	2114.526	2091.154	2109	23.372	5.526
6	-2.476	-80.467	397.438	374.876	391	22.562	6.562
7	-0.048	-78.792	1166.344	1160.000	1165	6.344	1.656
8	0.029	-78.901	1052.115	1044.230	1050	7.885	1.885
9	0.023	-78.898	1057.881	1055.762	1054	2.119	3.881

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ALTURA DTM (m)	ALTURA SRTM (m)	DIFERENCIA DE ALTURAS ENTRE LOS MODELOS Y LA ALTURA NIVEL. (m)	
	ϕ	λ	H_n	H_{DTMECU}	H_{SRTM}	$H_n - H_{DTMECU}$	$H_n - H_{SRTM}$
10	-2.308	-79.908	4.790	5.345	5	10.135	0.210
11	-2.267	-79.874	3.095	4.490	3	7.585	0.095
12	-2.237	-80.076	41.592	40.000	40	1.592	1.408
13	-2.244	-80.061	7.546	4.908	6	12.454	1.546
14	-0.980	-77.811	497.798	475.596	497	22.202	1.202
15	-0.802	-80.173	13.238	6.476	13	6.762	0.238
16	-0.906	-77.819	548.580	537.160	548	11.420	0.580
17	-1.024	-77.811	582.797	568.946	579	13.851	4.203
18	-1.400	-78.454	1833.152	1826.304	1830	6.848	3.152
19	-1.398	-78.478	2051.757	2044.871	2050	6.886	1.757
20	-0.984	-78.615	2731.236	2724.788	2729	6.448	1.764
21	-0.895	-78.609	2822.123	2816.043	2816	6.080	5.877
22	-0.986	-78.606	2700.252	2694.681	2700	5.571	0.748
23	-0.563	-80.433	2.835	0.000	0	2.835	3.165
24	-0.250	-78.587	3060.591	3040.000	3057	20.591	3.591
25	-1.036	-77.668	404.471	400.000	396	4.471	8.471
26	0.105	-78.399	2248.599	2244.144	2244	4.455	4.599
27	-0.096	-78.529	3120.452	3120.381	3119	0.071	1.452
28	0.003	-78.498	2866.773	2853.546	2862	13.227	5.227
29	0.072	-78.123	2937.420	2934.840	2936	2.580	1.580
30	0.065	-78.150	2789.344	2784.958	2782	4.386	7.656
31	-3.789	-78.740	808.070	785.236	807	22.834	0.930
32	-0.374	-78.923	1322.871	1308.136	1321	14.735	1.871
33	-0.362	-78.918	1307.922	1156.849	1284	151.074	23.922
34	-0.425	-78.790	1522.875	1371.604	1517	151.272	5.875
35	0.153	-78.195	2949.448	2818.619	2937	130.829	12.552
36	0.085	-76.881	305.414	300.000	302	5.414	3.414
37	-0.430	-78.430	3011.932	3010.325	3011	1.607	1.068
38	-0.326	-78.453	2485.999	2480.000	2484	5.999	2.001
39	-0.368	-78.399	2744.779	2721.006	2725	23.773	19.779
40	-0.870	-78.448	626.753	617.633	2733	9.119	3360.247
41	-1.703	-79.039	2504.251	2496.421	2497	7.830	7.251
42	-0.730	-76.887	265.259	258.748	263	6.511	2.741
43	-0.989	-79.627	4.596	10.807	45	15.404	49.404
44	-0.221	-78.524	2923.740	2919.785	2910	3.955	13.260
45	-0.879	-78.643	2859.791	2847.555	2855	12.236	5.209
46	-0.988	-78.619	2775.470	2763.852	2771	11.618	4.530
47	-0.967	-78.624	2822.234	2800.000	2815	22.234	7.234
48	-0.863	-78.611	2856.500	2848.154	2855	8.346	1.500
49	-0.929	-78.607	2841.317	2809.472	2816	31.846	25.317
50	-0.931	-78.622	2761.719	2760.820	2758	0.899	3.719
51	-0.968	-77.806	505.996	491.992	506	14.004	0.004
52	-0.965	-78.603	2791.129	2782.981	2790	8.148	1.129
53	-1.011	-77.810	576.202	560.000	569	16.202	7.202
54	-0.927	-77.821	537.947	531.497	533	6.450	5.053
55	-0.979	-77.834	534.224	513.382	533	20.842	0.776
56	-0.982	-77.827	525.057	520.000	522	5.057	2.943
57	-0.982	-77.819	548.918	520.000	546	28.918	2.918
58	-0.941	-77.818	527.966	520.000	525	7.966	3.034
59	-2.230	-79.958	3.092	7.073	1	10.165	3.908
60	-2.337	-79.899	4.682	5.273	1	9.955	3.682

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ALTURA DTM (m)	ALTURA SRTM (m)	DIFERENCIA DE ALTURAS ENTRE LOS MODELOS Y LA ALTURA NIVEL. (m)	
	ϕ	λ	H_n	H_{DTMECU}	H_{SRTM}	$H_n - H_{DTMECU}$	$H_n - H_{SRTM}$
61	-2.323	-79.860	3.046	8.970	8	12.016	10.954
62	-2.419	-79.884	5.643	8.455	3	14.098	2.643
63	-2.320	-79.886	4.129	5.932	2	10.061	1.871
64	-2.233	-79.943	2.881	6.026	1	8.907	2.119
65	-2.038	-79.987	4.815	0.370	4	5.185	0.815
66	-2.154	-79.972	205.791	200.708	201	5.083	4.791
67	-2.022	-80.016	113.020	106.040	103	6.980	9.980
68	-2.001	-80.048	12.635	7.680	3	4.955	9.365
69	-2.033	-80.077	35.688	20.000	31	15.688	4.312
70	-2.204	-80.074	24.833	9.666	25	15.167	0.167
71	-2.316	-80.062	42.823	40.255	41	2.568	1.823
72	-2.236	-80.002	3.733	7.534	1	11.267	2.267
73	-2.050	-80.091	60.957	41.914	40	19.043	21.043
74	-0.007	-78.918	807.810	801.454	691	6.356	117.190
75	-0.013	-78.924	962.410	924.820	941	37.590	21.590
76	-0.065	-78.782	1320.505	1307.872	1316	12.633	4.495
77	-0.062	-78.768	1276.175	1254.625	1269	21.550	6.825
78	-0.925	-77.810	545.609	537.247	545	8.363	0.391
79	-2.237	-79.929	3.215	5.675	2	8.890	1.215
80	-2.317	-79.848	2.660	9.019	2	11.679	4.340
81	-2.419	-79.898	2.691	12.254	3	14.945	5.309
82	-2.413	-79.861	2.790	9.443	0	12.233	2.790
83	0.013	-78.208	2826.850	2800.000	2817	26.850	9.850
84	-0.895	-78.740	3921.621	3905.289	3920	16.332	1.621

A partir de los valores obtenidos en la tabla anterior, como resultado de la diferencia de alturas niveladas, se obtuvieron las estadísticas (tabla 4.5), que permitieron identificar de mejor manera el DTM adecuado para la continuación del presente proyecto.

Tabla 4.5. Estadísticas para los valores de la evaluación entre los modelos DTMECU y SRTM		
<i>ESTADÍSTICAS</i>	$H_n - H_{DTMECU}$	$H_n - H_{SRTM}$
NÚMERO DE PUNTOS	84	83
MEDIA (m)	16.503	6.849
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	26.012	14.271
MÍNIMO (m)	0.071	0.004
MÁXIMO (m)	151.272	117.190
RMS (m)	30.806	15.829

En la tabla 4.4, se discriminó el punto número 40 para el cálculo de las estadísticas en la evaluación del SRTM, debido a que la diferencia existente con el punto de control se dispara del conjunto de datos.

4.3 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE

A partir de los parámetros del sistema WGS84, mencionados en la sección 2.2.6.1, necesarios para el cálculo de la gravedad normal (ecuación 2.28), corrección atmosférica (ecuación 2.40) y, tomando de la misma forma, como punto de partida en el cálculo de las anomalías de aire libre, los datos gravimétricos observados en los puntos de interés (dentro del área de estudio), se calculó la gravedad por corrección atmosférica en la superficie terrestre (ecuación 2.39) y la corrección de aire libre (ecuación 2.37).

A partir de la tabla 4.6 hasta la tabla 4.37, se tomó a consideración una muestra de 50 puntos, en el primer caso, para 3 de los 4 cálculos antes mencionados, además del valor de anomalía de aire libre.

Tabla 4.6. Anomalías de la Gravedad (Aire libre)							
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	GRAVEDAD NORMAL (mGal)	GRAVEDAD CORREGIDA (mGal)	CORRECCIÓN AIRE LIBRE (mGal)	ANOMALIAS DE AIRE LIBRE (mGal)
	ϕ	λ	H_n	γ	g	C_{AL}	Δg_{AL}
1	-1.572	-80.836	43.800	978036.419	978097.312	13.478	74.371
2	-1.644	-80.827	5.420	978036.783	978112.720	1.668	77.606
3	-1.706	-80.798	123.490	978037.108	978088.290	37.999	89.181
4	-1.746	-80.774	9.440	978037.325	978092.078	2.905	57.658
5	-1.828	-80.752	3.260	978037.784	978074.993	1.003	38.212
6	-1.984	-80.723	38.790	978038.724	978071.844	11.936	45.056
7	-1.906	-80.728	3.330	978038.247	978092.298	1.025	55.075
8	-1.021	-80.807	264.170	978034.173	978043.880	81.284	90.991
9	-1.068	-80.874	350.500	978034.327	978027.610	107.846	101.129
10	-1.120	-80.884	34.670	978034.505	978071.958	10.668	48.121
11	-1.174	-80.831	89.910	978034.700	978037.930	27.666	30.897
12	-1.238	-80.808	25.240	978034.944	978065.979	7.767	38.801
13	-1.303	-80.762	11.090	978035.201	978106.556	3.413	74.767
14	-1.374	-80.734	120.780	978035.502	978087.290	37.165	88.953
15	-1.524	-80.781	23.970	978036.188	978108.354	7.376	79.543
16	-1.446	-80.756	85.570	978035.820	978084.110	26.331	74.621
17	-1.989	-80.757	16.350	978038.751	978085.520	5.031	51.801
18	-1.648	-78.746	3095.500	978036.803	977209.650	951.844	124.691
19	-1.593	-79.001	2667.040	978036.521	977338.020	820.178	121.677
20	-1.617	-78.807	3348.100	978036.644	977143.220	1029.456	136.031
21	-1.609	-78.912	3183.420	978036.606	977208.230	978.859	150.482
22	-1.630	-78.786	3239.990	978036.711	977165.790	996.240	125.319
23	-1.621	-78.816	3473.130	978036.667	977122.150	1067.868	153.351
24	-1.650	-78.844	4029.500	978036.813	977032.080	1238.771	234.038
25	-1.603	-78.988	2697.450	978036.573	977323.250	829.524	116.201

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	GRAVEDAD NORMAL (mGal)	GRAVEDAD CORREGIDA (mGal)	CORRECCIÓN AIRE LIBRE (mGal)	ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE (mGal)
	ϕ	λ	H_n	γ	g	C_{AL}	Δg_{AL}
26	-1.614	-79.012	2681.540	978036.632	977339.710	824.634	127.713
27	-1.599	-79.078	2736.830	978036.555	977332.010	841.626	137.082
28	-1.586	-79.109	2242.840	978036.489	977434.850	689.795	88.156
29	-1.568	-79.148	1186.390	978036.398	977662.650	364.970	-8.779
30	-1.611	-79.042	3041.610	978036.613	977273.590	935.285	172.262
31	-1.596	-79.063	3112.570	978036.537	977258.910	957.089	179.462
32	-1.576	-79.167	853.690	978036.441	977735.430	262.642	-38.369
33	-1.605	-79.239	415.230	978036.584	977848.660	127.760	-60.164
34	-1.580	-79.213	589.290	978036.460	977803.700	181.309	-51.451
35	-1.622	-79.252	364.910	978036.671	977865.970	112.279	-58.422
36	-1.625	-79.314	198.920	978036.686	977924.660	61.208	-50.818
37	-1.567	-79.499	13.510	978036.393	977969.098	4.157	-63.138
38	-1.585	-79.404	14.660	978036.482	977963.556	4.511	-68.415
39	-1.584	-79.444	12.570	978036.478	977963.528	3.868	-69.082
40	-1.571	-79.469	13.970	978036.416	977964.839	4.299	-67.279
41	-1.659	-78.648	2782.700	978036.863	977285.320	855.723	104.180
42	-1.625	-78.636	2782.930	978036.686	977280.310	855.794	99.418
43	-1.007	-78.595	2683.200	978034.127	977240.700	825.144	31.717
44	-1.023	-78.593	2672.000	978034.180	977243.300	821.702	30.822
45	-1.042	-78.593	2647.400	978034.240	977249.400	814.142	29.302
46	-1.052	-78.602	2634.400	978034.273	977252.900	810.147	28.774
47	-1.063	-78.607	2613.800	978034.312	977259.200	803.815	28.704
48	-1.065	-78.600	2621.100	978034.317	977257.900	806.059	29.642
49	-1.077	-78.595	2620.200	978034.357	977261.800	805.782	33.226
50	-1.088	-78.595	2697.400	978034.396	977248.200	829.509	43.312

Estadísticamente, los valores de las anomalías de aire libre para el área de estudio, se muestran en la tabla 4.7.

Tabla 4.7. Estadísticas para las Anomalías de Aire Libre	
<i>ESTADÍSTICAS</i>	Δg_{AL}
NÚMERO DE PUNTOS	754
MEDIA (mGal)	57.791
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (mGal)	75.903
MÍNIMO (mGal)	-71.766
MÁXIMO (mGal)	262.893

Gráficamente, se encuentran expuestos en el anexo B, los puntos de gravedad y anomalías de aire libre que sirvieron como punto de partida para los valores de la tabla 4.6. Del mismo modo las anomalías de aire libre para el área de estudio e influencia, se muestran en el anexo D.

4.4 RESULTADOS DE LA CORRECCIÓN POR TERRENO

Hay que recordar que para el cálculo de la corrección por terreno, cuya metodología se encuentra en Kirby, 2007, se tomó al SRTM y al DTMECU como modelos en la generación de las 3 grillas necesarias para la ejecución del programa **TC.exe**, proceso llevado a cabo mediante el uso del programa **SELECT.exe** de acuerdo a los siguientes parámetros establecidos a partir del área de estudio del presente proyecto, en la tabla 4.8.

Tabla 4.8. Parámetros para generación de grillas en el programa SELECTE.exe		
ESTADÍSTICAS	LATITUD (°)	LONGITUD (°)
	ϕ	λ
MÍNIMA	- 5	- 84
MÁXIMA	2	- 75

Adicionalmente, la resolución adoptada para cada una de las grillas es de 0.0167° para la grilla más densa, 0.0333° para la grilla menos densa y 0.05° para la grilla de referencia.

En la tabla 4.9 se encuentran los valores de corrección por terreno correspondiente al área de estudio de este proyecto, tanto para el SRTM, como para el DTMECU, de esta manera se determinarán, posteriormente en la tabla 4.10, las diferencias existentes entre ambos modelos.

Tabla 4.9. Corrección por Terreno para los modelos SRTM y DTMECU					
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	CORRECCIÓN POR TERRENO- SRTM (mGal)	CORRECCIÓN POR TERRENO – DTMECU (mGal)
	ϕ	λ	H_n	TC_{SRTM}	TC_{DTMECU}
1	-1.572	-80.836	43.800	0.701	2.659
2	-1.644	-80.827	5.420	2.415	1.670
3	-1.706	-80.798	123.490	1.773	2.302
4	-1.746	-80.774	9.440	2.632	3.756
5	-1.828	-80.752	3.260	1.772	2.960
6	-1.984	-80.723	38.790	0.196	0.722
7	-1.906	-80.728	3.330	2.666	3.388
8	-1.021	-80.807	264.170	4.802	4.938
9	-1.068	-80.874	350.500	6.885	5.702
10	-1.120	-80.884	34.670	6.635	8.316

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	CORRECCIÓN POR TERRENO - SRTM (mGal)	CORRECCIÓN POR TERRENO - DTMECU (mGal)
	ϕ	λ	H_n	TC_{SRTM}	TC_{DTMECU}
11	-1.174	-80.831	89.910	1.376	1.064
12	-1.238	-80.808	25.240	0.306	0.406
13	-1.303	-80.762	11.090	1.572	3.790
14	-1.374	-80.734	120.780	1.581	1.990
15	-1.524	-80.781	23.970	3.391	5.004
16	-1.446	-80.756	85.570	2.446	4.083
17	-1.989	-80.757	16.350	1.727	1.521
18	-1.648	-78.746	3095.500	13.695	10.502
19	-1.593	-79.001	2667.040	15.299	11.056
20	-1.617	-78.807	3348.100	39.231	25.116
21	-1.609	-78.912	3183.420	12.059	22.693
22	-1.630	-78.786	3239.990	15.905	14.076
23	-1.621	-78.816	3473.130	38.748	19.748
24	-1.650	-78.844	4029.500	12.398	11.749
25	-1.603	-78.988	2697.450	12.751	10.312
26	-1.614	-79.012	2681.540	21.831	10.299
27	-1.599	-79.078	2736.830	38.735	34.375
28	-1.586	-79.109	2242.840	50.637	43.201
29	-1.568	-79.148	1186.390	26.572	28.343
30	-1.611	-79.042	3041.610	18.400	13.983
31	-1.596	-79.063	3112.570	31.655	20.444
32	-1.576	-79.167	853.690	44.271	35.776
33	-1.605	-79.239	415.230	23.733	18.082
34	-1.580	-79.213	589.290	24.021	22.369
35	-1.622	-79.252	364.910	15.520	11.787
36	-1.625	-79.314	198.920	5.085	5.466
37	-1.567	-79.499	13.510	1.666	2.219
38	-1.585	-79.404	14.660	2.600	4.890
39	-1.584	-79.444	12.570	2.041	2.813
40	-1.571	-79.469	13.970	1.587	2.363
41	-1.659	-78.648	2782.700	4.230	4.008
42	-1.625	-78.636	2782.930	6.376	4.838
43	-1.007	-78.595	2683.200	3.823	4.669
44	-1.023	-78.593	2672.000	2.921	2.921
45	-1.042	-78.593	2647.400	3.196	3.164
46	-1.052	-78.602	2634.400	5.025	3.601
47	-1.063	-78.607	2613.800	11.755	8.677
48	-1.065	-78.600	2621.100	7.252	6.515
49	-1.077	-78.595	2620.200	8.445	6.791
50	-1.088	-78.595	2697.400	4.575	3.517

Estadísticamente, la corrección por terreno tanto para el caso del SRTM como del DTMECU, muestra sus diferencias en la tabla 4.10.

Tabla 4.10. Estadísticas para la Corrección por Terreno de los modelos SRTM y DTMECU		
<i>ESTADÍSTICAS</i>	TC_{SRTM}	TC_{DTMECU}
NÚMERO DE PUNTOS	754	754
MEDIA (mGal)	8.184	7.649

<i>ESTADÍSTICAS</i>	TC_{SRTM}	TC_{DTMECU}
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (mGal)	9.808	9.200
MÍNIMO (mGal)	-0.004	0.052
MÁXIMO (mGal)	59.665	67.411

4.5 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD EFECTO TOPOGRÁFICO

Previo al cálculo de las anomalías de la gravedad debido al efecto indirecto cuyos valores se encuentran en la tabla 4.11, se requiere colocar la densidad media en kg/cm^3 y la altura nivelada en cm.

Cabe mencionar que adicionalmente a las anomalías calculadas en la tabla antes mencionada, conjuntamente con la corrección por terreno (calculada en la tabla 4.9) y las anomalías de aire libre (calculadas en la tabla 4.6), se tienen los datos necesarios para el cálculo de la segunda condensación de Helmert (tablas 4.13 y 4.14).

Tabla 4.11. Anomalías de la Gravedad (Efecto Topográfico)

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (cm)	DENSIDAD MEDIA (Kg/cm^3)	EFEECTO INDIRECTO (cm)	ANOM. GRAV. EFECTO INDIR. (mGal)
	ϕ	λ	H_n	$\bar{\rho}$	N_{IND}	δg
1	-1.572	-80.836	4380	2500	-0.0103	-3.16E-03
2	-1.644	-80.827	542	2500	-0.0002	-4.84E-05
3	-1.706	-80.798	12349	2500	-0.0817	-2.51E-02
4	-1.746	-80.774	944	2500	-0.0005	-1.47E-04
5	-1.828	-80.752	326	2500	-0.0001	-1.75E-05
6	-1.984	-80.723	3879	2500	-0.0081	-2.48E-03
7	-1.906	-80.728	333	2500	-0.0001	-1.83E-05
8	-1.021	-80.807	26417	2500	-0.3739	-1.15E-01
9	-1.068	-80.874	35050	2500	-0.6582	-2.03E-01
10	-1.120	-80.884	3467	2500	-0.0064	-1.98E-03
11	-1.174	-80.831	8991	2500	-0.0433	-1.33E-02
12	-1.238	-80.808	2524	2500	-0.0034	-1.05E-03
13	-1.303	-80.762	1109	2500	-0.0007	-2.03E-04
14	-1.374	-80.734	12078	2500	-0.0782	-2.40E-02
15	-1.524	-80.781	2397	2500	-0.0031	-9.47E-04
16	-1.446	-80.756	8557	2500	-0.0392	-1.21E-02
17	-1.989	-80.757	1635	2500	-0.0014	-4.41E-04
18	-1.648	-78.746	309550	2500	-38.1110	-1.58E+01
19	-1.593	-79.001	266704	2500	-60.0603	-1.17E+01
20	-1.617	-78.807	334810	2500	-54.2974	-1.85E+01

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (cm)	DENSIDAD MEDIA (Kg/cm ³)	EFEECTO INDIRECTO (cm)	ANOM. GRAV. EFECTO INDIR. (mGal)
	ϕ	λ	H_n	$\bar{\rho}$	N_{IND}	δg
21	-1.609	-78.912	318342	2500	-56.2442	-1.67E+01
22	-1.630	-78.786	323999	2500	-64.6298	-1.73E+01
23	-1.621	-78.816	347313	2500	-86.9947	-1.99E+01
24	-1.650	-78.844	402950	2500	-38.9850	-2.68E+01
25	-1.603	-78.988	269745	2500	-38.5265	-1.20E+01
26	-1.614	-79.012	268154	2500	-40.1316	-1.19E+01
27	-1.599	-79.078	273683	2500	-26.9518	-1.23E+01
28	-1.586	-79.109	224284	2500	-7.5413	-8.29E+00
29	-1.568	-79.148	118639	2500	-49.5676	-2.32E+00
30	-1.611	-79.042	304161	2500	-51.9074	-1.53E+01
31	-1.596	-79.063	311257	2500	-3.9047	-1.60E+01
32	-1.576	-79.167	85369	2500	-0.9238	-1.20E+00
33	-1.605	-79.239	41523	2500	-1.8606	-2.84E-01
34	-1.580	-79.213	58929	2500	-0.7134	-5.73E-01
35	-1.622	-79.252	36491	2500	-0.2120	-2.20E-01
36	-1.625	-79.314	19892	2500	-0.0010	-6.52E-02
37	-1.567	-79.499	1351	2500	-0.0012	-3.01E-04
38	-1.585	-79.404	1466	2500	-0.0008	-3.54E-04
39	-1.584	-79.444	1257	2500	-0.0010	-2.60E-04
40	-1.571	-79.469	1397	2500	-41.4881	-3.22E-04
41	-1.659	-78.648	278270	2500	-41.4950	-1.28E+01
42	-1.625	-78.636	278293	2500	-38.5743	-1.28E+01
43	-1.007	-78.595	268320	2500	-38.2529	-1.19E+01
44	-1.023	-78.593	267200	2500	-37.5518	-1.18E+01
45	-1.042	-78.593	264740	2500	-37.1839	-1.16E+01
46	-1.052	-78.602	263440	2500	-36.6047	-1.14E+01
47	-1.063	-78.607	261380	2500	-36.8094	-1.13E+01
48	-1.065	-78.600	262110	2500	-36.7841	-1.13E+01
49	-1.077	-78.595	262020	2500	-38.9836	-1.13E+01
50	-1.088	-78.595	269740	2500	-38.1110	-1.20E+01

Las estadísticas para los valores de las anomalías de la gravedad debido al efecto indirecto, calculados para los 754 puntos de gravimetría que se encuentran dentro del área de estudio, se muestran en la tabla 4.12.

Tabla 4.12. Estadísticas para las Anomalías de la gravedad debido al Efecto Indirecto	
<i>ESTADÍSTICAS</i>	δg
NÚMERO DE PUNTOS	754
MEDIA (mGal)	-5.184
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (mGal)	7.375
MÍNIMO (mGal)	-29.208
MÁXIMO (mGal)	-1.11E-05

De acuerdo a los resultados mostrados en las estadísticas y tomando en cuenta que todos los valores de anomalía de gravedad debido al efecto indirecto son negativos, el menor valor en realidad, es $-1.11E-05$ mGal, el cual se encuentra en el límite costero de la provincia de Sta. Elena, mientras que el mayor valor (-29.208 mGal) se encuentra en la provincia de Chimborazo. Estos resultados se encuentran presentados gráficamente en el anexo G.

4.6 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA ANOMALÍA RESULTANTE DE LA SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT

Como se mencionó en la sección anterior y mediante la utilización de la fórmula 2.38, para el cálculo de las anomalías de aire libre; fórmula 2.43 (dentro del programa **TC.exe**) para la corrección del terreno y la fórmula 2.54 para el cálculo del efecto indirecto, se calculó la segunda condensación de Helmert a partir de la fórmula 2.52, la cual se encuentra en la tabla 4.13 para aquella calculada a partir de la corrección del terreno del SRTM y en la tabla 4.14 para aquella calculada a partir del DTMECU.

Tabla 4.13. Anomalía Resultante de la Segunda Condensación de Helmert (SRTM)						
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOMALÍA AIRE LIBRE (mGal)	CORRECCIÓN POR TERRENO (mGal)	SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMEERT (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{AL}	C_T	Δg_H
1	-1.572	-80.836	43.800	74.371	0.701	75.069
2	-1.644	-80.827	5.420	77.606	2.415	80.021
3	-1.706	-80.798	123.490	89.181	1.773	90.929
4	-1.746	-80.774	9.440	57.658	2.632	60.289
5	-1.828	-80.752	3.260	38.212	1.772	39.984
6	-1.984	-80.723	38.790	45.056	0.196	45.250
7	-1.906	-80.728	3.330	55.075	2.666	57.741
8	-1.021	-80.807	264.170	90.991	4.802	95.678
9	-1.068	-80.874	350.500	101.129	6.885	107.812
10	-1.120	-80.884	34.670	48.121	6.635	54.754
11	-1.174	-80.831	89.910	30.897	1.376	32.259
12	-1.238	-80.808	25.240	38.801	0.306	39.106
13	-1.303	-80.762	11.090	74.767	1.572	76.339
15	-1.524	-80.781	23.970	79.543	3.391	82.932
16	-1.446	-80.756	85.570	74.621	2.446	77.055
17	-1.989	-80.757	16.350	51.801	1.727	53.527
18	-1.648	-78.746	3095.500	124.691	13.695	122.589

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOMALÍA AIRE LIBRE (mGal)	CORRECCIÓN POR TERRENO (mGal)	SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMEERT (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{AL}	C_T	Δg_H
19	-1.593	-79.001	2667.040	121.677	15.299	125.249
20	-1.617	-78.807	3348.100	136.031	39.231	156.782
21	-1.609	-78.912	3183.420	150.482	12.059	145.834
22	-1.630	-78.786	3239.990	125.319	15.905	123.918
23	-1.621	-78.816	3473.130	153.351	38.748	172.213
24	-1.650	-78.844	4029.500	234.038	12.398	219.668
25	-1.603	-78.988	2697.450	116.201	12.751	116.957
26	-1.614	-79.012	2681.540	127.713	21.831	137.689
27	-1.599	-79.078	2736.830	137.082	38.735	163.468
28	-1.586	-79.109	2242.840	88.156	50.637	130.500
29	-1.568	-79.148	1186.390	-8.779	26.572	15.473
30	-1.611	-79.042	3041.610	172.262	18.400	175.410
31	-1.596	-79.063	3112.570	179.462	31.655	195.146
32	-1.576	-79.167	853.690	-38.369	44.271	4.700
33	-1.605	-79.239	415.230	-60.164	23.733	-36.714
34	-1.580	-79.213	589.290	-51.451	24.021	-28.003
35	-1.622	-79.252	364.910	-58.422	15.520	-43.121
36	-1.625	-79.314	198.920	-50.818	5.085	-45.798
37	-1.567	-79.499	13.510	-63.138	1.666	-61.472
38	-1.585	-79.404	14.660	-68.415	2.600	-65.815
39	-1.584	-79.444	12.570	-69.082	2.041	-67.041
40	-1.571	-79.469	13.970	-67.279	1.587	-65.692
41	-1.659	-78.648	2782.700	104.180	4.230	95.643
42	-1.625	-78.636	2782.930	99.418	6.376	93.026
43	-1.007	-78.595	2683.200	31.717	3.823	23.671
44	-1.023	-78.593	2672.000	30.822	2.921	21.973
45	-1.042	-78.593	2647.400	29.302	3.196	20.943
46	-1.052	-78.602	2634.400	28.774	5.025	22.357
47	-1.063	-78.607	2613.800	28.704	11.755	29.195
48	-1.065	-78.600	2621.100	29.642	7.252	25.568
49	-1.077	-78.595	2620.200	33.226	8.445	30.352
50	-1.088	-78.595	2697.400	43.312	4.575	35.892

Tabla 4.14. Anomalia Resultante de la Segunda Condensación de Helmert (DTMECU)

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOMALÍA AIRE LIBRE (mGal)	CORRECCIÓN POR TERRENO (mGal)	SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMEERT (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{AL}	C_T	Δg_H
1	-1.572	-80.836	43.800	74.371	2.659	77.027
2	-1.644	-80.827	5.420	77.606	1.670	79.275
3	-1.706	-80.798	123.490	89.181	2.302	91.458
4	-1.746	-80.774	9.440	57.658	3.756	61.414
5	-1.828	-80.752	3.260	38.212	2.960	41.172
6	-1.984	-80.723	38.790	45.056	0.722	45.776
7	-1.906	-80.728	3.330	55.075	3.388	58.464
8	-1.021	-80.807	264.170	90.991	4.938	95.814
9	-1.068	-80.874	350.500	101.129	5.702	106.628
10	-1.120	-80.884	34.670	48.121	8.316	56.434

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOMALÍA AIRE LIBRE (mGal)	CORRECCIÓN POR TERRENO (mGal)	SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{AL}	C_T	Δg_H
11	-1.174	-80.831	89.910	30.897	1.064	31.948
12	-1.238	-80.808	25.240	38.801	0.406	39.206
13	-1.303	-80.762	11.090	74.767	3.790	78.557
14	-1.374	-80.734	120.780	88.953	1.990	90.919
15	-1.524	-80.781	23.970	79.543	5.004	84.546
16	-1.446	-80.756	85.570	74.621	4.083	78.692
17	-1.989	-80.757	16.350	51.801	1.521	53.321
18	-1.648	-78.746	3095.500	124.691	10.502	119.396
19	-1.593	-79.001	2667.040	121.677	11.056	121.006
20	-1.617	-78.807	3348.100	136.031	25.116	142.666
21	-1.609	-78.912	3183.420	150.482	22.693	156.468
22	-1.630	-78.786	3239.990	125.319	14.076	122.088
23	-1.621	-78.816	3473.130	153.351	19.748	153.212
24	-1.650	-78.844	4029.500	234.038	11.749	219.019
25	-1.603	-78.988	2697.450	116.201	10.312	114.518
26	-1.614	-79.012	2681.540	127.713	10.299	126.157
27	-1.599	-79.078	2736.830	137.082	34.375	159.108
28	-1.586	-79.109	2242.840	88.156	43.201	123.064
29	-1.568	-79.148	1186.390	-8.779	28.343	17.244
30	-1.611	-79.042	3041.610	172.262	13.983	170.993
31	-1.596	-79.063	3112.570	179.462	20.444	183.934
32	-1.576	-79.167	853.690	-38.369	35.776	-3.795
33	-1.605	-79.239	415.230	-60.164	18.082	-42.366
34	-1.580	-79.213	589.290	-51.451	22.369	-29.655
35	-1.622	-79.252	364.910	-58.422	11.787	-46.854
36	-1.625	-79.314	198.920	-50.818	5.466	-45.417
37	-1.567	-79.499	13.510	-63.138	2.219	-60.919
38	-1.585	-79.404	14.660	-68.415	4.890	-63.525
39	-1.584	-79.444	12.570	-69.082	2.813	-66.269
40	-1.571	-79.469	13.970	-67.279	2.363	-64.916
41	-1.659	-78.648	2782.700	104.180	4.008	95.422
42	-1.625	-78.636	2782.930	99.418	4.838	91.488
43	-1.007	-78.595	2683.200	31.717	4.669	24.517
44	-1.023	-78.593	2672.000	30.822	2.921	21.973
45	-1.042	-78.593	2647.400	29.302	3.164	20.912
46	-1.052	-78.602	2634.400	28.774	3.601	20.933
47	-1.063	-78.607	2613.800	28.704	8.677	26.118
48	-1.065	-78.600	2621.100	29.642	6.515	24.830
49	-1.077	-78.595	2620.200	33.226	6.791	28.698
50	-1.088	-78.595	2697.400	43.312	3.517	34.834

De la misma forma que en la determinación de las estadísticas para la Corrección del Terreno utilizando los modelos SRTM y DTMECU (tabla 4.10), los valores de la segunda condensación de Helmert (tabla 4.15), calculados a partir del DTMECU, son menores (en promedio) a los obtenidos con el SRTM, con 60.256 mGal y 60.791 mGal respectivamente.

Tabla 4.15. Estadísticas para los valores de la segunda condensación de Helmert, calculada a partir de los modelos SRTM y DTMECU

<i>ESTADÍSTICAS</i>	Δg_H (SRTM)	Δg_H (DTMECU)
NÚMERO DE PUNTOS	754	754
MEDIA (mGal)	60.791	60.256
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (mGal)	75.666	75.281
MÍNIMO (mGal)	-69.967	-70.455
MÁXIMO (mGal)	269.493	279.231

4.7 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES A PARTIR DEL MODELO GEOPOTENCIAL EGM SELECCIONADO

Tal como muestra la tabla 4.3, el menor valor existente entre los valores de ondulaciones geoidales teóricas y los modelos EGM96 y EGM08 es 0.655 m., perteneciente al EGM96, por tal motivo y para verificar que dicho modelo es el idóneo para el presente proyecto, se calcularon del mismo modo, las anomalías de la gravedad a partir del EGM08, presentadas en la tabla 4.16.

Tabla 4.16. Anomalías de la Gravedad y Ondulaciones Geoidales a partir de los modelos EGM96 y EGM08

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM96 (m)	ANOMALÍAS DE LA GRAVEDAD EGM96 (mGal)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM08 (m)	ANOMALÍAS DE LA GRAVEDAD EGM08 (mGal)
	ϕ	λ	H_n	N_{EGM96}	Δg_{EGM96}	N_{EGM08}	Δg_{EGM08}
1	-1.572	-80.836	43.800	14.331	72.813	14.443	79.634
2	-1.644	-80.827	5.420	14.486	77.284	14.484	82.548
3	-1.706	-80.798	123.490	14.808	84.142	14.632	80.531
4	-1.746	-80.774	9.440	15.065	89.28	14.702	69.560
5	-1.828	-80.752	3.260	15.143	90.924	14.419	46.740
6	-1.984	-80.723	38.790	14.782	83.782	13.683	41.797
7	-1.906	-80.728	3.330	15.116	90.124	14.142	41.945
8	-1.021	-80.807	264.170	12.575	16.283	13.502	76.690
9	-1.068	-80.874	350.500	12.093	8.533	13.015	60.463
10	-1.120	-80.884	34.670	12.218	12.775	13.021	52.002
11	-1.174	-80.831	89.910	13.045	31.198	13.718	63.460
12	-1.238	-80.808	25.240	13.608	44.912	14.075	56.702
13	-1.303	-80.762	11.090	14.424	62.972	14.721	63.087
14	-1.374	-80.734	120.780	15.038	77.418	15.237	72.937
15	-1.524	-80.781	23.970	14.957	83.086	15.127	91.744
16	-1.446	-80.756	85.570	15.057	81.591	15.217	80.643
17	-1.989	-80.757	16.350	14.384	77.295	13.378	45.635
18	-1.648	-78.746	3095.500	27.875	174.43	25.758	102.170
19	-1.593	-79.001	2667.040	24.572	87.075	24.211	131.454
20	-1.617	-78.807	3348.100	27.177	156.098	25.834	175.834

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM96 (m)	ANOMALÍAS DE LA GRAVEDAD EGM96 (mGal)	ONDULACIONES GEOIDALES EGM08 (m)	ANOMALÍAS DE LA GRAVEDAD EGM98 (mGal)
	ϕ	λ	H_n	N_{EGM96}	Δg_{EGM96}	N_{EGM08}	Δg_{EGM08}
21	-1.609	-78.912	3183.420	25.829	120.058	25.379	191.807
22	-1.630	-78.786	3239.990	27.434	162.704	25.805	143.308
23	-1.621	-78.816	3473.130	27.053	152.983	25.82	189.856
24	-1.650	-78.844	4029.500	26.632	142.622	25.708	223.172
25	-1.603	-78.988	2697.450	24.771	91.921	24.398	129.063
26	-1.614	-79.012	2681.540	24.397	82.285	23.976	127.481
27	-1.599	-79.078	2736.830	23.408	58.951	22.793	101.661
28	-1.586	-79.109	2242.840	22.977	48.217	22.147	60.159
29	-1.568	-79.148	1186.390	22.47	34.888	21.326	0.157
30	-1.611	-79.042	3041.610	23.914	71.355	23.46	124.282
31	-1.596	-79.063	3112.570	23.603	64.404	23.093	114.020
32	-1.576	-79.167	853.690	22.205	28.478	20.89	-26.633
33	-1.605	-79.239	415.230	21.308	10.971	19.554	-55.890
34	-1.580	-79.213	589.290	21.603	16.184	19.992	-48.450
35	-1.622	-79.252	364.910	21.17	9.024	19.361	-57.547
36	-1.625	-79.314	198.920	20.558	1.676	18.606	-72.485
37	-1.567	-79.499	13.510	19.34	2.167	17.592	-52.919
38	-1.585	-79.404	14.660	19.813	-3.606	17.905	-57.819
39	-1.584	-79.444	12.570	19.602	-1.357	17.763	-50.927
40	-1.571	-79.469	13.970	19.46	-0.767	17.662	-54.134
41	-1.659	-78.648	2782.700	28.668	195.379	25.805	70.212
42	-1.625	-78.636	2782.930	28.646	193.574	25.829	86.005
43	-1.007	-78.595	2683.200	29.129	216.544	26.035	57.637
44	-1.023	-78.593	2672.000	29.132	216.502	26.021	56.503
45	-1.042	-78.593	2647.400	29.128	216.232	26.003	55.551
46	-1.052	-78.602	2634.400	29.103	215.733	25.982	56.613
47	-1.063	-78.607	2613.800	29.085	215.273	25.972	59.977
48	-1.065	-78.600	2621.100	29.1	215.413	25.976	58.134
49	-1.077	-78.595	2620.200	29.101	215.049	25.976	58.399
50	-1.088	-78.595	2697.400	29.072	214.107	25.971	61.032

Como complemento para la diferenciación de los modelos EGM's, se presenta en la tabla 4.17, las estadísticas para las anomalías de la gravedad obtenidas a partir de dichos modelos.

Tabla 4.17. Estadísticas para las Anomalías de la Gravedad y Ondulaciones Geoidales a partir de los modelos EGM96 y EGM08		
<i>ESTADÍSTICAS</i>	Δg_{EGM96}	Δg_{EGM08}
NÚMERO DE PUNTOS	754	754
MEDIA (mGal)	21.606	20.415
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (mGal)	4.837	3.983
MÍNIMO (mGal)	12.093	13.015
MÁXIMO (mGal)	29.172	26.574

4.8 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS RESIDUALES

Como paso previo para la generación de la malla gravimétrica de anomalías residuales (de acuerdo a la metodología de Jijón, 2008), necesaria para la utilización del programa **STOKES.exe**, y de esta manera obtener las ondulaciones geoidales residuales, se calculó las anomalías de gravedad residuales, empleando la ecuación 2.63, expuestas en la tabla 4.18.

En dicha tabla, se presentan los valores de anomalías residuales calculadas a partir de los modelos EGM96, EGM08, KMS02, SRTM y DTMECU, estableciéndose los siguientes casos de análisis:

1. EGM96, KMS02 Y SRTM
2. EGM08, KMS02 Y SRTM
3. EGM96, KMS02 Y DTMECU
4. EGM08, KMS02 Y DTMECU

Tabla 4.18. Anomalías Residuales calculadas a partir de los modelos EGM96, EGM08, KMS02, SRTM y DTMECU

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y SRTM (mGal)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y SRTM (mGal)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y DTMECU (mGal)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y DTMECU (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res1}	Δg_{res2}	Δg_{res3}	Δg_{res4}
1	-1.572	-80.836	43.800	2.259	2.259	4.217	4.217
2	-1.644	-80.827	5.420	2.737	2.737	1.991	1.991
3	-1.706	-80.798	123.490	6.811	6.811	7.341	7.341
4	-1.746	-80.774	9.440	-28.991	-28.991	-27.866	-27.866
5	-1.828	-80.752	3.260	-50.940	-50.940	-49.752	-49.752
6	-1.984	-80.723	38.790	-38.530	-38.530	-38.004	-38.004
7	-1.906	-80.728	3.330	-32.383	-32.383	-31.660	-31.660
8	-1.021	-80.807	264.170	79.509	79.509	79.645	79.645
9	-1.068	-80.874	350.500	99.479	99.479	98.295	98.295
10	-1.120	-80.884	34.670	41.981	41.981	43.661	43.661
11	-1.174	-80.831	89.910	1.075	1.075	0.763	0.763
12	-1.238	-80.808	25.240	-5.805	-5.805	-5.705	-5.705
13	-1.303	-80.762	11.090	13.367	13.367	15.586	15.586
14	-1.374	-80.734	120.780	13.116	13.116	13.525	13.525
15	-1.524	-80.781	23.970	-0.153	-0.153	1.461	1.461
16	-1.446	-80.756	85.570	-4.524	-4.524	-2.887	-2.887
17	-1.989	-80.757	16.350	-23.768	-23.768	-23.974	-23.974
18	-1.648	-78.746	3095.500	-36.202	-36.202	-39.395	-39.395
19	-1.593	-79.001	2667.040	49.784	49.784	45.541	45.541
20	-1.617	-78.807	3348.100	18.980	18.980	4.864	4.864
21	-1.609	-78.912	3183.420	42.317	42.317	52.950	52.950

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y SRTM (mGal)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y SRTM (mGal)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y DTMECU (mGal)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y DTMECU (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res1}	Δg_{res2}	Δg_{res3}	Δg_{res4}
22	-1.630	-78.786	3239.990	-21.653	-21.653	-23.483	-23.483
23	-1.621	-78.816	3473.130	38.917	38.917	19.917	19.917
24	-1.650	-78.844	4029.500	103.546	103.546	102.897	102.897
25	-1.603	-78.988	2697.450	36.911	36.911	34.472	34.472
26	-1.614	-79.012	2681.540	67.140	67.140	55.608	55.608
27	-1.599	-79.078	2736.830	116.742	116.742	112.382	112.382
28	-1.586	-79.109	2242.840	90.493	90.493	83.057	83.057
29	-1.568	-79.148	1186.390	-17.118	-17.118	-15.347	-15.347
30	-1.611	-79.042	3041.610	119.154	119.154	114.737	114.737
31	-1.596	-79.063	3112.570	146.554	146.554	135.342	135.342
32	-1.576	-79.167	853.690	-22.588	-22.588	-31.083	-31.083
33	-1.605	-79.239	415.230	-47.404	-47.404	-53.055	-53.055
34	-1.580	-79.213	589.290	-43.620	-43.620	-45.272	-45.272
35	-1.622	-79.252	364.910	-51.928	-51.928	-55.661	-55.661
36	-1.625	-79.314	198.920	-47.410	-47.410	-47.029	-47.029
37	-1.567	-79.499	13.510	-63.639	-63.639	-63.086	-63.086
38	-1.585	-79.404	14.660	-62.209	-62.209	-59.919	-59.919
39	-1.584	-79.444	12.570	-65.684	-65.684	-64.912	-64.912
40	-1.571	-79.469	13.970	-64.925	-64.925	-64.149	-64.149
41	-1.659	-78.648	2782.700	-87.097	-87.097	-87.319	-87.319
42	-1.625	-78.636	2782.930	-87.907	-87.907	-89.446	-89.446
43	-1.007	-78.595	2683.200	-181.123	-181.123	-180.277	-180.277
44	-1.023	-78.593	2672.000	-182.877	-182.877	-182.876	-182.876
45	-1.042	-78.593	2647.400	-183.849	-183.849	-183.881	-183.881
46	-1.052	-78.602	2634.400	-182.049	-182.049	-183.473	-183.473
47	-1.063	-78.607	2613.800	-174.927	-174.927	-178.004	-178.004
48	-1.065	-78.600	2621.100	-178.632	-178.632	-179.370	-179.370
49	-1.077	-78.595	2620.200	-173.492	-173.492	-175.146	-175.146
50	-1.088	-78.595	2697.400	-166.340	-166.340	-167.397	-167.397

Se hace necesario hacer uso de las estadísticas descritas en la tabla 4.19, a partir de la cual se determinó que las anomalías residuales para los 754 puntos, ubicados dentro del área de estudio, son menores en el cuarto caso, es decir para la combinación de los modelos EGM08, KMS02 y DTMECU con una desviación estándar de 19.745 mGal.

Tabla 4.19. Estadísticas para las Anomalías Residuales calculadas a partir de los modelos EGM96, EGM08, KMS02, SRTM y DTMECU				
<u>ESTADÍSTICAS</u>	Δg_{res1}	Δg_{res2}	Δg_{res3}	Δg_{res4}
NÚMERO DE PUNTOS	754	754	754	754
MEDIA (mGal)	-17.264	4.582	-17.799	4.047
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (mGal)	63.555	20.446	63.553	19.745
MÍNIMO (mGal)	-183.849	-58.264	-183.881	-63.195
MÁXIMO (mGal)	153.928	96.938	160.745	85.726

4.9 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES RESPECTO AL CO-GEOIDE

Al haber calculado la malla de anomalías residuales, dentro del programa **SELECT.exe**, se procedió al cálculo de ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide, utilizando el programa **STOKES.exe**, para los ángulos internos y externos entre 0° y 2° , entre 0.045° y 2° y entre 0.090° y 2° , de acuerdo a Jijón, 2008.

Referida metodología se aplicó a cada uno de los cuatro casos descritos en la sección 4.8, cuyos resultados se encuentran expuestos en las tablas 4.20, 4.22, 4.24, 4.26 y sus estadísticas, se encuentran en las tablas 4.21, 4.23, 4.25 y 4.27.

Tabla 4.20. Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM96, KMS02 Y SRTM

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{resl}	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
1	-1.572	-80.836	43.800	2.259	0.497	0.460	0.441
2	-1.644	-80.827	5.420	2.737	0.369	0.367	0.378
3	-1.706	-80.798	123.490	6.811	0.131	0.220	0.307
4	-1.746	-80.774	9.440	-28.991	-0.055	0.095	0.232
5	-1.828	-80.752	3.260	-50.940	-0.349	-0.119	0.069
6	-1.984	-80.723	38.790	-38.530	-0.632	-0.452	-0.263
7	-1.906	-80.728	3.330	-32.383	-0.516	-0.324	-0.111
8	-1.021	-80.807	264.170	79.509	1.467	1.208	0.950
9	-1.068	-80.874	350.500	99.479	1.517	1.222	0.939
10	-1.120	-80.884	34.670	41.981	1.353	1.132	0.927
11	-1.174	-80.831	89.910	1.075	1.062	0.984	0.871
12	-1.238	-80.808	25.240	-5.805	0.819	0.802	0.776
13	-1.303	-80.762	11.090	13.367	0.638	0.638	0.647
14	-1.374	-80.734	120.780	13.116	0.505	0.533	0.568
15	-1.524	-80.781	23.970	-0.153	0.465	0.480	0.490
16	-1.446	-80.756	85.570	-4.524	0.456	0.500	0.541
17	-1.989	-80.757	16.350	-23.768	-0.555	-0.384	-0.208
18	-1.648	-78.746	3095.500	-36.202	-3.932	-3.778	-3.656
19	-1.593	-79.001	2667.040	49.784	-1.808	-2.113	-2.431
20	-1.617	-78.807	3348.100	18.980	-3.213	-3.280	-3.322
21	-1.609	-78.912	3183.420	42.317	-2.206	-2.517	-2.809
22	-1.630	-78.786	3239.990	-21.653	-3.475	-3.454	-3.424
23	-1.621	-78.816	3473.130	38.917	-3.113	-3.220	-3.289
24	-1.650	-78.844	4029.500	103.546	-2.846	-3.011	-3.174
25	-1.603	-78.988	2697.450	36.911	-1.880	-2.151	-2.488
26	-1.614	-79.012	2681.540	67.140	-1.811	-2.095	-2.422

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res1}	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
27	-1.599	-79.078	2736.830	116.742	-1.664	-2.014	-2.333
28	-1.586	-79.109	2242.840	90.493	-1.709	-2.000	-2.315
29	-1.568	-79.148	1186.390	-17.118	-1.815	-2.043	-2.278
30	-1.611	-79.042	3041.610	119.154	-1.709	-2.059	-2.379
31	-1.596	-79.063	3112.570	146.554	-1.656	-2.029	-2.332
32	-1.576	-79.167	853.690	-22.588	-1.894	-2.083	-2.279
33	-1.605	-79.239	415.230	-47.404	-2.335	-2.292	-2.264
34	-1.580	-79.213	589.290	-43.620	-2.121	-2.221	-2.269
35	-1.622	-79.252	364.910	-51.928	-2.449	-2.324	-2.259
36	-1.625	-79.314	198.920	-47.410	-2.702	-2.478	-2.280
37	-1.567	-79.499	13.510	-63.639	-2.778	-2.511	-2.249
38	-1.585	-79.404	14.660	-62.209	-2.834	-2.559	-2.292
39	-1.584	-79.444	12.570	-65.684	-2.835	-2.560	-2.286
40	-1.571	-79.469	13.970	-64.925	-2.815	-2.530	-2.276
41	-1.659	-78.648	2782.700	-87.097	-4.805	-4.478	-4.172
42	-1.625	-78.636	2782.930	-87.907	-4.890	-4.558	-4.238
43	-1.007	-78.595	2683.200	-181.123	-5.656	-4.755	-3.921
44	-1.023	-78.593	2672.000	-182.877	-5.709	-4.829	-3.948
45	-1.042	-78.593	2647.400	-183.849	-5.754	-4.884	-4.031
46	-1.052	-78.602	2634.400	-182.049	-5.772	-4.903	-4.027
47	-1.063	-78.607	2613.800	-174.927	-5.788	-4.893	-4.078
48	-1.065	-78.600	2621.100	-178.632	-5.795	-4.927	-4.105
49	-1.077	-78.595	2620.200	-173.492	-5.804	-4.957	-4.161
50	-1.088	-78.595	2697.400	-166.340	-5.815	-4.965	-4.180

Tabla 4.21. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM96, KMS02 Y SRTM

<u>ESTADÍSTICAS</u>	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
NÚMERO DE PUNTOS	754	754	754
MEDIA (m)	-2.250	-2.165	-2.086
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	2.070	1.856	1.672
MÍNIMO (m)	-6.103	-5.484	-4.845
MÁXIMO (m)	1.517	1.222	0.950

Tabla 4.22. Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res2}	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
1	-1.572	-80.836	43.800	-4.563	0.277	0.268	0.265
2	-1.644	-80.827	5.420	-2.527	0.302	0.292	0.292
3	-1.706	-80.798	123.490	10.423	0.293	0.315	0.332
4	-1.746	-80.774	9.440	-9.270	0.304	0.333	0.357

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res2}	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
5	-1.828	-80.752	3.260	-6.756	0.367	0.385	0.396
6	-1.984	-80.723	38.790	3.455	0.527	0.507	0.493
7	-1.906	-80.728	3.330	15.796	0.473	0.453	0.444
8	-1.021	-80.807	264.170	19.102	0.305	0.264	0.232
9	-1.068	-80.874	350.500	47.549	0.340	0.269	0.216
10	-1.120	-80.884	34.670	2.754	0.309	0.261	0.225
11	-1.174	-80.831	89.910	-31.187	0.234	0.246	0.243
12	-1.238	-80.808	25.240	-17.594	0.202	0.224	0.238
13	-1.303	-80.762	11.090	13.252	0.233	0.218	0.222
14	-1.374	-80.734	120.780	17.597	0.246	0.225	0.223
15	-1.524	-80.781	23.970	-8.811	0.254	0.263	0.265
16	-1.446	-80.756	85.570	-3.576	0.241	0.238	0.238
17	-1.989	-80.757	16.350	7.892	0.484	0.479	0.476
18	-1.648	-78.746	3095.500	36.059	2.429	2.253	2.138
19	-1.593	-79.001	2667.040	5.405	2.205	2.116	2.029
20	-1.617	-78.807	3348.100	-0.756	2.239	2.135	2.050
21	-1.609	-78.912	3183.420	-29.433	2.139	2.099	2.060
22	-1.630	-78.786	3239.990	-2.257	2.303	2.183	2.084
23	-1.621	-78.816	3473.130	2.044	2.237	2.139	2.065
24	-1.650	-78.844	4029.500	22.996	2.244	2.191	2.141
25	-1.603	-78.988	2697.450	-0.231	2.195	2.135	2.052
26	-1.614	-79.012	2681.540	21.944	2.262	2.185	2.083
27	-1.599	-79.078	2736.830	74.032	2.384	2.196	2.022
28	-1.586	-79.109	2242.840	78.552	2.390	2.181	1.966
29	-1.568	-79.148	1186.390	17.613	2.347	2.125	1.902
30	-1.611	-79.042	3041.610	66.228	2.334	2.195	2.068
31	-1.596	-79.063	3112.570	96.938	2.357	2.167	2.021
32	-1.576	-79.167	853.690	32.522	2.357	2.143	1.912
33	-1.605	-79.239	415.230	19.457	2.264	2.100	1.913
34	-1.580	-79.213	589.290	21.014	2.291	2.079	1.890
35	-1.622	-79.252	364.910	14.643	2.252	2.107	1.939
36	-1.625	-79.314	198.920	26.752	2.034	1.956	1.872
37	-1.567	-79.499	13.510	-8.553	1.473	1.481	1.486
38	-1.585	-79.404	14.660	-7.996	1.672	1.674	1.662
39	-1.584	-79.444	12.570	-16.114	1.580	1.594	1.593
40	-1.571	-79.469	13.970	-11.558	1.521	1.535	1.539
41	-1.659	-78.648	2782.700	38.070	2.595	2.397	2.202
42	-1.625	-78.636	2782.930	19.662	2.475	2.287	2.098
43	-1.007	-78.595	2683.200	-22.216	0.569	0.664	0.736
44	-1.023	-78.593	2672.000	-22.878	0.604	0.693	0.761
45	-1.042	-78.593	2647.400	-23.168	0.647	0.730	0.786
46	-1.052	-78.602	2634.400	-22.929	0.669	0.752	0.806
47	-1.063	-78.607	2613.800	-19.631	0.697	0.775	0.822
48	-1.065	-78.600	2621.100	-21.353	0.705	0.776	0.822
49	-1.077	-78.595	2620.200	-16.841	0.739	0.797	0.831
50	-1.088	-78.595	2697.400	-13.265	0.769	0.818	0.845

Tabla 4.23. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM

<i>ESTADÍSTICAS</i>	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
NÚMERO DE PUNTOS	754	754	754
MEDIA (m)	1.419	1.387	1.354
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	0.863	0.817	0.777
MÍNIMO (m)	0.160	0.218	0.216
MÁXIMO (m)	3.775	3.689	3.600

Tabla 4.24. Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM96, KMS02 Y DTMECU

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y DTMECU (mGal)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res3}	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
1	-1.572	-80.836	43.800	4.217	0.489	0.452	0.435
2	-1.644	-80.827	5.420	1.991	0.359	0.357	0.369
3	-1.706	-80.798	123.490	7.341	0.118	0.209	0.296
4	-1.746	-80.774	9.440	-27.866	-0.067	0.082	0.218
5	-1.828	-80.752	3.260	-49.752	-0.36	-0.134	0.051
6	-1.984	-80.723	38.790	-38.004	-0.653	-0.473	-0.285
7	-1.906	-80.728	3.330	-31.660	-0.531	-0.342	-0.13
8	-1.021	-80.807	264.170	79.645	1.471	1.213	0.957
9	-1.068	-80.874	350.500	98.295	1.52	1.226	0.943
10	-1.120	-80.884	34.670	43.661	1.357	1.136	0.931
11	-1.174	-80.831	89.910	0.763	1.066	0.988	0.875
12	-1.238	-80.808	25.240	-5.705	0.821	0.804	0.777
13	-1.303	-80.762	11.090	15.586	0.634	0.634	0.643
14	-1.374	-80.734	120.780	13.525	0.497	0.524	0.559
15	-1.524	-80.781	23.970	1.461	0.455	0.47	0.48
16	-1.446	-80.756	85.570	-2.887	0.447	0.491	0.531
17	-1.989	-80.757	16.350	-23.974	-0.574	-0.404	-0.228
18	-1.648	-78.746	3095.500	-39.395	-4.18	-4.008	-3.871
19	-1.593	-79.001	2667.040	45.541	-2.023	-2.317	-2.625
20	-1.617	-78.807	3348.100	4.864	-3.458	-3.503	-3.527
21	-1.609	-78.912	3183.420	52.950	-2.416	-2.73	-3.017
22	-1.630	-78.786	3239.990	-23.483	-3.723	-3.68	-3.633
23	-1.621	-78.816	3473.130	19.917	-3.356	-3.443	-3.494
24	-1.650	-78.844	4029.500	102.897	-3.086	-3.236	-3.386
25	-1.603	-78.988	2697.450	34.472	-2.094	-2.357	-2.686
26	-1.614	-79.012	2681.540	55.608	-2.032	-2.302	-2.618
27	-1.599	-79.078	2736.830	112.382	-1.89	-2.219	-2.52
28	-1.586	-79.109	2242.840	83.057	-1.934	-2.203	-2.497
29	-1.568	-79.148	1186.390	-15.347	-2.035	-2.238	-2.453
30	-1.611	-79.042	3041.610	114.737	-1.935	-2.265	-2.571
31	-1.596	-79.063	3112.570	135.342	-1.88	-2.232	-2.52
32	-1.576	-79.167	853.690	-31.083	-2.113	-2.278	-2.454
33	-1.605	-79.239	415.230	-53.055	-2.534	-2.48	-2.435
34	-1.580	-79.213	589.290	-45.272	-2.327	-2.408	-2.44
35	-1.622	-79.252	364.910	-55.661	-2.645	-2.511	-2.432

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y DTMECU (mGal)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res3}	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
36	-1.625	-79.314	198.920	-47.029	-2.876	-2.647	-2.445
37	-1.567	-79.499	13.510	-63.086	-2.896	-2.631	-2.371
38	-1.585	-79.404	14.660	-59.919	-2.973	-2.701	-2.434
39	-1.584	-79.444	12.570	-64.912	-2.966	-2.693	-2.421
40	-1.571	-79.469	13.970	-64.149	-2.939	-2.657	-2.405
41	-1.659	-78.648	2782.700	-87.319	-5.043	-4.708	-4.393
42	-1.625	-78.636	2782.930	-89.446	-5.121	-4.783	-4.455
43	-1.007	-78.595	2683.200	-180.277	-5.838	-4.94	-4.103
44	-1.023	-78.593	2672.000	-182.876	-5.893	-5.015	-4.131
45	-1.042	-78.593	2647.400	-183.881	-5.94	-5.069	-4.216
46	-1.052	-78.602	2634.400	-183.473	-5.958	-5.087	-4.211
47	-1.063	-78.607	2613.800	-178.004	-5.973	-5.077	-4.262
48	-1.065	-78.600	2621.100	-179.370	-5.981	-5.112	-4.289
49	-1.077	-78.595	2620.200	-175.146	-5.992	-5.143	-4.346
50	-1.088	-78.595	2697.400	-167.397	-6.003	-5.151	-4.366

Tabla 4.25. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM96, KMS02 Y DTMECU

<u>ESTADÍSTICAS</u>	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
NÚMERO DE PUNTOS	754	754	754
MEDIA (m)	-2.378	-2.289	-2.206
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	2.145	1.930	1.745
MÍNIMO (m)	-6.290	-5.676	-5.042
MÁXIMO (m)	1.520	1.226	0.957

Tabla 4.26. Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM08, KMS02 Y DTMECU

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y DTMECU (mGal)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res3}	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
1	-1.572	-80.836	43.800	-2.604	0.269	0.261	0.259
2	-1.644	-80.827	5.420	-3.273	0.292	0.283	0.283
3	-1.706	-80.798	123.490	10.952	0.281	0.304	0.321
4	-1.746	-80.774	9.440	-8.145	0.292	0.32	0.343
5	-1.828	-80.752	3.260	-5.568	0.356	0.37	0.379
6	-1.984	-80.723	38.790	3.981	0.507	0.486	0.471
7	-1.906	-80.728	3.330	16.518	0.458	0.436	0.424
8	-1.021	-80.807	264.170	19.238	0.309	0.27	0.239
9	-1.068	-80.874	350.500	46.366	0.344	0.273	0.221
10	-1.120	-80.884	34.670	4.434	0.314	0.265	0.23
11	-1.174	-80.831	89.910	-31.499	0.239	0.25	0.247
12	-1.238	-80.808	25.240	-17.494	0.204	0.226	0.24

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y DTMECU (mGal)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. RES. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res3}	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
13	-1.303	-80.762	11.090	15.471	0.23	0.215	0.218
14	-1.374	-80.734	120.780	18.005	0.238	0.217	0.214
15	-1.524	-80.781	23.970	-7.198	0.245	0.253	0.255
16	-1.446	-80.756	85.570	-1.940	0.233	0.23	0.229
17	-1.989	-80.757	16.350	7.686	0.465	0.459	0.456
18	-1.648	-78.746	3095.500	32.865	2.185	2.027	1.928
19	-1.593	-79.001	2667.040	1.161	1.996	1.917	1.839
20	-1.617	-78.807	3348.100	-14.872	1.998	1.917	1.849
21	-1.609	-78.912	3183.420	-18.799	1.934	1.891	1.857
22	-1.630	-78.786	3239.990	-4.087	2.059	1.961	1.879
23	-1.621	-78.816	3473.130	-16.956	1.998	1.921	1.864
24	-1.650	-78.844	4029.500	22.347	2.008	1.97	1.933
25	-1.603	-78.988	2697.450	-2.670	1.985	1.935	1.859
26	-1.614	-79.012	2681.540	10.412	2.044	1.983	1.891
27	-1.599	-79.078	2736.830	69.672	2.162	1.995	1.839
28	-1.586	-79.109	2242.840	71.116	2.171	1.982	1.788
29	-1.568	-79.148	1186.390	19.384	2.133	1.933	1.731
30	-1.611	-79.042	3041.610	61.811	2.112	1.994	1.879
31	-1.596	-79.063	3112.570	85.726	2.137	1.968	1.837
32	-1.576	-79.167	853.690	24.028	2.143	1.951	1.741
33	-1.605	-79.239	415.230	13.806	2.067	1.915	1.744
34	-1.580	-79.213	589.290	19.362	2.088	1.895	1.722
35	-1.622	-79.252	364.910	10.910	2.058	1.923	1.769
36	-1.625	-79.314	198.920	27.133	1.862	1.789	1.71
37	-1.567	-79.499	13.510	-8.000	1.356	1.362	1.365
38	-1.585	-79.404	14.660	-5.706	1.534	1.534	1.521
39	-1.584	-79.444	12.570	-15.342	1.451	1.462	1.46
40	-1.571	-79.469	13.970	-10.782	1.399	1.41	1.412
41	-1.659	-78.648	2782.700	37.848	2.361	2.171	1.985
42	-1.625	-78.636	2782.930	18.124	2.248	2.066	1.885
43	-1.007	-78.595	2683.200	-21.370	0.391	0.483	0.558
44	-1.023	-78.593	2672.000	-22.877	0.425	0.512	0.582
45	-1.042	-78.593	2647.400	-23.200	0.465	0.548	0.605
46	-1.052	-78.602	2634.400	-24.352	0.488	0.572	0.626
47	-1.063	-78.607	2613.800	-22.708	0.516	0.596	0.643
48	-1.065	-78.600	2621.100	-22.091	0.522	0.596	0.641
49	-1.077	-78.595	2620.200	-18.495	0.555	0.615	0.65
50	-1.088	-78.595	2697.400	-14.322	0.586	0.636	0.663

Tabla 4.27. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales Residuales para los modelos EGM08, KMS02 Y DTMECU

<i>ESTADÍSTICAS</i>	$N^c (0^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c (0.090^\circ - 2^\circ)$
NÚMERO DE PUNTOS	754	754	754
MEDIA (m)	1.293	1.265	1.236
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	0.797	0.754	0.717
MÍNIMO (m)	0.140	0.215	0.214
MÁXIMO (m)	3.564	3.487	3.404

Las tablas 4.21, 4.23, 4.25 y 4.27, muestra menores valores para aquellos logrados a partir del cálculo entre los ángulos 0.090° y 2° , combinando los modelos EGM08, KMS02 y DTMECU, aunque su diferencia con aquellos obtenidos con los mismos modelos geopotenciales y con el SRTM, posee una variación bastante estrecha. Los mayores valores tienden a ubicarse de menor a mayor, desde la costa ecuatoriana hacia la cordillera de los Andes, tal como se muestra en el anexo H.

4.10 CÁLCULOS Y RESULTADOS DEL EFECTO TOPOGRÁFICO

Luego de remover la contribución del modelo geopotencial y la anomalía resultante de la condensación de Helmert, se necesita obtener las anomalías de gravedad residual (desplegadas en la tabla 4.18), de esta manera, se cumple con la primera parte de la técnica *remove-restore*. Como paso previo para concluir con dicha técnica, es decir con la restauración, se necesita incluir el efecto indirecto del terreno del terreno, expuesto en la tabla 4.28.

Tabla 4.28. Efecto Indirecto					
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (cm)	DENSIDAD MEDIA (kg/cm ³)	EFECTO INDIRECTO (cm)
	ϕ	λ	H_n	$\bar{\rho}$	N_{IND}
1	-1.572	-80.836	4380	2500	-1.028E-02
2	-1.644	-80.827	542	2500	-1.574E-04
3	-1.706	-80.798	12349	2500	-8.171E-02
4	-1.746	-80.774	944	2500	-4.775E-04
5	-1.828	-80.752	326	2500	-5.694E-05
6	-1.984	-80.723	3879	2500	-8.062E-03
7	-1.906	-80.728	333	2500	-5.941E-05
8	-1.021	-80.807	26417	2500	-3.739E-01
9	-1.068	-80.874	35050	2500	-6.582E-01
10	-1.120	-80.884	3467	2500	-6.440E-03
11	-1.174	-80.831	8991	2500	-4.331E-02
12	-1.238	-80.808	2524	2500	-3.413E-03
13	-1.303	-80.762	1109	2500	-6.590E-04
14	-1.374	-80.734	12078	2500	-7.816E-02
15	-1.524	-80.781	2397	2500	-3.078E-03
16	-1.446	-80.756	8557	2500	-3.923E-02
17	-1.989	-80.757	1635	2500	-1.432E-03
18	-1.648	-78.746	309550	2500	-5.134E+01
19	-1.593	-79.001	266704	2500	-3.811E+01
20	-1.617	-78.807	334810	2500	-6.006E+01
21	-1.609	-78.912	318342	2500	-5.430E+01

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (cm)	DENSIDAD MEDIA (kg/cm ³)	EFEECTO INDIRECTO (cm)
	ϕ	λ	H_n	$\bar{\rho}$	N_{IND}
22	-1.630	-78.786	323999	2500	-5.624E+01
23	-1.621	-78.816	347313	2500	-6.463E+01
24	-1.650	-78.844	402950	2500	-8.699E+01
25	-1.603	-78.988	269745	2500	-3.899E+01
26	-1.614	-79.012	268154	2500	-3.853E+01
27	-1.599	-79.078	273683	2500	-4.013E+01
28	-1.586	-79.109	224284	2500	-2.695E+01
29	-1.568	-79.148	118639	2500	-7.541E+00
30	-1.611	-79.042	304161	2500	-4.957E+01
31	-1.596	-79.063	311257	2500	-5.191E+01
32	-1.576	-79.167	85369	2500	-3.905E+00
33	-1.605	-79.239	41523	2500	-9.238E-01
34	-1.580	-79.213	58929	2500	-1.861E+00
35	-1.622	-79.252	36491	2500	-7.134E-01
36	-1.625	-79.314	19892	2500	-2.120E-01
37	-1.567	-79.499	1351	2500	-9.779E-04
38	-1.585	-79.404	1466	2500	-1.151E-03
39	-1.584	-79.444	1257	2500	-8.466E-04
40	-1.571	-79.469	1397	2500	-1.046E-03
41	-1.659	-78.648	278270	2500	-4.149E+01
42	-1.625	-78.636	278293	2500	-4.149E+01
43	-1.007	-78.595	268320	2500	-3.857E+01
44	-1.023	-78.593	267200	2500	-3.825E+01
45	-1.042	-78.593	264740	2500	-3.755E+01
46	-1.052	-78.602	263440	2500	-3.718E+01
47	-1.063	-78.607	261380	2500	-3.660E+01
48	-1.065	-78.600	262110	2500	-3.681E+01
49	-1.077	-78.595	262020	2500	-3.678E+01
50	-1.088	-78.595	269740	2500	-3.898E+01

Como complemento necesario para la interpretación de los datos descritos en la tabla anterior, se muestra la tabla 4.29.

Tabla 4.29. Estadísticas para el Efecto Indirecto en el área de estudio	
<u>ESTADÍSTICAS</u>	N_{IND}
NÚMERO DE PUNTOS	754
MEDIA (cm)	-1.685E+01
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (cm)	2.397E+01
MÍNIMO (cm)	-9.492E+01
MÁXIMO (cm)	-3.622E-05

De esta manera se corroboran los resultados obtenidos en las tablas 4.11 y 4.12, es decir el mínimo valor (con referencia al cero absoluto) para este caso es de -3.622E-05 cm, ubicado en el límite costero de la provincia de Sta. Elena,

asimismo el mayor valor se encuentra localizado en la provincia de Chimborazo con $-9.492E+01\text{cm}$.

4.11 RESULTADOS DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DEL ÁREA DE ESTUDIO

Tal como se mencionó en la sección anterior, se necesita concluir la técnica *remove-restore*, esta vez restaurando sobre el geoide, las contribuciones de altura geoidal tanto del modelo geopotencial, cuanto del efecto indirecto del terreno, conforme lo expone la ecuación 2.64 para los cuatro casos analizados en la sección 4.8 de acuerdo a los ángulos internos y externos entre 0° y 2° , entre 0.045° y 2° y entre 0.090° y 2° (para el cálculo de ondulaciones geoidales residuales); contribuciones indicadas en las tablas 4.30, 4.32, 4.34 y 4.36, de igual forma las estadísticas que describen cada una de las tablas anteriormente mencionadas, se encuentran en las tablas 4.31, 4.33, 4.35 y 4.37.

Tabla 4.30. Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 Y SRTM

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{resl}	$N(0^\circ - 2^\circ)$	$N(0.045^\circ - 2^\circ)$	$N(0.090^\circ - 2^\circ)$
1	-1.572	-80.836	43.800	2.259	14,828	14,791	14,772
2	-1.644	-80.827	5.420	2.737	14,855	14,853	14,864
3	-1.706	-80.798	123.490	6.811	14,938	15,027	15,114
4	-1.746	-80.774	9.440	-28.991	15,010	15,160	15,297
5	-1.828	-80.752	3.260	-50.940	14,794	15,024	15,212
6	-1.984	-80.723	38.790	-38.530	14,150	14,330	14,519
7	-1.906	-80.728	3.330	-32.383	14,600	14,792	15,005
8	-1.021	-80.807	264.170	79.509	14,038	13,779	13,521
9	-1.068	-80.874	350.500	99.479	13,603	13,308	13,025
10	-1.120	-80.884	34.670	41.981	13,571	13,350	13,145
11	-1.174	-80.831	89.910	1.075	14,107	14,029	13,916
12	-1.238	-80.808	25.240	-5.805	14,427	14,410	14,384
13	-1.303	-80.762	11.090	13.367	15,062	15,062	15,071
14	-1.374	-80.734	120.780	13.116	15,542	15,570	15,605
15	-1.524	-80.781	23.970	-0.153	15,422	15,437	15,447
16	-1.446	-80.756	85.570	-4.524	15,513	15,557	15,598
17	-1.989	-80.757	16.350	-23.768	13,829	14,000	14,176
18	-1.648	-78.746	3095.500	-36.202	23,430	23,584	23,706
19	-1.593	-79.001	2667.040	49.784	22,383	22,078	21,760
20	-1.617	-78.807	3348.100	18.980	23,363	23,296	23,254

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM96, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res1}	$N (0^\circ - 2^\circ)$	$N (0.045^\circ - 2^\circ)$	$N (0.090^\circ - 2^\circ)$
21	-1.609	-78.912	3183.420	42.317	23,080	22,769	22,477
22	-1.630	-78.786	3239.990	-21.653	23,397	23,418	23,448
23	-1.621	-78.816	3473.130	38.917	23,294	23,187	23,118
24	-1.650	-78.844	4029.500	103.546	22,916	22,751	22,588
25	-1.603	-78.988	2697.450	36.911	22,501	22,230	21,893
26	-1.614	-79.012	2681.540	67.140	22,201	21,917	21,590
27	-1.599	-79.078	2736.830	116.742	21,343	20,993	20,674
28	-1.586	-79.109	2242.840	90.493	20,998	20,707	20,392
29	-1.568	-79.148	1186.390	-17.118	20,580	20,352	20,117
30	-1.611	-79.042	3041.610	119.154	21,709	21,359	21,039
31	-1.596	-79.063	3112.570	146.554	21,428	21,055	20,752
32	-1.576	-79.167	853.690	-22.588	20,272	20,083	19,887
33	-1.605	-79.239	415.230	-47.404	18,964	19,007	19,035
34	-1.580	-79.213	589.290	-43.620	19,463	19,363	19,315
35	-1.622	-79.252	364.910	-51.928	18,714	18,839	18,904
36	-1.625	-79.314	198.920	-47.410	17,854	18,078	18,276
37	-1.567	-79.499	13.510	-63.639	16,562	16,829	17,091
38	-1.585	-79.404	14.660	-62.209	16,979	17,254	17,521
39	-1.584	-79.444	12.570	-65.684	16,767	17,042	17,316
40	-1.571	-79.469	13.970	-64.925	16,645	16,930	17,184
41	-1.659	-78.648	2782.700	-87.097	23,448	23,775	24,081
42	-1.625	-78.636	2782.930	-87.907	23,341	23,673	23,993
43	-1.007	-78.595	2683.200	-181.123	23,087	23,988	24,822
44	-1.023	-78.593	2672.000	-182.877	23,040	23,920	24,801
45	-1.042	-78.593	2647.400	-183.849	22,998	23,868	24,721
46	-1.052	-78.602	2634.400	-182.049	22,959	23,828	24,704
47	-1.063	-78.607	2613.800	-174.927	22,931	23,826	24,641
48	-1.065	-78.600	2621.100	-178.632	22,937	23,805	24,627
49	-1.077	-78.595	2620.200	-173.492	22,929	23,776	24,572
50	-1.088	-78.595	2697.400	-166.340	22,867	23,717	24,502

Tabla 4.31. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 Y SRTM

<i>ESTADÍSTICAS</i>	<i>N^f (0° - 2°)</i>	<i>N^f (0.045° - 2°)</i>	<i>N^f (0.090° - 2°)</i>
NÚMERO DE PUNTOS	754	754	754
MEDIA (m)	19,188	19,273	19,352
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	2,894	2,995	3,115
MÍNIMO (m)	13,571	13,308	13,025
MÁXIMO (m)	23,949	24,090	24,822

Tabla 4.32. Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res2}	$N(0^\circ - 2^\circ)$	$N(0.045^\circ - 2^\circ)$	$N(0.090^\circ - 2^\circ)$
1	-1.572	-80.836	43.800	-4,563	14,720	14,711	14,708
2	-1.644	-80.827	5.420	-2,527	14,786	14,776	14,776
3	-1.706	-80.798	123.490	10,423	14,924	14,946	14,963
4	-1.746	-80.774	9.440	-9,270	15,006	15,035	15,059
5	-1.828	-80.752	3.260	-6,756	14,786	14,804	14,815
6	-1.984	-80.723	38.790	3,455	14,210	14,190	14,176
7	-1.906	-80.728	3.330	15,796	14,615	14,595	14,586
8	-1.021	-80.807	264.170	19,102	13,803	13,762	13,730
9	-1.068	-80.874	350.500	47,549	13,348	13,277	13,224
10	-1.120	-80.884	34.670	2,754	13,330	13,282	13,246
11	-1.174	-80.831	89.910	-31,187	13,952	13,964	13,961
12	-1.238	-80.808	25.240	-17,594	14,277	14,299	14,313
13	-1.303	-80.762	11.090	13,252	14,954	14,939	14,943
14	-1.374	-80.734	120.780	17,597	15,482	15,461	15,459
15	-1.524	-80.781	23.970	-8,811	15,381	15,390	15,392
16	-1.446	-80.756	85.570	-3,576	15,458	15,455	15,455
17	-1.989	-80.757	16.350	7,892	13,862	13,857	13,854
18	-1.648	-78.746	3095.500	36,059	27,674	27,498	27,383
19	-1.593	-79.001	2667.040	5,405	26,035	25,946	25,859
20	-1.617	-78.807	3348.100	-0,756	27,472	27,368	27,283
21	-1.609	-78.912	3183.420	-29,433	26,975	26,935	26,896
22	-1.630	-78.786	3239.990	-2,257	27,546	27,426	27,327
23	-1.621	-78.816	3473.130	2,044	27,411	27,313	27,239
24	-1.650	-78.844	4029.500	22,996	27,082	27,029	26,979
25	-1.603	-78.988	2697.450	-0,231	26,203	26,143	26,060
26	-1.614	-79.012	2681.540	21,944	25,853	25,776	25,674
27	-1.599	-79.078	2736.830	74,032	24,776	24,588	24,414
28	-1.586	-79.109	2242.840	78,552	24,267	24,058	23,843
29	-1.568	-79.148	1186.390	17,613	23,598	23,376	23,153
30	-1.611	-79.042	3041.610	66,228	25,298	25,159	25,032
31	-1.596	-79.063	3112.570	96,938	24,931	24,741	24,595
32	-1.576	-79.167	853.690	32,522	23,208	22,994	22,763
33	-1.605	-79.239	415.230	19,457	21,809	21,645	21,458
34	-1.580	-79.213	589.290	21,014	22,264	22,052	21,863
35	-1.622	-79.252	364.910	14,643	21,606	21,461	21,293
36	-1.625	-79.314	198.920	26,752	20,638	20,560	20,476
37	-1.567	-79.499	13.510	-8,553	19,065	19,073	19,078
38	-1.585	-79.404	14.660	-7,996	19,577	19,579	19,567
39	-1.584	-79.444	12.570	-16,114	19,343	19,357	19,356
40	-1.571	-79.469	13.970	-11,558	19,183	19,197	19,201
41	-1.659	-78.648	2782.700	38,070	27,985	27,787	27,592
42	-1.625	-78.636	2782.930	19,662	27,889	27,701	27,512
43	-1.007	-78.595	2683.200	-22,216	26,218	26,313	26,385
44	-1.023	-78.593	2672.000	-22,878	26,242	26,331	26,399
45	-1.042	-78.593	2647.400	-23,168	26,274	26,357	26,413
46	-1.052	-78.602	2634.400	-22,929	26,279	26,362	26,416
47	-1.063	-78.607	2613.800	-19,631	26,303	26,381	26,428
48	-1.065	-78.600	2621.100	-21,353	26,313	26,384	26,430
49	-1.077	-78.595	2620.200	-16,841	26,347	26,405	26,439

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res2}	$N(0^\circ - 2^\circ)$	$N(0.045^\circ - 2^\circ)$	$N(0.090^\circ - 2^\circ)$
50	-1.088	-78.595	2697.400	-13,265	26,350	26,399	26,426

Tabla 4.33. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM

<u>ESTADÍSTICAS</u>	$N^c(0^\circ - 2^\circ)$	$N^c(0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c(0.090^\circ - 2^\circ)$
NÚMERO DE PUNTOS	754	754	754
MEDIA (m)	21,666	21,634	21,600
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	4,206	4,189	4,173
MÍNIMO (m)	13,330	13,277	13,224
MÁXIMO (m)	28,690	28,623	28,562

Tabla 4.34. Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 Y DTMECU

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res3}	$N(0^\circ - 2^\circ)$	$N(0.045^\circ - 2^\circ)$	$N(0.090^\circ - 2^\circ)$
1	-1.572	-80.836	43.800	4,217	14,820	14,783	14,766
2	-1.644	-80.827	5.420	1,991	14,845	14,843	14,855
3	-1.706	-80.798	123.490	7,341	14,925	15,016	15,103
4	-1.746	-80.774	9.440	-27,866	14,998	15,147	15,283
5	-1.828	-80.752	3.260	-49,752	14,783	15,009	15,194
6	-1.984	-80.723	38.790	-38,004	14,129	14,309	14,497
7	-1.906	-80.728	3.330	-31,660	14,585	14,774	14,986
8	-1.021	-80.807	264.170	79,645	14,042	13,784	13,528
9	-1.068	-80.874	350.500	98,295	13,606	13,312	13,029
10	-1.120	-80.884	34.670	43,661	13,575	13,354	13,149
11	-1.174	-80.831	89.910	0,763	14,111	14,033	13,920
12	-1.238	-80.808	25.240	-5,705	14,429	14,412	14,385
13	-1.303	-80.762	11.090	15,586	15,058	15,058	15,067
14	-1.374	-80.734	120.780	13,525	15,534	15,561	15,596
15	-1.524	-80.781	23.970	1,461	15,412	15,427	15,437
16	-1.446	-80.756	85.570	-2,887	15,504	15,548	15,588
17	-1.989	-80.757	16.350	-23,974	13,810	13,980	14,156
18	-1.648	-78.746	3095.500	-39,395	23,182	23,354	23,491
19	-1.593	-79.001	2667.040	45,541	22,168	21,874	21,566
20	-1.617	-78.807	3348.100	4,864	23,118	23,073	23,049
21	-1.609	-78.912	3183.420	52,950	22,870	22,556	22,269
22	-1.630	-78.786	3239.990	-23,483	23,149	23,192	23,239
23	-1.621	-78.816	3473.130	19,917	23,051	22,964	22,913
24	-1.650	-78.844	4029.500	102,897	22,676	22,526	22,376
25	-1.603	-78.988	2697.450	34,472	22,287	22,024	21,695
26	-1.614	-79.012	2681.540	55,608	21,980	21,710	21,394
27	-1.599	-79.078	2736.830	112,382	21,117	20,788	20,487
28	-1.586	-79.109	2242.840	83,057	20,773	20,504	20,210

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y SRTM (mGal)	OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res3}	$N(0^\circ - 2^\circ)$	$N(0.045^\circ - 2^\circ)$	$N(0.090^\circ - 2^\circ)$
29	-1.568	-79.148	1186.390	-15,347	20,360	20,157	19,942
30	-1.611	-79.042	3041.610	114,737	21,483	21,153	20,847
31	-1.596	-79.063	3112.570	135,342	21,204	20,852	20,564
32	-1.576	-79.167	853.690	-31,083	20,053	19,888	19,712
33	-1.605	-79.239	415.230	-53,055	18,765	18,819	18,864
34	-1.580	-79.213	589.290	-45,272	19,257	19,176	19,144
35	-1.622	-79.252	364.910	-55,661	18,518	18,652	18,731
36	-1.625	-79.314	198.920	-47,029	17,680	17,909	18,111
37	-1.567	-79.499	13.510	-63,086	16,444	16,709	16,969
38	-1.585	-79.404	14.660	-59,919	16,840	17,112	17,379
39	-1.584	-79.444	12.570	-64,912	16,636	16,909	17,181
40	-1.571	-79.469	13.970	-64,149	16,521	16,803	17,055
41	-1.659	-78.648	2782.700	-87,319	23,210	23,545	23,860
42	-1.625	-78.636	2782.930	-89,446	23,110	23,448	23,776
43	-1.007	-78.595	2683.200	-180,277	22,905	23,803	24,640
44	-1.023	-78.593	2672.000	-182,876	22,856	23,734	24,618
45	-1.042	-78.593	2647.400	-183,881	22,812	23,683	24,536
46	-1.052	-78.602	2634.400	-183,473	22,773	23,644	24,520
47	-1.063	-78.607	2613.800	-178,004	22,746	23,642	24,457
48	-1.065	-78.600	2621.100	-179,370	22,751	23,620	24,443
49	-1.077	-78.595	2620.200	-175,146	22,741	23,590	24,387
50	-1.088	-78.595	2697.400	-167,397	22,679	23,531	24,316

Tabla 4.35. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 Y DTMECU

<u>ESTADÍSTICAS</u>	$N^c(0^\circ - 2^\circ)$	$N^c(0.045^\circ - 2^\circ)$	$N^c(0.090^\circ - 2^\circ)$
NÚMERO DE PUNTOS	754	754	754
MEDIA (m)	19,060	19,149	19,232
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	2,818	2,924	3,049
MÍNIMO (m)	13,575	13,312	13,029
MÁXIMO (m)	23,659	23,829	24,640

Tabla 4.36. Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 Y DTMECU

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y DTMECU (mGal)	OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res4}	$N(0^\circ - 2^\circ)$	$N(0.045^\circ - 2^\circ)$	$N(0.090^\circ - 2^\circ)$
1	-1.572	-80.836	43.800	-2,604	14,712	14,704	14,702
2	-1.644	-80.827	5.420	-3,273	14,776	14,767	14,767
3	-1.706	-80.798	123.490	10,952	14,912	14,935	14,952
4	-1.746	-80.774	9.440	-8,145	14,994	15,022	15,045
5	-1.828	-80.752	3.260	-5,568	14,775	14,789	14,798
6	-1.984	-80.723	38.790	3,981	14,190	14,169	14,154

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALTURA NIVEL. (m)	ANOM. RES. EGM08, KMS02 Y DTMECU (mGal)	OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res4}	$N(0^\circ - 2^\circ)$	$N(0.045^\circ - 2^\circ)$	$N(0.090^\circ - 2^\circ)$
7	-1.906	-80.728	3.330	16,518	14,600	14,578	14,566
8	-1.021	-80.807	264.170	19,238	13,807	13,768	13,737
9	-1.068	-80.874	350.500	46,366	13,352	13,281	13,229
10	-1.120	-80.884	34.670	4,434	13,335	13,286	13,251
11	-1.174	-80.831	89.910	-31,499	13,957	13,968	13,965
12	-1.238	-80.808	25.240	-17,494	14,279	14,301	14,315
13	-1.303	-80.762	11.090	15,471	14,951	14,936	14,939
14	-1.374	-80.734	120.780	18,005	15,474	15,453	15,450
15	-1.524	-80.781	23.970	-7,198	15,372	15,380	15,382
16	-1.446	-80.756	85.570	-1,940	15,450	15,447	15,446
17	-1.989	-80.757	16.350	7,686	13,843	13,837	13,834
18	-1.648	-78.746	3095.500	32,865	27,430	27,272	27,173
19	-1.593	-79.001	2667.040	1,161	25,826	25,747	25,669
20	-1.617	-78.807	3348.100	-14,872	27,231	27,150	27,082
21	-1.609	-78.912	3183.420	-18,799	26,770	26,727	26,693
22	-1.630	-78.786	3239.990	-4,087	27,302	27,204	27,122
23	-1.621	-78.816	3473.130	-16,956	27,172	27,095	27,038
24	-1.650	-78.844	4029.500	22,347	26,846	26,808	26,771
25	-1.603	-78.988	2697.450	-2,670	25,993	25,943	25,867
26	-1.614	-79.012	2681.540	10,412	25,635	25,574	25,482
27	-1.599	-79.078	2736.830	69,672	24,554	24,387	24,231
28	-1.586	-79.109	2242.840	71,116	24,048	23,859	23,665
29	-1.568	-79.148	1186.390	19,384	23,384	23,184	22,982
30	-1.611	-79.042	3041.610	61,811	25,076	24,958	24,843
31	-1.596	-79.063	3112.570	85,726	24,711	24,542	24,411
32	-1.576	-79.167	853.690	24,028	22,994	22,802	22,592
33	-1.605	-79.239	415.230	13,806	21,612	21,460	21,289
34	-1.580	-79.213	589.290	19,362	22,061	21,868	21,695
35	-1.622	-79.252	364.910	10,910	21,412	21,277	21,123
36	-1.625	-79.314	198.920	27,133	20,466	20,393	20,314
37	-1.567	-79.499	13.510	-8,000	18,948	18,954	18,957
38	-1.585	-79.404	14.660	-5,706	19,439	19,439	19,426
39	-1.584	-79.444	12.570	-15,342	19,214	19,225	19,223
40	-1.571	-79.469	13.970	-10,782	19,061	19,072	19,074
41	-1.659	-78.648	2782.700	37,848	27,751	27,561	27,375
42	-1.625	-78.636	2782.930	18,124	27,662	27,480	27,299
43	-1.007	-78.595	2683.200	-21,370	26,040	26,132	26,207
44	-1.023	-78.593	2672.000	-22,877	26,063	26,150	26,220
45	-1.042	-78.593	2647.400	-23,200	26,092	26,175	26,232
46	-1.052	-78.602	2634.400	-24,352	26,098	26,182	26,236
47	-1.063	-78.607	2613.800	-22,708	26,122	26,202	26,249
48	-1.065	-78.600	2621.100	-22,091	26,130	26,204	26,249
49	-1.077	-78.595	2620.200	-18,495	26,163	26,223	26,258
50	-1.088	-78.595	2697.400	-14,322	26,167	26,217	26,244

Tabla 4.37. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 Y DTMECU

<i>ESTADÍSTICAS</i>	<i>N^c (0° - 2°)</i>	<i>N^c (0.045° - 2°)</i>	<i>N^c (0.090° - 2°)</i>
<i>NÚMERO DE PUNTOS</i>	754	754	754
<i>MEDIA (m)</i>	21,540	21,512	21,483
<i>DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)</i>	4,125	4,114	4,103
<i>MÍNIMO (m)</i>	13,335	13,281	13,229
<i>MÁXIMO (m)</i>	28,405	28,365	28,328

4.12 EVALUACIÓN ABSOLUTA DEL MODELO GEOIDAL USANDO DATOS GPS CON NIVELACIÓN GEOMÉTRICA

Al término del presente proyecto, se analizaron las diferencias existentes entre las ondulaciones geoidales calculadas y las ondulaciones geoidales teóricas expuestas en la tabla 4.1.

Con esta finalidad se llevó a cabo la metodología descrita en la sección 3.10, para los escenarios desarrollados en la sección anterior, indicados en las tablas 4.38, 4.40, 4.42 y 4.44, desde los cuales se calcularon las estadísticas expuestas en las tablas 4.39, 4.41, 4.43 y 4.45.

Nótese que los puntos a ser utilizados son 15 de los 132 puntos de control (nivelación y GPS), debido a que estos, son los puntos que se encuentran al interior del área de estudio.

Tabla 4.38. Diferencias entre Ondulaciones Geoidales Teóricas y Ondulaciones Geoidales obtenidas a partir de los modelos EGM96, KMS02 Y SRTM

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	OND. GEOID. TEÓRICAS (m)	OND. GEOID. EGM96 (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	N_T	N_{EGM96}	$N_T - N_{0^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.045^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.090^\circ-2^\circ}$
1	-1.039	-79.918	18.580	16.623	1.2481	1.4660	1.7032
2	-1.089	-78.616	27.315	29.014	4.4618	3.6185	2.8459
3	-1.289	-78.515	27.438	28.71	4.9748	4.3712	3.7957
4	-1.306	-78.732	27.771	28.025	5.0211	4.4609	3.9762
5	-1.356	-79.066	22.818	23.579	0.6704	0.9500	1.2005
6	-1.373	-79.901	18.571	18.304	1.0913	1.0918	1.0918
7	-1.406	-78.482	26.979	28.375	4.8292	4.2140	3.5692
8	-1.406	-78.449	27.092	28.177	4.9486	4.3316	3.6773

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	OND. GEOID. TEÓRICAS (m)	OND. GEOID. EGM96 (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	N_T	N_{EGM96}	$N_T - N_{0^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.045^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.090^\circ-2^\circ}$
9	-1.440	-78.549	26.647	28.307	4.2144	3.7324	3.2173
10	-1.440	-78.031	22.683	22.176	4.8507	4.6746	4.5373
11	-1.540	-80.803	16.292	14.708	1.1136	1.1181	1.1183
12	-1.707	-79.033	25.432	24.054	3.3863	3.7781	4.1871
13	-1.774	-79.467	19.012	19.862	1.5368	1.5194	1.4824
14	-1.907	-78.616	27.620	29.332	3.7147	3.5789	3.4730
15	-1.941	-80.686	15.143	15.402	0.6923	0.5049	0.3037

Tabla 4.39. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 Y SRTM

<u>ESTADÍSTICAS</u>	$N_T - N_{0^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.045^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.090^\circ-2^\circ}$
NÚMERO DE PUNTOS	15	15	15
MEDIA (m)	3.117	2.894	2.679
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	1.808	1.556	1.377
MÍNIMO (m)	0.670	0.505	0.304
MÁXIMO (m)	5.021	4.675	4.537
RMS (m)	3.603	3.286	3.012

Tabla 4.40. Diferencias entre Ondulaciones Geoidales Teóricas y Ondulaciones Geoidales obtenidas a partir de los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	OND. GEOID. TEÓRICAS (m)	OND. GEOID. EGM08 (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	N_T	N_{EGM08}	$N_T - N_{0^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.045^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.090^\circ-2^\circ}$
1	-1.039	-79.918	18.580	17.248	0.5318	0.5623	0.5980
2	-1.089	-78.616	27.315	25.966	0.9533	0.9078	0.8850
3	-1.289	-78.515	27.438	26.046	0.6556	0.5198	0.4368
4	-1.306	-78.732	27.771	26.207	0.9143	0.9123	0.9044
5	-1.356	-79.066	22.818	23.459	-2.7966	-2.7030	-2.6003
6	-1.373	-79.901	18.571	18.185	-0.4202	-0.4545	-0.4892
7	-1.406	-78.482	26.979	26.104	0.0967	-0.0624	-0.2248
8	-1.406	-78.449	27.092	26.011	0.1987	0.0293	-0.1394
9	-1.440	-78.549	26.647	26.222	-0.2507	-0.3383	-0.4380
10	-1.440	-78.031	22.683	19.927	1.3612	1.3801	1.4018
11	-1.540	-80.803	16.292	14.854	1.1802	1.1784	1.1782
12	-1.707	-79.033	25.432	23.591	-0.4797	-0.3569	-0.2207
13	-1.774	-79.467	19.012	18.325	-1.3772	-1.3063	-1.2368
14	-1.907	-78.616	27.620	26.487	-0.9411	-0.8951	-0.8632
15	-1.941	-80.686	15.143	14.313	0.6501	0.6742	0.6884

Tabla 4.41. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM

<u>ESTADÍSTICAS</u>	$N_T - N_{0^{\circ}-2^{\circ}}$	$N_T - N_{0.045^{\circ}-2^{\circ}}$	$N_T - N_{0.090^{\circ}-2^{\circ}}$
NÚMERO DE PUNTOS	15	15	15
MEDIA (m)	0.018	0.003	-0.008
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	1.110	1.078	1.054
MÍNIMO (m)	-2.797	-2.703	-2.600
MÁXIMO (m)	1.361	1.380	1.402
RMS (m)	1.110	1.078	1.054

Tabla 4.42. Diferencias entre Ondulaciones Geoidales Teóricas y Ondulaciones Geoidales obtenidas a partir de los modelos EGM96, KMS02 Y DTMECU

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	OND. GEOID. TEÓRICAS (m)	OND. GEOID. EGM96 (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	N_T	N_{EGM96}	$N_T - N_{0^{\circ}-2^{\circ}}$	$N_T - N_{0.045^{\circ}-2^{\circ}}$	$N_T - N_{0.090^{\circ}-2^{\circ}}$
1	-1.039	-79.918	18.580	16.623	1.2638	1.4838	1.7222
2	-1.089	-78.616	27.315	29.014	4.6487	3.8047	3.0313
3	-1.289	-78.515	27.438	28.71	5.1647	4.5651	3.9946
4	-1.306	-78.732	27.771	28.025	5.2153	4.6481	4.1561
5	-1.356	-79.066	22.818	23.579	0.8577	1.1317	1.3746
6	-1.373	-79.901	18.571	18.304	1.1388	1.1410	1.1423
7	-1.406	-78.482	26.979	28.375	5.0168	4.4063	3.7658
8	-1.406	-78.449	27.092	28.177	5.1358	4.5238	3.8745
9	-1.440	-78.549	26.647	28.307	4.4113	3.9269	3.4101
10	-1.440	-78.031	22.683	22.176	5.0249	4.8480	4.7095
11	-1.540	-80.803	16.292	14.708	1.1229	1.1274	1.1268
12	-1.707	-79.033	25.432	24.054	3.6128	3.9983	4.3979
13	-1.774	-79.467	19.012	19.862	1.6841	1.6693	1.6340
14	-1.907	-78.616	27.620	29.332	3.9998	3.8377	3.7091
15	-1.941	-80.686	15.143	15.402	0.7105	0.5244	0.3252

Tabla 4.43. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 Y DTMECU

<u>ESTADÍSTICAS</u>	$N_T - N_{0^{\circ}-2^{\circ}}$	$N_T - N_{0.045^{\circ}-2^{\circ}}$	$N_T - N_{0.090^{\circ}-2^{\circ}}$
NÚMERO DE PUNTOS	15	15	15
MEDIA (m)	3.267	3.042	2.825
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	1.869	1.619	1.440
MÍNIMO (m)	0.711	0.524	0.325
MÁXIMO (m)	5.215	4.848	4.710
RMS (m)	3.764	3.446	3.171

Tabla 4.44. Diferencias entre Ondulaciones Geoidales Teóricas y Ondulaciones Geoidales obtenidas a partir de los modelos EGM08, KMS02 Y DTMECU

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	OND. GEOID. TEÓRICAS (m)	OND. GEOID. EGM96 (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.045° Y 2° (m)	DIF. OND. TEOR. Y OND. GEOID. ENTRE 0.090° Y 2° (m)
	ϕ	λ	N_T	N_{EGM08}	$N_T - N_{0^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.045^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.090^\circ-2^\circ}$
1	-1.039	-79.918	18.580	17.248	0.5454	0.5779	0.6158
2	-1.089	-78.616	27.315	25.966	1.1360	1.0899	1.0661
3	-1.289	-78.515	27.438	26.046	0.8405	0.7107	0.6316
4	-1.306	-78.732	27.771	26.207	1.1029	1.0937	1.0793
5	-1.356	-79.066	22.818	23.459	-2.6162	-2.5262	-2.4300
6	-1.373	-79.901	18.571	18.185	-0.3734	-0.4063	-0.4397
7	-1.406	-78.482	26.979	26.104	0.2802	0.1259	-0.0321
8	-1.406	-78.449	27.092	26.011	0.3817	0.2174	0.0538
9	-1.440	-78.549	26.647	26.222	-0.0582	-0.1485	-0.2491
10	-1.440	-78.031	22.683	19.927	1.5328	1.5500	1.5705
11	-1.540	-80.803	16.292	14.854	1.1889	1.1872	1.1867
12	-1.707	-79.033	25.432	23.591	-0.2562	-0.1399	-0.0135
13	-1.774	-79.467	19.012	18.325	-1.2312	-1.1581	-1.0867
14	-1.907	-78.616	27.620	26.487	-0.6585	-0.6394	-0.6291
15	-1.941	-80.686	15.143	14.313	0.6676	0.6939	0.7096

Tabla 4.45. Estadísticas para las Ondulaciones Geoidales para los modelos EGM96, KMS02 Y SRTM

<u>ESTADÍSTICAS</u>	$N_T - N_{0^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.045^\circ-2^\circ}$	$N_T - N_{0.090^\circ-2^\circ}$
NÚMERO DE PUNTOS	15	15	15
MEDIA (m)	0.165	0.149	0.136
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	1.087	1.055	1.032
MÍNIMO (m)	-2.616	-2.526	-2.430
MÁXIMO (m)	1.533	1.550	1.571
RMS (m)	1.099	1.065	1.041

Analizando los valores de las estadísticas en las tablas 4.39, 4.41, 4.43 y 4.45, se observa que el menor valor en promedio, correspondientes a las diferencias entre las ondulaciones geoidales calculadas y las ondulaciones geoidales teóricas, pertenece a aquel calculado a partir de los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM, para los ángulos internos y externos entre 0.090° y 2° con un valor de 3 mm, por otro lado el valor máximo en promedio, se presenta en aquellas ondulaciones calculadas a partir de los modelos EGM96, KMS02 Y DTMECU, para los ángulos entre 0° y 2°, con 3.267 m. Se hace

necesario entonces el análisis del rms, para de esta forma minimizar el error en las estimaciones estadísticas, dando como resultado que los modelos idóneos para el presente estudio son el EGM08, KMS02 y DTMECU, para los ángulos entre 0.090° y 2° . Resultados que se encuentran expuestos en 2 y 3 dimensiones en los anexos I y J, mientras que las ondulaciones geoidales residuales correspondientes se muestran en el anexo H.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES:

- 5.1.1** El modelo EGM96, supera al EGM08, obteniendo la menor diferencia en promedio, desviación estándar y rms, en cuanto a su comparación con las ondulaciones geoidales teóricas, resultado que al final del proyecto, se vio reemplazado por el modelo EGM08 en su combinación con los modelos KMS02 y DTMECU, al presentar menor diferencia en idénticos análisis estadísticos.
- 5.1.2** Se observa que el DTMECU posee un valor promedio de 16.503 m en su comparación con las alturas niveladas de los puntos GPS-nivelación, valor que se sitúa fuera de la precisión admitida, ya que al haber sido generado a partir de curvas de nivel cada 40 m, su precisión debe ser de hasta $\frac{1}{4}$ del intervalo de curva, es decir 10 m.
- 5.1.3** Al incluir el efecto indirecto de la topografía, dentro de la técnica *Remove-Restore*, se presentan valores bajos en la diferencia de ondulaciones geoidales calculadas y teóricas, cuando el modelo SRTM se asocia. Contrariamente a este resultado, aunque con una diferencia estrecha, el análisis del rms manifiesta que existe por tanto, un comportamiento distinto al presentarse valores mucho menores cuando se utiliza el DTMECU.
- 5.1.4** La Segunda Condensación de Helmert, expone su valor máximo tanto para el DTMECU como para el SRTM, en la provincia de Tungurahua, a su vez los valores mínimos se ubican en la provincia

de Los Ríos, existiendo menor promedio y desviación estándar en aquellos valores calculados a partir del DTMECU.

- 5.1.5** La diferencia existente en el uso del EGM96 y el EGM08, es notable, estableciéndose los menores valores en cuanto a su comparación con las ondulaciones geoidales calculadas a partir de los puntos de nivelación y GPS, para aquellos casos en los que se utiliza el EGM08, específicamente para los ángulos internos y externos entre 0.090° y 2° .
- 5.1.6** El menor promedio entre las ondulaciones geoidales calculadas y las ondulaciones geoidales calculadas a partir de los puntos de nivelación y GPS, pertenece a aquel logrado a partir de los modelos EGM08, KMS02 Y SRTM, para los ángulos internos y externos entre 0.090° y 2° , con un valor de 3 mm, resultado que debe ser interpretado a partir del rms, con lo cual se observa que en realidad el modelo adecuado para el presente proyecto, pertenece efectivamente a aquel obtenido para los ángulos internos y externos entre 0.090° y 2° , pero conjuntamente con los modelos EGM08, KMS02 Y DTMECU.
- 5.1.7** En cuanto a la utilización del SRTM y el DTMECU para el cálculo de las ondulaciones geoidales, existe una diferencia mínima en cuanto a su diferenciación con las ondulaciones geoidales teóricas, ya que el rms existente entre cada una de ellas, posee una gran similitud, es así que en el análisis de la combinación de los modelos descritos en el punto anterior, si se compara con su homólogo desarrollado con el SRTM, la variación es de 1.3 cm.

5.2 RECOMENDACIONES:

- 5.2.1** Para una mejor evaluación de los modelos EGM's, como de las ondulaciones geoidales obtenidas con la restauración del efecto indirecto, se recomienda tener una mayor cantidad de puntos GPS-nivelación, en el caso del área del presente proyecto, de esta manera se contará con resultados mucho más confiables.
- 5.2.2** El DTMECU a escala 1:50.000, muestra un promedio fuera del rango permisible, por tal motivo se sugiere realizar una revisión tanto de curvas de nivel, cotas, así como también del método de interpolación utilizado para la generación del mismo.
- 5.2.3** En afán de mejorar la aproximación al geoide, empleando la metodología descrita en el presente estudio, se aconseja trabajar con el DTM del Ecuador a escala 1:25.000.
- 5.2.4** Con el propósito de contribuir con el mejoramiento en los estudios de carácter temático, como es el caso de la topografía, cartografía, telecomunicaciones, fotogrametría, navegación, fines militares entre otros, se cree conveniente ampliar el área de estudio a todo el Ecuador, tomando en consideración que para este fin, se necesitan datos de Colombia, Perú y el Océano Pacífico (batimetría).
- 5.2.5** Se recomienda adquirir datos DNSC08, que considera anomalías mejoradas de aire libre para los océanos, con una resolución de 1'x1' y en el caso del Ecuador 2'x2'.
- 5.2.6** El método de interpolación juega un papel importante en la obtención del geoide gravimétrico, por tal motivo se recomienda investigar nuevos modelos que se pueda utilizar con datos dispersos.

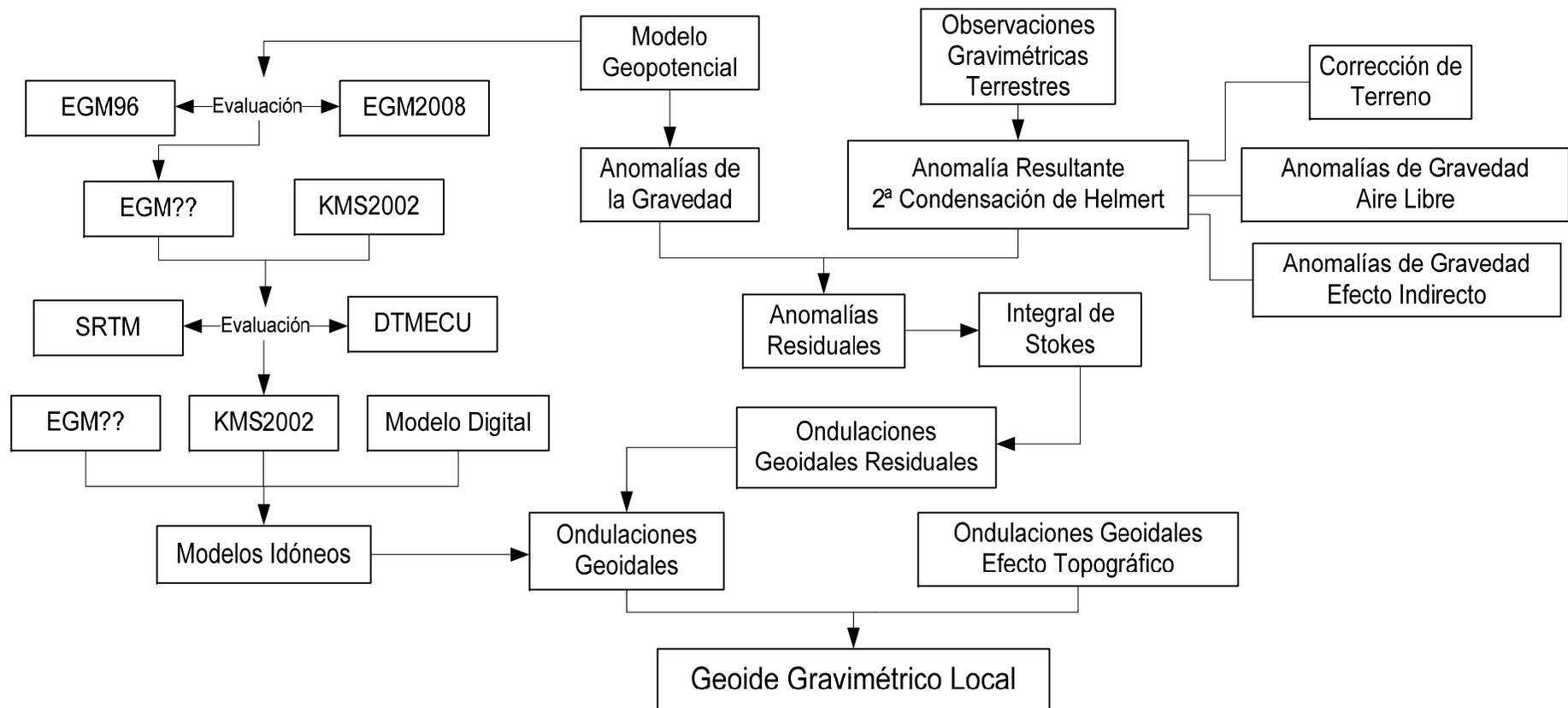
ANEXOS

ANEXO A

METODOLOGÍA

**ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DTMECU PARA EL
CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA
COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS
LONGITUDES 81°W Y 78°W**

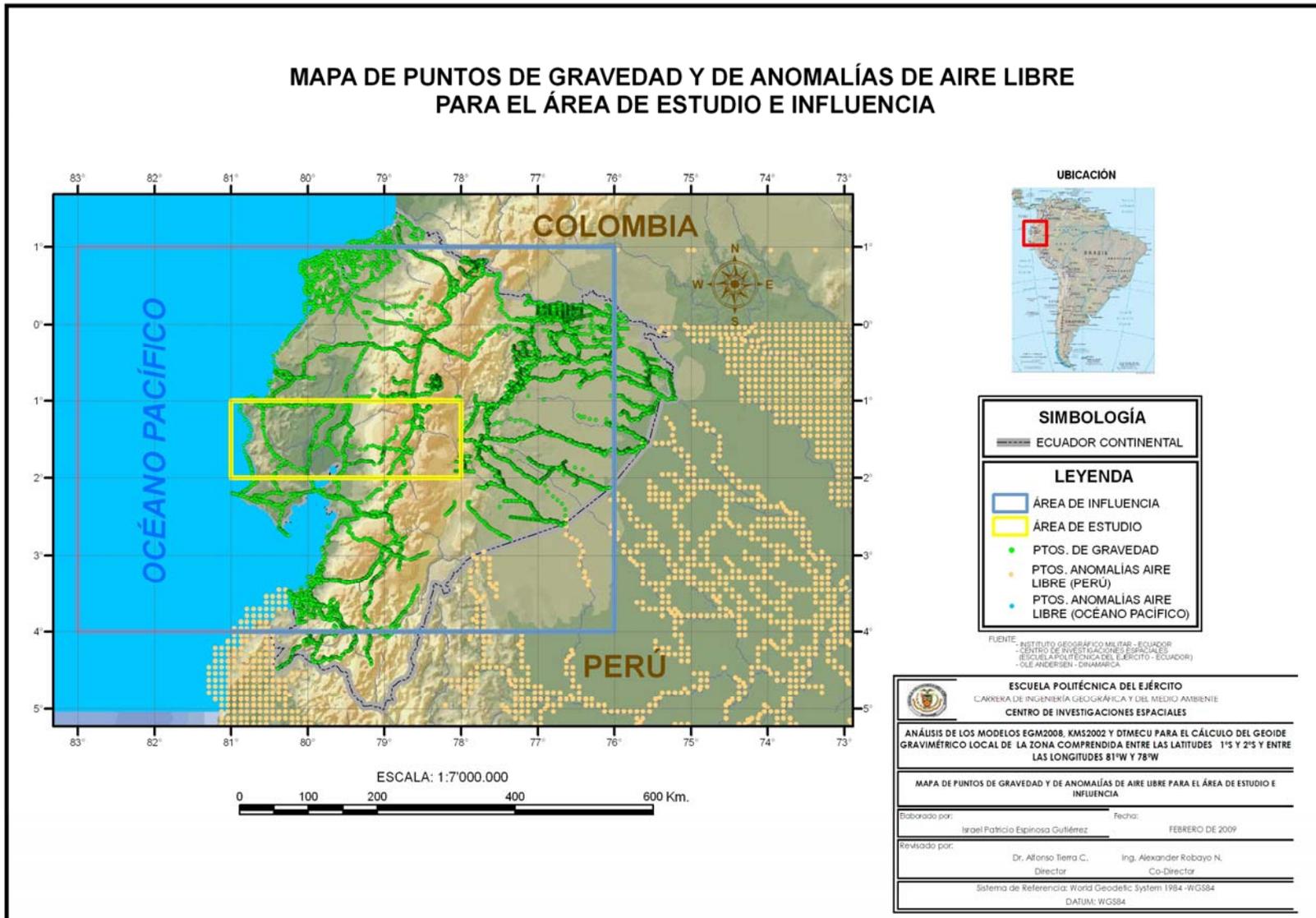
METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DTMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS LONGITUDES 81°W Y 78°W



ANEXO B

MAPA

**PUNTOS DE GRAVEDAD Y DE ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE PARA EL
ÁREA DE ESTUDIO E INFLUENCIA**

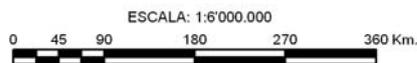
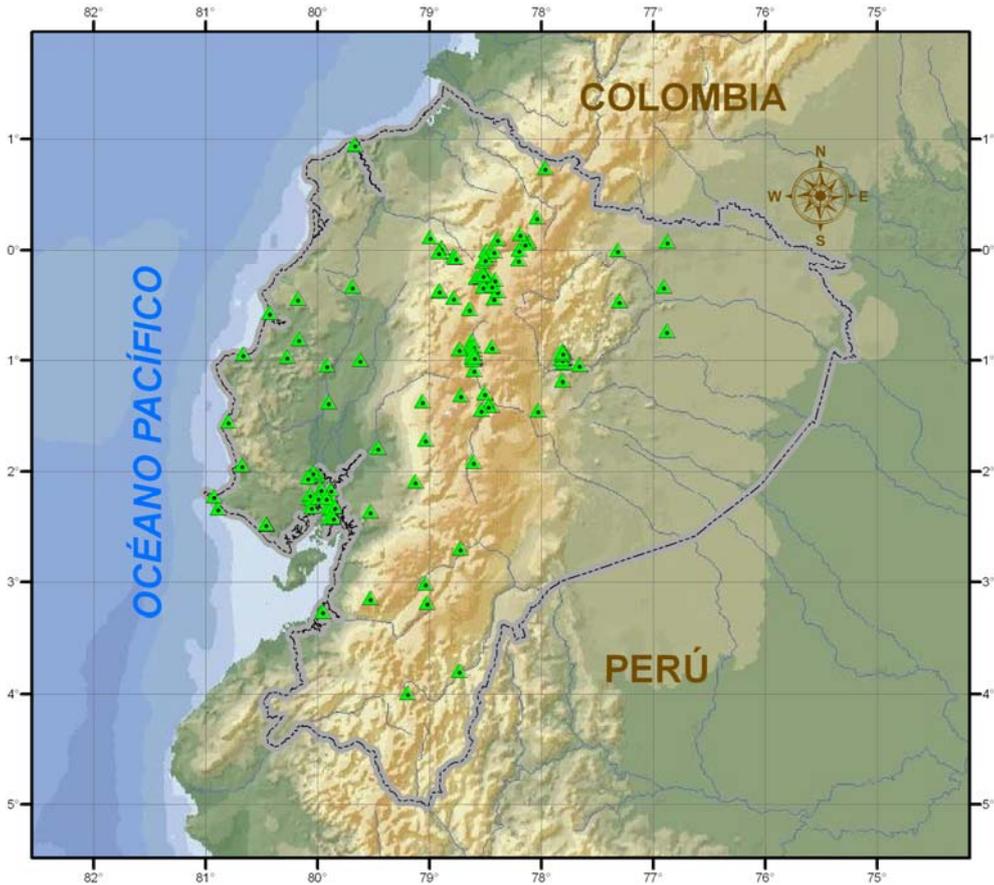


ANEXO C

MAPA

**PUNTOS GPS - NIVELACIÓN PARA EVALUACIÓN DE LOS MODELOS
GEOPOTENCIALES Y DEL TERRENO**

MAPA DE PUNTOS GPS-NIVELACIÓN PARA EVALUACIÓN DE LOS MODELOS GEOPOTENCIALES Y DEL TERRENO



UBICACIÓN



ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES	
ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DIMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS LONGITUDES 81°W Y 78°W	
MAPA DE PUNTOS DE PUNTOS GPS - NIVELACIÓN PARA EVALUACIÓN DE LOS MODELOS GEOPOTENCIALES Y DEL TERRENO	
Elaborado por:	Fecha:
Iraeel Patricia Espinosa Gutiérrez	FEBRERO DE 2009
Revisado por:	
Dr. Alfonso Tierra C. Director	Ing. Alexander Robayo N. Co-Director
Sistema de Referencia: World Geodetic System 1984 - WGS84 DATUM: WGS84	

SIMBOLOGÍA
ECUADOR CONTINENTAL
LEYENDA
PTOS. GPS-NIVELACIÓN

Fuente:

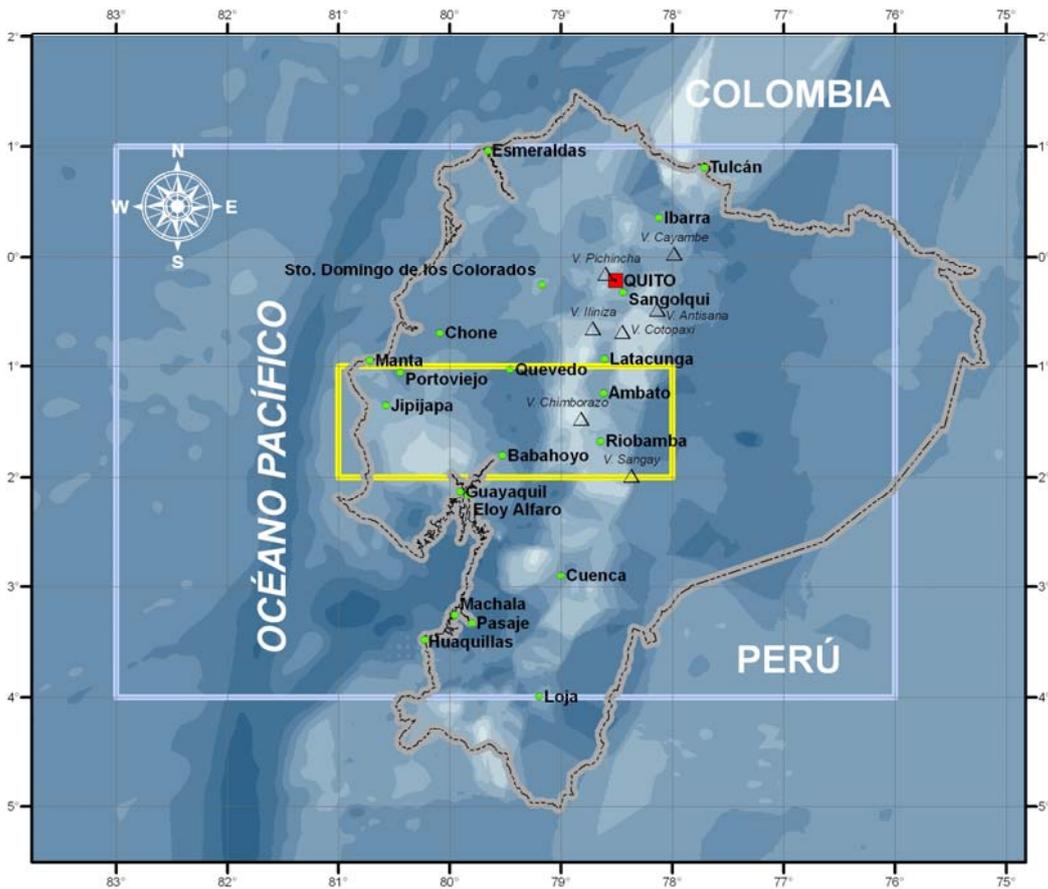
- Instituto Geográfico Militar, Ecuador
- Centro de Investigaciones Espaciales (Escuela Politécnica del Ejército, Ecuador)

ANEXO D

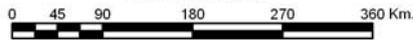
MAPA

ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE PARA ELÁREA DE ESTUDIO E INFLUENCIA

MAPA DE ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE PARA EL ÁREA DE ESTUDIO E INFLUENCIA



ESCALA: 1:6'000.000



UBICACIÓN



ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES	
ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DTMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS LONGITUDES 81°W Y 78°W	
MAPA DE ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE PARA EL ÁREA DE ESTUDIO E INFLUENCIA	
Elaborado por: Israel Patricia Espinosa Gutiérrez	Fecha: FERRERO DE 2009
Revisado por: Dr. Alfonso Tena C. Director	Ing. Alexander Robayo N. Co-Director
Sistema de Referencial: World Geodetic System 1984-WGS84 DATUM: WGS84	

SIMBOLOGÍA	
	Ecuador Continental
	Capital de República
	Ciudad
	Volcán
LEYENDA	
	Área de Influencia
	Área de Estudio
VALOR (mGal)	
	(-158) - (-112)
	(-111) - (-66)
	(-65) - (-21)
	-20 - 25
	26 - 71
	72 - 117
	118 - 162
	163 - 208
	209 - 254

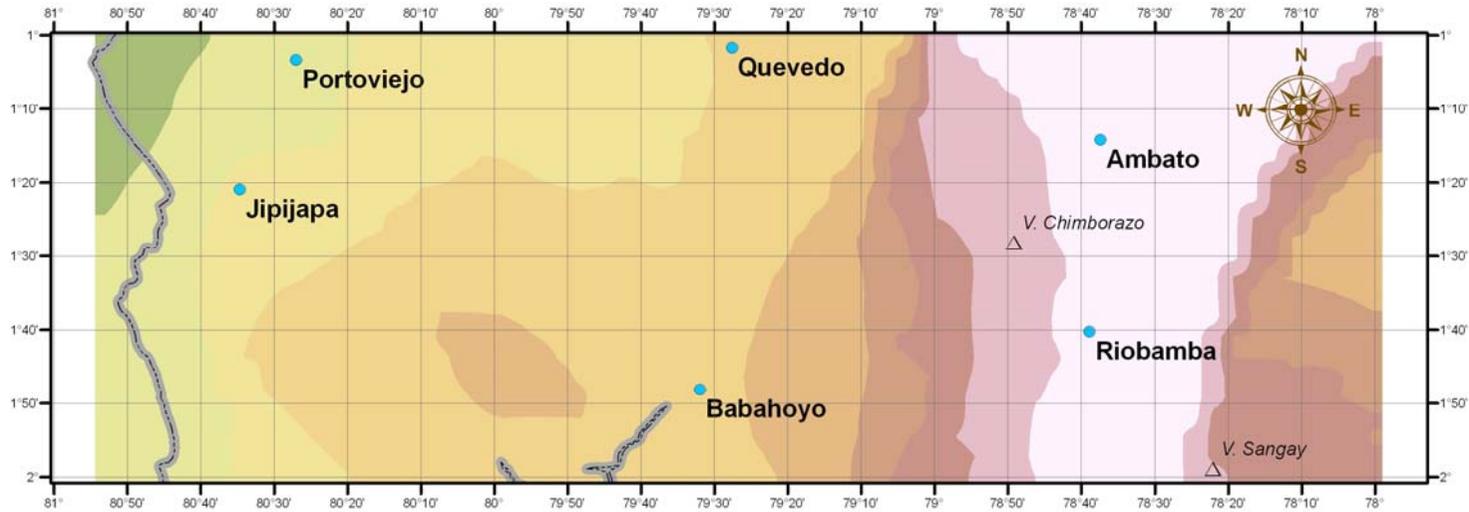
FUENTE: INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR - ECUADOR
 CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES
 (ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO - ECUADOR)
 -OLE ANDERSEN - DINAMARCA

ANEXO E

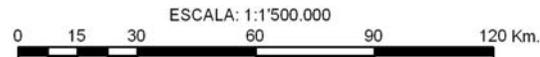
MAPA

**ONDULACIONES GEOIDALES OBTENIDAS A PARTIR DEL MODELO
EGM96 PARA EL ÁREA DE ESTUDIO**

MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES OBTENIDAS A PARTIR DEL MODELO EGM96 PARA EL ÁREA DE ESTUDIO



UBICACIÓN



	ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES	
ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DTMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS LONGITUDES 81°W Y 78°W		
MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES OBTENIDAS A PARTIR DEL MODELO EGM96 PARA EL ÁREA DE ESTUDIO		
Elaborado por:	Israel Patricio Eginosa Guillérez	Fecha:
Revisado por:	Dr. Alfonso Tierra C. Director	Ing. Alexander Robayo N. Co-Director
Sistema de Referencia: World Geodetic System 1984 - WGS84 DATUM: WGS84		

SIMBOLOGÍA	
—	ECUADOR CONTINENTAL
●	CIUDAD
△	VOLCÁN
LEYENDA	
VALOR (m)	
12	21 - 22
13 - 14	23 - 24
15 - 16	25 - 26
17 - 18	27 - 28
19 - 20	29 - 30
DATOS NO DISPONIBLES	

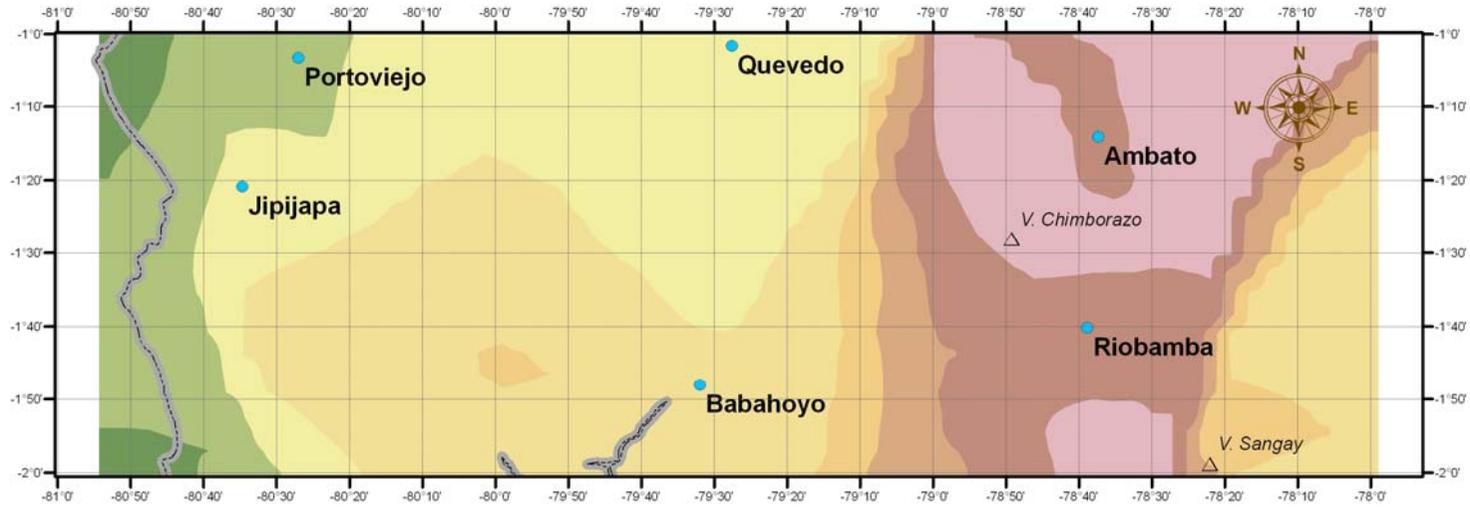
FUENTE:
 - INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR, ECUADOR
 - CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES (ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO, ECUADOR)

ANEXO F

MAPA

**ONDULACIONES GEOIDALES OBTENIDAS A PARTIR DEL MODELO
EGM08 PARA EL ÁREA DE ESTUDIO**

MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES OBTENIDAS A PARTIR DEL MODELO EGM08 PARA EL ÁREA DE ESTUDIO



UBICACIÓN



ESCALA: 1:1'500.000



ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES	
ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DTMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS LONGITUDES 81°W Y 78°W	
MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES OBTENIDAS A PARTIR DEL MODELO EGM08 PARA EL ÁREA DE ESTUDIO	
Elaborado por:	Fecha:
Israel Patiño Espinosa Gutiérrez	FEBRERO DE 2009
Revisado por:	
Dr. Alfonso Tierra C. Director	Ing. Alexander Robayo N. Co-Director
Sistema de Referencia: World Geodetic System 1984 - WGS84 DATUM: WGS84	

SIMBOLOGÍA

- ECUADOR CONTINENTAL
- CIUDAD
- VOLCÁN

LEYENDA

VALOR (m)

13 - 14	23 - 24
15 - 16	25 - 26
17 - 18	27 - 28
19 - 20	29 - 30
21 - 22	DATOS NO DISPONIBLES

FUENTE:

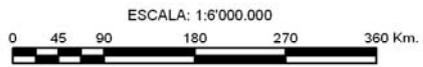
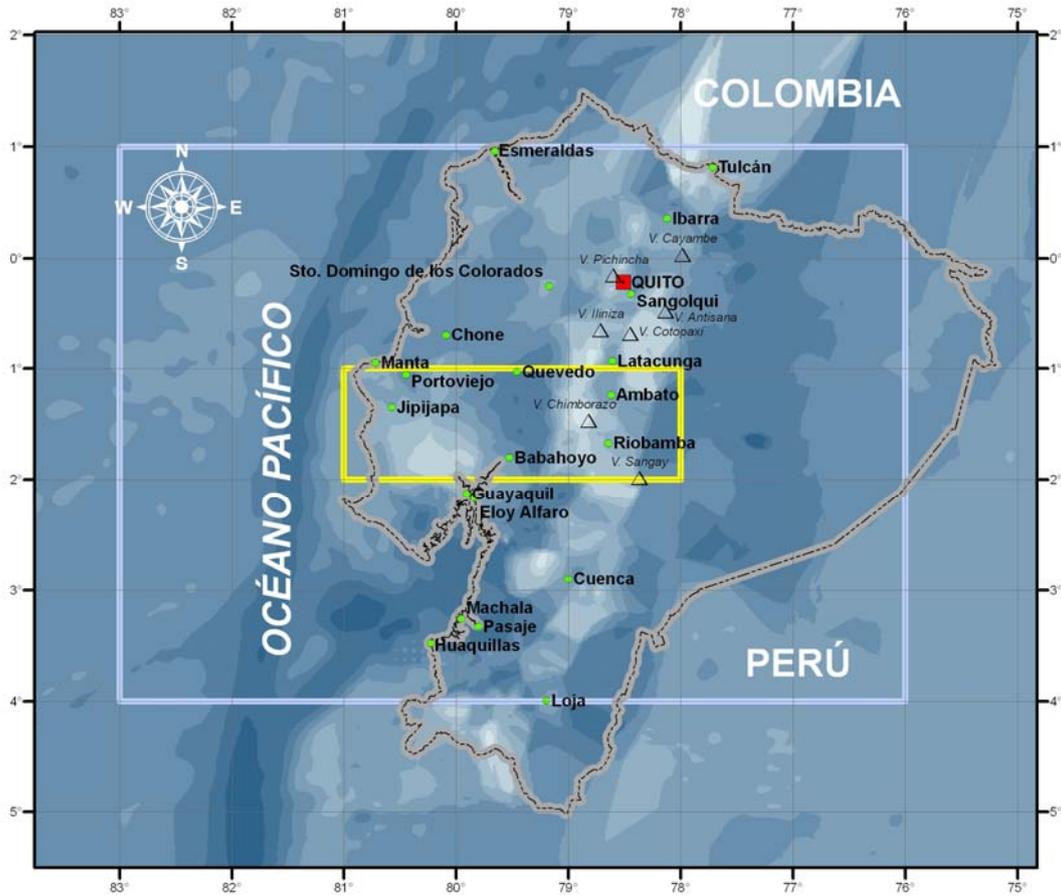
- INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR, ECUADOR
- CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES (ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO, ECUADOR)

ANEXO G

MAPA

**ANOMALÍAS DE GRAVEDAD DEBIDO AL EFECTO INDIRECTO PARA
ELÁREA DE ESTUDIO E INFLUENCIA**

MAPA DE ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE PARA EL ÁREA DE ESTUDIO E INFLUENCIA



UBICACIÓN



SIMBOLOGÍA	
	EQUADOR CONTINENTAL
	CAPITAL DE REPUBLICA
	CIUDAD
	VOLCÁN
LEYENDA	
	ÁREA DE INFLUENCIA
	ÁREA DE ESTUDIO
VALOR (mGal)	
	(-158) - (-112)
	(-111) - (-66)
	(-65) - (-21)
	-20 - 25
	26 - 71
	72 - 117
	118 - 162
	163 - 208
	209 - 254

ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES	
ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DTMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS LONGITUDES 81°W Y 78°W	
MAPA DE ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE PARA EL ÁREA DE ESTUDIO E INFLUENCIA	
Elaborado por: Israel Patricia Espinosa Gutiérrez	Fecha: FEBRERO DE 2009
Revisado por: Dr. Alfonso Tierra C. Ing. Alexander Robayo N. Director Co-Director	
Sistema de Referencia: World Geodetic System 1984 - WGS84 DATUM: WGS84	

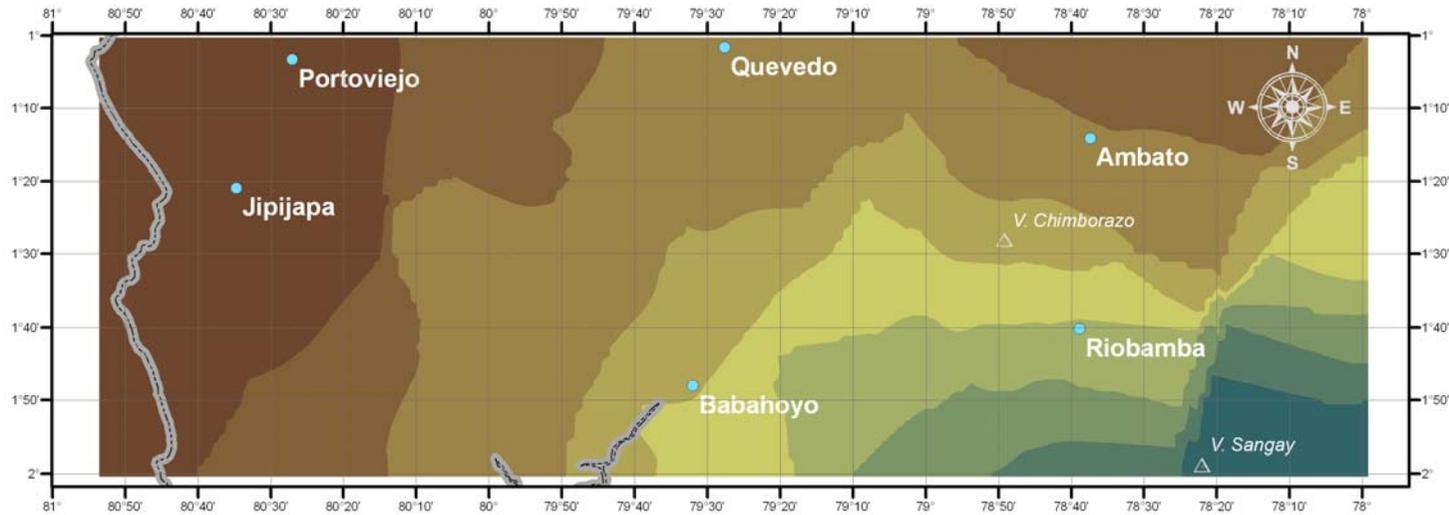
FUENTE: INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR - ECUADOR
 CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES (ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO - ECUADOR)
 OLE ANDERSEN - DINAMARCA

ANEXO H

MAPA

**ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES OBTENIDAS A PARTIR DE
LOS MODELOS EGM08, KMS02 Y DTMECU PARA ELÁREA DE ESTUDIO**

MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES OBTENIDAS A PARTIR DE LOS MODELOS EGM08, KMS02 Y DTMECU PARA ELÁREA DE ESTUDIO



UBICACIÓN



ESCALA: 1:1'500.000

	ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES	
ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DTMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS LONGITUDES 81°W Y 78°W		
MAPA DE MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES OBTENIDAS A PARTIR DE LOS MODELOS EGM08, KMS02 Y DTMECU PARA ELÁREA DE ESTUDIO		
Elaborado por: Israel Patricia Espinosa Gutiérrez	Fecha: MARZO DE 2009	
Revisado por: Dr. Alfonso Tierra C., Director	Ing. Alexander Robayo N., Co-Director	
Sistema de Referencia: World Geodetic System 1984 - WGS84 DATUM: WGS84		

SIMBOLOGÍA

- ECUADOR CONTINENTAL
- CIUDAD
- VOLCÁN

LEYENDA

VALOR (m)

0.214 - 0.500	1.950 - 2.339
0.501 - 0.816	2.340 - 2.693
0.817 - 1.250	2.694 - 3.047
1.251 - 1.631	3.048 - 3.401
1.632 - 1.949	DATOS NO DISPONIBLES

FUENTE:

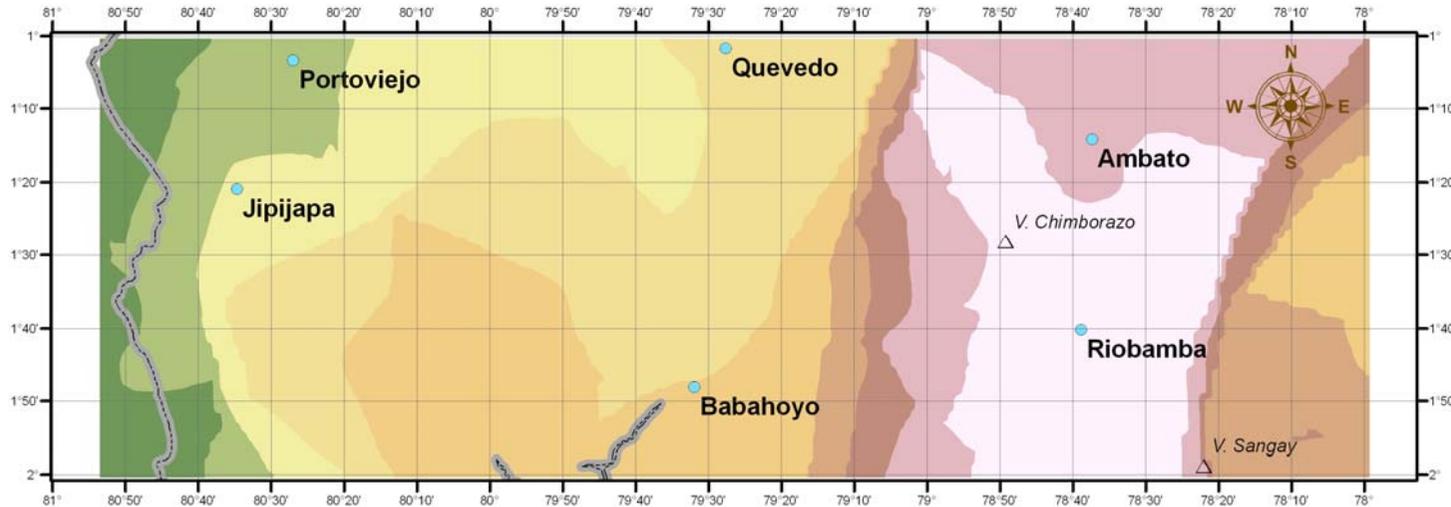
- ELABORADO POR EL AUTOR
- CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES (ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO, ECUADOR)

ANEXO I

MAPA

**ONDULACIONES GEOIDALES OBTENIDAS A PARTIR DE LOS MODELOS
EGM08, KMS02 Y DTMECU PARA ELÁREA DE ESTUDIO**

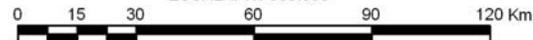
MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES OBTENIDAS A PARTIR DE LOS MODELOS EGM08, KMS02 Y DTMECU PARA EL ÁREA DE ESTUDIO



UBICACIÓN



ESCALA: 1:1'500.000



	ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES	
ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DTMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS LONGITUDES 81°W Y 78°W		
MAPA DE MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES OBTENIDAS A PARTIR DE LOS MODELOS EGM08, KMS02 Y DTMECU PARA EL ÁREA DE ESTUDIO		
Elaborado por: Israel Patricio Espinosa Gutiérrez		Fecha: MARZO DE 2009
Revisado por: Dr. Alfonso Tierra C. Director		Ing. Alexander Robayo N. Co-Director
Sistema de Referencia: World Geodetic System 1984 - WGS84 DATUM: WGS84		

SIMBOLOGÍA

- ECUADOR CONTINENTAL
- CIUDAD
- VOLCÁN

LEYENDA

VALOR (m)	
13 - 15	23 - 23
16 - 17	24 - 25
18 - 18	26 - 27
19 - 20	28 - 28
21 - 22	DATOS NO DISPONIBLES

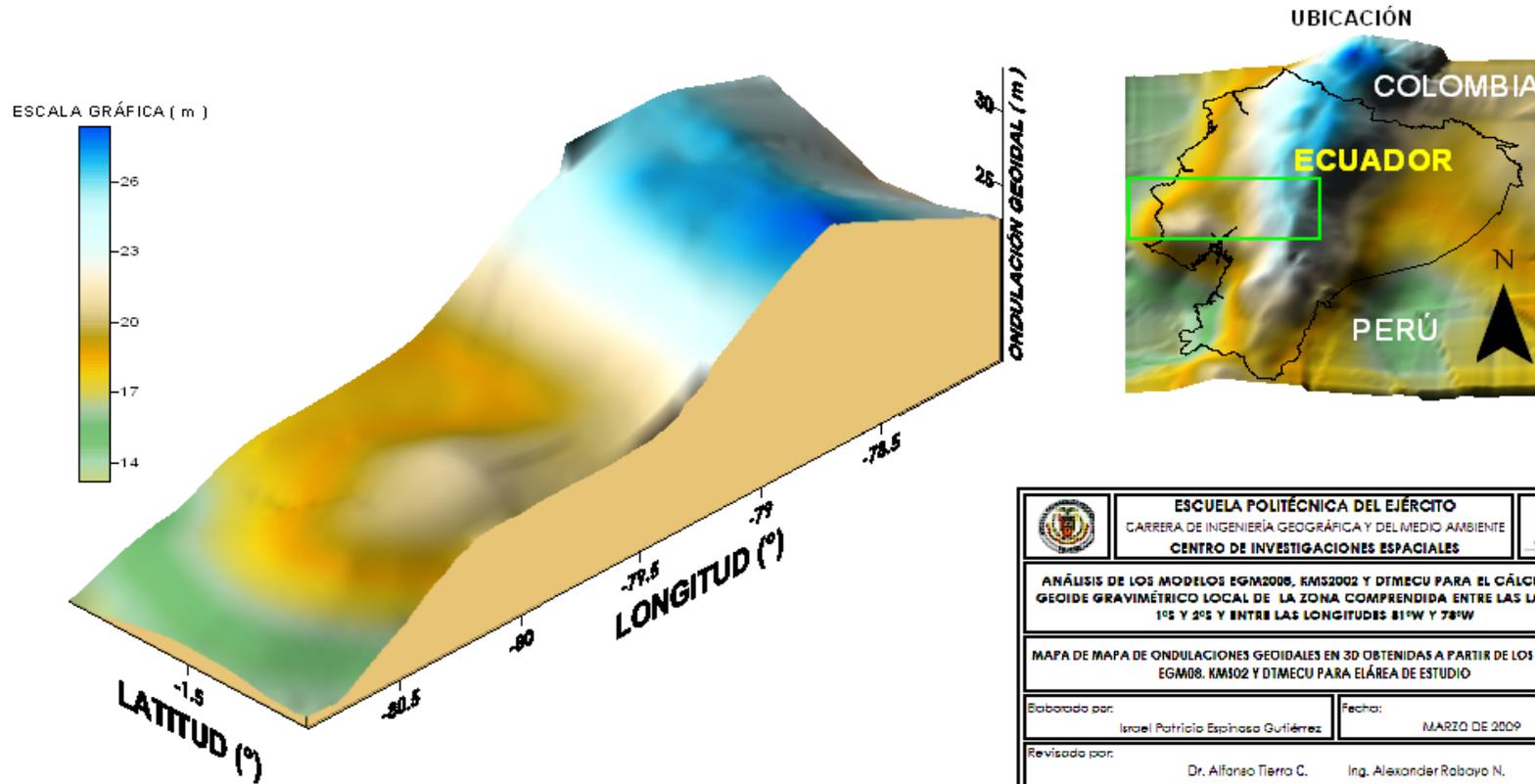
FUENTE:
 - ELABORADO POR EL AUTOR
 - CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES (ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO, ECUADOR)

ANEXO J

MAPA

**ONDULACIONES GEOIDALESEN 3D OBTENIDAS A PARTIR DE LOS
MODELOS EGM08, KMS02 Y DTMECU PARA ELÁREA DE ESTUDIO**

MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES EN 3D OBTENIDAS A PARTIR DE LOS MODELOS EGM08, KMS02 Y DTMECU PARA EL ÁREA DE ESTUDIO



	ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE CENTRO DE INVESTIGACIONES ESPACIALES	
	ANÁLISIS DE LOS MODELOS EGM2008, KMS2002 Y DTMECU PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DE LA ZONA COMPRENDIDA ENTRE LAS LATITUDES 1°S Y 2°S Y ENTRE LAS LONGITUDES 81°W Y 78°W	
MAPA DE MAPA DE ONDULACIONES GEOIDALES EN 3D OBTENIDAS A PARTIR DE LOS MODELOS EGM08, KMS02 Y DTMECU PARA ELÁREA DE ESTUDIO		
Elaborado por: Israel Patricia Espinosa Gutiérrez		Fecha: MARZO DE 2009
Revisado por: Dr. Alfonso Tierra C. Director		Ing. Alexander Robayo N. Co-Director
Sistema de Referencia: World Geodetic System 1984 -WGS84 DATUM: WGS84		

ANEXO K

PROCEDIMIENTO PARA EL CÁLCULO DE ONDULACIONES GEOIDALES UTILIZANDO EL PROGRAMA *hsynth_WGS84.exe*

El programa *hsynth_wgs84.exe*, desarrollado en lenguaje fortran por Simon A. Holmes y Nikolaos K. Pavlis, calcula ondulaciones geoidales respecto al sistema WGS84 a partir del EGM08, mediante el uso de armónicos esféricos de muy alto grado.

Para la ejecución de mencionado programa, es necesario colocar en la misma carpeta los siguientes archivos:

- **INPUT.dat:** Es el archivo de ingreso en el cual, deben constar latitud y longitud del punto de interés, no hace falta la altura nivelada, como es el caso del programa **GRAVTGME.exe**.
- **EGM2008_to2190_TideFree:** Contiene coeficientes armónicos esféricos totalmente normalizados del campo gravitacional de la Tierra y su asociado error calibrado de desviaciones estándar, sin unidades, al grado y orden de 2190, que implica el modelo EGM08, además de considerar un sistema de “marea libre”, adoptando así, una marea permanente.
- **Zeta-to-N_to2160_egm2008:** Contiene los coeficientes armónicos esféricos totalmente normalizados al grado y orden 2160, en metros, para el término de conversión de anomalías de altura a ondulación geoidal.

Posteriormente, al ejecutar el programa, debe verificarse la aparición de las siguientes ventanas:

✓ **1ª Ventana:**

```

C:\TESIS\EGM\EGM08\15P\hsynth_WGS84.exe
-----
Output Quantity
-----
Computation for isw = 82:
Geoid Undulation .....<m>.
Excluded Data Flag = 9999.00
Gravitational Model: EGM2008_to2190_TideFree
<Lmin = 2 Lmax = 2190>.
aegm = 0.6378136300000+07 <m>
gmegm = 0.3986004415000+20 <m**3/S**2>

```

✓ **2ª Ventana:**

```

C:\TESIS\EGM\EGM08\15P\hsynth_WGS84.exe
Correction Model: Zeta-to-N_to2160_egm2008
<Jmin = 0 Jmax = 2160>.
Correction to height anomaly computed from spherical
harmonic model.
-----
Output at Scattered Points
-----
Scattered Coordinate File: INPUT.DAT
Lat. Lon. N

```

De esta manera se comprueba, conjuntamente con el archivo de salida (**OUTPUT.dat**), que el cálculo se llevó a cabo satisfactoriamente.

Citado archivo se crea automáticamente dentro de la carpeta de trabajo, debido a que el software lo genera al final del proceso de cálculo. Figurarán entonces, dentro de mencionado archivo de salida, los valores de latitud, longitud y ondulación geoidal.

ANEXO L

PROCEDIMIENTO PARA EL CÁLCULO DE ANOMALÍAS DE LA GRAVEDAD UTILIZANDO EL PROGRAMA GEOEGM.py

GEOEGM.py es un programa desarrollado por C.C.Tscherning, que permite establecer un interfaz con el programa de su misma autoría, **GEOCOL.exe**, encargado de la obtención de las anomalías de la gravedad, en base a los coeficientes esféricos armónicos, que contenga un modelo geopotencial para el sistema de referencia WGS84.

Como punto de partida están los archivos de entrada (en formato .txt), que serán aplicados en el cálculo:

- Coeficientes esféricos armónicos
- Puntos de interés ordenados por N°, latitud, longitud y altura nivelada (formato *GRAVSOFT*).

Al ejecutarlo, se despliegan las pantallas mostradas en las figuras i.1 y i.2, con lo cual se debe seguir los siguientes pasos mostrados en la figura i.2:

1. Ingresar el directorio en donde se ubica el archivo con el modelo gravitacional (coeficientes armónicos esféricos).
2. Seleccionar “No” en la opción para formato de coeficientes.
3. A continuación en la opción “*Input GM, semi-major axis (M)*”, están predeterminados dos de los parámetros que contempla el sistema WGS84, es decir:
 - GM (Constante Gravitacional de la Tierra) y,
 - Semieje mayor del elipsoide de referencia.

4. Debemos tener en cuenta el grado máximo que contiene el archivo con los coeficientes armónicos esféricos a ingresarse, que para el caso del presente proyecto es de 2190 (modelo EGM08), valor que debe colocarse en la casilla correspondiente.
5. En cuanto al código para los datos de entrada, se debe optar por la opción 13 (cálculo de la anomalía de la gravedad).
6. En el cálculo de mencionadas anomalías no es necesario el empleo de grilla, por tal motivo se selecciona la alternativa “No”.
7. Seguidamente ingresamos ubicación y nombre, para el archivo con los puntos de interés, en formato *GRAVSOFT*.
8. Para las dos siguientes alternativas, la opción elegida debe ser “No”, ya que en el primer caso, los valores serán obtenidos a partir de coeficientes armónicos esféricos, en los valores de los puntos de interés y, para el segundo caso no son necesarias las estadísticas producidas a partir del desarrollo del computo.
9. Previamente a la ejecución del proceso de cálculo, se escoge la opción para que los valores de anomalías de la gravedad, se conduzcan a un archivo de salida, para lo cual se elige “Yes” e inmediatamente colocamos nombre y directorio para el archivo de salida (en formato .txt).
10. Finalmente damos un clic en “*Start Program*”.

Como evidencia que el proceso se ha llevado a cabo exitosamente, se debe revisar que la figura i.3, se muestre, de esta forma se puede conocer que el proceso terminó adecuadamente.

En el archivo de salida, se ubicarán en la última columna como resultados de anomalías de gravedad, los valores correspondientes al modelo EGM08.

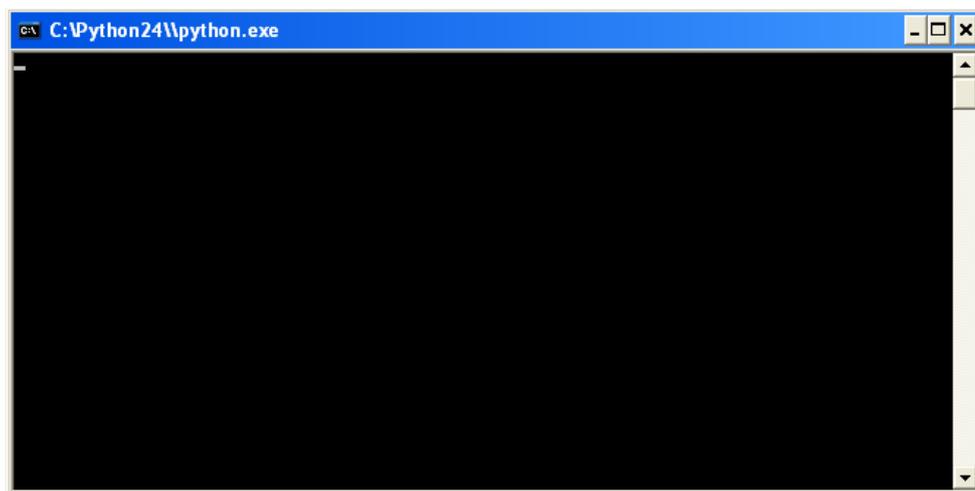


Fig. I.1. Ventana de procesos del programa *GEOEGM.py*

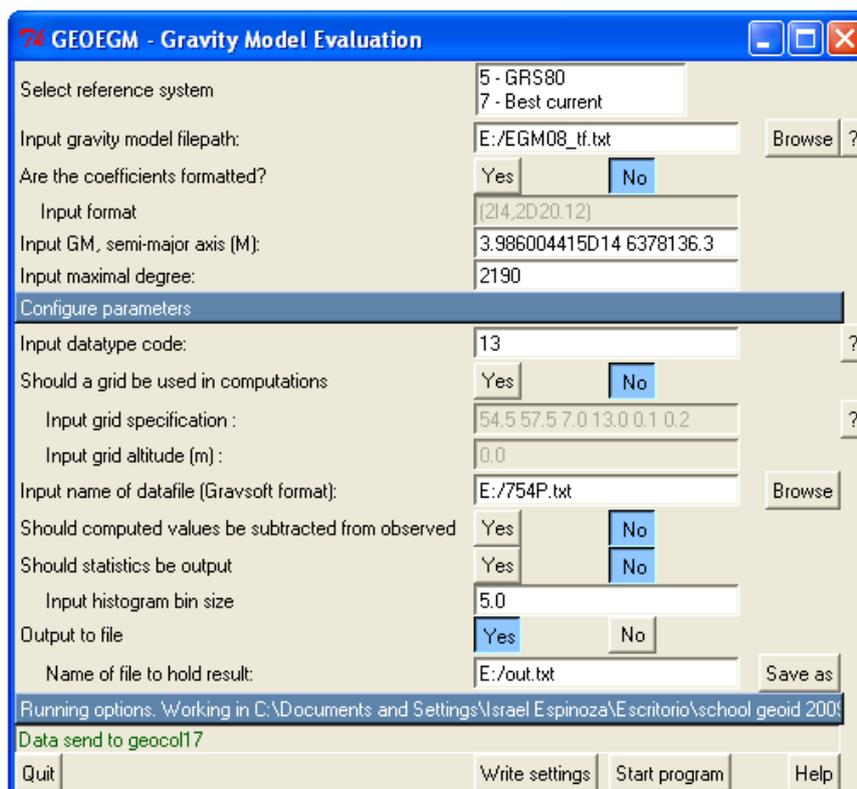


Fig. I. 2. Ventana para la ejecución del programa *GEOEGM.py*

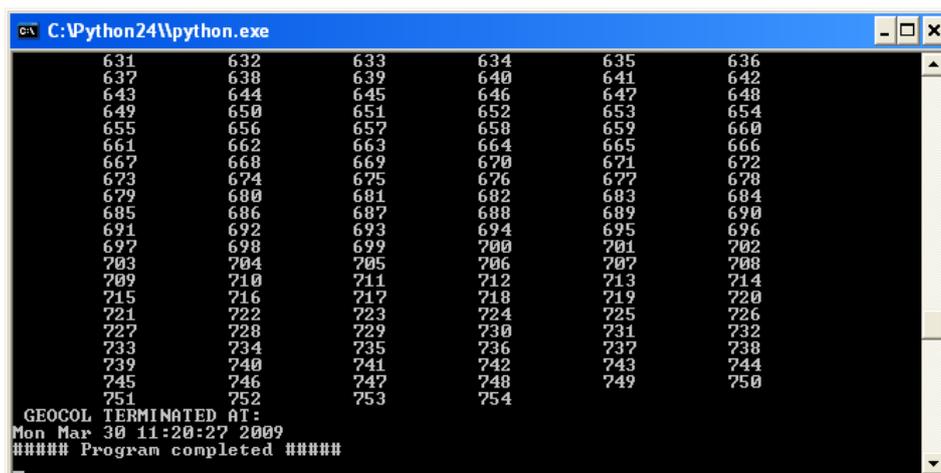


Fig. I.3. Ventana de procesos del programa *GEOEGM.py*

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- Andersen, O. B., “**Fall Meeting 2003**”, *American Geophysical Union*, abstract.
- Arana, J., “**Geodesia Física**”, Departamento de Cartografía de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la UNESP – Campus de Presidente Prudente, Sao Paulo, Brasil, 2005.
- Badell, C., “**Notas sobre Geodesia Física**”, Maracaibo, Venezuela, Escuela de Ingeniería Geodésica, Universidad del Zulia, 2006.
- Bujama, Daniel; Guevara Victor; Bravo Douglas, “**Metodología para la determinación de ondulaciones del geode con datos geodésicos heterogéneos para Venezuela**”.
- Catalao, J. “**Geodesia Física**”, Lisboa, Portugal, 2000.
- Heiskanen, W; Moritz, H., “**Geografía física**”, Madrid, España, Instituto Geográfico Nacional; Instituto de Astronomía y Geodesia 1985.
- Heiskanen, W.; Moritz H., “**Geografía física**”, Londres, Inglaterra; San Francisco, USA, W. H. Freeman and Company, 1967.
- Hoarg, G., “**Topografía por Satélite: Curso de Geodesia Satelital**”, Ecuador, ESPE, 1987.
- <http://balandra.uabcs.mx>
- http://es.wikipedia.org/wiki/Precisi%C3%B3n_y_exactitud, “**Precisión y exactitud**”, Abril 2009.
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Topograf%C3%ADa>, “**Topografía**”, Mayo 2009.
- <http://iit.jalisco.gob.mx/glosario/r.html>.
- http://w3.cnice.mec.es/eos/MaterialesEducativos/mem2000/arqueologia/Mapas_Topograficos_2.html
- http://www.aero.org/publications/.../01_01.gif
- <http://www.fisicaweb.info>, diciembre 2008
- <http://www.genciencia.com>
- <http://www.geoportaligm.gov.ec>, Enero 2008.
- <http://www.mat.uda.cl/hgomez/Apuntes/Estad%C3%ADstica%20Descriptiva%20I.pdf>

- <http://www.tel.uva.es/personales/jpozdom/telecomunicaciones/tutorial/capitulo1.html>
- <http://www.tel.uva.es/personales/jpozdom/telecomunicaciones/tutorial/apartado52.html>
- International Geoid Service, DIAR-Politecnico di Milano, “**International School for the Determination and Use of the Geoid**”, Milan, Italia, 10 - 15 Octubre 1994.
- Jijón M., “**Metodología para el cálculo del Geoide Gravimétrico Local del Ecuador Continental**”, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 2008.
- Kirby E., “**Metodología para el cálculo de las Anomalías de Bouguer Completa**”, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 2007.
- Kotsakis, C.; Katsambalos, K.; Ampatzidis, D., “**Evaluation of EGM08 using GPS and leveling heights in Greece**”, Department of Geodesy and Surveying, School of Engineering, Aristotle University of Thessaloniki.
- Mironov, V., “**Curso de Proyección Gravimétrica**”, Editorial Reverté S.A., Barcelona, España, 1977.
- Ordoñez P., “**Determinación de anomalías residuales para el Ecuador continental**”, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 2007.
- Pavlis Nikolaos, “**Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)**”, <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>, Noviembre 2008.
- Pereira, Iris; Cruz, Simone; Penna, José, “**Estudo da Ondulação Geoidal no Estado do Rio de Janeiro**”, Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Cartográfica, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.
- Sansó, F.; Brobelli, M.; Migliaccio, F.; Vajani, C., “**internatinoal School for the Determination and Use of the Geoid**”, Milan, Italia, IGS, 1994.
- Tierra, A., “**Cap2conceitos**”, Quito, Ecuador, 2003.
- Tierra, A., “**Metodologia para a Geração de Grid de Anomalias Gravimétricas para obtenção de Geoide Gravimétrico Local a partir de dados esparsos**”, Tesis de Grado, Curitiba Brasil, 2003.
- Tierra, A., “**Sistema de Posicionamiento Global por Satélites - GPS**”, Sangolquí, Quito, Ecuador 1995.

- Vargas Pedro, **“Altura Ortométrica, Geoidal y Elipsoidal”**, http://www.ineter.gob.ni/Direcciones/Geodesia/Seccion_Temas_de_Cartografia/AlturaOrtometrica.html, abril 2009.