

# DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN CUADRICÓPTERO A CONTROL REMOTO

Verónica Gabriela Ortiz Padilla

Pablo Ramiro Pulla Arévalo

Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Carrera de Ingeniería Mecatrónica,

[gabyo15@hotmail.com](mailto:gabyo15@hotmail.com)

[pablo\\_pulla\\_a@hotmail.com](mailto:pablo_pulla_a@hotmail.com)

**Resumen** -- El presente proyecto describe el diseño y construcción de un cuadricóptero a control remoto. Ese tipo de aeronaves elaboradas desde 1920 son ideales para vuelos en interiores y exteriores por su gran maniobrabilidad. Debido a los diversos campos que implica esta investigación, fue necesario recurrir a la metodología de la ingeniería concurrente, capaz de definir por completo el problema, buscar alternativas óptimas de solución y llevar a cabo un proceso de verificación de las mismas. Para el diseño mecánico se consideró la carga estática y la vibración a la que está sujeto el vehículo. Para el módulo electrónico se hizo un análisis de la autonomía de vuelo del vehículo y para el módulo de control se consideró el modelo matemático y se diseñó el mejor controlador, que le permitiera al cuadricóptero efectuar todos sus movimientos. Finalmente se diseñó una interfaz gráfica que proporcione una fácil calibración de los sensores, ajuste del controlador y visualización en tiempo real del comportamiento del cuadricóptero.

**Abstract** -- This Project describes the design and construction of a remote control quadcopter. These types of aircrafts produced since 1920 could be used for indoor and outdoor flights for their great maneuverability, due to the different fields that involved in this research; was necessary to use the concurrent engineering methodology, capable to define completely the problem and find the best alternative to resolve and to follow a checking process of them. For the mechanical design was considered the static load and the vibration that the vehicle is subject. For the electronic module was made an analysis of the flight range of the vehicle and for the control module was considered the mathematical model, and was designed the best controller that permit the quadcopter performs all its movements. Finally a graphical interface was designed, that provides an easy calibration of the sensors, controller setting and displays in real time the behavior of the quadcopter.

**Palabras Clave** -- Arduino, control PID, motor brushless, batería lipo, cuadricóptero, sistema de medición inercial, Processing.

**Keywords** -- Arduino, PID controller, brushless motor, lipo battery, quadcopter, IMU, Processing.

## 1. INTRODUCCION

Los cuadricópteros (también conocidos como quadrotor o quadcopter) representan una plataforma muy versátil y de creciente popularidad que se encuentra dentro de la categoría de los UAV. Una de las características a destacar es la gran maniobrabilidad que posee este tipo de vehículo [1]. Al tener cuatro motores, dos que giran en sentido horario y dos en sentido antihorario, se evita el giro sobre sí mismo, haciéndolo un UAV perfecto al momento de buscar exactitud en vuelo estacionario<sup>1</sup>. Una aplicación donde se aprecia esta característica es en la navegación de interiores y sitios de espacios reducidos.

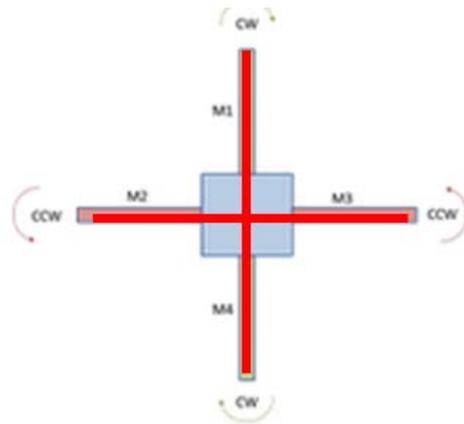
El objetivo del proyecto es diseñar y construir un cuadricóptero liviano y resistente que permita un vuelo estable en interiores y exteriores. El sistema de control permitirá a un operador controlar el vehículo mediante una emisora de radio control. Con el fin de fortalecer el desarrollo investigativo de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE se desarrollará el cuadricóptero en todas sus etapas, desde el diseño del bastidor hasta la implementación final de los algoritmos de control.

## 2. ESTADO DEL ARTE

El funcionamiento del cuadricóptero está basado en una configuración en cruz, en donde la parte delantera del vehículo es el motor 1 y la parte posterior es el motor 4 (Ver Figura 1). Los movimientos de traslación y rotación se controlan variando las velocidades de giro de los motores, por ejemplo para que el vehículo avance hacia adelante (pitch) es necesario que el motor 4 aumente su

<sup>1</sup> Estacionario es el término aplicado cuando un helicóptero mantiene una posición constante sobre un punto seleccionado

velocidad y el motor 1 la disminuya y para que el vehículo avance hacia atrás (pitch) lo contrario. Para que el vehículo se mueva hacia la derecha (roll) el motor 2 debe aumentar su velocidad y el 3 disminuya, para ir a la izquierda (roll) lo contrario. Para que el vehículo gire a la derecha (yaw) los motores 1 y 4 deben aumentar su velocidad y para que gire a la izquierda (yaw) el motor 2 y 3 deben aumentar su velocidad [2].



**Figura 1: Configuración en cruz**

Actualmente existe una gran variedad de cuadricópteros de diversas formas y tamaños, en donde predominan estructuras livianas, resistentes y aerodinámicas elaboradas con materiales como: fibra de carbono, nylon y espuma de poliestireno tal es el caso del Parrot AR. Drone 2.0 y el Phantom, aeronaves comerciales que poseen diseños de ingeniería que han tardado muchos años en desarrollarse, para ofrecer al usuario un producto de altas prestaciones y calidad.

El aspecto más importante de este tipo de aeronaves es el diseño del controlador, que dependerá del desarrollo del modelo matemático así como también de sofisticados sensores y plataformas de control. En la actualidad existe una gran variedad de controladores de vuelo que se basan en la estimación de la orientación del cuadricóptero

a partir de los ángulos de Euler y la posición a partir de GPS.

### 3. DISEÑO MECÁNICO

Para el diseño mecánico, se consideró parámetros como: ligereza, rigidez, resistencia y aerodinámica. Para el modelado CAD se ha hecho uso del software SolidWorks mostrado en el figura 2.

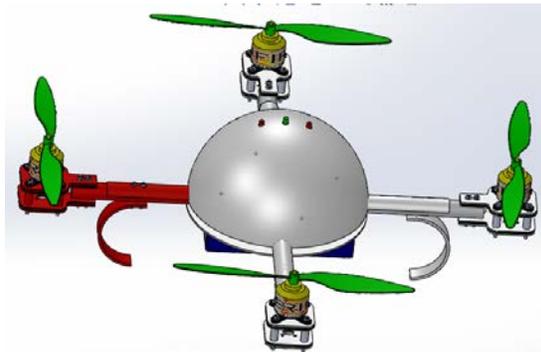


Figura 2: Ensamble total del cuadricóptero

#### 3.1. Análisis estático

Para el dimensionamiento del bastidor se consideró la carga estática a la que va a estar sujeto el vehículo obteniéndose los siguientes resultados:

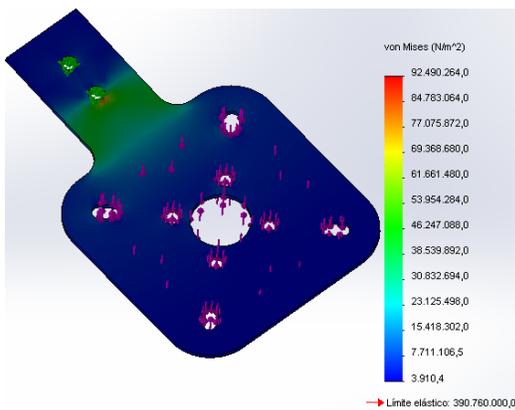


Figura 3: Ejemplo de simulación en SolidWorks Esfuerzo de Von Mises

Tabla 1: Resumen resultados elementos finitos

Elemento	Material	Esfuerzo máximo	Factor de seguridad
Montaje del motor	Fibra de vidrio	92.5 [MPa]	3
Tren de aterrizaje	Fibra de vidrio	7 [MPa]	47.49
Brazo	Aluminio 6063	2 [MPa]	55.72

Un elemento crítico en este tipo de vehículos es el tren de aterrizaje para lo cual es necesario un análisis de caída, demostrando que la condición menos favorable es cuando el cuadricóptero cae 5 m en un piso inclinado 50° con respecto a la horizontal con todo el peso sobre el tren; mostrando el siguiente valor de esfuerzo:

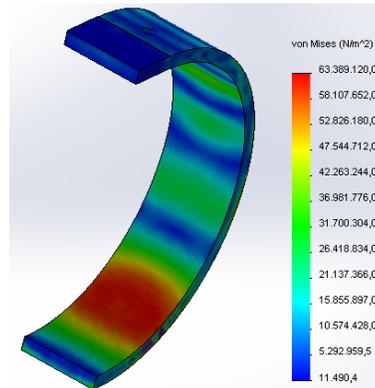


Figura 4: Caída a 5 m en un suelo inclinado 50° Esfuerzo de Von Mises

#### 3.2. Análisis de vibración

En el diseño mecánico de un cuadricóptero la vibración es de suma importancia, si este factor no se considera, las vibraciones afectarían las mediciones de los sensores, lo que a su vez provocaría un cálculo incorrecto en el control, ocasionando daños irreparables. Para el siguiente análisis se considera un motor brushless que genera una fuerza de

excitación a una frecuencia determinada; lo que se busca es encontrar la rigidez de un material para reducir la vibración que el motor transmite a su soporte [3]. La rigidez del sistema es:

**Tabla 2: Rigidez del sistema a la frecuencia más baja y más alta**

Frecuencia [ $\frac{rad}{s}$ ]	Rigidez $\frac{N}{m}$
1937.32	526.114
2905.98	$1.184 * 10^3$

Una vez obtenida la rigidez del material, es necesario encontrar el material que se ajuste a la misma. Se consideraron varios materiales mostrando los siguientes resultados:

**Tabla 3: Rigidez de distintos materiales**

Material	Rigidez $\frac{N}{m}$
Caucho	$1.5 * 10^3$
Corcho	$2.6 * 10^3$
Poliestireno expandido	$1.2 * 10^4$
Espuma de poliuretano	$6.3 * 10^3$

De los resultados obtenidos se puede concluir que el caucho es el valor más cercano. Existe otra forma de determinar que aislador de vibración se ajusta más el sistema, de acuerdo a la teoría de la deflexión estática.

La frecuencia más baja que alcanza el motor para una reducción de la vibración en un 85% tenemos:

$$\delta_{est1} = 0.0018267 \text{ m}$$

La frecuencia más alta que alcanza el motor para una reducción de la vibración en un 85% tenemos:

$$\delta_{est2} = 0.0008119 \text{ m}$$

**Tabla 4: Aisladores de vibración a usarse de acuerdo a deflexión estática**

AISLADORES DE VIBRACIÓN A USARSE DE ACUERDO A LA DEFELEXION ESTATICA ENCONTRADA	
GRUPOS	TIPOS DE AISLADORES SEGUN DEFLEXIÓN ESTÁTICA
A	Hasta 1.6 mm, se sugiere usar corcho, caucho, fieltro, almohadilla de plomo asbesto o fibra de vidrio
B	Hasta 6.35 mm, se sugiere usar capas de planchas de neopreno, planchas gruesas de fieltro o corcho
C	Hasta 38 mm, se recomienda usar resortes de acero o capas múltiples de caucho o neopreno
D	Hasta 355 mm, se deben usar resortes de acero en espiral o en hojas

Por lo tanto, según la deflexión estática los resultados entran en el grupo A; entonces se considerara al caucho como factible material para aislar la vibración.

### 3.2.1. Resonancia

La resonancia puede ocurrir si la frecuencia de operación o de impulso aplicada al sistema es igual a cualquiera de sus frecuencias naturales. Esto se da si la velocidad angular de entrada aplicada al sistema en rotación es la misma, o cercana, a la frecuencia natural; la respuesta vibratoria será muy elevada. Esto puede generar fuerzas, causando fallas. Así es necesario evitar, tanto como sea posible, operar cerca de las frecuencias naturales[4].

La frecuencia de excitación se da gracias a la rotación del motor brushless y su hélice por lo que se tiene:

$$W_1 = 1937.32 \frac{rad}{s} \quad \text{Frecuencia más baja que alcanza el motor}$$

$$W_2 = 2905.98 \frac{rad}{s} \quad \text{Frecuencia más alta que alcanza el motor}$$

Para obtener la frecuencia del modelo, se utiliza el software Solid Works obteniendo el siguiente resultado:

Nº de modo	Frecuencia[Rad/seg]	Frecuencia[Hertz]	Período[Segundos]
1	-16.843	-2.6806	-0.37306
2	0	0	1e+032
3	0	0	1e+032
4	20.661	3.2883	0.30411
5	27.312	4.3469	0.23005

**Figura 5: Primeras frecuencias del modelo**

Se concluye que la estructura del cuadricóptero no va a llegar al estado de resonancia debido a que su frecuencia natural es muy distante a su frecuencia de excitación.

En la figura 6 se muestra que el ensamble total del vehículo cuadricóptero totalmente terminado, todas las partes del cuadricóptero son desmontables y reemplazables, pues se seleccionó materiales y procesos de manufactura disponibles en el mercado ecuatoriano.

El peso total de la estructura del cuadricóptero es de 652 gr, el peso total, junto con todos los elementos electrónicos es de 2052 gr y la carga útil es 1000 gr. El resultado es un cuadricóptero resistente, simétrico, liviano y aerodinámico.



**Figura 6: Ensamble cuadricóptero total**

## 4. DISEÑO DEL CONTROLADOR

### 4.1. Modelo Matemático

Para modelar matemáticamente el cuadricóptero se lo consideró como un sólido rígido de 6 grados de libertad, en donde se puede dividir el sistema en coordenadas traslaciones y rotacionales [5].

$$\xi = (x, y, z) \in R^3$$

$$\eta = (\theta, \phi, \psi) \in S^3$$

Aplicando la función Lagrangiana al cuadricóptero se tiene:

$$L = E_c - E_p$$

Donde:

L: función lagrangiana

$E_c$ : energía cinética

$E_p$ : energía potencial

- *Energía Cinética Traslacional:*

$$E_{trans} = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2$$

- *Energía Cinética Rotacional:*

$$E_{rot} = \frac{1}{2} I \dot{\eta}^2$$

- *Energía Potencial:*

$$U = mgz$$

El Lagrangiano queda completamente definido:

$$L = E_{trans} + E_{rot} - U$$

$$L = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\eta}^2 - mgz$$

Las ecuaciones de movimiento del cuadricóptero se pueden expresar mediante la aplicación directa de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = F$$

Donde:

$\partial q$ : coordenada generalizada

$\partial \dot{q}$ : primera derivada respecto al tiempo de la coordenada generalizada

$F$ : fuerzas/pares generalizados

Donde  $F$  está en función  $F_\xi$  que es la fuerza traslacional aplicada al cuadricóptero a través de las entradas del control y  $T$  son los momentos generalizados:

$$F = (F_\xi, T)$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{pmatrix}$$

$$u = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$

La fuerza traslacional es:

$$F_\xi = R \hat{F}$$

Donde  $R$  es la matriz de transformación que representa la orientación del cuadricóptero

$R =$

$$\begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & s_\psi s_\theta & -s_\theta \\ c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & c_\theta s_\phi \\ c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix}$$

Los momentos generalizados en la variable  $\eta$  son:

$$T = \begin{pmatrix} T_\theta \\ T_\phi \\ T_\psi \end{pmatrix}$$

Donde:

$$T_\psi = \sum_{i=1}^4 T M_i$$

$$T_\theta = (f_2 - f_4) l$$

$$T_\phi = (f_3 - f_1) l$$

- *Dinámica Rotacional*: se puede reescribir el Lagrangiano de la siguiente forma:

$$L(n, \dot{n}) = \frac{1}{2} I \dot{n}^2$$

Aplicando Euler-Lagrange se tiene:

$$\frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \xi} = -mgz$$

$$\frac{\partial L(n, \dot{n})}{\partial \dot{n}} = I \dot{n}$$

$$\left( \frac{d}{dt} \right) \left( \frac{\partial L(n, \dot{n})}{\partial \dot{n}} \right) = I \ddot{n}$$

$$\left( \frac{d}{dt} \right) \left( \frac{\partial L(n, \dot{n})}{\partial \dot{n}} \right) - \frac{\partial L(n, \dot{n})}{\partial n} = T$$

$$I \ddot{n} = T$$

$$I \ddot{n} = \begin{pmatrix} T_\theta \\ T_\phi \\ T_\psi \end{pmatrix}$$

Reemplazando las ecuaciones tenemos:

$$\begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_\theta \\ T_\phi \\ T_\psi \end{pmatrix}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{l}{I_{xx}} (f_4 - f_1)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{l}{I_{yy}} (f_2 - f_3)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{l}{I_{zz}} (f_2 + f_3 - f_4 - f_1)$$

## 4.2. Función de Transferencia

De las ecuaciones aplicando Laplace se tiene:

- Planta de Roll

$$G_{\phi}(s) = \frac{l k}{I_{yy} s^2}$$

$$G_{\phi}(s) = \frac{0.17255}{s^2}$$

- Planta de Pitch

$$G_{\theta}(s) = \frac{l k}{I_{xx} s^2}$$

$$G_{\theta}(s) = \frac{0.17255}{s^2}$$

- Planta de Yaw

$$G_{\psi}(s) = \frac{l k}{I_{zz} s^2}$$

$$G_{\psi}(s) = \frac{0.086275}{s^2}$$

## 4.3. Simulación

Para implementar el controlador se consideró el modelo matemático de cada movimiento y gracias a la ayuda del software Matlab se pudo encontrar un controlador PID que se ajuste a los parámetros requeridos en el sistema tales como un tiempo de estabilización entre 0.5- 2 s y un sobre paso entre el 5%-15%.

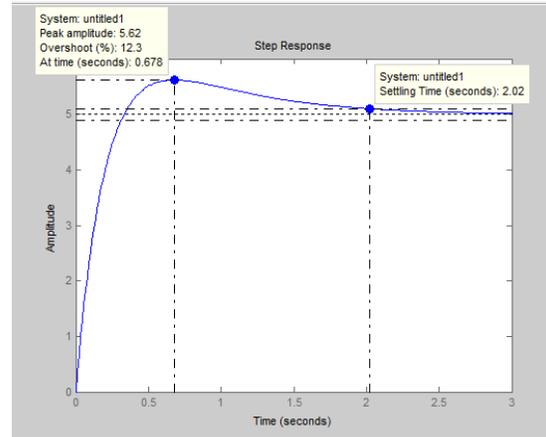


Figura 7: Simulación de planta de guiñada

Este procedimiento se realizó para las tres plantas que describen el sistema obteniendo los siguientes controladores teóricos:

$$C_{\phi}(s) = \frac{37 s^2 + 48 s + 5}{s}$$

$$C_{\theta}(s) = \frac{37 s^2 + 48 s + 5}{s}$$

$$C_{\psi}(s) = \frac{75 s^2 + 96 s + 10}{s}$$

## 4.4. Filtrado de la señal

Para poder medir la inclinación del cuadricóptero se usan las señales provenientes del acelerómetro y el giróscopo, la combinación de las lecturas de estos dos sensores permiten tener un dato mas exacto, por lo que es necesario hacer uso del filtro complementario el que nos permitirá obtener lo mejor de los dos sensores, disminuyendo los efectos de las vibraciones que afectan al acelerómetro y la deriva que afecta al giróscopo. [6]

Antes de poder implementar el filtro complementario, se deben filtrar las señales del acelerómetro y del giróscopo para eliminar el ruido y obtener mejor lectura.

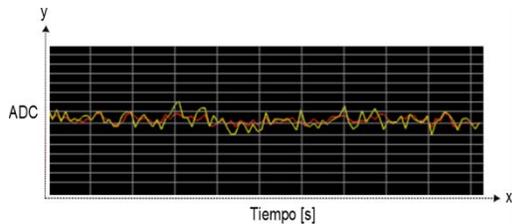
El filtrado de las señales del acelerómetro se lo hace a partir de la siguiente ecuación.

$$dato_f = 0.93 * dato_{fa} + 0.07 * dato_{ace}$$

$dato_f$ : Dato filtrado

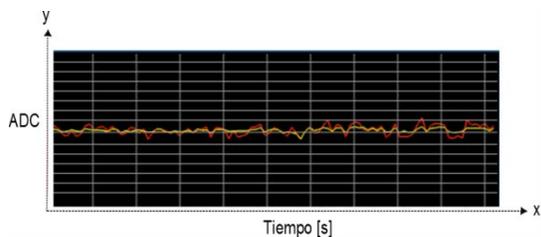
$dato_{fa}$ : Dato filtrado anterior

$dato_{ace}$ : Dato del acelerómetro en cada eje



**Figura 8: Señal filtrada y no filtrada del acelerómetro**

Para obtener datos más precisos a partir del giróscopo, se realiza un número de lecturas y se obtiene el promedio de estas.



**Figura 9: Señal filtrada y no filtrada del giróscopo**

#### 4.5. Calculo de los ángulos de alabeo y cabeceo

Para obtener los valores del ángulo en radianes del giróscopo se utilizan la siguiente formula:

$$dato_g = (dato_{gADC} - offset) * escala$$

offset: valor que marca el sensor cuando está totalmente horizontal o estacionario.

escala: se puede encontrar en el datasheet o experimentalmente.

$dato_{gADC}$ : dato del giróscopo en ADC

$dato_g$ : dato del giróscopo en rad/seg

Nota:  $dato_g$  debe ser multiplicado por  $\pi/180$  para obtener el ángulo en radianes.

Obtenido el valor del giróscopo en rad/seg, se calcula el ángulo de rotación.

$$angulo_g = angulo_{ga} + dato_g * dt$$

$angulo_g$ : ángulo en radianes

$angulo_{ga}$ : ángulo en radianes anterior

$dato_g$ : dato del giróscopo en rad/seg

$dt$ : Intervalo de tiempo entre cada lectura del giróscopo.

Una vez obtenido el ángulo en radianes, con la ayuda de la matriz de rotación [5] se puede representar al sistema de referencia móvil (cuadricóptero) en el sistema de referencia fijo (Tierra).

Se aplica la aproximación del ángulo mínimo [7] a la matriz de rotación:

$$\sin \phi = \phi \quad \sin \theta = \theta \quad \sin \psi = \psi$$

$$\cos \phi = 1 \quad \cos \psi = 1 \quad \cos \theta = 1$$

Aplicando estas aproximaciones se tiene:

$$R_I = \begin{pmatrix} 1 & -\psi & \phi \\ \psi & 1 & -\theta \\ -\phi & \theta & 1 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto tenemos:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\psi & \phi \\ \psi & 1 & -\theta \\ -\phi & \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$x' = x - \psi * y + \phi * z$$

$$y' = y + \psi * x - \theta * z$$

$$z' = z + \theta * y - \phi * x$$

Donde  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  son los vectores estimados a partir de los ángulos del giróscopo.

### Filtro Complementario

La ecuación del filtro complementario permite obtener un dato más fiable a partir de la combinación de las lecturas del acelerómetro y giróscopo, lo cual se puede ver a continuación.

$$vec_{FC} = 0.94 * (vec_g) + 0.06 * vec_a$$

$vec_{FC}$  : vector obtenido a partir del filtro complementario.

$vec_g$  : vector obtenido a partir de la matriz de rotación con los datos del giróscopo.

$vec_a$  : dato del acelerómetro.

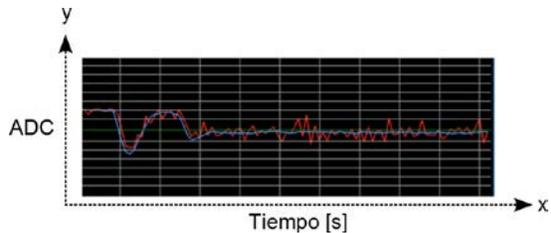


Figura 10: Filtro complementario

Para el cálculo del ángulo de rotación (alabeo, cabeceo y guiñada) es necesario utilizar la función atan2; una función arco tangente con dos argumentos, el propósito de

utilizar dos argumentos en lugar de uno es para reunir información sobre los signos de las entradas con el fin de devolver el cuadrante correspondiente del ángulo calculad[8], lo que no es posible con la función arco tangente[9].

$$a_{alabeo} = atan2(vec_{FCx}, vec_{FCz})$$

$$a_{cabeceo} = atan2(vec_{FCy}, vec_{FCz})$$

$a_{alabeo}$  : ángulo alabeo.

$a_{cabeceo}$  : ángulo cabeceo.

$vec_{FCx}$  : vector en x obtenido del filtro complementario.

$vec_{FCy}$  : vector en y obtenido del filtro complementario.

$vec_{FCz}$  : vector en z obtenido del filtro complementario.

### Cálculo ángulo guiñada

Para el ángulo de guiñada es necesario utilizar adicional la señal del magnetómetro para conocer la orientación del cuadricóptero:

$$vec_{FC} = 0.94 * (vec_g) + 0.06 * vec_m$$

$vec_{FC}$  : vector obtenido a partir del filtro complementario.

$vec_g$  : vector obtenido a partir de la matriz de rotación con los datos del giróscopo.

$vec_m$  : dato del magnetómetro.

$vec_{FCx}$  : vector en x obtenido del filtro complementario.

$$a_{guiñada} = atan2(vec_{gy}, vec_{gx})$$

$a_{\text{guiñada}}$  : ángulo guiñada.

$\text{vec}_{\text{FCx}}$  : vector en x obtenido del filtro complementario.

$\text{vec}_{\text{FCy}}$  : vector en y obtenido del filtro complementario.

#### 4.6. Desarrollo del Controlador

El método que permite controlar los movimientos (alabeo, cabeceo, guiñada) y estabilización del cuadricóptero en vuelo, está basado en las ecuaciones de un controlador PID[10], este cálculo deberá realizarse para cada movimiento o eje de rotación.

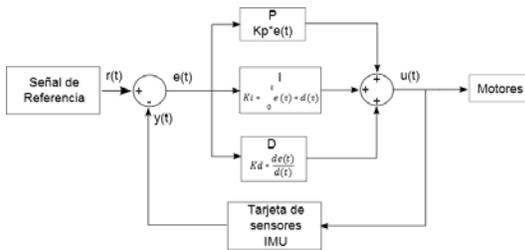


Figura 11: Diagrama de Control

#### Cálculo del término proporcional

El término proporcional resulta del producto entre el error y la constante proporcional.

$$\text{error}[eje] = \text{SetPoint}[eje] - \text{Angulo}[eje]$$

$$U_{p1}[eje] = \text{error}[eje] * Kp[eje]$$

Adicional al cálculo anterior, es necesario realizar una corrección con los datos del giróscopo, lo que evita que la respuesta sea oscilatoria, además de ayudar a reducir los efectos de las perturbaciones.

$$U_{p2}[eje] = \text{Dato}_{\text{giro}}[eje] * Kp[eje]$$

Por lo que el término P queda:

$$U_p[eje] = U_{p1}[eje] - U_{p2}[eje]$$

#### Cálculo término integral

El cálculo del término integral se lo realiza a partir de la suma de los errores por la constante  $K_i$ .

$$\text{Sum}_{\text{error}}[eje] = \text{Suma}_{\text{error}}[eje] + \text{error}[eje]$$

$$U_i[eje] = \text{Sum}_{\text{error}}[eje] * K_i[eje]$$

#### Cálculo término derivativo

El término derivativo se determina con los datos del giróscopo.

$$\text{error}_{\text{giro}}[eje] = \text{Dato}_{\text{giro}}[eje] - \text{Dato}_{\text{giro0}}[eje]$$

$$\text{Dato}_{\text{giro0}}[eje] = \text{Dato}_{\text{giro}}[eje]$$

$$U_d = \text{error}_{\text{giro}}[eje] * K_d[eje]$$

#### Cálculo del controlador

Finalmente se suman los términos proporcional, integral y derivativo y se obtiene el valor del controlador.

$$U[eje] = U_p[eje] + U_i[eje] + U_d[eje]$$

#### 5. Pruebas y resultados

Tomando como punto de partida los valores de las constantes, proporcional, integral y derivativa ( $K_p=48$ ,  $K_i=5$ ,  $K_d=37$ ) obtenidas a partir del modelo matemático del cuadricóptero, se los puso a prueba mostrando el siguiente comportamiento:



**Figura 12: Respuesta del controlador PID con las constantes teóricas**

Analizando la grafica obtenida se puede deducir que la respuesta es del controlador es buena.

Tiempos de repuesta:

Tiempo de retardo: 0.3s

Tiempo de levantamiento: 0.7s

Tiempo pico: 0.8s

Tiempo de asentamiento: 1.2s

Se observa que es el error en estado estable es de 1 grado.

Fue necesario aumentar el valor de la constante proporcional del controlador para que el sistema sea más estable y menos propenso a perturbaciones, los valores de las constantes para esta prueba son:

$K_p=65$ ,  $K_i=5$ ,  $K_d=45$



**Figura 13: Ajuste de las constantes del controlador PID**

La respuesta del controlador con las nuevas constantes PID es mejor que la respuesta anterior.

Tiempos de repuesta:

Tiempo de retardo: 0.1s

Tiempo de levantamiento: 0.2s

Tiempo pico: 0.6s

Tiempo de asentamiento: 0.9s

El error en estado estable es 0 grados y la respuesta del sistema mejoro en 0.3s.

## 6. Conclusiones

- Basados en el análisis estático y las simulaciones realizadas en SolidWorks, se considera que las partes estructurales están sobredimensionadas debido a que se obtuvo factores de seguridad con el cuadricóptero en el suelo de 101.17 para el brazo, 24.64 para el soporte del motor y valores de 55.72 y 3.39 respectivamente con el cuadricóptero en el aire; concluyendo así que el factor de seguridad disminuye en un 50%-87% cuando el vehículo se encuentra volando.
- Para comprender el funcionamiento del cuadricóptero se realizó un estudio de su modelo matemático, considerándolo un sólido rígido con seis grados de libertad; en donde se define su posición y orientación por medio de coordenadas traslacionales y rotacionales, definiendo sus ecuaciones cinemáticas se modeló la dinámica del cuadricóptero basada en las formulaciones matemáticas Euler-Lagrange.
- Poniendo a prueba los valores PID de las plantas en un banco de pruebas, se observó que su respuesta fue satisfactoria, pero fue necesario ajustar los valores ya que se busca que el sistema sea lo más estable posible y que su respuesta ante perturbaciones sea efectiva. Obteniendo para la planta de alabeo y cabeceo ganancias  $K_p=65$ ,  $K_d=45$  y  $K_i=5$  y para

la planta de guiñada  $K_p=110$ ,  $K_i=10$ ,  $K_d=80$ .

- La fabricación final del cuadricóptero dio como resultado una estructura que pesa 652 gr vacía, 2052 gr operativa y que permite una carga útil de 1000gr.

## 7. Referencias

[1] Redolfi, J. A., & Henze, A. (2011, 03 13). *Centro de Investigación en Informática para la Ingeniería*. Retrieved from <http://ciiii.frc.utn.edu.ar/LabElectronica/ProyectoQuadricoptero/QA3Fase10InformeFinal>

[2] Robotics, 3. (2014, 04 02). *APM COPTER*. Retrieved from <http://copter.ardupilot.com/wiki/advanced-multicopter-design/>

[3] Singiresu, Rao (2012). *Vibraciones Mecánicas*. Mexico: Pearson.

[4] Norton, R. L. (1995). *Diseño de Máquinas*. México, D.F.: PEARSONL.

[5] Raffo, G. V. (2007). *Modelado y Control de un Helicóptero Quadrotor*. Sevilla.

[6] ITBA. (2011, 08). Retrieved from [http://www.esaeta.com.ar/files/Proyecto\\_SAE TA-Septiembre\\_de\\_2011\\_-\\_Feria\\_Electronica.pdf](http://www.esaeta.com.ar/files/Proyecto_SAE_TA-Septiembre_de_2011_-_Feria_Electronica.pdf)

[7] Wikipedia. (2013). Retrieved from [http://en.wikipedia.org/wiki/Small-angle\\_approximation](http://en.wikipedia.org/wiki/Small-angle_approximation)

[8] Wikipedia. (2013). Retrieved from <http://en.wikipedia.org/wiki/Atan2>

[9] *Proyectos robóticos*. (2014). Retrieved from <https://sites.google.com/site/proyectosroboticos/cinematica-inversa-i>

[10] Ogata, K. (1998). *Ingeniería de Control Moderna*. Minnesota: Pearson.