



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y DE LA  
CONSTRUCCIÓN**

**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

**TESIS PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

**AUTOR: MONGE ROMO, JUAN PABLO**

**TEMA: ANÁLISIS SÍSMICO DE UNA ESTRUCTURA CON AISLADORES  
FPS DE LA PRIMERA Y SEGUNDA GENERACIÓN**

**DIRECTOR: DR. AGUIAR, ROBERTO**

**CODIRECTOR: ING. CHÁVEZ, BLANCA**

**SANGOLQUÍ, AGOSTO DE 2014**

## CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr. **JUAN PABLO MONGE ROMO** como requerimiento parcial a la obtención del título de INGENIERO CIVIL.

Sangolquí, Agosto de 2014

---

**DR. ROBERTO AGUIAR FALCONÍ**  
**DIRECTOR DE TESIS**

---

**ING. BLANCA CHÁVEZ ORDÓÑEZ**  
**CODIRECTOR DE TESIS**

REVISADO POR

---

**DR. PABLO CAIZA SÁNCHEZ**  
**DIRECTOR DE LA CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

## DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD

Yo, **JUAN PABLO MONGE ROMO**

Declaro que:

El proyecto de grado denominado **“ANÁLISIS SÍSMICO DE UNA ESTRUCTURA CON AISLADORES FPS DE LA PRIMERA Y SEGUNDA GENERACIÓN”**, es desarrollado en base a una investigación adecuada, respetando derechos intelectuales de terceros, conforme las referencias que constan en las páginas correspondientes, cuyas fuentes se incorporan en la bibliografía. Consecuentemente este trabajo es de mi autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance científico del proyecto de grado en mención parcial a la obtención del título de Ingeniero Civil.

Sangolquí, Agosto de 2014

---

**JUAN PABLO MONGE ROMO**

## AUTORIZACIÓN

Yo, **JUAN PABLO MONGE ROMO**

Autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE la publicación, en la biblioteca virtual de la Institución, el trabajo “**ANÁLISIS SÍSMICO DE UNA ESTRUCTURA CON AISLADORES FPS DE LA PRIMERA Y SEGUNDA GENERACIÓN**”, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y autoría.

Sangolquí, Agosto de 2014

---

**JUAN PABLO MONGE ROMO**

## DEDICATORIA

Quiero dedicar este trabajo, a mis padres Claudio Fernando Monge y Nelly Romo, quienes me han dado la vida y son el apoyo fundamental para seguir adelante, siempre en búsqueda de la felicidad. A mis hermanos Luis Fernando Monge y Pedro José Monge, fieles compañeros que han compartido conmigo el mismo hogar y que con su apoyo y compañía me han hecho sentir fuerte y decidido.

***Juan Pablo Monge Romo***

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco al Dios de Abraham de Isaac y de Jacob, que sin él no hubiese podido escribir ni la primera letra de este trabajo, a mis padres por el apoyo brindado a lo largo de su vida sin esperar nada a cambio, a mis hermanos por su fiel compañía y a mis amigos con los que he compartido mucho tiempo hasta el día de hoy.

***Juan Pablo Monge Romo***

## ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>CERTIFICACIÓN</b> .....	<b>I</b>
<b>DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD</b> .....	<b>II</b>
<b>AUTORIZACIÓN</b> .....	<b>III</b>
<b>DEDICATORIA</b> .....	<b>IV</b>
<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE CONTENIDO</b> .....	<b>VI</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b> .....	<b>XIII</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>XV</b>
<b>RESUMEN</b> .....	<b>XXI</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>XXII</b>
<b>CAPÍTULO 1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROYECTO</b> .....	<b>1</b>
1.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA .....	1
1.2 OBJETIVOS .....	2
1.2.1 Objetivo general .....	2
1.2.2 Objetivos específicos .....	2
1.3 ALCANCE DEL PROYECTO .....	3
1.4 JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA.....	4
1.5 METODOLOGIA.....	5
<b>CAPÍTULO 2 AISLADORES FPS</b> .....	<b>6</b>
2.1 INTRODUCCIÓN.....	6
2.2 DESCRIPCIÓN GENERAL.....	7
2.3 MATERIALES QUE SE UTILIZAN EN LA FABRICACIÓN DE AISLADORES FPS.....	7

2.3.1	Descripción .....	8
2.4	PROPIEDADES BÁSICAS PARA EL PRE DISEÑO DE AISLADORES FPS .....	9
2.4.1	Aisladores FPS de la primera generación.....	11
2.4.2	Aisladores FPS de la segunda generación.....	13
2.5	COEFICIENTES DE FRICCIÓN EN SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD .....	15
2.5.1	Vibración libre .....	16
2.5.2	Solución de la ecuación diferencial .....	19
2.5.3	Vibración libre con amortiguamiento por fricción.....	20
2.6	COEFICIENTE DE FRICCIÓN EN AISLADORES FPS.....	23
2.6.1	Factores $\lambda$ .....	24
2.6.2	Factores por envejecimiento de los materiales .....	24
2.6.3	Factores por contaminación .....	25
2.6.4	Factores por amplitud de desplazamiento o movimiento acumulado.....	26
2.6.5	Factores por temperatura.....	27
2.7	PROPIEDADES MÁXIMAS Y MÍNIMAS DE UN AISLADOR FPS (LB Y UB).....	27
2.7.1	Propiedades mínimas (Lower bound properties).....	28
2.7.2	Propiedades máximas (Upper bound properties).....	29

### **CAPÍTULO 3 MODELAMIENTO DE UN AISLADOR COMO**

	<b>ELEMENTO CORTO .....</b>	<b>30</b>
3.1	INTRODUCCIÓN.....	30
3.2	MATRIZ DE RIGIDEZ EN COORDENADAS LOCALES .....	31



3.3	MATRIZ DE RIGIDEZ EN COORDENADAS GLOBALES.....	32
3.4	USO DE <i>CEINCI-LAB</i> .....	37
3.4.1	Programa Histéresis.mat.....	37
3.4.2	Programa histéresisDCFP.mat.....	39
3.4.3	Programa friccion.mat .....	41
3.4.4	Programa EDIFICIO_ELEM_CORTO_SCFP_FUERZAS y EDIFICIO_ELEM_CORTO_DCFP_FUERZAS.....	41
3.4.5	Programa EDIFICIO_ELEM_CORTO_SCFP_ TOTAL_PORT2_3.mat.....	42
3.4.6	Programa placas_exteriores_centro .....	42
3.4.7	Programa placas_exteriores_desplazamiento .....	43
3.4.8	Programa deslizador_FPS.mat .....	44
<b>CAPÍTULO 4 AISLADORES FPS DE LA PRIMERA GENERACIÓN.....</b>		<b>46</b>
4.1	INTRODUCCIÓN.....	46
4.2	DIAGRAMA DE HISTÉRESIS.....	47
4.2.1	Relación Fuerza-Desplazamiento .....	49
4.2.2	Rigidez post-elástica .....	50
4.2.3	Rigidez efectiva.....	51
4.2.4	Amortiguamiento efectivo.....	52
4.2.5	Cálculo de la energía disipada en un ciclo de histéresis .....	52
4.2.6	Cálculo de la energía elástica en un ciclo de histéresis .....	53
4.2.7	Período efectivo .....	55
4.2.8	Factor de amortiguamiento .....	55

4.3	ESPECTRO DE DISEÑO REDUCIDO POR EL AMORTIGUAMIENTO .....	56
4.4	PARÁMETROS PARA EL ANÁLISIS SÍSMICO .....	56
4.5	MATRIZ DE RIGIDEZ LATERAL .....	58
4.5.1	Matriz de rigidez de miembro .....	58
4.5.2	Vector de colocación .....	61
4.5.3	Ensamblaje directo.....	62
4.5.4	Condensación de la matriz de rigidez .....	65
4.6	MATRIZ DE RIGIDEZ ESPACIAL.....	66
4.6.1	Matriz de rigidez en coordenadas de piso.....	66
4.7	MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN MODAL.....	68
4.7.1	Desplazamientos máximos .....	69
4.7.2	Fuerzas máximas modales .....	71
4.7.3	Criterios de combinación modal .....	72
	<b>CAPÍTULO 5 AISLADORES FPS DE LA SEGUNDA GENERACIÓN .....</b>	<b>73</b>
5.1	INTRODUCCIÓN.....	73
5.2	DIAGRAMA DE HISTÉRESIS.....	74
5.2.1	Relación Fuerza-Desplazamiento .....	76
5.2.2	Rigidez elástica .....	83
5.2.3	Rigidez post-fluencia.....	84
5.2.4	Rigidez efectiva.....	85
5.2.5	Relación entre rigidez elástica y rigidez post fluencia.....	87
5.2.6	Rigidez vertical en un aislador .....	88
5.2.7	Período efectivo .....	89

		X
5.2.8	Amortiguamiento efectivo.....	89
5.2.9	Factor de amortiguamiento .....	90
5.3	DESCRIPCIÓN GENERAL DEL ANÁLISIS ORIENTADO AL DISEÑO DEL AISLADOR .....	90
5.4	FUERZA VERTICAL TRANSMITIDA A LOS AISLADORES .....	92
5.5	CÁLCULO DEL ESPESOR DE LAS PLACAS SIN DESPLAZAMIENTO .....	93
5.6	CÁLCULO DEL ESPESOR DE LAS PLACAS CON DESPLAZAMIENTO .....	100
5.7	DISEÑO DEL COJINETE O DESLIZADOR ARTICULADO .....	101
5.7.1	Diseño de la placa cóncava .....	102
5.7.2	Diámetro ( <b><i>Dm</i></b> ) de la superficie cóncava .....	103
5.7.3	Área de PTFE ( <b><i>APTFE</i></b> ) en la superficie cóncava .....	104
5.7.4	Cálculo del ángulo $\psi$ de la superficie cóncava del deslizador.....	105
5.7.5	Radio <b><i>R</i></b> de la superficie cóncava.....	105
5.7.6	Profundidad mínima <b><i>Mm</i></b> de corte de la superficie cóncava para que encaje la superficie convexa.....	107
5.7.7	Espesor mínimo de la placa cóncava en su eje central .....	108
5.7.8	Espesor máximo de la placa cóncava.....	109
5.7.9	Dimensiones en planta de la placa cóncava .....	109
5.7.10	Diseño de la placa convexa .....	109
5.7.11	Angulo $\gamma$ de la placa convexa.....	109
5.7.12	Longitud de cuerda de la placa convexa <b><i>Cm</i></b> .....	110
5.7.13	Altura de la placa convexa esférica.....	110

5.7.14	Altura total de la placa convexa .....	110
5.7.15	Separación mínima entre la placa cóncava y convexa del deslizador.....	111
5.8	CAPACIDAD DE RECUPERACIÓN DEL AISLADOR.....	112
5.8.1	Recomendaciones para el cálculo de la capacidad de recuperación de un aislador FPS.....	116

## **CAPÍTULO 6 ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOS AISLADORES FPS DE LA**

### **PRIMERA GENERACIÓN INCORPORADOS A UNA**

#### **ESTRUCTURA DE TRES PISOS.....118**

6.1	INTRODUCCIÓN.....	118
6.2	DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA.....	118
6.2.1	ANÁLISIS DE CARGAS EN LA ESTRUCTURA DE TRES PISOS.....	121
6.3	ANÁLISIS SISMICO DEL SISTEMA DE AISLACIÓN ERN-12 .....	124
6.3.1	Sismo de diseño DE y sismo máximo considerado MCE.....	127
6.3.2	Pseudo-espectro elástico de desplazamientos ERN-12 .....	129
6.3.3	Relación Fuerza-Desplazamiento .....	129
6.4	ANÁLISIS SÍSMICO DE LA ESTRUCTURA CON AISLADORES FPS DE LA PRIMERA GENERACIÓN .....	139
6.4.1	Análisis sísmico espacial donde se concidera piso rigido .....	143
6.4.2	Estados de cargas de servicio y por sismo .....	149
6.5	DISEÑO DE LOS AISLADORES FPS DE LA PRIMERA GENERACIÓN .....	151
6.5.1	Diseño de las placas exteriores y espesor mínimo .....	151

6.5.2	Diseño del deslizador o cojinete articulado .....	156
	Altura total de la placa convexa .....	162
6.6	RESULTADOS .....	163

## **CAPÍTULO 7 ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOS AISLADORES FPS DE LA**

### **SEGUNDA GENERACIÓN INCORPORADOS A UNA**

#### **ESTRUCTURA DE TRES PISOS .....**

7.1	INTRODUCCIÓN .....	166
7.2	ANÁLISIS SÍSMICO DEL SISTEMA DE AISLACIÓN CON EL ERN-12 .....	167
7.2.1	Coeficientes de fricción para propiedades UB y LB .....	167
7.2.2	Radio de curvatura y diámetro de las placas esféricas .....	168
7.2.3	Radio efectivo.....	169
7.3	ANÁLISIS SÍSMICO DE LA ESTRUCTURA CON AISLADORES FPS DE LA SEGUNDA GENERACIÓN.....	176
7.3.1	Estados de cargas de servicio y por sismo .....	181
7.4	DISEÑO DE LOS AISLADORES FPS DE LA SEGUNDA GENERACIÓN .....	183
7.5	RESULTADOS .....	185

## **CAPÍTULO 8 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....**

### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....**

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b> Composición del acero Auténtico Tipo 304 .....	9
<b>Tabla 2</b> Valores Standard de radios de curvatura y diámetros de las superficies de los aisladores FPS .....	11
<b>Tabla 3</b> Factores de corrección del coeficiente de fricción por envejecimiento. ....	25
<b>Tabla 4</b> Factores de corrección del coeficiente de fricción por contaminación. ....	26
<b>Tabla 5</b> Factores de corrección del coeficiente de fricción por desplazamiento acumulado. ....	27
<b>Tabla 6</b> Factores de corrección del coeficiente de fricción por temperatura.....	27
<b>Tabla 7</b> Valores promedios y límites del esfuerzo que soportan las fibras de PTFE. ....	102
<b>Tabla 8</b> Coeficientes de fricción recomendados de PTFE .....	103
<b>Tabla 9</b> Cargas generales en la estructura.....	121
<b>Tabla 10</b> Factores para el espectro elástico de aceleraciones NEC-12 .....	127
<b>Tabla 11</b> Factores $\lambda$ para el análisis del aselador FPS de la primera generación .....	130
<b>Tabla 12</b> Resumen de fórmulas para hallar los parámetros dinámicos, aisladores FPS primera generación.....	136
<b>Tabla 13</b> Parámetros del diagrama de histéresis para aisladores FPS de la Primera Generación. ....	137

<b>Tabla 14</b> Períodos de vibración, aceleraciones espectrales y factores de participación modal FPS primera generación .....	146
<b>Tabla 15</b> Factor de amortiguamiento FPS Primera Generación.....	147
<b>Tabla 16</b> Desplazamiento y fuerzas sísmicas DE_LB, FPS primera generación. ....	148
<b>Tabla 17</b> Desplazamiento y fuerzas sísmicas DE_UB, FPS primera generación. ....	148
<b>Tabla 18</b> Desplazamiento y fuerzas sísmicas MCE_LB, FPS primera generación. ....	148
<b>Tabla 19</b> Desplazamiento y fuerzas sísmicas MCE_LB, FPS primera generación. ....	148
<b>Tabla 20</b> Desplazamientos en los pórticos FPS primera generación .....	151
<b>Tabla 21</b> Elementos que constituyen el deslizador o cojinete articulado FPS primera generación.....	164
<b>Tabla 22</b> Factores $\lambda$ para el análisis del aislador FPS de la segunda generación .....	167
<b>Tabla 23</b> Resumen de fórmulas para hallar los parámetros dinámicos, aisladores FPS segunda generación. ....	172
<b>Tabla 24</b> Parámetros del diagrama de histéresis para aisladores FPS de la Primera Generación. ....	173
<b>Tabla 25</b> Períodos de vibración, aceleraciones espectrales y factores de participación modal FPS segunda generación.....	178
<b>Tabla 26</b> Factor de amortiguamiento FPS Segunda Generación .....	179

<b>Tabla 27</b> Desplazamiento y fuerzas sísmicas DE_LB, FPS segunda generación .....	180
<b>Tabla 28</b> Desplazamiento y fuerzas sísmicas DE_UB, FPS segunda generación .....	180
<b>Tabla 29</b> Desplazamiento y fuerzas sísmicas MCE_LB, FPS segunda generación.....	181
<b>Tabla 30</b> Desplazamiento y fuerzas sísmicas MCE_UB, FPS segunda generación.....	181
<b>Tabla 31</b> Desplazamientos en los pórticos FPS primera generación .....	182
<b>Tabla 32</b> Elementos que constituyen un aislador FPS de la segunda generación.....	186

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> Aisladores FPS de la primera generación (arriba) y segunda generación (abajo). .....	7
<b>Figura 2</b> Placa cóncava y deslizador articulado de un aislador FPS.....	8
<b>Figura 3</b> Diámetro y Radio de curvatura de las placas cóncavas de los aisladores FPS. ....	10
<b>Figura 4</b> FPS de la primera generación .....	12
<b>Figura 5</b> Propiedades de un Aislador FPS de la primera generación.....	12
<b>Figura 6</b> Aislador FPS de la segunda generación .....	14
<b>Figura 7</b> Patente de Jules Touaillon de un aislador con doble superficie.....	15
<b>Figura 8</b> Modelo matemático para vibración libre.....	17
<b>Figura 9</b> Modelo matemático para vibración libre $c=0$ , y fricción.....	21
<b>Figura 10</b> Sistema con amortiguamiento por fricción .....	23



<b>Figura 11</b> Sistema de coordenadas locales .....	32
<b>Figura 12</b> Sistema de coordenadas globales .....	32
<b>Figura 13</b> Coordenadas locales y globales para obtener la matriz de paso .....	33
<b>Figura 14</b> Distancias $l_i$ y $l_j$ .....	34
<b>Figura 15</b> Deformadas elementales en el nudo inferior $i$ .....	34
<b>Figura 16</b> Deformadas elementales en el nudo superior $j$ .....	35
<b>Figura 17</b> Cálculo de los desplazamientos en coordenadas locales. ....	36
<b>Figura 18</b> Diagrama de histéresis lineal de un Aislador FPS de la primera generación. ....	47
<b>Figura 19</b> Desplazamientos nominales y Alturas del cojinete. ....	48
<b>Figura 20</b> Diagrama de cuerpo libre de un aislador FPS de la primera generación. ....	49
<b>Figura 21</b> Energía disipada en un ciclo de histéresis (Zona achurada).....	53
<b>Figura 22</b> Energía elástica (Zona achurada).....	54
<b>Figura 23</b> Procedimiento de análisis del sistema de aislación .....	58
<b>Figura 24</b> Sistema de coordenadas locales para un elemento axialmente rígido.....	59
<b>Figura 25</b> Sistema de coordenadas globales para un elemento vertical, totalmente flexible .....	60
<b>Figura 26</b> Grados de libertad y numeración de nudos y elementos .....	61
<b>Figura 27</b> Pórtico plano con 4 grados de libertad.....	63
<b>Figura 28</b> Coordenadas espaciales para estructura con piso rígido.....	67

<b>Figura 29</b> Diagrama de histéresis bilineal de un Aislador FPS de la segunda generación.....	74
<b>Figura 30</b> Desplazamientos nominales y Alturas del cojinete. ....	76
<b>Figura 31</b> Proceso de desplazamiento en un FPS de la segunda generación .....	77
<b>Figura 32</b> Diagrama de cuerpo libre de la superficie superior con desplazamiento .....	78
<b>Figura 33</b> Relación Fuerza-Desplazamiento para $\mu_1 \leq \mu_2$ . ....	82
<b>Figura 34</b> Diagrama de histéresis, $F_{max}$ y $u$ .....	85
<b>Figura 35</b> Valores de la altura $h$ y diámetro del deslizador $D$ .....	88
<b>Figura 36</b> Fuerza vertical $P$ que se transmite al aislador. ....	93
<b>Figura 37</b> Parámetros para el cálculo del espesor de las placas. ....	95
<b>Figura 38</b> Comparación del momento que se genera en las placas del aislador, forma exacta y forma simplificada. ....	97
<b>Figura 39</b> Factor de corrección para el cálculo del momento.....	98
<b>Figura 40</b> Parámetros de cálculo si el deslizador se encuentra desplazado.....	101
<b>Figura 41</b> Diámetro $D_m$ y ángulo $\psi$ .....	106
<b>Figura 42</b> Definición de las dimensiones $D_{Bact}$ , $R$ , $Y$ y $M_m$ . ....	108
<b>Figura 43</b> Espesor mínimo $T_{mín}$ y espesor máximo $T_{máx}$ .....	109
<b>Figura 44</b> Altura de la placa convexa $H$ y altura total $H_{act}$ . ....	110
<b>Figura 45</b> Diámetro de la superficie en contacto $D_m$ y diámetro exterior $L_{cp}$ .....	111
<b>Figura 46</b> Longitud de cuerda $C_m$ y ángulo $\gamma$ del cojinete .....	111

<b>Figura 47</b> Separación mínima entre placas.....	112
<b>Figura 48</b> Diagrama de histéresis típico .....	114
<b>Figura 49</b> Vista en planta de la estructura y secciones de los elementos de la superestructura .....	119
<b>Figura 50</b> Aisladores FPS en cada columna de la estructura. ....	120
<b>Figura 51</b> Mosaico de cargas en la estructura .....	122
<b>Figura 52</b> Espectro sísmico elástico.....	125
<b>Figura 53</b> Factor de sitio que define la plataforma de aceleración máxima del espectro. ....	126
<b>Figura 54</b> Factor de sitio que depende del tipo de suelo.....	126
<b>Figura 55</b> Factor de sitio que considera el comportamiento no lineal del suelo.....	127
<b>Figura 56</b> Espectro de aceleraciones ERN-12 para DE y MCE .....	128
<b>Figura 57</b> Diámetro y Radio de curvatura de las placas cóncavas de los aisladores. ....	133
<b>Figura 58</b> Radio efectivo para un FPS de la primera generación.....	134
<b>Figura 59</b> Diagrama de histéresis para DE_LB, $\mu=0.0816$ .....	137
<b>Figura 60</b> Diagrama de histéresis para DE_UB, $\mu=0.1293$ . ....	138
<b>Figura 61</b> Diagrama de histéresis para MCE_LB, $\mu=0.0816$ .....	138
<b>Figura 62</b> Diagrama de histéresis para MCE_UB, $\mu=0.1293$ . ....	139
<b>Figura 63</b> Numeración de nudos del pórtico interior de la estructura .....	140
<b>Figura 64</b> Numeración de elementos de la estructura.....	140
<b>Figura 65</b> Grados de libertad de la estructura.....	141
<b>Figura 66</b> Grados de libertad en coordenadas de piso de la estructura.....	143

<b>Figura 67</b> Espectros de aceleraciones reducidos. DE_LB y DE_UB.....	147
<b>Figura 68</b> Espectros de aceleraciones reducidos. MCE_LB y MCE_UB....	147
<b>Figura 69</b> Estado de cargas de servicio y S. DE_LB, FPS primera generación .....	149
<b>Figura 70</b> Estado de cargas S. DE_UB y S. MCE_LB, FPS primera generación .....	150
<b>Figura 71</b> Estado de cargas S. MCE_UB, FPS primera generación .....	150
<b>Figura 72</b> Diseño final del aislador FPS de la primera generación.....	165
<b>Figura 73</b> Diámetro y Radio de curvatura de las placas cóncavas de los aisladores.....	168
<b>Figura 74</b> Radio efectivo de la placa superior de un aislador FPS de la segunda generación.....	170
<b>Figura 75</b> Radio efectivo de la placa superior de un aislador FPS de la segunda generación.....	170
<b>Figura 76</b> Diagrama de histéresis para DE_LB, $\mu=0.0816$ .....	174
<b>Figura 77</b> Diagrama de histéresis para DE_UB, $\mu=0.1293$ . .....	175
<b>Figura 78</b> Diagrama de histéresis para MCE_LB, $\mu=0.0816$ .....	175
<b>Figura 79</b> Diagrama de histéresis para MCE_UB, $\mu=0.1293$ . .....	176
<b>Figura 80</b> Espectros de aceleraciones reducidos. DE_LB y DE_UB.....	179
<b>Figura 81</b> Espectros de aceleraciones reducidos. MCE_LB y MCE_UB....	180
<b>Figura 82</b> Estado de cargas de servicio y S. DE_LB, FPS segunda generación .....	181
<b>Figura 83</b> Estado de carga S. DE_UB y S. MCE_LB, FPS segunda generación.....	182

**Figura 84** Estado de carga S. MCE\_UB, FPS segunda generación .....182

**Figura 85** Diseño final del aislador FPS de la segunda generación .....187

## RESUMEN

Se presenta el diseño propiamente dicho de los aisladores FPS (Frictional Pendulum System) de la primera y segunda generación; de acuerdo a las investigaciones que se desarrollan en el Centro de Investigaciones Científica de la Universidad De Las Fuerzas Armadas ESPE y de la Universidad de Buffalo al 2011. Posteriormente se realiza, a detalle, el análisis sísmico de una estructura de tres pisos con estos dos dispositivos de control pasivo en su base. Los aisladores FPS trabajan principalmente para absorber los desplazamientos que se generan por fuerzas externas tales como sismos u otro tipo de movimientos dinámicos que actúan sobre la estructura en la que se implementa dichos sistemas de aislación, estos se pueden colocar en la base o pisos intermedios de la estructura. Además es de suma importancia el análisis de los coeficientes de fricción de los materiales de los que se elaboran los aisladores ya que los parámetros dinámicos que se utilizan para el análisis sísmico dependen en gran medida de las condiciones friccionantes.

## PALABRAS CLAVES

- Aisladores
- Histéresis
- Espectro
- Cojinete
- Fricción

## **ABSTRACT**

The design of isolators FPS (Frictional Pendulum System) of both first and second generation technologies, is submitted; according to the research activities developed by the Scientific Research Center from University of Armed Forces ESPE and Buffalo University at 2011. Subsequently, the seismic analysis of a three storied structure with both passive - control devices on it is base, has been developed in detail. The FPS isolators principally work absorbing displacements generated by external forces such as earthquakes or any other dynamic movements which act on the structure where such isolation systems are implemented, these can be placed at the base or intermediate floors of the structure. In addition, It is of primary importance to analyse the friction coefficients of manufacturing materials of isolators, due to the fact that the dynamic parameters used for seismic analysis depend greatly on frictioning conditions.

## **KEYWORDS**

- Bearings
- Hysteresis
- Spectrum
- Slider
- Friction

# CAPITULO 1

## DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROYECTO

### 1.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El presente trabajo de investigación que se denomina “Análisis sísmico de una estructura con aisladores FPS de la primera y segunda generación”, comprende el diseño y análisis sísmico de aisladores FPS de la primera y segunda generación los cuales trabajan en conjunto con una estructura de tres pisos la cual se va a someter a cargas de servicio y eventualmente a cargas sísmicas que generan desplazamientos significativos, las mismas que ponen en riesgo la integridad estructural de la edificación.

En nuestro país actualmente se trata de incursionar en el campo de la ingeniería sísmica gracias a muchos estudios e investigaciones que se realizan en las diferentes universidades del país, pero que aún existe mucha falta de información en cuanto al análisis de estructuras con aisladores de base y mucho menos información o manuales del diseño del sistema de aislación, lo que genera que la construcción de las edificaciones todavía se realice de la forma convencional en una zona en la que existe una alta probabilidad de sufrir movimientos sísmicos de gran magnitud.

Esto se debe no solo a la falta de conocimiento sino que también perjudica económicamente ya que construir en nuestro país estructuras con aislación sísmica genera un aumento de costos y las obras se encarecen, aparte de que en el país no existe ninguna empresa que se dedique a la fabricación de estos dispositivos de aislación, aunque al ser de suma importancia no se deben escatimar esfuerzos para realizarlos.



## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Objetivo general**

Realizar el análisis sísmico de una estructura de tres pisos con aisladores FPS de la primera y segunda generación.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

Estudiar el comportamiento de los aisladores FPS de la primera generación con el fin de que posteriormente se comprenda el comportamiento de los aisladores FPS de la segunda generación.

Analizar el sistema de aislación sísmico de una estructura de tres pisos para el espectro que se genera mediante el estudio de microzonificación sísmica de Quito ERN-12 y sus diferentes factores de sitio.

Analizar el comportamiento de una estructura de tres pisos con aisladores FPS de la primera y segunda generación, la cual debe soportar el sismo de diseño DE y eventualmente el sismo máximo considerado MCE.

Realizar el modelo matemático de los aisladores FPS de la primera y segunda generación para incorporarlos en el diseño de una estructura de tres pisos y finalizar con el diseño del sistema de aislación propiamente dicho.

### 1.3 ALCANCE DEL PROYECTO

El proyecto pretende aumentar el conocimiento en materia de ingeniería sísmica al presentar el análisis sísmico de una estructura de tres pisos con aisladores FPS de la primera y segunda generación en su base, la cual está a merced de cargas de servicio y eventualmente de cargas sísmicas para los dos tipos de sismo, el DE (Design Earthquake) con un período de retorno de 475 años y el sismo MCE (Máximo considerado earthquake) con un período de retorno de 2475 años, para lo cual se utiliza el método de superposición modal.

Se desarrolla el análisis sísmico del sistema de aislación propiamente dicho mediante el uso de los factores de sitio  $F_a$ ,  $F_d$  y  $F_s$  pertenecientes al estudio del ERN-12. Para la estructura de tres pisos también se realiza el análisis sísmico con los factores del ERN-12.

Se implementan programas en Mat Lab para agilizar los diferentes cálculos que se realizan durante el análisis sísmico de la estructura y sistema de aislación, programas que se presentan a lo largo del proyecto.

Posteriormente se obtienen los parámetros dinámicos del sistema de aislación que se incorporan al análisis de la estructura de tres pisos una vez que trabajen en conjunto, esto para obtener los desplazamientos de diseño, parámetros indispensables para el diseño de los aisladores.

Finalmente se presenta en detalle el procedimiento de cálculo para el diseño de los elementos que constituyen los aisladores FPS de la primera y segunda generación.

## **1.4 JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA**

La ubicación geográfica del Ecuador pertenece a una zona en la que existe alto riesgo de actividad sísmica y volcánica que ponen en riesgo la integridad de las diferentes edificaciones que se construyen en el país, en eventos sísmicos que se presentaron anteriormente, se tuvo desgraciadamente la destrucción casi total de ciudades como Ibarra y Riobamba. Las construcciones en el país en su gran mayoría son diseñadas bajo normas sísmicas que no incluyen disipadores ni aisladores sísmicos por lo que la vulnerabilidad a sufrir daños irreparables y el posible colapso ante un evento sísmico de gran magnitud es inminente.

Por estas razones se debe buscar alternativas que se puedan aplicar a los modelos y diseños estructurales que disminuyan el daño en las edificaciones a causa de un evento natural destructivo. El sector de la construcción debe tomar medidas precautelarias al construir de manera responsable y al utilizar los diferentes sistemas de aislación para evitar el colapso de las edificaciones, pérdidas económicas y sobre todo pérdidas humanas.

El presente trabajo proporciona a los profesionales, estudiantes y personas que se involucren en el área de la construcción, un método eficaz y en detalle del diseño de aisladores sísmicos tipo péndulo de fricción (FPS) de la primera y segunda generación, para que se utilicen en los próximos años en el país.

## 1.5 METODOLOGIA

El proyecto de tesis se realiza con la metodología que se muestra a continuación:

- Recopilación de información

Toda la información necesaria se obtiene de las fuentes bibliográficas tales como libros, artículos y normas técnicas de construcción que se relacionan con el tema en desarrollo.

- Procesamiento de información

Toda la información que se encuentre se utiliza para generar programas en Matlab que nos permiten analizar y diseñar lo propuesto.

- Realización del diseño

El diseño del sistema de aislación sísmica y todos sus elementos se realizan en el programa Matlab que nos procesa la información necesaria para llegar a un diseño final.

- Redacción del proyecto

El proyecto posee 8 capítulos en los que se detalla la información y los distintos procedimientos.

## **CAPITULO 2**

### **AISLADORES FPS**

#### **2.1 INTRODUCCIÓN**

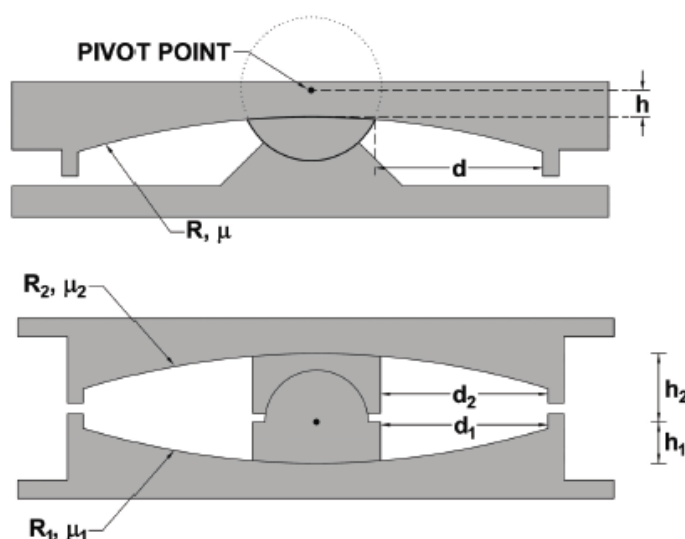
En el presente capítulo se realiza una descripción general de los sistemas de aislación FPS, de la primera y segunda generación lo que permite definir las diferencias entre los dos sistemas y sus aplicabilidades.

Dentro de la descripción de estos dos sistemas de aislación se detalla el procedimiento para encontrar los coeficientes de fricción en las placas interiores de los aisladores, coeficientes que dependen de los materiales en que estos se fabrican, las propiedades máximas y mínimas dependen del coeficiente de fricción y que están en función de los materiales que constituyen los aisladores, también es fundamental aclarar que los aisladores están expuestos a agentes externos que perjudican su funcionamiento, tales como el envejecimiento, contaminación, desplazamiento acumulado y temperatura, para obtener estos parámetros se presentan diferentes tablas que se elaboran mediante diferentes análisis en laboratorios y experiencias en campo. (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

El análisis sísmico se realiza con propiedades mínimas si el aislador es completamente nuevo y máximas cuando el aislador posee un tiempo de uso y desgaste, con el fin de obtener dos tipos de resultados que garanticen el funcionamiento de los aisladores a lo largo de su tiempo de vida útil.

## 2.2 DESCRIPCIÓN GENERAL

Los aisladores FPS de la primera y segunda generación son sistemas autocentrantes que funcionan bajo esfuerzos friccionantes, los cuales se utilizan en diferentes estructuras para controlar los desplazamientos que se generan por la acción de una fuerza dinámica externa, con una reducción significativa de los daños en la estructura, en la Figura 1 se observa la sección de dichos aisladores y también se aprecia algunos parámetros geométricos como el desplazamiento nominal  $d$ , la diferencia de altura  $h$  entre el punto pivote del cojinete, y, la superficie deslizante, así como el radio de curvatura  $R$  de las placas exteriores y por último los coeficientes de fricción  $\mu$ .

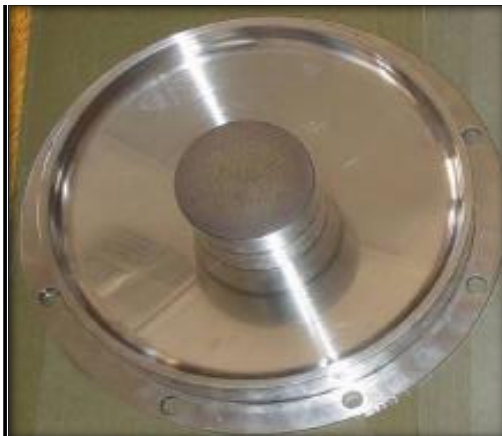


**Figura 1** Aisladores FPS de la primera generación (arriba) y segunda generación (abajo). (Constantino, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

## 2.3 MATERIALES QUE SE UTILIZAN EN LA FABRICACIÓN DE AISLADORES FPS.

Los materiales que se utilizan para la fabricación de este tipo de aisladores deben cumplir con los más altos requerimientos en cuanto a sus

propiedades físicas, mecánicas y químicas; en la Figura 2 se observa parte de un aislador y el acero totalmente del cual está conformado.



**Figura 2** Placa cóncava y deslizador articulado de un aislador FPS.  
(Constantinou, FRICTION PENDULUM DOUBLE CONCAVE BEARING,  
2004)

### 2.3.1 Descripción

El Acero Inoxidable Austenítico tipo 304 es el más versátil y uno de los aceros inoxidable de la serie 300 que se utilizan actualmente. Tiene excelentes propiedades para moldearlo y soldarlo. Se puede usar para aplicaciones de embutición profunda, de rolado y de corte.

Posee buenas características al realizar soldaduras en él, y no requiere recocido tras la soldadura, se desempeña bien en una amplia gama de condiciones corrosivas.

La resistencia a la corrosión es excelente, inclusive supera al acero tipo 302 en diferentes ambientes corrosivos, se incluyen también productos de petróleo calientes o con vapores de combustión de gases.

Tiene excelente resistencia a la corrosión en servicio intermitente hasta 870 °C y en servicio continuo hasta 925°C. No se recomienda para uso

continuo entre 425 - 860°C pero se desempeña muy bien por debajo y por encima de ese rango.

En la Tabla 1 se presentan las propiedades mecánicas, físicas y químicas del material que contempla un aislador FPS.

**Tabla 1** Composición del acero Austenítico Tipo 304

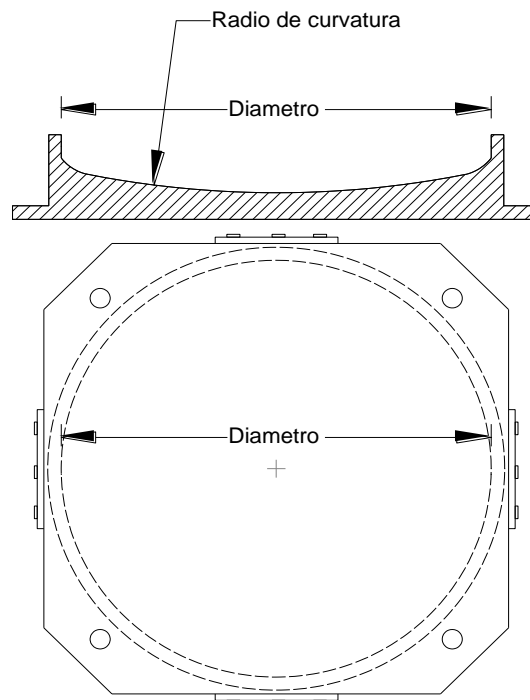
<b>Propiedades mecánicas</b>	
<b>Resistencia a la fluencia</b>	310 Mpa (45 Ksi)
<b>Resistencia máxima</b>	620 Mpa (90 Ksi)
<b>Elongación</b>	30% (en 50mm)
<b>Reducción de área</b>	40%
<b>Módulo de elasticidad</b>	200 GPs (29000 Ksi)
<b>Propiedades físicas</b>	
<b>Densidad</b>	7.8 g/cm <sup>3</sup> (0.28lb/in <sup>3</sup> )
<b>Propiedades químicas</b>	
<b>Carbono</b>	0.08 %
<b>Manganeso</b>	2.00 %
<b>Silicio</b>	1.00 %
<b>Níquel</b>	18.00-20.00 %
<b>Fosforo</b>	0.045 %
<b>Azufre</b>	0.03 %

## **2.4 PROPIEDADES BÁSICAS PARA EL PRE DISEÑO DE AISLADORES FPS**

El ingeniero proyectista se debe contactar en primer lugar con el fabricante de los aisladores FPS para que le facilite el catálogo de existencia de los aisladores para el proyecto en particular, la Tabla 2 presenta diferentes dimensiones de las placas de deslizamiento en cuanto a su radio de curvatura y diámetro de la sección esférica que se adoptan para el diseño



de los aisladores FPS, estos valores se los combina de acuerdo a las necesidades del proyecto y sirven para aisladores FPS de la primera, segunda y tercera generación, dichas medidas se observan en la Figura 3.



**Figura 3** Diámetro y Radio de curvatura de las placas cóncavas de los aisladores FPS.

La selección del diámetro del deslizador interior depende de las propiedades de fricción que se requieren y la carga vertical que gravita sobre el sistema. Las placas esféricas de los aisladores se producen normalmente con diámetros que oscilan entre 152mm (6 pulgadas) hasta 1651mm (65 pulgadas), aunque pueden variar según el diseño final. Tanto el deslizador como las superficies esféricas se determinan de acuerdo al desplazamiento que van a experimentar. Por economía la capacidad de desplazamiento de un aislador tipo péndulo de fricción no debe superar el 20% del radio efectivo de curvatura de dicho aislador.

**Tabla 2** Valores Standard de radios de curvatura y diámetros de las superficies de los aisladores FPS

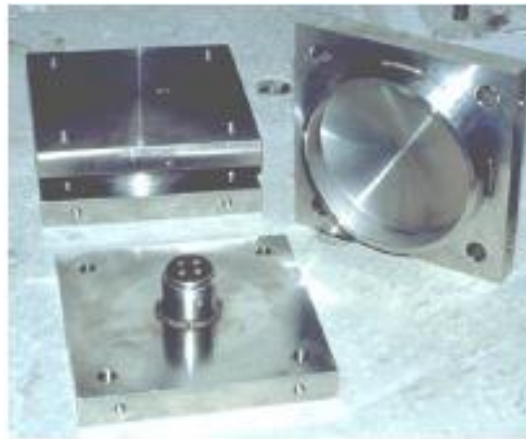
<b>LISTA DE LAS MEDIDAS STANDARD PARA AISLADORES FP</b>	
Radio de curvatura,mm (inch)	Diámetro de la superficie esférica, mm(inch)
1555 (61)	356 (14)
1555 (61)	457 (18)
1555 (61)	559 (22)
1555 (61)	787 (31)
1555 (61)	914 (36)
2235 (88)	2235 (88)
2235 (88)	686 (27)
2235 (88)	787 (31)
2235 (88)	914 (36)
2235 (88)	991 (39)
2235 (88)	1041 (41)
2235 (88)	1118 (44)
2235 (88)	1168 (46)
2235 (88)	1295 (51)
2235 (88)	1422 (56)
3048 (120)	686 (27)
3048 (120)	1422 (56)
3962 (156)	1600 (63)
3962 (156)	1778 (70)
3962 (156)	2692 (106)
3962 (156)	3150 (124)
6045 (238)	1981 (78)
6045 (238)	2388 (94)
6045 (238)	2692 (106)
6045 (238)	3327 (131)
6045 (238)	3632 (143)

(Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

#### **2.4.1 Aisladores FPS de la primera generación.**

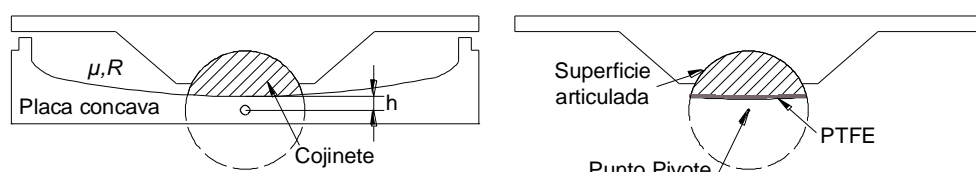
Los aisladores FPS de la primera generación se fabrican principalmente en acero inoxidable Austenítico tipo 304 de alta resistencia, poseen una superficie cóncava pulida, sobre ella va un deslizador articulado sujeto a una placa, en el otro extremo se desplaza ante fuerzas externas, por lo que, de esta manera se disipa la energía que se genera. El deslizador está compuesto por tres partes: dos placas articuladas entre sí, cada una

recubierta con un material compuesto de PTFE (politetrafluoroetileno) que posee una alta capacidad de soporte; y que tiene un bajo coeficiente de fricción aproximadamente 5 a 7%. En la Figura 4 se muestra la estructura de un aislador FPS de la primera generación, nótese que el cojinete está soldado a una de las placas.



**Figura 4** FPS de la primera generación. (Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)

Se debe recalcar que en este sistema de aislación el deslizador o cojinete se desplaza sobre una sola superficie, éste posee un solo coeficiente de fricción  $\mu$  y un radio de giro  $R$ , el punto pivote del deslizador se encuentra fuera de la superficie de contacto lo que afecta de esta manera la capacidad de desplazamiento del aislador y también aumenta la capacidad del radio efectivo  $R_{ef}$  que es el radio de giro normal  $R$  de la placa esférica más la altura  $h$  del deslizador al punto pivote, tal como se muestra en la Figura 5.



**Figura 5** Propiedades de un Aislador FPS de la primera generación.

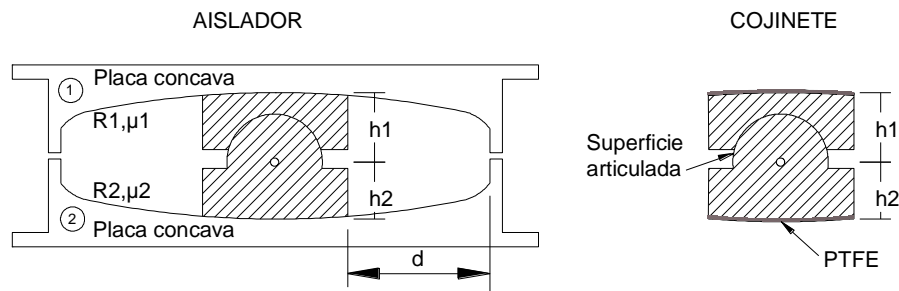
#### **2.4.2 Aisladores FPS de la segunda generación.**

El Aislador de base con doble péndulo de fricción y dos superficies esféricas deslizantes DCFP (Double Concave Friction Pendulum) es una adaptación del péndulo de fricción FPS de la primera generación con una sola superficie sobre la que se desliza el cojinete.

El Aislador FPS de la segunda generación está compuesto por dos superficies cóncavas de acero inoxidable y un deslizador articulado, la característica principal de este tipo de aislador, son sus superficies deslizantes esféricas que se fabrican en acero inoxidable pulido, y su deslizador o cojinete articulado que se reviste con un material compuesto de alta capacidad de soporte, PTFE.

Tanto la superficie superior como la inferior poseen radios de curvatura  $R_1$  y  $R_2$ , respectivamente, los cuales pueden ser de diferentes longitudes. Cada superficie posee su propio coeficiente de fricción  $\mu_1$  y  $\mu_2$  respectivamente, los que también pueden ser diferentes, en la Figura 6 se observa el corte de un aislador.

Las dos superficies deslizantes están separadas por un deslizador o cojinete articulado en el que sus caras de contacto tienen una lámina que se fabrica en PTFE. El deslizador tiene que ser articulado, esto garantiza la distribución de presiones en el sistema de aislación para mantener una correcta posición entre las dos superficies al momento en que sufre desplazamientos.



**Figura 6** Aislador FPS de la segunda generación

El concepto de un aislador FPS de la segunda generación para disipar fuerzas sísmicas se presenta en la Figura 7 (*fig 1*), documento de 1870 patentado por Jules Touaillon quien plantea un aislador con dos superficies deslizantes y una esfera que puede rodar entre éstas, un invento muy ingenioso para la época ya que define el interés de los ingenieros en tratar de disipar las fuerzas dinámicas que afectan a las edificaciones desde que se construyó la primera sobre la tierra.

Hyakuda también presenta lo antes descrito en un edificio con aisladores sísmicos en Japón Figura 7 (*fig 2*), el sistema de aislación presenta dos superficies cóncavas con el mismo radio pero el deslizador no es articulado, sino que es una esfera rígida que se elabora en una sola pieza, lo que genera muchos problemas ya que la articulación es de suma importancia por varios motivos, como son: a) la acomodación del deslizador ante desplazamientos diferenciales que se producen tanto en la superficie deslizante superior como la inferior b) transmitir las cargas en toda la superficie de contacto y evitar un desgaste excesivo de los elementos. (Fenz & Constantinou, Behaviour of the double concave Frictional Pendulum bearing, 2006)

*J. Touaillon,*  
*Building.*  
*No. 99,973. Patented Feb. 15, 1870.*

Fig. 1



Fig. 2

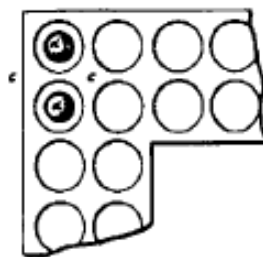


Fig. 3



Fig. 4



Witnesses

David A. Smith  
C. McQuiston

Inventor  
Jules Touaillon  
By his Atty. Geo. W. Smith

**Figura 7** Patente de Jules Touaillon de un aislador con doble superficie.  
 (Fenz & Constantinou, Behaviour of the double concave Frictional Pendulum bearing, 2006)

## 2.5 COEFICIENTES DE FRICCIÓN EN SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

Los aisladores FPS disipan la energía que se genera por una fuerza exterior dinámica, al amortiguar el efecto de la fuerza mediante fricción, es por esto que en este apartado se presentan las ecuaciones que gobiernan este tipo de comportamientos físicos para entender de mejor manera el

funcionamiento de un aislador tipo péndulo de fricción incorporado a una estructura.

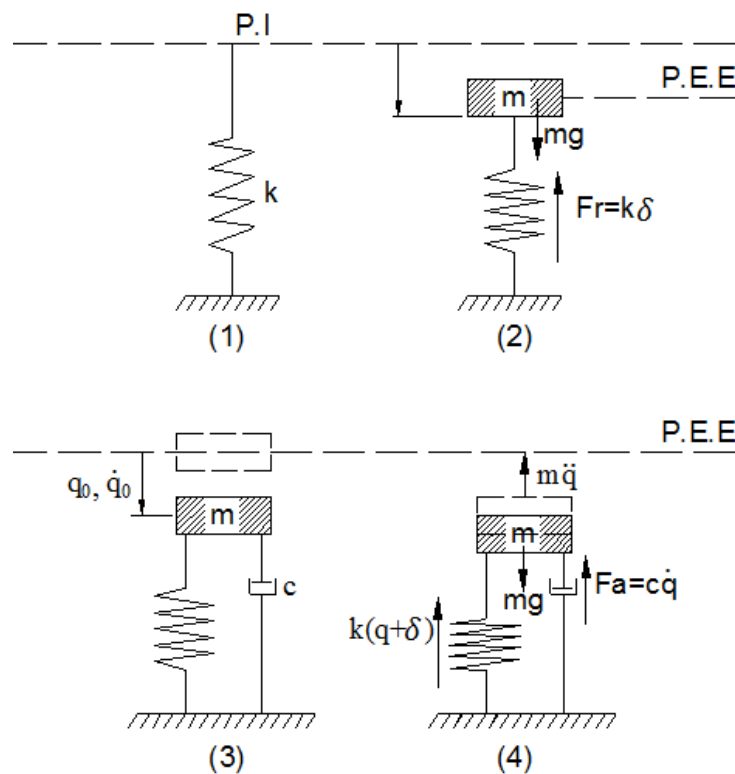
Mediante la deducción de la ecuación diferencial que gobierna el movimiento para sistemas de un grado de libertad y sus soluciones en particular, ya sean para vibración libre sin amortiguamiento, vibración libre subamortiguada y vibración libre sobre amortiguada, se establecen los parámetros necesarios para que el sistema que se encuentra en vibración tenga cierto grado de amortiguamiento ahora también por fuerzas friccionantes que se oponen al movimiento y disipan energía.

Realmente las estructuras trabajan con vibración libre subamortiguada, valores en los que el coeficiente de amortiguamiento  $\xi$  esta en el orden de  $0 < \xi < 1$ .

A continuación en los apartados siguientes se considera que no existe amortiguamiento, es decir el valor de  $\xi = 0$ , pero se aclara que sí existe amortiguamiento por fricción.

### **2.5.1 Vibración libre**

Para determinar los efectos de fricción en sistemas de un grado de libertad, en primer lugar se debe establece la ecuación diferencial del movimiento para el caso de vibraciones libres donde la estructura vibra en función de algunas condiciones iniciales. Para deducir la ecuación que gobierna el comportamiento de vibración libre en un sistema de un grado de libertad se visualiza la Figura 8, figura que representa el modelo matemático necesario para obtener los parámetros para construir la ecuación de movimiento.



**Figura 8** Modelo matemático para vibración libre. (Aguiar Falconí, Dinámica de Estructuras con CEINCI-LAB , 2012)

En la parte superior izquierda se tiene un resorte que tiene una rigidez  $k$ , como se observa en la posición (1), se denomina P.I a la posición inicial del sistema.

Se considera que la fuerza que se genera en el resorte es proporcional a la deformación del mismo, con esta hipótesis, se pasa a la posición (2) en la que se coloca una masa  $m$  sobre el resorte, la que se pone de manera que el sistema no vibre y se deja la masa en una posición de equilibrio estático donde el resorte ya sufrió una deformación  $\delta$ , a esta nueva posición se la denomina P.E.E.

En la posición (2) del equilibrio de fuerzas verticales se tiene:

$$mg = k\delta$$



En la posición (3) se coloca el amortiguador  $c$  el cual entra en funcionamiento cuando el sistema se encuentre en movimiento. La fuerza del amortiguador se considera proporcional a la velocidad. En (3) se dan las condiciones iniciales del sistema, para un tiempo  $t = 0$  la masa se desplaza una cantidad  $q_0$  con una velocidad  $\dot{q}_0$ . Si existe velocidad la masa se desplaza hacia abajo antes de regresar.

Se debe recalcar que el desplazamiento en un instante cualquiera  $q(t)$  se mide a partir de P.E.E. Finalmente en (4) se presenta una posición genérica del movimiento donde la fuerza en el resorte resulta ser  $k(q + \delta)$  hacia arriba, el peso del sistema es  $mg$  hacia abajo, la fuerza en el amortiguador es  $c\dot{q}$  hacia arriba y la fuerza inercial  $m\ddot{q}$  hacia arriba.

Del equilibrio de fuerzas verticales se tiene:

$$k(q + \delta) + c\dot{q} + m\ddot{q} - mg = 0$$

$$kq + k\delta + c\dot{q} + m\ddot{q} - mg = 0$$

Pero:

$$mg = k\delta$$

Al sustituir en la ecuación se tiene:

$$kq + mg + c\dot{q} + m\ddot{q} - mg = 0$$

$$m\ddot{q} + c\dot{q} + kq = 0$$

Al dividir para  $m$ :

$$\ddot{q} + \frac{c}{m}\dot{q} + \frac{k}{m}q = 0$$

Se conoce que la frecuencia natural  $W_n$  y el período  $T$ , valen:

$$W_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow W_n^2 = \frac{k}{m}$$

$$T = \frac{2\pi}{W_n}$$

Por otra parte se define el amortiguamiento  $\xi$  como:

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

Al multiplicar y dividir el término  $\frac{c}{m}$  por  $2\sqrt{mk}$  y al utilizar la ecuación  $\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$ , se obtiene:

$$\frac{c}{m} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \frac{2\sqrt{mk}}{m} = 2 \xi W_n$$

Al reemplazar estos últimos términos, finalmente se tiene la ecuación del movimiento:

$$\ddot{q} + 2 \xi W_n \dot{q} + W_n^2 q = 0$$

### 2.5.2 Solución de la ecuación diferencial

La solución de la ecuación diferencial que gobierna el movimiento según Leonard Euler se define de la siguiente manera:

$$q(t) = a e^{\lambda t}$$

Donde  $a$  es una constante de integración y  $\lambda$  es una variable a determinar. Al derivar dos veces esta ecuación con respecto al tiempo se tiene:

$$\dot{q} = a \lambda e^{\lambda t}$$

$$\ddot{q} = a \lambda^2 e^{\lambda t}$$

Al reemplazar estas derivadas en la ecuación diferencial que gobierna el movimiento se obtiene:

$$a\lambda^2 e^{\lambda t} + 2 \xi W_n a \lambda e^{\lambda t} + W_n^2 a e^{\lambda t} = 0$$

$$a e^{\lambda t} (\lambda^2 + 2 \xi W_n \lambda + W_n^2) = 0$$

Para que la última ecuación sea igual a cero es necesario que la expresión  $\lambda^2 + 2 \xi W_n \lambda + W_n^2 = 0$

Esta es una ecuación de segundo grado que se resuelve de la siguiente manera:

$$\lambda^2 + 2 \xi W_n \lambda + W_n^2 = 0$$

$$\lambda = \frac{-2\xi W_n \pm \sqrt{4\xi^2 W_n^2 - 4W_n^2}}{2}$$

$$\lambda = -\xi W_n \pm W_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

Las raíces de  $\lambda$  dependen del valor de  $\xi$  ya que el radical puede ser positivo, cero o negativo, si  $\xi = 0$  se tiene vibración libre sin amortiguamiento, si el valor de  $0 < \xi \leq 1$  se tiene vibración libre subamortiguada (Estructuras) y el último caso es cuando  $\xi > 1$  donde se tendría vibración libre sobre amortiguada.

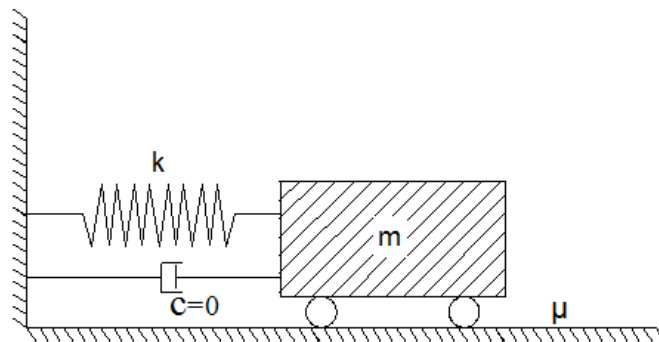
Se recuerda que las estructuras trabajan en el rango de  $0 < \xi \leq 1$ , es decir con vibración subamortiguada.

### 2.5.3 Vibración libre con amortiguamiento por fricción.

Se tiene la ecuación diferencial que gobierna el movimiento más una fuerza adicional de disipación de energía, esta fuerza se genera por elementos en la estructura que trabajen bajo fuerzas friccionantes los que podrían ser aisladores FPS, la ecuación es entonces:

$$m\ddot{q} + c\dot{q} + kq \pm F_o = 0$$

Donde  $F_o$  es la fuerza de disipación. Para este proyecto, la fuerza de disipación se genera por parámetros friccionantes de un aislador FPS. En la Figura 9 se presenta el modelo matemático de un sistema de vibración libre con  $c = 0$  y  $F_o = \mu mg$ , donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción donde se desliza el sistema y  $mg$  es el peso.



**Figura 9** Modelo matemático para vibración libre  $c=0$ , y fricción.

Una vez que el sistema empieza a moverse, se produce una carga y una descarga, lo que genera una velocidad positiva y una negativa, por lo que se tiene entonces las siguientes ecuaciones:

$$m\ddot{q} + kq - \mu mg = 0 \quad \dot{q} < 0$$

$$m\ddot{q} + kq + \mu mg = 0 \quad \dot{q} > 0$$

La solución de la ecuación con velocidad negativa  $\dot{q} < 0$  es la siguiente:

$$m\ddot{q} + kq - \mu mg = 0$$

$$m\ddot{q} + k\left(q - \frac{\mu mg}{k}\right) = 0$$

Luego se realiza el siguiente artificio:

$$z(t) = q(t) - \frac{\mu mg}{k}$$

Donde la expresión  $\frac{\mu mg}{k}$  es una constante y su derivada es igual a cero, se continúa al derivar la ecuación dos veces.

$$\dot{z}(t) = \dot{q}(t)$$

$$\ddot{z} = \ddot{q}$$

Al reemplazar los nuevos términos en la ecuación del movimiento se tiene.

$$m\ddot{z} + kz = 0$$

Por último la solución de esta ecuación diferencial se presenta de la siguiente forma.

$$z(t) = A\cos(W_n t) + B\text{sen}(W_n t)$$

### **Condiciones iniciales**

En condiciones iniciales se tiene  $t = 0$  y una velocidad inicial de 0 por lo que:

$$z_0 = q_0 - \frac{\mu mg}{k} \quad z_0 = q_0 - \frac{\mu g}{W_n^2} \quad \dot{z}_0 = 0$$

Y los valores de A y B son los siguientes.

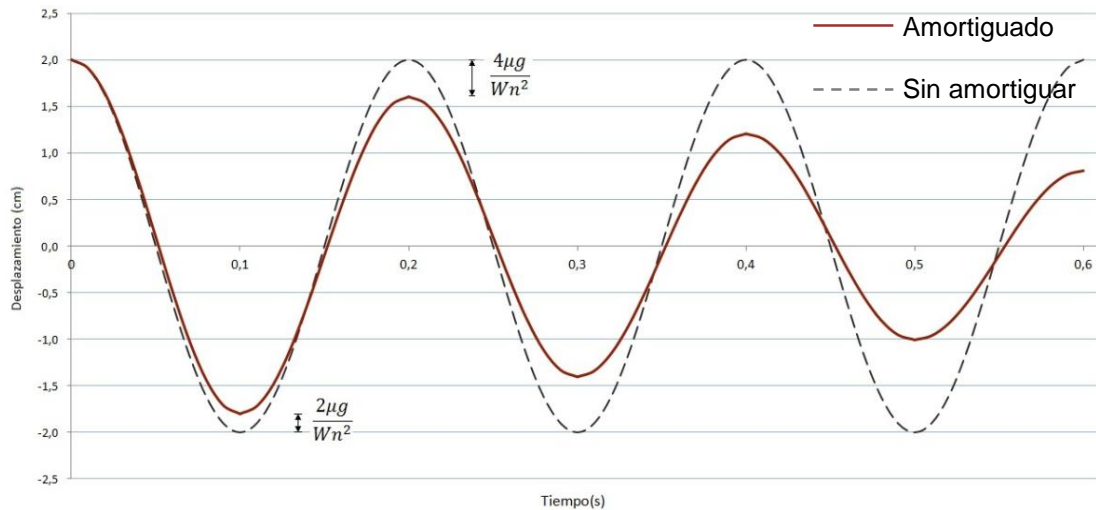
$$A = q_0 - \frac{\mu g}{W_n^2} \quad B = 0$$

Finalmente la ecuación que describe el comportamiento de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento por fricción es la siguiente.

$$q(t) = \left( q_0 - \frac{\mu g}{W_n^2} \right) \cos(W_n t) + \frac{\mu g}{W_n^2} \quad \dot{q} < 0$$

Con estas dos ecuaciones antes descritas se obtienen modelos gráficos de cómo el desplazamiento de una estructura con aislación mediante

aisladores FPS empieza a amortiguarse y los desplazamientos tienden a disminuir paulatinamente conforme pasa el tiempo, lo antes descrito se visualiza en la Figura 10 entre las líneas entrecortadas y continua.



**Figura 10** Sistema con amortiguamiento por fricción.

## 2.6 COEFICIENTE DE FRICCIÓN EN AISLADORES FPS

El coeficiente de fricción de los aisladores tipo péndulo de fricción se establece de acuerdo a los materiales en que se fabrican y algunos otros parámetros, las superficies deslizantes para este tipo de aisladores se fabrican en acero inoxidable y PTFE (politetrafluoroetileno), al momento en el que el aislador empieza a funcionar sus partes se deslizan entre si y aparecen fuerzas de fricción que se oponen al movimiento.

En aisladores tipo péndulo de fricción las partes deslizantes son constituidas por un deslizador interior y una o dos superficies esféricas en las que el deslizador se desplaza, el material de PTFE se encuentra en las superficies del deslizador por lo que se debe obtener el valor del coeficiente de fricción entre estos dos materiales.

Los valores de los coeficientes de fricción para el deslizamiento entre estos dos materiales, acero y PTFE, se establecen experimentalmente, valores que se modifican de acuerdo a varios factores  $\lambda$  que afectan el sistema lo que se explica a continuación. (Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)

### **2.6.1 Factores $\lambda$**

Estos factores afectan al valor nominal o valor original de los coeficientes de fricción presentes en las superficies de los materiales de los que están fabricados los aisladores, que son: acero inoxidable y las superficies con lámina delgada de politetrafluoroetileno (PTFE).

Los factores que afectan el coeficiente de fricción nominal que se presentan a continuación, se toman en cuenta para obtener el valor máximo del coeficiente de fricción con el que se va a diseñar el aislador.

### **2.6.2 Factores por envejecimiento de los materiales**

Los valores de  $\lambda_1$  mínimos deben ser iguales a 1, no es este el caso si se desean obtener los valores máximos, en la Tabla 3 se presentan los valores de  $\lambda_1$  máximos, lo cuales se establecen en función de las siguientes condiciones: a) Tiempo de exposición y uso del aislador igual a 30 años, siempre y cuando el aislador reciba el mantenimiento necesario para que funcione adecuadamente durante todo este período de tiempo. b) Para rozamientos entre PTFE y acero inoxidable Austenítico tipo 304 (los valores mínimos deben justificarse si se utiliza acero inoxidable tipo 316), tomar en cuenta si el aislador va a funcionar con una lámina de PTFE o sin ella. c) Aisladores sin sello de goma, es decir expuestos a agua y sales que generan

corrosión y de igual manera se debe dar mantenimiento a dicho sello de goma, y d) Tipo de ambiente al que se encuentran expuestos y la zona en la que se instalan, ya sea rural, urbana o marítima.

**Tabla 3** Factores de corrección del coeficiente de fricción por envejecimiento.

<b>FACTORES POR ENVEJECIMIENTO <math>\lambda_1</math></b>						
<b>Interface</b>	<b>PTFE sin lubricar</b>		<b>PTFE lubricado</b>		<b>interface bimetálica</b>	
<b>Instalación</b>	Sellado	Sin sellar	Sellado	Sin sellar	Sellado	Sin sellar
<b>Ambiente Normal</b>	1.1	1.2	1.3	1.4	2.0	2.2
<b>Ambiente Severo</b>	1.2	1.5	1.4	1.8	2.2	2.5

(Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)

### 2.6.3 Factores por contaminación

Los valores máximos de  $\lambda_2$  por contaminación en los aisladores se presentan en la Tabla 4, los valores mínimos de  $\lambda_2$  se adoptan igual a la unidad.

La contaminación que se produce en el aislador depende mucho del trato que se le dé a éste durante la instalación, transporte y fabricación, por efectos de contaminación el valor del coeficiente de fricción puede elevarse y el factor por contaminación puede tomar un valor de  $\lambda_2 = 3$ , lo que significa que existe una alta fricción y el sistema de aislación tendría problemas, por ello es de suma importancia la instalación y colocación de los aisladores de acuerdo a las especificaciones del fabricante, siempre se debe revisar que se encuentren totalmente sellados para que no ingrese ningún agente contaminante a los elementos internos del aislador.



Este factor también depende de la posición respecto del suelo que se encuentre el aislador, en aisladores FPS de la primera generación es importante que la superficie esférica siempre tenga su lado cóncavo hacia abajo, con esto se evita que dicha superficie se contamine si es que el sello de goma hermético que recubre al aislador estuviere roto.

**Tabla 4** Factores de corrección del coeficiente de fricción por contaminación.

<b>FACTORES POR CONTAMINACIÓN <math>\lambda_2</math></b>			
<b>Método de Instalación</b>	<b>PTFE sin lubricar</b>	<b>PTFE lubricado</b>	<b>interface bimetálica</b>
<b>Sellado con superficie de acero inoxidable hacia abajo</b>	1.0	1.0	1.0
<b>Sellado con superficie de acero inoxidable hacia arriba, aislador galvanizado/pintado para 30años de vida útil</b>	1.0	1.0	1.0
<b>Sellado con superficie de acero inoxidable hacia arriba</b>	1.1	1.1	1.1
<b>Sin sellar con superficie de acero inoxidable hacia abajo</b>	1.1	3.0	1.1
<b>Sin sellar con superficie de acero inoxidable hacia abajo</b>	en discusión	en discusión	en discusión

(Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)

#### **2.6.4 Factores por amplitud de desplazamiento o movimiento acumulado**

El coeficiente de fricción también puede aumentar de acuerdo al daño que se produce por la fricción entre un material con otro a lo largo de su vida útil, es decir, para mayores desplazamientos acumulados el coeficiente aumenta, la Tabla 5 muestra los valores de  $\lambda_3$  de acuerdo al desplazamiento que el deslizador mantiene durante diferentes eventos sísmicos o por otras causas durante el tiempo de vida útil, tiempo que el fabricante del aislador previamente lo determina.

**Tabla 5** Factores de corrección del coeficiente de fricción por desplazamiento acumulado.

<b>FACTORES POR DESPLAZAMIENTO ACUMULADO <math>\lambda_3</math></b>			
<b>Desplazamiento acumulado (m)</b>	<b>PTFE Sin lubricar</b>	<b>PTFE Lubricado</b>	<b>Interface bimetálica</b>
<b>1000</b>	1.0	1.0	NA
<b>2000</b>	1.2	1.0	NA
<b>&gt;2000</b>	NA	NA	NA

(Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)

### 2.6.5 Factores por temperatura

La temperatura afecta a todo tipo de materiales, en este caso los materiales que se utilizan para la fabricación de aisladores tipo FPS también sufren cambios con la variación de temperatura, el coeficiente de fricción aumenta cuando la temperatura disminuye, y el coeficiente de fricción disminuye cuando la temperatura aumenta hasta un rango de 20 °C donde  $\lambda_4=1$ . La Tabla 6 muestra los valores que se pueden adoptar.

**Tabla 6** Factores de corrección del coeficiente de fricción por temperatura.

<b>FACTORES POR TEMPERATURA <math>\lambda_4</math></b>			
<b>Temperatura. (°C)</b>	<b>PTFE Sin lubricar</b>	<b>PTFE Lubricado</b>	<b>Interfaces Bimetálicas</b>
<b>20</b>	1.0	1.0	NA
<b>0</b>	1.1	1.3	NA
<b>20</b>	1.0	1.0	NA
<b>0</b>	1.1	1.3	NA
<b>-10</b>	1.2	1.5	NA
<b>-30</b>	1.5	3.0	NA
<b>-40</b>	1.7	NA	NA
<b>-50</b>	2.0	NA	NA

(Constantinou, Whittaker, Kalpakidis, Fenz, & Warn, 2007)

### 2.7 Propiedades máximas y mínimas de un aislador FPS (LB y UB)

Los materiales que se utilizan para la fabricación de este tipo de aisladores son de alta capacidad, permiten resistir cargas altísimas sin sufrir

daño y mantener tasas muy bajas de desgaste, los coeficientes de fricción para los aisladores bajo propiedades mínimas se refiere al valor normal o natural que los materiales presentan al estar en contacto y movimiento, valor que se obtiene en el laboratorio bajo experimentación, y las propiedades máximas que adopta el coeficiente de fricción se obtienen al someter los materiales al entorno físico en el que van a funcionar, esto permite ver como se afecta el valor del coeficiente de fricción.

### 2.7.1 Propiedades mínimas (Lower bound properties)

Para obtener el valor del coeficiente de fricción para propiedades mínimas del aislador se debe utilizar la fórmula para el tercer ciclo de movimiento sísmico:

$$\mu_{3c} = 0.122 - 0.01P$$

Donde valor de  $P$  es la presión que se ejerce sobre las superficies en contacto es decir, cojinete y placa, los valores deben estar en unidades Ksi para esta fórmula. El valor de  $P$  se calcula de la siguiente manera.

$$P = \frac{P_u}{A}$$

Dónde:

$P_u$ =Carga que gravita sobre el aislador

$A$ =Área de contacto del cojinete o deslizador con la superficie deslizante

Al tomar en cuenta que el desplazamiento ocurre con cierta velocidad, la fuerza de fricción disminuye por lo que el coeficiente de fricción también disminuye en 0.015, el nuevo valor que se adopta para el diseño es:

$$\mu_{3c} = 0.122 - 0.01P - 0.015.$$

### 2.7.2 Propiedades máximas (Upper bound properties)

Para obtener el coeficiente de fricción para propiedades máximas se utiliza la fórmula para el primer ciclo de movimiento sísmico  $\mu_{1c}$ , y posteriormente a este valor se lo debe afectar por un coeficiente  $\lambda_{max}$  que esta en función del envejecimiento del material, la contaminación dentro de la superficie por residuos que ingresan al sistema, por el desplazamiento acumulado en toda su vida útil y la temperatura en el ambiente, por lo que el cálculo del coeficiente de fricción es:

$$\mu_{1c} = (1.20 \mu_{3c})\lambda_{max}$$

El valor de  $\lambda_{max}$  se calcula de la siguiente manera:

$$\lambda_{max} = \lambda_1 * \lambda_2 * \lambda_3 * \lambda_4$$

Los parámetros de envejecimiento, contaminación, desplazamiento acumulado y variación de temperatura se explican en la sección 2.3.1 y se aplican los valores de las tablas que se encuentran en esta misma sección.

## CAPITULO 3

# MODELAMIENTO DE UN AISLADOR COMO ELEMENTO CORTO

### 3.1 INTRODUCCIÓN

El capítulo detalla el procedimiento que se debe seguir para modelar al sistema de aislación como un elemento corto que pasa a formar parte de la estructura mediante una matriz de paso a la que se le denomina  $L_o$ , la cual permite pasar de coordenadas locales a coordenadas globales el sistema de aislación para posteriormente sumar la matriz de rigidez de dicho sistema a la matriz de rigidez total de la estructura.

Para encontrar la matriz de rigidez de los aisladores es necesario definir, tanto el valor de su rigidez horizontal como vertical, rigideces que están en función del comportamiento dinámico básico de un aislador, de los materiales que se utilizan en la fabricación y de cada uno de sus elementos constitutivos.

En el presente apartado también se detalla el procedimiento para encontrar la matriz de paso  $L_o$ , mediante el punto de vista geométrico y cinemático, al definir las deformadas elementales en el modelo matemático del aislador modelado como elemento corto.

El capítulo finaliza con el uso de los diferentes programas de la librería del **CEINCI-LAB** que se utilizan para desarrollar esta investigación.

### 3.2 MATRIZ DE RIGIDEZ EN COORDENADAS LOCALES

La matriz de rigidez del sistema de aislación en coordenadas locales se define de la siguiente manera:

$$K_o = \begin{bmatrix} k_b & \\ & k_v \end{bmatrix}$$

Donde  $k_b$  es la rigidez horizontal del aislador que se obtiene a partir del análisis sísmico del sistema de aislación, para los cálculos que se presentan en este proyecto la rigidez horizontal se la obtiene mediante el método de rigidez secante o también conocida como rigidez efectiva  $K_{eff}$ . La rigidez vertical  $k_v$  se obtiene con la siguiente expresión:

$$K_v = \frac{E \cdot A}{h}$$

Dónde:

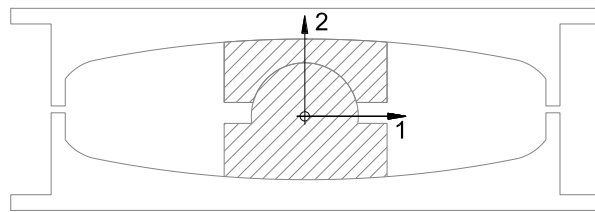
$E$  =Módulo de elasticidad del acero del aislador (14500 Ksi)

$A$  =Área de la sección transversal del cojinete

$h$  = Altura total del aislador

El cálculo de la rigidez vertical de un aislador se obtiene al asumir que el aislador trabaja como una columna corta. En esta sección solo se indica la fórmula antes descrita y en CAPITULO 5 se presenta el procedimiento de análisis detallado.

La matriz de rigidez en coordenadas locales representa el modelo matemático de un aislador como se observa en la Figura 11 mediante el uso de coordenadas numéricas en dirección de sus rigideces principales.

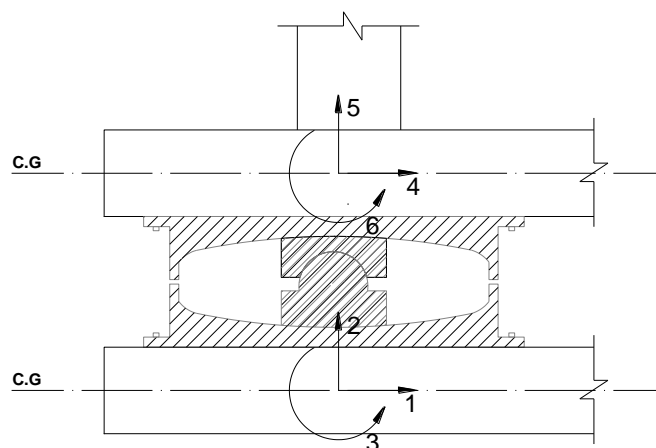


**Figura 11** Sistema de coordenadas locales

En este sistema de coordenadas se definen los parámetros que gobiernan la rigidez de un elemento local o aislado, para que este elemento trabaje de manera global, como sería el caso en que se requiera modelar una estructura juntamente con aisladores, se debe construir una matriz de rigidez en coordenadas globales mediante un proceso que conlleva el uso de la matriz de paso, misma que permite pasar de la matriz de rigidez en coordenadas locales a la matriz de rigidez en coordenadas globales.

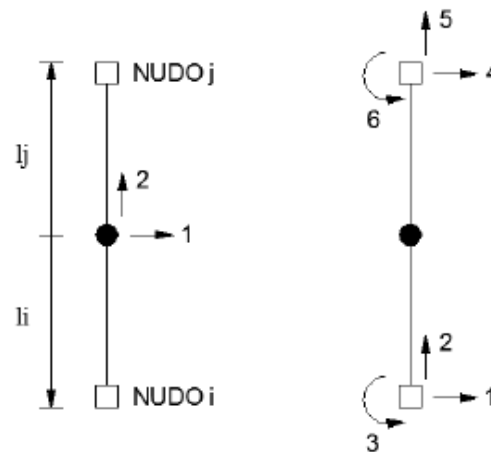
### 3.3 MATRIZ DE RIGIDEZ EN COORDENADAS GLOBALES

El sistema de aislación que se modela en coordenadas globales es el que se presenta en la Figura 12.



**Figura 12** Sistema de coordenadas globales

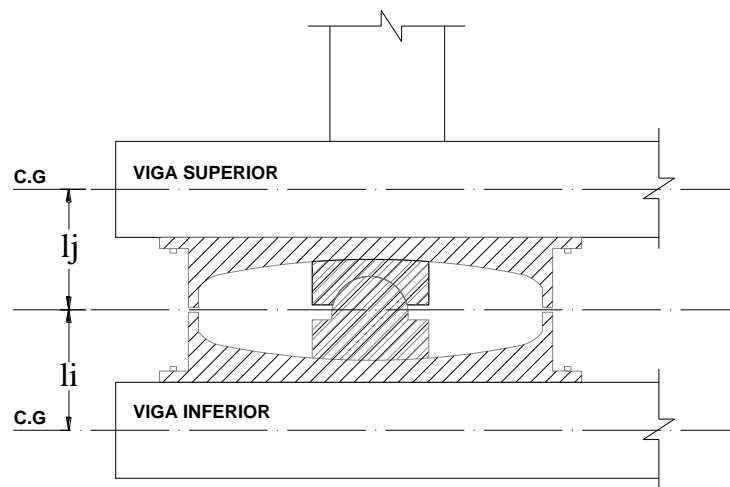
Una vez que se obtiene la matriz de miembro en coordenadas locales se procede al uso de la matriz de paso  $L_o$  para generar la matriz de rigidez en coordenadas globales. La matriz de paso  $L_o$ , desde el punto de vista geométrico, se obtiene al realizar deformadas elementales en el sistema de coordenadas globales y paralelamente se mide en el sistema de coordenadas locales como se muestra en el siguiente modelo matemático de la Figura 13.



**Figura 13** Coordenadas locales y globales para obtener la matriz de paso. (Castillo & Pazmiño, 2014)

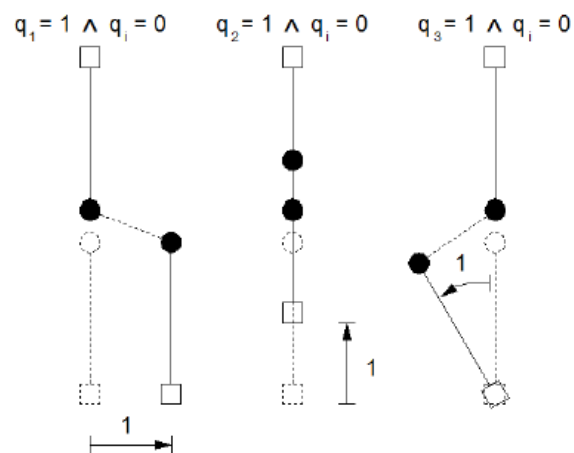
En la Figura 13, se presenta el sistema de coordenadas locales y el sistema de coordenadas globales en los cuales se realiza el procedimiento de deformadas elementales para hallar la matriz de paso, también se puede distinguir un nudo superior  $j$  y un nudo inferior  $i$  y las variables  $l_i$  y  $l_j$  que son las longitudes desde el centro de gravedad del elemento hacia el centro de gravedad la viga superior de la losa de aislación y hacia el centro de gravedad de la cimentación de la estructura respectivamente, como se indica en la Figura 14.





**Figura 14** Distancias  $l_i$  y  $l_j$

A continuación en la Figura 15 se muestra el procedimiento en el que se realiza las deformadas elementales en el sistema de coordenadas globales correspondientes al nudo  $i$ .

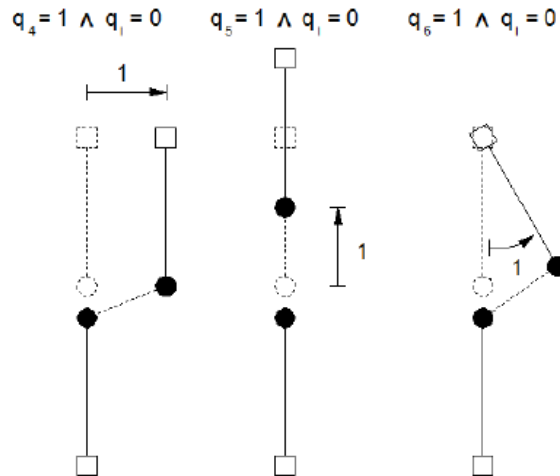


**Figura 15** Deformadas elementales en el nudo inferior  $i$ . (Castillo & Pazmiño, 2014)

El desplazamiento que se genera en el centro de gravedad del modelo matemático es la relación que existe entre el desplazamiento del nudo  $j$  respecto del nudo  $i$  como se muestra en la siguiente expresión:

$$\Delta U = U_j - U_i$$

Para finalizar la construcción de la matriz de paso ahora se realizan las deformadas elementales en el nudo restante  $j$ , como se muestra en la Figura 16.



**Figura 16** Deformadas elementales en el nudo superior  $j$ . (Castillo & Pazmiño, 2014)

Una vez que se realiza el proceso antes descrito, se obtiene la matriz de paso  $L_o$  que se muestra a continuación:

$$L_o = \begin{bmatrix} -1 & 0 & l_i & 1 & 0 & l_j \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ahora se presenta el cálculo para hallar la matriz de paso  $L_o$  desde el punto de vista cinemático. En este caso a las coordenadas globales se las identifica con la letra  $q$ , y a los desplazamientos en coordenadas locales con las letras  $u, v$ .

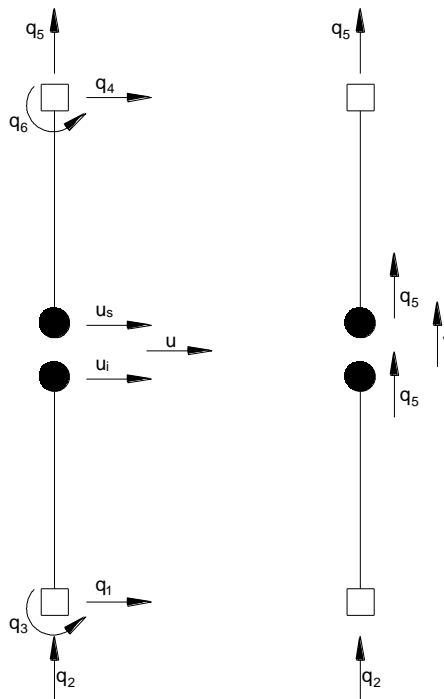
En base a la Figura 17, se obtiene el desplazamiento horizontal  $u$ .

$$u_s = q_4 + q_6 l_j$$

$$u_i = q_1 - q_3 l_i$$

$$u = u_s - u_i$$

$$u = q_4 + q_6 l_j - q_1 + q_3 l_i$$



**Figura 17** Cálculo de los desplazamientos en coordenadas locales.  
(Castillo & Pazmiño, 2014)

Para los desplazamientos verticales  $v$ , se tiene:

$$v_s = q_5$$

$$v_i = q_2$$

$$v = v_s - v_i$$

$$v = q_5 - q_2$$

Al escribir estas dos ecuaciones en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & l_i & 1 & 0 & l_j \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix}$$

Se obtiene entonces:

$$L_o = \begin{bmatrix} -1 & 0 & l_i & 1 & 0 & l_j \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Finalmente la matriz de miembro en coordenadas globales  $K^*$  se determina con la siguiente relación.

$$K^* = L_o^t K_o L_o$$

### 3.4 USO DE **CEINCI-LAB**

Los programas de la librería **CEINCI-LAB** que se elaboran en Mat Lab resultan de extensas investigaciones y experiencias, los cuales se desarrollan en el centro de investigaciones científicas de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE bajo la dirección del Dr. Ing. Roberto Aguiar Falconí quien es investigador en el área de la ingeniería estructural e ingeniería sísmica.

En este capítulo se presenta una breve explicación de los programas principales que se utilizan para desarrollar el presente proyecto de grado, para que el lector utilice los programas debe abrir cada uno de ellos y verificar los datos que se deben ingresar y sus respectivas unidades, no se presenta la programación ya que dentro de cada uno de los programas se encuentran las explicaciones necesarias.

Los programas que se utilizan son de gran ayuda para obtener los resultados de una manera rápida y efectiva.

#### 3.4.1 Programa Histéresis.mat

- `[q,Ref,betaef,Kef,kd,Tef,F,Ff,dmax,T,comp]=histeresis(wt,N,R,h,miu,iicod,icod,fac)`

##### Datos.

**wt:** Peso total de la estructura

**N:** Número total de aisladores

**R:** Radio de curvatura de la superficie esférica

**h:** Distancia desde el punto pivote del deslizador a la superficie esférica

**miu:** Coeficiente de fricción de la superficie esférica

**iicod:** Código 1 ó 2, espectro de diseño Nec-11 ó ERN-12

respectivamente

**icod:** Numero de la figura de histéresis

**fac:** Factor que vale 1 para DE y 1.5 para MCE

### **Resultados.**

**q:** Desplazamiento que se espera en el sistema de aislación

**Ref:** Radio efectivo de la superficie esférica

**betaef:** Amortiguamiento efectivo

**Kef:** Rigidez efectiva

**Kd:** Rigidez post elástica

**Teff:** Período efectivo del sistema de aislación

**F:** Fuerza horizontal en el sistema de aislación

**Ff:** Fuerza de fricción en la superficie esférica

**Dmax:** Desplazamiento máximo del aislador

**T:** Período del aislador

**comp:** Comparación entre dos expresiones para la recuperación del aislador

### **Comentario.**

El programa **histéresis.mat** se desarrolla para calcular los diferentes parámetros dinámicos de los aisladores FPS de la primera generación, así como también el diagrama de histéresis que refleja el comportamiento de los

aisladores ante cargas dinámicas y estáticas, al utilizar los espectros de aceleraciones y desplazamientos del ERN-12 y sus diferentes factores de sitio.

Para correr el programa es necesario ingresar algunos datos que se deben calcular previamente, uno de los datos que se ingresan es el coeficiente de fricción y depende del análisis que se requiera, ya sea para propiedades LB o UB, cada una con sismo DE y MCE, es decir se debe correr un total de cuatro veces el programa y finalmente se obtienen los parámetros dinámicos de los aisladores FPS de la primera generación para DE\_LB, DE\_UB, MCE\_LB y MCE\_UB.

#### 3.4.2 Programa histéresisDCFP.mat

- `[u,uo,Beff,Keff,Kd,Ke,Teff,Fmax,Ff1,Ff2,Ffe,miue,Reff1,Reff2,wt,dmax,T,comp]=histéresisDCFP(Wt,n,miu1,miu2,R1,R2,h1,h2,iicod,fac)`

##### Datos.

**Wt:** Peso total de la estructura

**n:** Número total de aisladores en la estructura

**miu1:** Coeficiente de fricción en la superficie 1

**miu2:** Coeficiente de fricción en la superficie 2

**R1:** Radio de curvatura de la superficie 1

**R2:** Radio de curvatura de la superficie 2

**h1:** Distancia desde el punto pivote del deslizador a la superficie 1

**h2:** Distancia desde el punto pivote del deslizador a la superficie 2

**iicod:** Código 1 ó 2, espectro de diseño Nec-11 ó ERN-12

respectivamente

**fac:** Factor que vale 1 para DE y 1.5 para MCE

**Resultados.**

**u:** Desplazamiento máximo

**uo:** Desplazamiento inicial

**B<sub>eff</sub>:** Amortiguamiento efectivo

**K<sub>eff</sub>:** Rigidez efectiva

**K<sub>d</sub>:** Rigidez post elástica

**K<sub>e</sub>:** Rigidez elástica

**T<sub>eff</sub>:** Período efectivo del sistema de aislación

**F<sub>max</sub>:** Fuerza horizontal máxima

**F<sub>f1</sub>:** Fuerza de fricción sobre la superficie 1

**F<sub>f2</sub>:** Fuerza de fricción sobre la superficie 2

**F<sub>fe</sub>:** Fuerza de fricción efectiva

**M<sub>iue</sub>:** Coeficiente de fricción de efectivo

**R<sub>eff1</sub>:** Radio de curvatura efectivo de la superficie 1

**R<sub>eff2</sub>:** Radio de curvatura efectivo de la superficie 2

**w<sub>t</sub>:** Peso que recibe un aislador en particular

**d<sub>max</sub>:** Desplazamiento máximo del aislador

**T:** período del sistema de aislación

**Comp:** Comparación entre dos expresiones para la recuperación del aislador

**Comentario.**

El programa histéresisDCFP se utiliza para encontrar los parámetros dinámicos de los aisladores FPS de la segunda generación bajo cargas

dinámicas mediante el espectro de aceleraciones y desplazamientos del ERN-12 y sus diferentes factores de sitio.

De igual forma que el en programa **histéresis.mat**, se debe realizar un total de cuatro corridas tal como se explicó anteriormente.

### 3.4.3 Programa friccion.mat

- $[miuLB,miuUB]=friccion(PD,DM)$

#### Datos.

**PD:** Carga factorada que gravita sobre el aislador

**DM:** Diámetro del cojinete interior

#### Resultados.

**miuLB:** Coeficiente de fricción para propiedades LB

**miuUB:** Coeficiente de fricción para propiedades UB

#### Comentario.

Programa que se desarrolla para determinar los coeficientes de fricción en las superficies deslizantes de los aisladores FPS, También calcula las propiedades máximas y mínimas de los aisladores ya que éstas están en función de los coeficientes de fricción.

### 3.4.4 Programa **EDIFICIO\_ELEM\_CORTO\_SCFP\_FUERZAS** y **EDIFICIO\_ELEM\_CORTO\_DCFP\_FUERZAS**

Programa que contempla varios subprogramas, el principal objetivo que tiene este programa es determinar las fuerzas sísmicas y desplazamientos en el centro de masas de la estructura la cual trabaja en conjunto con los aisladores FPS de la primera y segunda generación lo que nos da una



primera verificación de los desplazamientos que sufre la estructura con el sistema de aislación.

El programa reporta las matrices de rigidez laterales de cada uno de los pórticos de la estructura, la matriz espacial de toda la estructura y también la matriz de masas.

Se debe revisar detenidamente el programa para poder ingresar los datos, la explicación de los datos que se ingresan se encuentran dentro del mismo código de programación. De igual manera se debe correr cuatro veces el programa para las combinaciones de fricción y sismo que comprenden DE\_LB, DE\_UB, MCE\_LB y MCE\_UB.

#### **3.4.5 Programa EDIFICIO\_ELEM\_CORTO\_SCFP\_TOTAL\_PORT2\_3.mat**

Programa que tiene como objetivo principal determinar los desplazamientos y períodos de vibración de la estructura de tres pisos en la que se instalan aisladores FPS de la primera y segunda generación. Este programa es la continuación del programa EDIFICIO\_ELEM\_CORTO\_SCFP\_FUERZAS.mat, es decir se debe correr cuatro veces con cada resultado del anterior programa, resultados que se utilizan para el diseño de los aisladores FPS.

De igual manera el programa en su código muestra los datos necesarios que se deben ingresar.

#### **3.4.6 Programa placas\_exteriores\_centro**

- [fept,fb,r,Mu,red]=placas\_exteriores\_centro(Di,L,fc,Pu,fy)

##### **Datos.**

**Di:** Diámetro del deslizador

**L:** Longitud de la placa

**fc:** Resistencia del hormigón

**Pu:** Carga factorada que gravita sobre el aislador

**fy:** Fluencia del acero

**Resultados.**

**fept:** Espesor de las placas.

**Comentario.**

Programa que calcula el espesor de las placas esféricas exteriores de los aisladores FPS de la primera y segunda generación cuando el aislador no sufre ningún desplazamiento, es decir ante cargas de servicio.

**3.4.7 Programa placas\_exteriores\_desplazamiento**

- [fept]=placas\_exteriores\_desplazamiento(Di,L,fc,Pu,fy,icod)

**Datos.**

**Di:** Diámetro del deslizador

**L:** Longitud de la placa

**fc:** Resistencia del hormigón

**Pu:** Carga factorada que gravita sobre el aislador

**fy:** Fluencia del acero

**icod:** código para sismo 1 ó 2, DE ó MCE respectivamente

**Resultados.**

**fept:** Espesor de las placas.

**Comentario.**

Programa que determina el espesor de las placas cuando el aislador se encuentra en movimiento y posee un desplazamiento que se genera por las fuerzas sísmicas laterales.

**3.4.8 Programa deslizador\_FPS.mat**

- $[Dm, Aptfe, B, R, Mm, Tmax, Lcp, H, Hact, c, Htotal] = \text{deslizador\_FPS}(PD, PL)$

**Datos.**

**PD:** Carga muerta

**PL:** Carga viva

**Resultados.**

**Dm:** Diámetro de la superficie de contacto entre las partes del deslizador

**Aptfe:** Área de la superficie de PTFE

**B:** Lado de un área cuadrada (Aptfe)

**R:** Radio de giro del deslizador o cojinete articulado

**Mm:** Longitud que penetra la placa convexa en la placa cóncava del deslizador

**Tmax:** Altura máxima de la placa concava

**Lcp:** Diámetro total del deslizador

**H:** Altura de superficie esférica convexa

**Hact:** Altura total de la superficie convexa

**c:** Espacio mínimo entre las superficies cóncava y convexa

**Htotal:** Valor que se compara con una expresión para hallar R

**Comentario.**

Programa que diseña en su totalidad los elementos del cojinete articulado de los aisladores FPS de la primera y segunda generación.

## **CAPITULO 4**

### **AISLADORES FPS DE LA PRIMERA GENERACIÓN**

#### **4.1 INTRODUCCIÓN**

El capítulo presenta el análisis de un aislador FPS de la primera generación, la construcción del diagrama de histéresis y la deducción de las fórmulas que gobiernan su comportamiento.

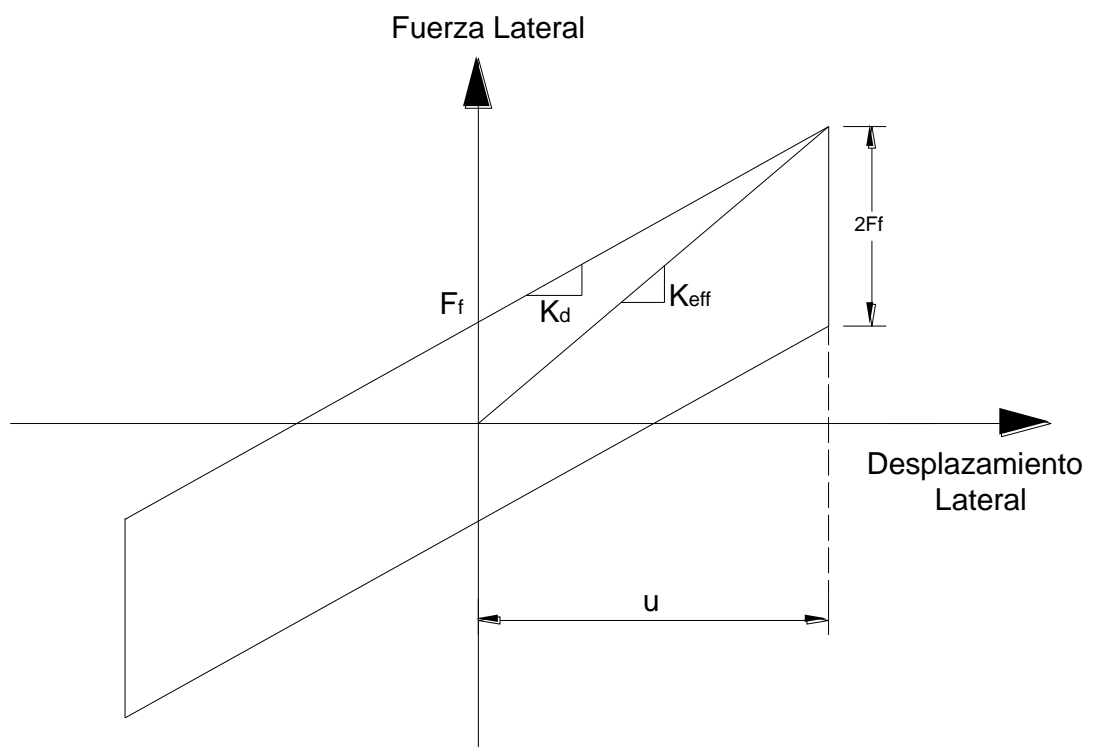
Se definen los parámetros que posee cada aislador FPS de la primera generación tales como la rigidez efectiva y el amortiguamiento efectivo, parámetros esenciales que se incorporan al análisis sísmico de la estructura con la que van a trabajar en conjunto.

También se detalla el procedimiento para encontrar las matrices de rigidez de los elementos que constituyen la estructura a la que se va a incorporar los aisladores, la matriz de rigidez lateral de cada uno de sus pórticos la cual se encuentra mediante el método de ensamblaje directo, método que se lo realiza con la ayuda del programa Mat Lab y finalmente la matriz de rigidez espacial de dicha estructura, matriz que es de suma importancia para iniciar con el análisis espacial de la estructura y encontrar los desplazamientos y fuerzas en el centro de masas C.M.

El capítulo finaliza con un resumen del procedimiento que se lleva a cabo para el análisis sísmico total de la estructura que trabaja junto a los aisladores, dicho procedimiento se lo realiza mediante el método de superposición modal, método que proporciona buenos resultados al trabajar en el rango elástico.

## 4.2 DIAGRAMA DE HISTÉRESIS

Para que el aislador empiece a desplazarse y absorber energía, es necesario que la fuerza de cortante o fuerza horizontal supere la fuerza característica del sistema, que en realidad es la fuerza friccionante, la cual está en función de la carga vertical que gravita sobre el aislador y el coeficiente de fricción que posee la superficie deslizante, en la Figura 18 se muestra el diagrama de histéresis bilineal típico de un aislador FPS de la primera generación que se genera cuando el aislador se encuentra afectado por fuerzas externas que lo obligan a desplazarse y en fin a funcionar, los parámetros que se observan se los define oportunamente a lo largo del presente capítulo.



**Figura 18** Diagrama de histéresis lineal de un Aislador FPS de la primera generación.

### Radio Efectivo

En primer lugar es necesario definir el radio efectivo del aislador, valor que se obtiene con la siguiente expresión:

$$R_{eff} = R + h$$

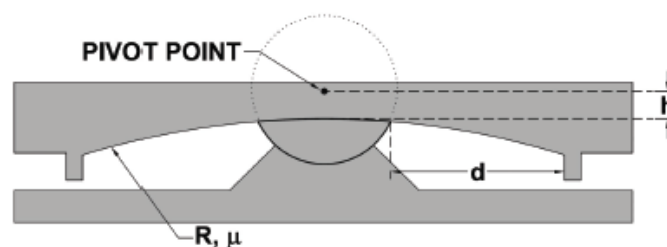
Donde  $R$  es el radio de la superficie cóncava y  $h$  es la distancia desde el punto pivote del deslizar hasta esta misma superficie tal como se observa en la **Figura 19**.

### Capacidad de desplazamiento

Capacidad de desplazamiento máximo  $d^*$  del cojinete en la superficie esférica.

$$d^* = \frac{R + h}{R} d = \frac{R_{eff}}{R} d$$

La capacidad de desplazamiento máxima es mayor que la capacidad nominal de desplazamiento  $d$  que se observa en la Figura 19, esto se genera porque el punto pivote del deslizador se encuentra fuera de la placa esférica.



**Figura 19** Desplazamientos nominales y Alturas del cojinete (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

### Fuerza característica

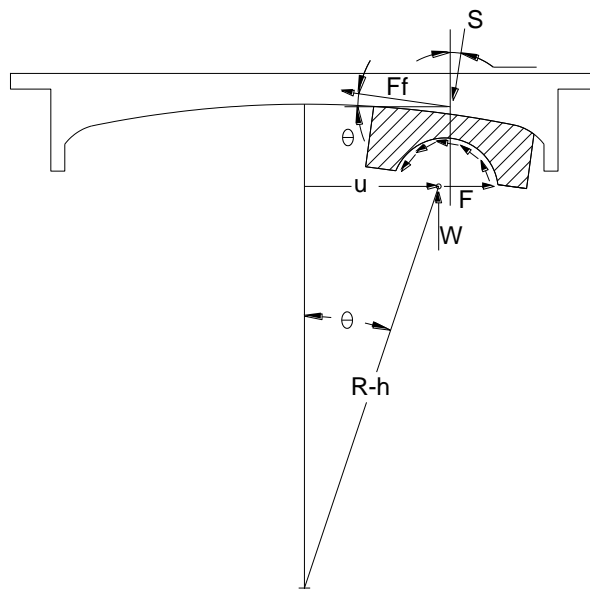
La fuerza característica  $F_f$  que se muestra en la Figura 18 es la fuerza de fricción que se opone al movimiento, para que el deslizador empiece a moverse, es necesario que una fuerza exterior supere esta fuerza.

$$F_f = \mu W$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción de la placa cóncava y  $W$  es la carga vertical que gravita sobre el aislador.

#### 4.2.1 Relación Fuerza-Desplazamiento

A continuación se presenta el diagrama de cuerpo libre de un aislador FPS de la primera generación (Figura 20) con el propósito de establecer la relación fuerza-desplazamiento que determina las ecuaciones que definen el comportamiento del aislador y la curva de histéresis.



**Figura 20** Diagrama de cuerpo libre de un aislador FPS de la primera generación.



Los parámetros que se generan al analizar el diagrama de cuerpo libre de la Figura 20 son la carga vertical que se transmite al aislador  $W$ , la fuerza horizontal  $F$ , la fuerza de fricción o fuerza característica  $F_f$  y el desplazamiento total del sistema  $u$ .

Se continúa con el análisis de la Figura 20 y se hallan las ecuaciones que definen el comportamiento básico del aislador al realizar un análisis estático de cuerpo libre.

Equilibrio de fuerzas horizontales y verticales:

$$F - S \sin \theta - F_f \cos \theta = 0$$

$$W - S \cos \theta + F_f \sin \theta = 0$$

El desplazamiento total del deslizador  $u$  es:

$$u = (R - h) \sin \theta = R_{eff} \sin \theta$$

Al combinar las formulas anteriores y al despejar la fuerza  $F$ , se obtiene:

$$F = \frac{W}{R_{eff}} u + F_f$$

#### 4.2.2 Rigidez post-elástica

A continuación se muestra como se obtiene la Rigidez post-elástica  $K_d$  que se observa en la figura Figura 18 que es la pendiente de la primera recta que forma el ciclo de histéresis en el diagrama Fuerza-desplazamiento, se tiene el primer punto con las coordenadas  $(0, F_f)$ , el término en las abscisas se genera por la fuerza de fricción ya que el sistema empieza a funcionar a partir de que esta fuerza se supera y el deslizador empieza a moverse. El segundo punto se genera al momento en el que el deslizador realiza el

desplazamiento total  $u$  que el sistema lo permite gracias a la fuerza  $F$  que se aplica, por lo que se tiene  $(u, F)$ , ver en la figura Figura 18.

Para obtener la pendiente que corresponde a la rigidez post-elástica se aplica la teoría de los dos puntos.

$$K_d = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$K_d = \frac{F - F_f}{u - 0} = \frac{\frac{W}{R_{eff}}u + F_f - F_f}{u - 0}$$

$$K_d = \frac{W}{R_{eff}}$$

#### 4.2.3 Rigidez efectiva

La rigidez efectiva se la puede encontrar al visualizar el diagrama de histéresis de la Figura 18, ya que es la pendiente de la recta que pasa por el origen de coordenadas  $(0, 0)$  y por el punto de fuerza-desplazamiento  $(u, F)$  máximos.

$$K_{eff} = \frac{F}{u}$$

$$K_{eff} = \frac{\frac{W}{R_{eff}}u + F_f}{u}$$

$$K_{eff} = \frac{uW + R_{eff}F_f}{R_{eff}u}$$

$$K_{eff} = \frac{uW}{R_{eff}u} + \frac{R_{eff}F_f}{R_{eff}u}$$

$$K_{eff} = \frac{W}{R_{eff}} + \frac{F_f}{u}$$

Pero:

$$K_d = \frac{W}{R_{eff}}$$

Y la fuerza de fricción  $F_f$  es igual a la carga axial que gravita sobre el aislador multiplicada por el coeficiente de rozamiento  $\mu$  en la zona de deslizamiento.

$$F_f = \mu W$$

Al reemplazar se obtiene:

$$K_{eff} = K_d + \frac{\mu W}{u}$$

#### 4.2.4 Amortiguamiento efectivo

Valor que reduce las aceleraciones espectrales en el acelerograma.

$$\beta_{eff} = \frac{E_D}{4\pi E_S}$$

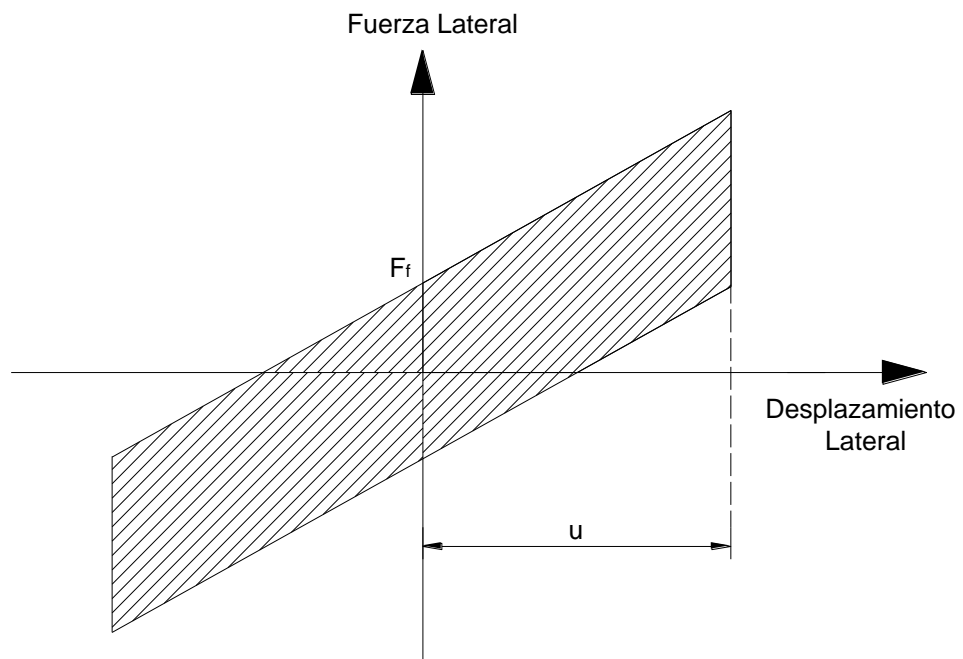
Dónde:

$E_D$  = Energía disipada en un ciclo de histéresis

$E_S$  = Energía elástica o energía que absorbe el sistema

#### 4.2.5 Cálculo de la energía disipada en un ciclo de histéresis

La energía disipada en un ciclo de histéresis es el área total dentro de la figura que describe el diagrama de histéresis como se muestra en la Figura 21.



**Figura 21** Energía disipada en un ciclo de histéresis (Zona achurada)

Por geometría en la Figura 21 se tiene que el área que describe un paralelogramo es el producto su base por la altura, se tiene entonces:

$$ED = 2F_f \cdot 2u$$

$$ED = 4F_f \cdot u$$

Pero:

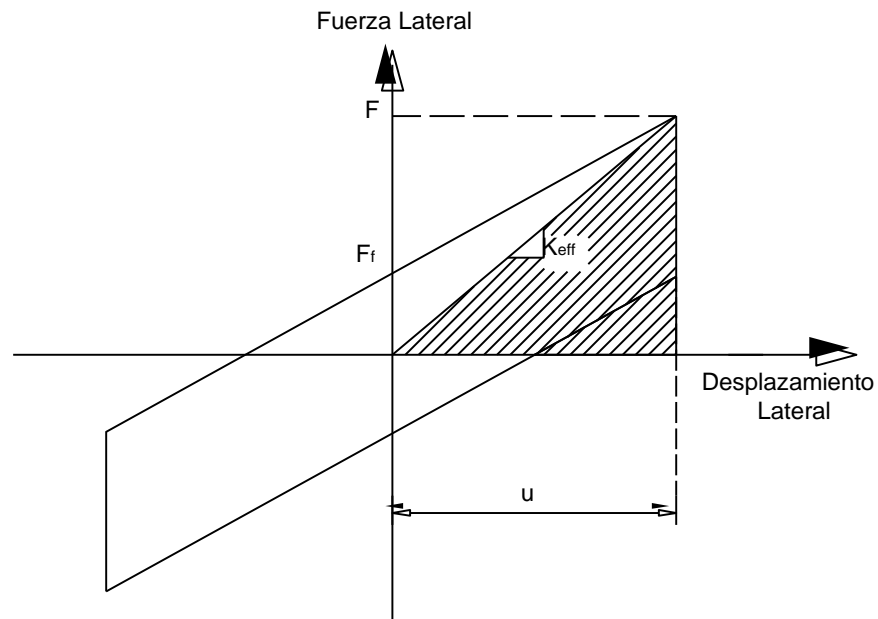
$$F_f = \mu W$$

Por lo que la energía disipada en un ciclo de histéresis es:

$$ED = 4\mu W u$$

#### 4.2.6 Cálculo de la energía elástica en un ciclo de histéresis

La energía elástica es el área bajo la línea que describe la rigidez efectiva del sistema desde el origen hasta su punto máximo como se observa en la Figura 22 y que en realidad es el área de un triángulo.



**Figura 22** Energía elástica (Zona achurada).

Para hallar la energía elástica se procede de manera similar al cálculo de la energía disipada en un ciclo de histéresis, al observar la Figura 22 y determinar el área achurada se obtiene.

$$E_s = \frac{F \cdot u}{2}$$

Pero la fuerza lateral máxima es:

$$F = u \cdot K_{eff}$$

Se tiene entonces:

$$E_s = \frac{K_{eff} \cdot u^2}{2}$$

Una vez que se define la energía disipada en un ciclo de histéresis  $E_D$ , y la energía elástica  $E_s$ ; se procede a encontrar el amortiguamiento efectivo del sistema de aislación para aisladores FPS de la primera generación.

$$\beta_{eff} = \frac{4\mu Wu}{2\pi \frac{K_{eff} \cdot u^2}{2}}$$

Al desarrollar la fórmula anterior se obtiene finalmente:

$$\beta_{eff} = \frac{2}{\pi} \left( \frac{\mu}{\mu + \frac{u}{R_{eff}}} \right)$$

#### 4.2.7 Período efectivo

El período efectivo para un aislador FPS de la primera generación se calcula con la siguiente fórmula:

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{K_{eff} \cdot g}}$$

Dónde:

$W$  = Es la carga que gravita sobre el aislador

$g$  = Aceleración de la gravedad

$K_{eff}$  = Rigidez efectiva

#### 4.2.8 Factor de amortiguamiento

El factor que amortigua en un 5% los espectros de diseño se lo calcula de la siguiente manera. Con anterioridad se debe calcular el amortiguamiento efectivo y aplicar la siguiente fórmula:

$$B = \left( \frac{\beta_{eff}}{0.05} \right)^{0.3}$$

### 4.3 ESPECTRO DE DISEÑO REDUCIDO POR EL AMORTIGUAMIENTO

Para obtener el espectro de diseño reducido que se obtiene en base a las ecuaciones que otorga la Norma Ecuatoriana de la Construcción y al utilizar los factores de sitio del estudio de microzonificación sísmica de Quito ERN-12, que se presenta al inicio del presente capítulo, debe dividirse:

En los períodos asociados a la superestructura, para un factor  $R*\phi_p*\phi_e$ .

En los períodos asociados al sistema de aislación para el factor de amortiguamiento  $B$ , factor que se presenta en la sección 4.2.8.

El factor de amortiguamiento depende de las propiedades de cada aislador en particular ya que está en función del amortiguamiento efectivo de dicho aislador. Se lo calcula para las propiedades UB y LB, para cada uno de los sismos DE y MCE.

Finalmente las ordenadas espectrales del espectro reducido se obtienen con la siguiente ecuación.

$$S_a(T, \beta) = \frac{S_a(T, 5\%)}{B}$$

Las gráficas de los espectros reducidos por el amortiguamiento no se presentan en esta sección, se lo hace en el Capítulo 6 y Capítulo 7; se las realiza para el diseño propiamente dicho de los aisladores.

### 4.4 PARÁMETROS PARA EL ANÁLISIS SÍSMICO

El procedimiento para realizar el análisis sísmico del sistema de aislación y obtener los diagramas de histéresis que permiten evaluar al aislador y obtener los parámetros indispensables tales como la rigidez

horizontal y el coeficiente de amortiguamiento efectivo se lo realiza de la siguiente manera.

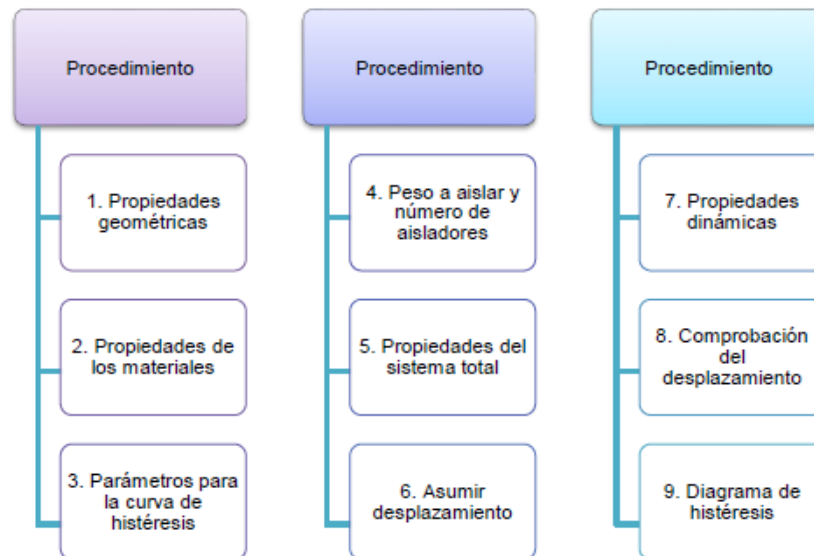
EL programa que se utiliza para obtener dichos parámetros se lo llama **histéresis.mat** para el caso de aisladores FPS de la primera generación y **histéresisDCFP.mat** para aisladores FPS de la segunda generación.

En dichos programas se ingresan los datos necesarios para calcular los parámetros dinámicos de los aisladores, estos datos son:

- El peso total de la estructura, con el peso total de la carga muerta más el 25% de la carga viva.
- El número total de aisladores en la estructura, en este caso la estructura cuenta con 16 columnas en las que cada una de ellas posee un aislador en su base.
- Los coeficientes de fricción de las placas cóncavas, ya sea para propiedades UB y LB tanto para sismo de diseño DE como MCE.
- El radio efectivo del aislador, un radio efectivo para el caso de aisladores FPS de la primera generación y dos radios efectivos para los de la segunda generación.
- Se debe ingresar el acelerograma sísmico por el que se quiere afectar el sistema, ya sea el DE o el MCE.
- Finalmente se establecen los factores de sitio, los cuales dependen de la norma que se utilice, ya sea el NEC-11 o el ERN-12, el presente trabajo se realiza únicamente con los factores de sitio del ERN-12.

Un resumen del procedimiento para determinar los parámetros del análisis sísmico es el que se presenta en la Figura 23.





**Figura 23** Procedimiento de análisis del sistema de aislamiento. (Castillo & Pazmiño, 2014)

#### 4.5 MATRIZ DE RIGIDEZ LATERAL

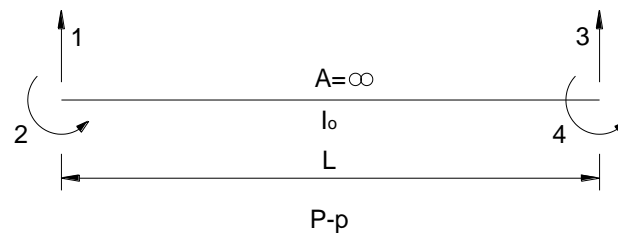
La condensación estática de la matriz de rigidez, es la base fundamental para el análisis sísmico de estructuras, tanto en el rango lineal como en el rango no lineal. (Aguar Falconí, Dinámica de Estructuras con CEINCI-LAB , 2012)

En este capítulo se presenta la teoría y el procedimiento para encontrar la matriz lateral de un pórtico plano, se inicia desde el cálculo de la matriz de miembro de cada uno de los elementos de los que está compuesto dicho pórtico.

##### 4.5.1 Matriz de rigidez de miembro

En el análisis lineal de estructuras, se considera que la matriz de rigidez para los elementos y la estructura en general es constante. En el análisis no lineal la matriz de rigidez varía en el tiempo, la cual depende del daño que sufren sus elementos ante un evento sísmico.

Para el análisis sísmico es conveniente analizar los elementos de la estructura sin nudo rígido. Para dicho análisis se considera que todo el piso del pórtico se mueva lateralmente. Por lo tanto los elementos viga que conforman dicho piso deben modelarse como axialmente rígidos  $A = \infty$ , tal como se indica en la Figura 24.



**Figura 24** Sistema de coordenadas locales para un elemento axialmente rígido. (Aguar Falconi, 2004)

La matriz de rigidez para el elemento que se presenta en la Figura 24 en coordenadas locales es la siguiente;

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} t & b & -t & b' \\ & k & -b & a \\ & & t & -b' \\ & & & k' \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez del elemento es simétrica, por lo que solo se presenta la matriz triangular superior.

Los valores de los que está compuesta la matriz de rigidez de los elementos que componen el pórtico son los que se muestran a continuación, Estos elementos son de sección constante.

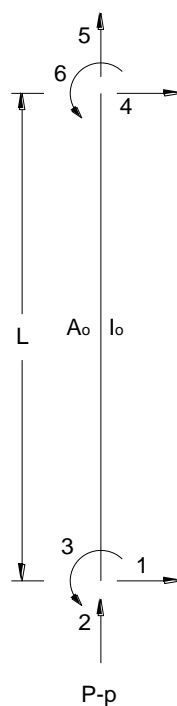
$$k = \frac{4EI}{L} \left[ \frac{1 + \phi}{1 + 4\phi} \right] \quad k' = k$$

$$a = \frac{2EI}{L} \left[ \frac{1 - 2\phi}{1 + 4\phi} \right] \quad b = \frac{6I}{L^2} \left[ \frac{1}{1 + 4\phi} \right] \quad b' = b$$

$$k = \frac{12EI}{L^3} \left[ \frac{1}{1 + 4\phi} \right] \quad \phi = \frac{3EI \beta}{GA L^2}$$

Donde  $E$  es el módulo de elasticidad del material,  $I$  es la inercia a flexión de la sección transversal,  $\beta$  es el factor de forma por corte de la sección,  $A$  es el área de la sección transversal,  $G$  es el módulo de corte y  $L$  la longitud del elemento. El factor  $\phi$  mide el efecto de corte; en vigas y columnas de dimensiones pequeñas para lo cual dicho valor tiende a cero, pero en muros de corte o vigas esbeltas es muy importante.

Una vez que se establece la matriz de rigidez de los elementos viga, se presenta la matriz de rigidez de los elementos verticales tipo columna. Las columnas para el análisis de la estructura que se presenta en este trabajo se las considera totalmente flexibles, es decir  $A_0, I_0$ . En la Figura 25 se presenta el modelo de una columna totalmente flexible.



**Figura 25** Sistema de coordenadas globales para un elemento vertical, totalmente flexible. (Aguar Falconi, 2004)

Para el elemento vertical que se muestra en la Figura 25, la matriz de rigidez es la siguiente:

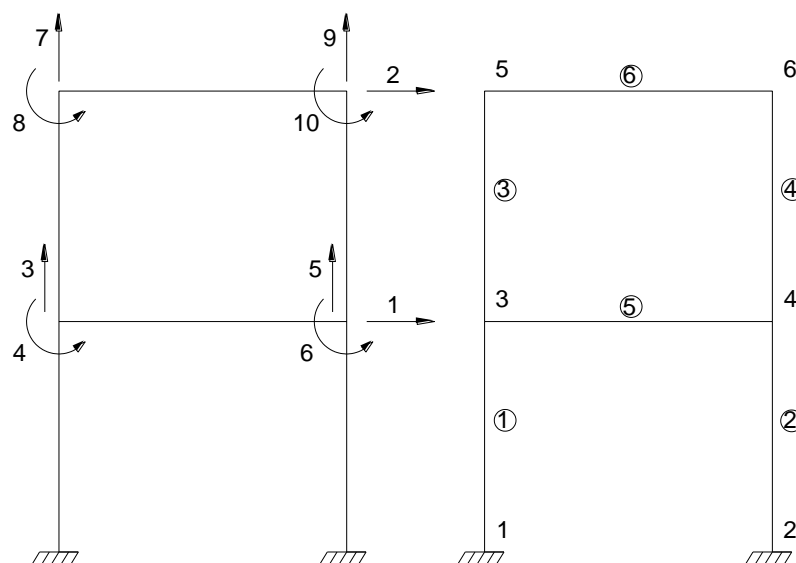
$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} t & 0 & -b & -t & 0 & -b' \\ & r & 0 & 0 & -r & 0 \\ & & k & b & 0 & a \\ & & & t & 0 & b' \\ & & & & r & 0 \\ & & & & & k' \end{bmatrix}$$

Las variables que comprenden dicha matriz son las mismas que se definieron para la matriz de rigidez de un elemento horizontal. La variable que no se define aún es:

$$r = \frac{EA}{L}$$

#### 4.5.2 Vector de colocación

El vector de colocación de cada uno de los elementos que conforman la estructura se determina mediante los grados de libertad del nudo inicial y del nudo final, en la Figura 26 se numeran los nudos, los elementos y se han propuesto los grados de libertad de un pórtico de dos pisos, la Figura 26 solo sirve de ejemplo para saber cómo hallar los vectores de colocación de cada uno de sus elementos ya que no es parte de la estructura que se analiza en este proyecto.



**Figura 26** Grados de libertad y numeración de nudos y elementos.

Nótese que en la Figura 26 los grados de libertad 1 y 2 son por piso, ya que para esta investigación la estructura se modela como piso rígido.

A continuación se presenta los vectores de colocación de cada uno de los elementos que conforman los pórticos de la Figura 26.

$$VC (1) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 3 \quad 4]$$

$$VC (2) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 5 \quad 6]$$

$$VC (3) = [1 \quad 3 \quad 4 \quad 2 \quad 7 \quad 8]$$

$$VC (4) = [1 \quad 5 \quad 6 \quad 2 \quad 9 \quad 2]$$

$$VC (5) = [1 \quad 3 \quad 4 \quad 1 \quad 5 \quad 6]$$

$$VC (6) = [2 \quad 7 \quad 8 \quad 2 \quad 9 \quad 10]$$

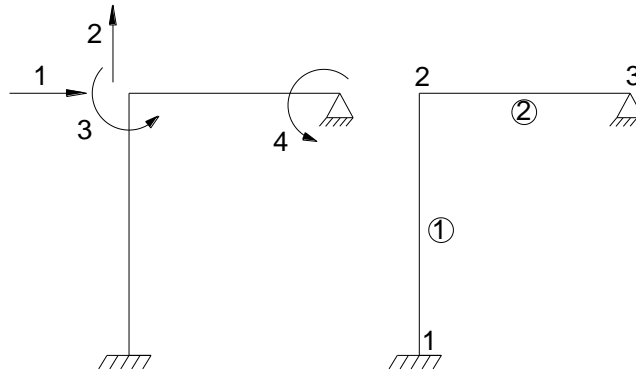
Una vez que se establecen los vectores de colocación y las matrices de rigidez de cada elemento, se procede a realizar un ensamblaje de todas estas matrices de miembro para finalmente obtener la matriz de rigidez del pórtico, a este procedimiento se lo denomina ensamblaje directo y es uno de los métodos que se aplican para codificar programas computacionales que agilitan el proceso.

#### **4.5.3 Ensamblaje directo**

Mediante un ejemplo se muestra el procedimiento a llevarse para encontrar la matriz de rigidez de aportación de cada elemento a la matriz de rigidez del pórtico mediante el uso de su vector de colocación, este proceso se realiza para cada uno de los elementos y al final se suman todas estas matrices de aportación y se halla finalmente la matriz de rigidez del pórtico.

Ejemplo: se tiene la siguiente matriz de rigidez del elemento 1 que conforma el pórtico de la Figura 27, dicho ejemplo se encuentra en el libro de

“ANÁLISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS Aguiar (2004)”. (Aguiar Falconi, 2004)



**Figura 27** Pórtico plano con 4 grados de libertad

Los vectores de colocación para los elementos 1 y 2 de la Figura 27 son:

$$VC(1) = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3]$$

$$VC(2) = [1 \ 2 \ 3 \ 0 \ 0 \ 4]$$

Ahora se denomina a la matriz de rigidez  $k$  de cada elemento  $n$  en la posición  $i$  (fila de la matriz) y posición  $j$  (columna de la matriz), de la siguiente manera:

$$k_{i,j}^{(n)}$$

Finalmente se tiene una matriz de la siguiente forma tanto para el elemento 1 como para el elemento 2.

$$k^{(1)} = \begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & k_{13}^{(1)} & k_{14}^{(1)} & k_{15}^{(1)} & k_{16}^{(1)} \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} & k_{23}^{(1)} & k_{24}^{(1)} & k_{25}^{(1)} & k_{26}^{(1)} \\ k_{31}^{(1)} & k_{32}^{(1)} & k_{33}^{(1)} & k_{34}^{(1)} & k_{35}^{(1)} & k_{36}^{(1)} \\ k_{41}^{(1)} & k_{42}^{(1)} & k_{43}^{(1)} & k_{44}^{(1)} & k_{45}^{(1)} & k_{46}^{(1)} \\ k_{51}^{(1)} & k_{52}^{(1)} & k_{53}^{(1)} & k_{54}^{(1)} & k_{55}^{(1)} & k_{56}^{(1)} \\ k_{61}^{(1)} & k_{62}^{(1)} & k_{63}^{(1)} & k_{64}^{(1)} & k_{65}^{(1)} & k_{66}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$k^{(2)} = \begin{bmatrix} k_{11}^{(2)} & k_{12}^{(2)} & k_{13}^{(2)} & k_{14}^{(2)} & k_{15}^{(2)} & k_{16}^{(2)} \\ k_{21}^{(2)} & k_{22}^{(2)} & k_{23}^{(2)} & k_{24}^{(2)} & k_{25}^{(2)} & k_{26}^{(2)} \\ k_{31}^{(2)} & k_{32}^{(2)} & k_{33}^{(2)} & k_{34}^{(2)} & k_{35}^{(2)} & k_{36}^{(2)} \\ k_{41}^{(2)} & k_{42}^{(2)} & k_{43}^{(2)} & k_{44}^{(2)} & k_{45}^{(2)} & k_{46}^{(2)} \\ k_{51}^{(2)} & k_{52}^{(2)} & k_{53}^{(2)} & k_{54}^{(2)} & k_{55}^{(2)} & k_{56}^{(2)} \\ k_{61}^{(2)} & k_{62}^{(2)} & k_{63}^{(2)} & k_{64}^{(2)} & k_{65}^{(2)} & k_{66}^{(2)} \end{bmatrix}$$

Se ubican los vectores de colocación por fuera de la matriz tanto en la parte superior como a la derecha de la matriz y se tachan los valores en las filas y columnas donde el vector de colocación tiene el valor de cero, tal como se describe a continuación tanto para el elemento 1 como el elemento 2.

$$k^{(1)} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c|c} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & k_{13}^{(1)} & k_{14}^{(1)} & k_{15}^{(1)} & k_{16}^{(1)} \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} & k_{23}^{(1)} & k_{24}^{(1)} & k_{25}^{(1)} & k_{26}^{(1)} \\ k_{31}^{(1)} & k_{32}^{(1)} & k_{33}^{(1)} & k_{34}^{(1)} & k_{35}^{(1)} & k_{36}^{(1)} \\ k_{41}^{(1)} & k_{42}^{(1)} & k_{43}^{(1)} & k_{44}^{(1)} & k_{45}^{(1)} & k_{46}^{(1)} \\ k_{51}^{(1)} & k_{52}^{(1)} & k_{53}^{(1)} & k_{54}^{(1)} & k_{55}^{(1)} & k_{56}^{(1)} \\ k_{61}^{(1)} & k_{62}^{(1)} & k_{63}^{(1)} & k_{64}^{(1)} & k_{65}^{(1)} & k_{66}^{(1)} \end{array} \right] \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \end{array} \end{array}$$

$$k^{(2)} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c|c} k_{11}^{(2)} & k_{12}^{(2)} & k_{13}^{(2)} & k_{14}^{(2)} & k_{15}^{(2)} & k_{16}^{(2)} \\ k_{21}^{(2)} & k_{22}^{(2)} & k_{23}^{(2)} & k_{24}^{(2)} & k_{25}^{(2)} & k_{26}^{(2)} \\ k_{31}^{(2)} & k_{32}^{(2)} & k_{33}^{(2)} & k_{34}^{(2)} & k_{35}^{(2)} & k_{36}^{(2)} \\ k_{41}^{(2)} & k_{42}^{(2)} & k_{43}^{(2)} & k_{44}^{(2)} & k_{45}^{(2)} & k_{46}^{(2)} \\ k_{51}^{(2)} & k_{52}^{(2)} & k_{53}^{(2)} & k_{54}^{(2)} & k_{55}^{(2)} & k_{56}^{(2)} \\ k_{61}^{(2)} & k_{62}^{(2)} & k_{63}^{(2)} & k_{64}^{(2)} & k_{65}^{(2)} & k_{66}^{(2)} \end{array} \right] \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{array} \end{array} \end{array}$$

El término  $k_{11}^{(2)}$  va en la posición (1,1) y se suma al término  $k_{44}^{(1)}$  que también va en la posición (1, 1), el término  $k_{33}^{(2)}$  que esta en la posición (3, 3) se suma con el término  $k_{66}^{(1)}$  que esta en la posición (3, 3), etc. Y de esta manera se realiza el mismo proceso con cada uno de los términos de las matrices hasta que se halla la matriz del pórtico  $k$ .

La posición de los elementos para que se sumen depende del vector de colocación, el cual define en que fila y columna se posiciona dicho término.

#### 4.5.4 Condensación de la matriz de rigidez

El procedimiento que se denomina condensación de la matriz de rigidez transforma la matriz del pórtico en una matriz más pequeña la que toma por nombre matriz lateral, la cual posee el número de términos en filas y columnas según las coordenadas de piso que tenga el pórtico de la estructura, como por ejemplo si la estructura tiene 3 pisos la matriz de rigidez lateral es del orden de 3 x 3, si posee solo 1 piso la matriz seria de 1 x 1.

Para hallar la matriz lateral del pórtico se utiliza la siguiente ecuación.

$$K^* = K_{aa} - K_{ab} K_{bb}^{-1} K_{ba}$$

Dónde:

$K^*$  =Matriz de rigidez lateral

Para obtener los términos  $K_{aa}$ ,  $K_{ab}$ ,  $K_{bb}$  y  $K_{ba}$  es necesario particionar la matriz de rigidez del pórtico, la misma que se explica en el apartado anterior la cual se obtiene por medio del ensamblaje directo, tal particionamiento es:

$$K = \begin{vmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{vmatrix}$$



## 4.6 MATRIZ DE RIGIDEZ ESPACIAL

En el siguiente apartado se presenta el cálculo de la matriz de rigidez espacial de una estructura en la que se consideran tres grados de libertad por planta y que los pisos de la edificación son totalmente rígidos.

### 4.6.1 Matriz de rigidez en coordenadas de piso

Para hallar la matriz de rigidez espacial  $KE$  de una estructura regular en la que se consideran que sus pisos son totalmente rígidos y que posee tres grados de libertad por planta, previamente se deben definir las matrices de rigidez lateral  $KL$  de cada uno de los pórticos de los que está compuesta la estructura. La ecuación con la que se halla la matriz de rigidez espacial es la siguiente.

$$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} KL^i A^i$$

Donde  $n$  es el número de pórticos que tiene la estructura, en sentido X, y en sentido Y;  $A^{(i)}$  es la matriz de compatibilidad del pórtico  $i$ , que relaciona las coordenadas laterales del pórtico  $p^{(i)}$  con las coordenadas de piso de la estructura  $q$ .

$$p^{(i)} = A^{(i)} q$$

Para encontrar la matriz de compatibilidad de deformaciones  $A$ , se construyen las deformadas elementales  $q_i$  y se miden las deformaciones laterales en cada uno de los pórticos. Al proceder de esta manera, se puede ver que también se halla la matriz  $A^{(i)}$ , con la siguiente ecuación, siempre y cuando se numeren las coordenadas de piso de abajo hacia arriba con el



#### 4.7 MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN MODAL

Este método es uno de los que más se utilizan para realizar el análisis sísmico de estructuras, se lo utiliza básicamente para realizar un análisis lineal ya que para el análisis no lineal, el método no es tan preciso.

El método de superposición modal es aplicable a cualquier estructura que esté gobernada por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q$$

Donde  $M, C, K$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez;  $q$  es el vector de desplazamiento,  $\dot{q}, \ddot{q}$  es el vector de velocidad y aceleración respectivamente y  $Q$  es el vector de cargas generalizadas. La ecuación que se menciona anteriormente es una ecuación diferencial acoplada, para realizar el desacoplamiento de dicha ecuación se realiza el siguiente cambio de variable.

$$q = \phi X$$

Donde  $X$  es el vector de desplazamientos en el nuevo sistema de coordenadas,  $\phi$  la matriz modal, que se conforma por cada uno de los modos de vibración de la estructura que se hallan del problema de vibración libre sin amortiguamiento.

$$\phi = [\phi^{(1)} \quad \phi^{(2)} \quad \phi^{(3)} \quad \dots \quad \dots \quad \phi^{(n)}]$$

Donde  $\phi^{(1)}$  es el primer modo de vibración,  $\phi^{(2)}$  es el segundo modo de vibración, etc. En las coordenadas  $X$  el sistema de ecuaciones diferenciales está desacoplado; en este nuevo sistema de coordenadas se tiene:

$$M^*\ddot{X} + C^*\dot{X} + K^*X = Q^*$$

Las matrices de masa, amortiguamiento, rigidez y vector de cargas en el nuevo sistema de coordenadas se halla con las siguientes ecuaciones matriciales.

$$M^* = \Phi^t M \Phi$$

$$K^* = \Phi^t K \Phi$$

$$C^* = \Phi^t C \Phi$$

$$Q^* = \Phi^t Q \Phi$$

El vector de cargas generalizadas  $Q$  para el análisis sísmico vale por lo regular.

$$Q = -M b \ddot{U}_g$$

Donde  $b$  es un vector que relaciona el movimiento del suelo con los grados de libertad; para el análisis sísmico de pórticos planos en los que se concentran las masas en cada uno de los pisos, y que a su vez es un vector unitario;  $\ddot{U}_g$  es la aceleración del suelo, que se define mediante el espectro ya sea de respuesta o de diseño. El vector  $Q^*$  es:

$$Q^* = \begin{bmatrix} \Phi^{(1)t} \\ \Phi^{(2)t} \\ \dots \\ \Phi^{(n)t} \end{bmatrix} M b \ddot{U}_g$$

Al realizar el desacoplamiento de las ecuaciones diferenciales finalmente se tiene:

$$\eta \ddot{X}_i + 2\xi \eta \dot{X}_i + \eta W_{ni}^2 X_i = -\Phi^{(i)t} M b \ddot{U}_g$$

#### 4.7.1 Desplazamientos máximos

Se determinó con anterioridad la siguiente ecuación:

$$\eta \ddot{X}_i + 2\xi \eta \dot{X}_i + \eta W_{ni}^2 X_i = -\Phi^{(i)t} M b \ddot{U}_g$$

Si se la divide todo para  $\eta$ , se tiene:

$$\ddot{X}_i + 2\xi \dot{X}_i + W_{ni}^2 X_i = -\frac{\phi^{(i)t} M b}{\eta} \ddot{U}_g$$

Ahora el valor de  $\gamma_i$  que es el factor de participación del modo  $i$  es:

$$\gamma_i = \frac{\phi^{(i)t} M b}{\phi^{(i)t} M \phi^i}$$

Al reemplazar en la anterior ecuación resulta entonces:

$$\ddot{X}_i + 2\xi \dot{X}_i + W_{ni}^2 X_i = -\gamma_i \ddot{U}_g$$

Esta ecuación corresponde a la ecuación diferencial de un sistema de un grado de libertad. Ahora bien si  $\ddot{U}_g$  se expresa mediante un espectro de diseño, para un determinado valor de amortiguamiento  $\xi$ . La máxima respuesta es:

$$x_i = \gamma_i \left[ \frac{T_i}{2\pi} \right]^2 A_{di}$$

Donde  $T_i$  es el período de vibración del modo  $i$ ;  $A_{di}$  es la aceleración espectral que se asocia al período  $T_i$ . De esta última ecuación es importante destacar lo siguiente:

La definición de espectro se relaciona a un sistema de un grado de libertad. Por lo que el factor  $\gamma_i$  permite pasar la respuesta en desplazamientos, de un sistema de un grado de libertad a un sistema de múltiples grados de libertad.

Se utiliza la definición de pseudo espectro para encontrar el desplazamiento espectral  $S_{di}$ .

$$S_{di} \approx \frac{A_{di}}{W_{ni}^2} = \left[ \frac{T_i}{2\pi} \right]^2 A_{di}$$

Para obtener las respuestas en las coordenadas  $q$  se utiliza la ecuación:

$$q = \phi X$$

Con lo que se halla:

$$q^i = \gamma_i \left[ \frac{T_i}{2\pi} \right]^2 A_{di} \phi^i$$

Finalmente con esta ecuación se encuentra la respuesta de una estructura en cada modo de vibración. Para hallar la respuesta total se debe utilizar un criterio de combinación modal lo que se explica más adelante.

Para elaborar el presente proyecto se utiliza el Criterio de Combinación Modal de la Norma Técnica de Perú 2003.

#### 4.7.2 Fuerzas máximas modales

Para encontrar las fuerzas en cada modo de vibración  $Q^{(i)}$  se tiene que:

$$Q^{(i)} = K q^{(i)}$$

$$Q^{(i)} = K \gamma_i \left[ \frac{T_i}{2\pi} \right]^2 A_{di} \phi^i = \gamma_i A_{di} \left[ \frac{T_i}{2\pi} \right]^2 K \phi^i$$

Del problema de vibración libre sin amortiguamiento se tiene:

$$(K - \lambda M) \phi = 0$$

$$K \phi = \lambda M \phi$$

Pero:

$$\lambda = W_n^2 = \left[ \frac{2\pi}{T_i} \right]^2$$

Luego:

$$Q^{(i)} = \gamma_i A_{di} M \phi^{(i)}$$

Finalmente el vector  $Q$  es el vector que contiene las fuerzas y momentos en coordenadas de piso.

#### 4.7.3 Criterios de combinación modal

Como se especificó anteriormente el presente proyecto se realiza en base al Criterio de Combinación Modal de la Norma Técnica de Perú 2003, por lo que solo se explica este criterio, a pesar de que existen muchos más.

En la Norma Técnica de Perú de 2003 se combinan los resultados que se obtienen, en cada uno de los modos de vibración, con la siguiente ecuación: (Aguilar Falconí, Dinámica de Estructuras con CEINCI-LAB , 2012)

$$r = 0.25 \sum_{i=1}^N |r_i| + 0.75 \sqrt{\sum_{i=1}^N r_i^2}$$

## **CAPITULO 5**

### **AISLADORES FPS DE LA SEGUNDA GENERACIÓN**

#### **5.1 INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se presenta todo lo relacionado con los parámetros para el análisis sísmico de los aisladores FPS de la segunda generación así como el cálculo de cada uno sus elementos que los constituyen, como lo son las placas esféricas exteriores, el cojinete articulado, los diámetros de las placas etc. El cálculo de dichos elementos se utiliza para los aisladores FPS de la primera y segunda generación.

El capítulo presenta en un inicio el diagrama de histéresis que define el comportamiento de un aislador FPS de la segunda generación, también se presenta la relación fuerza desplazamiento en el análisis sísmico, procedimientos que nos permiten obtener la rigideces del aislador y el amortiguamiento efectivo.

Se detalla de la misma manera la deducción de las fórmulas que gobiernan el comportamiento de los aisladores FPS de la segunda generación y se presenta a detalle el diseño de las placas exteriores de los aisladores, las cuales se calculan de acuerdo a la carga vertical mayorada que se trasmite de la superestructura al aislador y el desplazamiento máximo que se produce ante un evento sísmico. El diseño del deslizador interior o cojinete está en función del esfuerzo máximo que puede soportar el politetrafluoroetileno (PTFE).

Por último se habla sobre la capacidad de recuperación de un aislador FPS, característica esencial que poseen estos aisladores, la cual determina

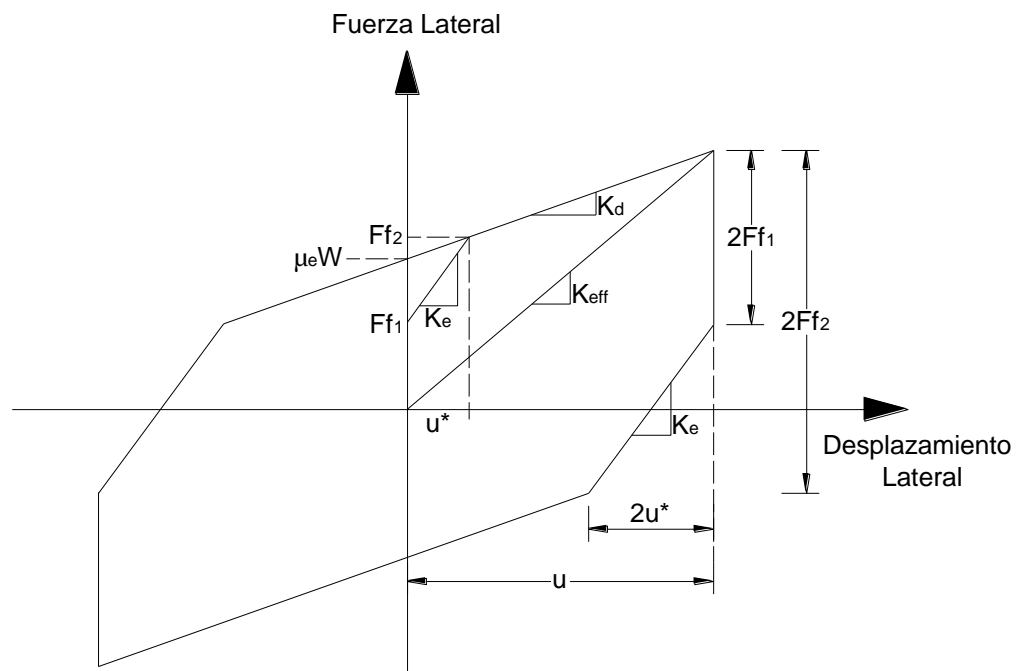


si el aislador tiene suficiente capacidad para regresar a su posición inicial luego de sufrir un desplazamiento.

## 5.2 DIAGRAMA DE HISTÉRESIS

A continuación se presenta el procedimiento para hallar el diagrama de histéresis de un aislador FPS de la segunda generación y la deducción de las fórmulas que definen su comportamiento dinámico.

Una vez que se han aplicado fuerzas exteriores, el aislador se desplaza inicialmente sobre una de sus superficies, la que tenga menor coeficiente de fricción para posteriormente, mientras la fuerza aumenta, este sufre un segundo desplazamiento, esta vez en las dos superficies, ésta variación de desplazamiento es muy pequeño y se encuentra en el orden de 1 a 2mm (0.04-0.08 pulgadas); la Figura 29 muestra el diagrama de histéresis de un aislador FPS de la segunda generación.



**Figura 29** Diagrama de histéresis bilineal de un Aislador FPS de la segunda generación.

Inicialmente un aislador FPS de la segunda generación puede mantener las mismas dimensiones y valores para el radio de curvatura de las placas, diámetros y coeficiente de fricción, parámetros que se aprecian en la Figura 30, o pueden variar totalmente de acuerdo al diseño.

A continuación se presenta a detalle la deducción de cada una de los parámetros que definen el diagrama de histéresis bilineal de los aisladores FPS de la segunda generación, pero antes se deben definir los siguientes parámetros:

#### Radio efectivo

El radio efectivo en un aislador FPS de la segunda generación es el radio total de cualquiera de las superficies esféricas menos o más la distancia que existe entre esa misma superficie y el punto pivote del deslizador articulado o cojinete.

Radio efectivo en la superficie 1:

$$R_{eff1} = R_1 \pm h_1$$

Radio efectivo en la superficie 2:

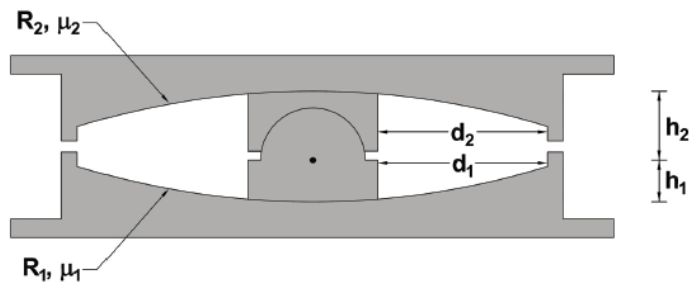
$$R_{eff2} = R_2 \pm h_2$$

#### Capacidad de desplazamiento

Capacidad de desplazamiento máximo  $d^*$  esta dado por:

$$d^* = \frac{R_{eff1}}{R_1} d_1 + \frac{R_{eff2}}{R_2} d_2$$

Nótese que los desplazamientos nominales  $d_1$  y  $d_2$  son los que se muestran en la Figura 30 y que la capacidad de desplazamiento total puede ser mayor o menor al desplazamiento nominal, esto se da porque el punto pivote del deslizador puede encontrarse en el interior o en el exterior de las superficies esféricas del aislador, todo depende del diseño.



**Figura 30** Desplazamientos nominales y Alturas del cojinete. (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

### Fuerza característica

Las fuerzas características que se generan por el coeficiente de fricción  $\mu$  en las superficies de deslizamiento y la carga axial que gravita sobre el aislador  $W$ , tanto en la superficie 1 como en la superficie 2, y a las que se les denomina  $F_{f1}$  y  $F_{f2}$  respectivamente son:

$$F_{f1} = \mu_1 W$$

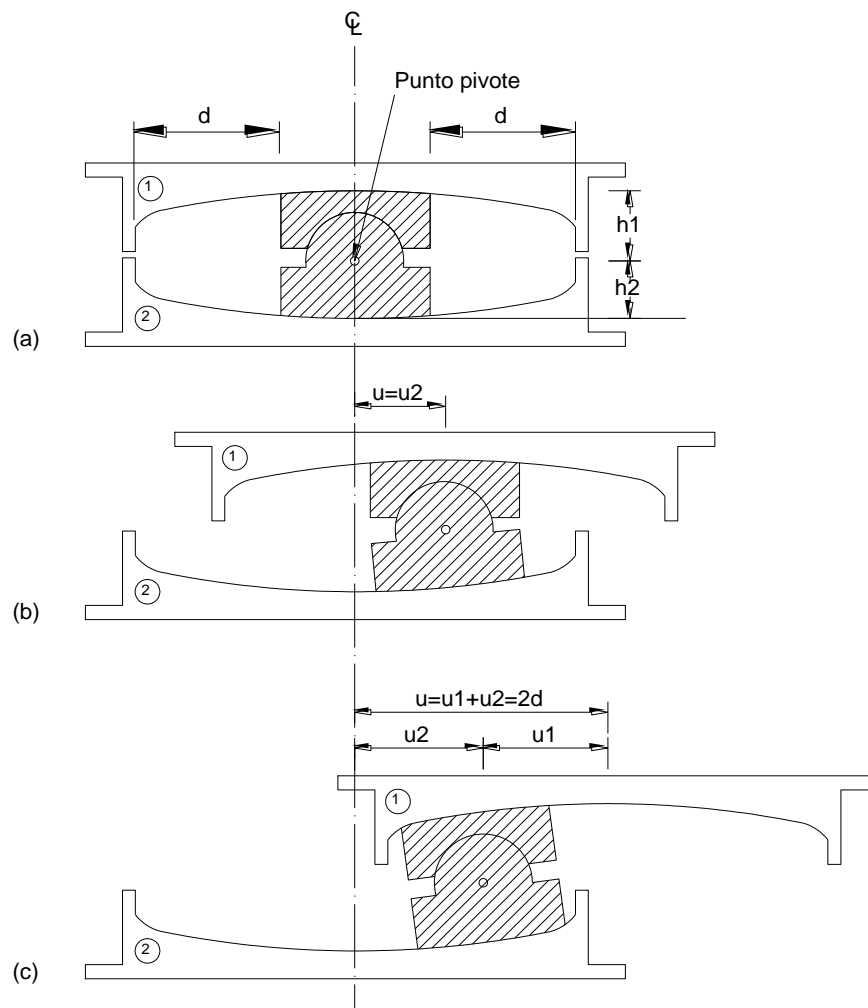
$$F_{f2} = \mu_2 W$$

#### **5.2.1 Relación Fuerza-Desplazamiento**

En la Figura 31 (a) se representa al aislador sin desplazamiento, en la Figura 31 (b) se representa al aislador con un desplazamiento solo en la superficie inferior, esto se produce cuando el coeficiente de fricción en la superficie inferior es menor que el coeficiente de fricción en la superficie superior, este movimiento también produce que el deslizador articulado rote

sobre su punto pivote, ya que la fuerza de fricción no puede ser igual en las dos superficies deslizantes por lo que siempre se va a producir una rotación en el deslizador, esto demuestra la importancia de fabricar el deslizador de manera que se adapte al movimiento. (Fenz & Constantinou, Behaviour of the double concave Frictional Pendulum bearing, 2006)

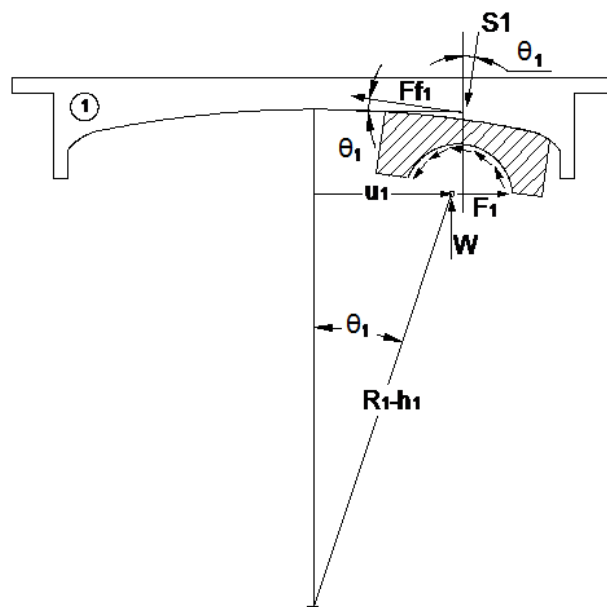
El desplazamiento máximo en el aislador es igual a  $2d$ , donde  $d$  es la capacidad nominal de desplazamiento de una sola superficie, esto se muestra en la Figura 31 (c).



**Figura 31** Proceso de desplazamiento en un FPS de la segunda generación.

Para encontrar la relación Fuerza-Desplazamiento, tanto la superficie superior como la inferior se las considera por separado y posteriormente se las acopla con un análisis en equilibrio del aislador completo. Para hallar las fórmulas que gobiernan la relación Fuerza-Desplazamiento se considera que el aislador posee en cada una de sus superficies deslizantes la suficiente capacidad de desplazamiento lo que permite que el deslizador no llegue a chocar contra los retenedores.

Al examinar el diagrama de cuerpo libre de la superficie superior 1 y sus elementos con un desplazamiento dado como se muestra en la Figura 32, se procede a determinar las fórmulas del equilibrio.



**Figura 32** Diagrama de cuerpo libre de la superficie superior con desplazamiento

Las fuerzas que actúan en el aislador al producirse un desplazamiento son las siguientes: la carga vertical  $W$  que gravita sobre el aislador y que además actúa en el eje del deslizador, la fuerza horizontal  $F_1$  que se transmite desde la parte inferior del aislador a la superficie superior de éste,

la fuerza de fricción  $F_{f1}$  que actúa a lo largo de toda la superficie deslizante y la resultante de la fuerza de presión normal  $S_1$  que actúa en el deslizador.

Se procede con la sumatoria de las fuerzas horizontales y verticales en equilibrio:

$$F_1 - S_1 \sin \theta_1 - F_{f1} \cos \theta_1 = 0$$

$$W - S_1 \cos \theta_1 + F_{f1} \sin \theta_1 = 0$$

El desplazamiento total del deslizador  $u$  es.

$$u_1 = (R_1 - h_1) \sin \theta_1$$

Al resolver el sistema de ecuaciones y al despejar  $F_1$  se tiene.

$$F_1 = \frac{W}{(R_1 - h_1) \cos \theta_1} u_1 + \frac{F_{f1}}{\cos \theta_1}$$

Se realiza el mismo procedimiento anterior para el diagrama de cuerpo libre para la parte inferior del aislador y se obtiene  $F_2$  como se muestra a continuación.

$$F_2 = \frac{W}{(R_2 - h_2) \cos \theta_2} u_2 + \frac{F_{f2}}{\cos \theta_2}$$

Como el radio de las superficies deslizantes  $R_1$  y  $R_2$  son muy grandes en comparación con los desplazamientos horizontales  $u_1$  y  $u_2$  respectivamente, los ángulos de giro  $\theta_1$  y  $\theta_2$  tienden a 0 y el  $\cos(0) = 1$ , por lo que se tiene:

$$F_1 = \frac{W}{(R_1 - h_1)} u_1 + F_{f1}$$

$$F_2 = \frac{W}{(R_2 - h_2)} u_2 + F_{f2}$$

El desplazamiento total del aislador es:

$$u = u_1 + u_2$$

Ahora la fuerza horizontal que se transmite al aislador, siempre que se desprecien las insignificantes fuerzas de inercia de los elementos internos de este, es:

$$F = F_1 + F_2$$

Al usar las ecuaciones anteriores se obtiene la relación Fuerza-Desplazamiento de todo el aislador o fuerza  $F$  total en el sistema.

$$F = \left( \frac{W}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} \right) u + \left( \frac{F_{f1}(R_1 - h_1) + F_{f2}(R_2 - h_2)}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} \right)$$

Dónde:

$u = q =$  Desplazamiento total

Y los desplazamientos en cada una de las superficies deslizantes son:

$$u_1 = \left( \frac{F - F_{f1}}{W} \right) (R_1 - h_1)$$

$$u_2 = \left( \frac{F - F_{f2}}{W} \right) (R_2 - h_2)$$

La ecuación de la fuerza  $F$  total es válida solo cuando el deslizamiento es simultáneo en las dos superficies tanto superior como inferior.

Ahora, se considera que las fuerzas de fricción en cada superficie deslizante son diferentes  $F_{f1} < F_{f2}$ , luego de la aplicación de la fuerza lateral  $F$  se tiene que  $F_{f1} < < F_{f2}$ , el deslizamiento solo ocurre en la superficie que tenga menos fricción, es decir en la superficie que tiene  $F_{f1}$ . El desplazamiento se da en la superficie 1 donde  $u_1 = u$  y  $u_2 = 0$ , hasta que  $F = F_{f2}$  para que en este momento el deslizador ya empiece a moverse en las dos superficies cóncavas, durante este proceso en el sistema ya se generó un desplazamiento al que se lo denomina  $u^*$ , ver Figura 33.

Si  $F = F_{f2}$  y  $u_1 = u^*$ , se obtiene:

$$u_1 = \left( \frac{F - F_{f1}}{W} \right) (R_1 - h_1)$$

$$u^* = \left( \frac{F_{f2} - F_{f1}}{W} \right) (R_1 - h_1)$$

$$u^* = (\mu_2 - \mu_1)(R_1 - h_1)$$

La ecuación de  $F$  total es válida únicamente si  $u \geq u^*$ , cuando  $\mu_1 < \mu_2$ , la relación Fuerza-Desplazamiento es gobernable por la ecuación de  $F_1$ , caso contrario si  $\mu_2 < \mu_1$  se usa la ecuación de  $F_2$ . La Figura 33 muestra cuando la relación Fuerza-Desplazamiento es gobernable por la ecuación de  $F_1$ , nótese que la Figura 33 es el diagrama de histéresis normalizado y que la fuerza horizontal está dividida para la fuerza vertical en los valores de las ordenadas.

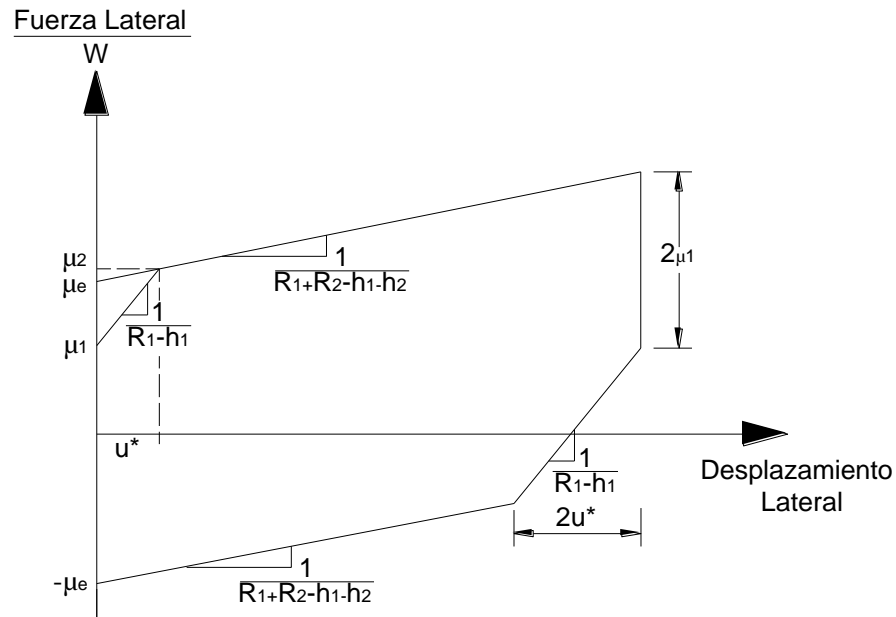
Una vez que el desplazamiento comienza en las dos superficies la fuerza en el aislador es ahora  $F = u_e W$ , donde  $u_e$  es el coeficiente efectivo de fricción.

El coeficiente efectivo de fricción se lo determina al dividir el segundo término de la ecuación de  $F$  total para la carga vertical  $W$ :

$$u_e = \left( \frac{F_{f1}(R_1 - h_1) + F_{f2}(R_2 - h_2)}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} \right) / W$$

$$u_e = \frac{\mu_1(R_1 - h_1) + \mu_2(R_2 - h_2)}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2}$$





**Figura 33** Relación Fuerza-Desplazamiento si  $\mu_1 \leq \mu_2$ .

Para determinar los ángulos de giro  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , que son los giros de la parte superior e inferior del aislador respectivamente, se realiza lo siguiente: asumiendo que  $\theta_1 = \theta_2$  el deslizador articulado se comporta como cuerpo rígido y no existen deslizamientos relativos, y al visualizar la geometría de la Figura 32 se tiene:

$$\sin \theta_1 = \frac{u_1}{R_1 - h_1} \quad \theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{u_1}{R_1 - h_1} \right)$$

Pero:

$$u_1 = \left( \frac{F - F_{f1}}{W} \right) (R_1 - h_1)$$

Por lo que se obtiene:

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{F - F_{f1}}{W} \right)$$

El mismo procedimiento se lleva a cabo para encontrar  $\theta_2$  y se tiene que:

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left( \frac{F - F_{f2}}{W} \right)$$

Si las fuerzas de fricción en las superficies cóncavas de deslizamiento son similares, independientemente de que tengan iguales o diferentes radios, los ángulos de rotación también son iguales y el sistema no presenta desplazamientos relativos.

### 5.2.2 Rigidez elástica

La rigidez elástica  $K_e$  para la curva de histéresis que se presenta en la Figura 29 y al observar las propiedades de la Figura 33, se obtiene a partir de las relaciones que se exponen a continuación, es importante notar que estas relaciones parten del criterio que  $\mu_1 < \mu_2$ :

En el comportamiento bilineal de la curva de histéresis que se presenta en la Figura 33 se tiene que la pendiente que define  $K_e$  es:

$$K_e = \frac{\mu_2 - \mu_1}{u^*}$$

Se sabe que:

$$u^* = (\mu_2 - \mu_1)(R_1 - h_1)$$

Ahora:

$$K_e = \frac{\mu_2 - \mu_1}{(\mu_2 - \mu_1)(R_1 - h_1)}$$

Se obtiene entonces:

$$K_e = \frac{1}{R_1 - h_1}$$

$$K_e = \frac{1}{R_{eff1}}$$

Si se considera la carga vertical  $W$  que gravita sobre el aislador la rigidez elástica finalmente es:

$$K_e = \frac{W}{R_{eff1}}$$

### 5.2.3 Rigidez post-fluencia

La rigidez horizontal post-fluencia  $K_d$  o rigidez tangente se la obtiene al observar el comportamiento dinámico del sistema o su curva de histéresis.

Al visualizar la Figura 29, y las propiedades que se observan en la Figura 33, además de que  $\mu_1 < \mu_2$  se tiene:

$$K_d = \frac{\mu_2 - \mu_e}{u^*}$$

Dónde:

$$u_e = \frac{\mu_1(R_1 - h_1) + \mu_2(R_2 - h_2)}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2}$$

$$K_d = \frac{\mu_2 - \frac{\mu_1(R_1 - h_1) + \mu_2(R_2 - h_2)}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2}}{(\mu_2 - \mu_1)(R_1 - h_1)}$$

Al realizar las operaciones algebraicas necesarias se llega a la ecuación:

$$K_d = \frac{1}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2}$$

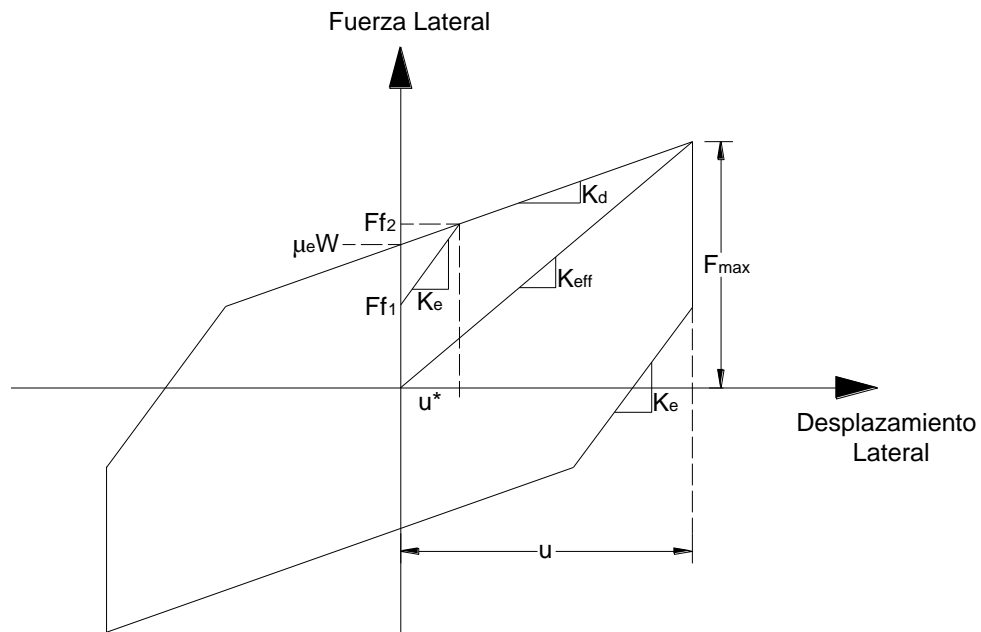
$$K_d = \frac{1}{R_{eff1} + R_{eff2}}$$

Al considerar la carga sobre el aislador  $W$ , la rigidez post-fluencia es:

$$K_d = \frac{W}{R_{eff1} + R_{eff2}}$$

### 5.2.4 Rigidez efectiva

La rigidez horizontal efectiva, a la que también se le denomina rigidez secante, es la pendiente de la recta que parte desde el origen y termina en el punto donde las abscisas tienen un valor máximo de desplazamiento y las ordenadas un valor máximo de fuerza, ver Figura 34.



**Figura 34** Diagrama de histéresis,  $F_{max}$  y  $u$ .

Para encontrar la ecuación que define la rigidez efectiva es necesario encontrar el valor de la fuerza máxima y el desplazamiento máximo del sistema, para ello se tienen 2 puntos principales, estos puntos definen la recta y el comportamiento post elástico en el aislador y su respectiva pendiente, que en realidad es la rigidez post-fluencia que ya se conoce, tal como se muestra en la Figura 34.

$$P1 = (0, \mu_e)$$

$$P2 = (u, Fmax)$$

Se requiere encontrar el valor de la fuerza máxima  $F_{max}$  para posteriormente encontrar la rigidez efectiva.

La pendiente que se genera por la recta entre estos dos puntos  $P1$  y  $P2$  es:

$$m = \frac{F_{max} - \mu_e}{u - 0}$$

$$m = \frac{F_{max} - \mu_e}{u}$$

La pendiente de la recta definida por la rigidez post-elástica debe satisfacer la ecuación anterior por lo que:

$$m = \frac{F_{max} - \mu_e}{u} = K_d$$

$$\frac{F_{max} - \mu_e}{u} = \frac{1}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2}$$

$$F_{max} = \frac{u}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} + \mu_e$$

$$F_{max} = \frac{u}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} + \frac{\mu_1(R_1 - h_1) + \mu_2(R_2 - h_2)}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2}$$

Si se considera la carga  $W$ :

$$F = \left( \frac{W}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} \right) u + \left( \frac{F_{f1}(R_1 - h_1) + F_{f2}(R_2 - h_2)}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} \right)$$

Además se conoce que la rigidez efectiva es la fuerza máxima en el sistema dividido para el desplazamiento máximo:

$$K_{eff} = \frac{F_{max}}{u}$$

$$K_{eff} = \frac{\left( \frac{W}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} \right) u + \left( \frac{F_{f1}(R_1 - h_1) + F_{f2}(R_2 - h_2)}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} \right)}{u}$$

$$K_{eff} = \left( \frac{W}{R_1 + R_2 - h_1 - h_2} \right) + \frac{(\mu_1(R_1 - h_1) + \mu_2(R_2 - h_2))W}{u(R_1 + R_2 - h_1 - h_2)}$$

$$K_{eff} = K_d + \frac{\mu_e W}{u}$$

### 5.2.5 Relación entre rigidez elástica y rigidez post fluencia.

Existe una relación entre las rigideces que presentan las partes del aislador de doble superficie esférica, al analizar individualmente cada uno de los desplazamientos en cada una de las superficies se obtienen sus respectivas rigideces  $K_{e1}$  y  $K_{e2}$ , las cuales se las puede relacionar para encontrar la rigidez post-fluencia total del aislador, o mejor dicho del conjunto, se debe tener en cuenta que la rigidez más débil que presenta una de las placas esféricas ya sea la superior o la inferior del aislador donde se desplaza el deslizador, es la que se observa en la curva de histéresis de un FPS de la segunda generación como rigidez elástica por lo que la otra rigidez de la segunda placa ya no se la observa, si no que ahora se la encuentra en relación con la primera, esta relación viene dada por la siguiente ecuación la cual define la rigidez post-fluencia del aislador FPS de la segunda generación.

$$K_d = \frac{K_{e1}K_{e2}}{K_{e1} + K_{e2}}$$

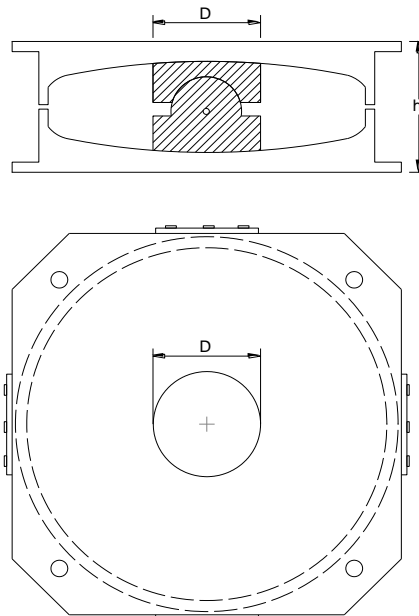
La presencia de una de la rigideces en la curva de histéresis total se asocia principalmente con el coeficiente de fricción de las placas esféricas donde el deslizador se desplaza, es decir, el deslizador se mueve primero en la placa con el coeficiente de fricción más bajo.

### 5.2.6 Rigidez vertical en un aislador

Para encontrar la rigidez vertical en un aislador FPS es necesario conocer el módulo de elasticidad del material, en este caso normalmente los aisladores se fabrican en acero inoxidable AISI tipo 304 con un módulo de elasticidad igual a 29000 Ksi.

A continuación se muestra el procedimiento para calcular la rigidez vertical  $K_v$  de un aislador tipo péndulo de fricción.

La rigidez vertical  $K_v$  de un aislador con doble superficie esférica se calcula como una columna corta que tiene la altura total del aislador  $h$ , el diámetro del deslizador interior  $D$  como se muestra en la Figura 35 y la mitad del módulo de elasticidad del acero, es decir 14500 Ksi ya que no es un elemento sólido de acero.



**Figura 35** Valores de la altura  $h$  y diámetro del deslizador  $D$ .

La fórmula para el cálculo de la rigidez de una columna es:

$$K_v = \frac{E \cdot A}{h}$$

El deslizador posee una configuración circular en planta por lo que su área es:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

Se tiene entonces:

$$K_v = \frac{\pi}{4} \left( \frac{E \cdot D^2}{h} \right)$$

Dónde:

$K_v$  = Rigidez vertical de la columna

$E$  = Módulo de elasticidad del acero

$D$  = Diámetro del deslizador

$h$  = Altura total del aislador

### 5.2.7 Período efectivo

El período efectivo se define mediante la siguiente expresión:

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK_{eff}}}$$

La variable por definir es  $W$ , que es el peso de la estructura que se transmite a ese aislador en particular.

### 5.2.8 Amortiguamiento efectivo

El amortiguamiento efectivo del sistema de aislación se determina con la siguiente fórmula:

$$\beta_{eff} = \frac{4\mu_e W(u - u^*)}{2\pi K_{eff} u^2}$$

Dónde:

$\mu_e$  = Coeficiente efectivo de fricción



$W$  = Carga que gravita sobre el aislador

$u$  = Desplazamiento del sistema

$u^*$  = Desplazamiento inicial del sistema

$K_{eff}$  = Rigidez efectiva

### 5.2.9 Factor de amortiguamiento

Los espectros que se utilizan para el análisis sísmico se generan para un amortiguamiento del 5%. Por ello se debe encontrar el valor del amortiguamiento efectivo  $\beta_{eff}$  y con este valor se obtiene el factor de amortiguamiento  $B$  que luego sirve para reducir los valores de las ordenadas espectrales, al dividirlos para éste.

$$B = \left( \frac{\beta_{eff}}{0.05} \right)^{0.3}$$

## 5.3 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL ANÁLISIS ORIENTADO AL DISEÑO DEL AISLADOR

En forma general los pasos que se debe seguir para realizar el análisis y finalmente el diseño de los aisladores FPS es el que se presenta a continuación:

Se determinan las cargas que gravitan en la estructura, con las respectivas combinaciones, de esta manera se hallan las cargas verticales de servicio que se aplica sobre un aislador en particular el cual se va a diseñar.

De la tabla de medidas estándar de los aisladores se elige un radio de curvatura de las placas exteriores, el diámetro debe estar en función del

desplazamiento que sufre la estructura por lo que únicamente se lo puede determinar al finalizar el análisis y diseño.

Se obtienen los coeficientes de fricción en las placas deslizantes ya sea para condiciones LB o UB. Para este proceso ya se debe conocer el valor del diámetro del cojinete, el cual se obtiene en función de las cargas verticales y los esfuerzos máximos del PTFE.

Una vez que se obtienen las cargas verticales, los coeficientes de fricción y el radio de curvatura de las placas esféricas exteriores se realiza el análisis Fuerza-Desplazamiento del aislador, donde ya se ingresa el sismo al cual se somete el sistema, ya sea DE o MCE.

Se realiza este procedimiento para condiciones LB y UB para cada uno de los sismos, es decir se realiza el procedimiento cuatro veces y se hallan las curvas de histéresis, diagramas esenciales que muestran el comportamiento básico de los aisladores.

Con el análisis antes descrito se obtiene la rigidez efectiva y la rigidez vertical del aislador, la última se calcula en función de la altura del aislador, por lo que se asume una altura que se aproxima a la que se obtiene al finalizar el análisis y diseño.

Se realiza el análisis sísmico de la estructura y se determina la matriz de rigidez espacial, a la cual se le suma la matriz de rigidez de los aisladores mediante un vector de colocación. Con el análisis sísmico de la estructura junto a los aisladores se obtienen los desplazamientos totales, los cuales sirven para determinar la longitud que se desplaza el cojinete y por ende el diámetro de las placas exteriores.

Se procede al cálculo del espesor de las placas de los aisladores y el diseño del cojinete, también se utiliza el valor de los giros que sufre la estructura por la acción de fuerzas sísmicas.

Finalmente se verifica que el sistema de aislación posea suficiente fuerza de restitución, fuerza que regresa al aislador a su posición inicial.

La descripción en detalle del análisis que se orienta al diseño del aislador se presenta en los Capítulos 6 y 7.

#### **5.4 FUERZA VERTICAL TRANSMITIDA A LOS AISLADORES**

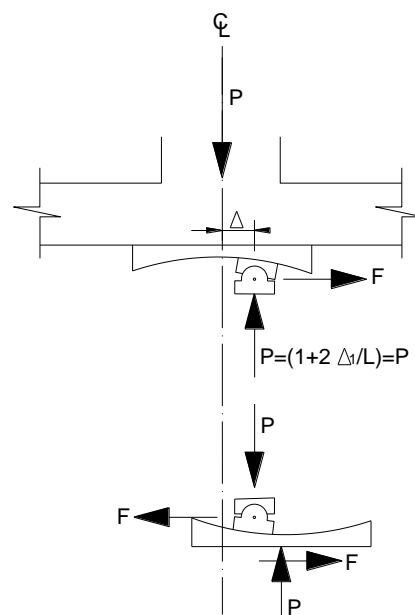
Antes de presentar el cálculo del espesor de las placas propiamente dicho, se debe saber de qué manera se transmite la carga vertical que gravita sobre el aislador, de este concepto se deduce que el cálculo del espesor de la placa superior es igual al de la placa inferior.

Para el diseño del aislador se debe considerar la fuerza vertical que transmite la estructura a cada uno de los sistemas de aislación, para el diseño es conveniente asumir que los aisladores son placas base de una columna típica y se los debe tratar como tales.

La fuerza o carga axial que se transmite al aislador en condiciones iniciales en las que el deslizador se encuentra en su posición original, es decir en el centro del sistema, se transmite como un vector de igual magnitud y dirección, pero en sentidos contrarios (3ra ley de Newton) tanto para la placa superior como para la placa inferior del aislador.

Ahora una vez que el aislador se encuentra en movimiento y sus partes ya no se encuentran en su eje de simetría si no que presentan un desplazamiento, la carga vertical ya no se transmite de igual forma, sino que

sufre un cambio en su magnitud que simplemente es despreciable y que para el diseño de las placas y deslizador se debe tomar como la carga vertical  $P$  total que absorbe el sistema, lo que sí se genera es un momento flector por la excentricidad que se produce con el movimiento del deslizador y la fuerza horizontal respecto a la altura, y que de igual forma al ser alturas muy pequeñas este momento que se produce no altera ninguna función en el comportamiento del aislador, por lo que también se lo considera despreciable, en la Figura 36 se presenta la forma en que se transmite la fuerza vertical en el aislador.



**Figura 36** Fuerza vertical  $P$  que se transmite al aislador.

La carga  $P$  y sus efectos para el diseño del aislador se los define en la siguiente sección.

## 5.5 CÁLCULO DEL ESPESOR DE LAS PLACAS SIN DESPLAZAMIENTO

El diseño de las placas esféricas tanto superior como inferior de un aislador FPS de la segunda generación se lo realiza en base a cargas de

servicio, sismo de diseño DE (Design Earthquake) y para el sismo máximo considerado MCE (Maximum considered Earthquake).

El cálculo del espesor de las placas debe satisfacer un diseño completamente elástico que responde a lo siguiente:

a.- En el caso que el cálculo se haga con el sismo de diseño DE (totalmente elástico), se debe utilizar los criterios de la AISC (American Institute of Steel Construction, 2005a) donde se utiliza una mínima resistencia de los materiales y se aplica apropiadamente los factores  $\phi$ .

b.- Para el cálculo con el sismo máximo considerado se debe seguir los procedimientos y criterios de la AISC (American Institute of Steel Construction, 2005 b) para el uso de la resistencia de los materiales que se utilizan y la aplicación de los factores  $\phi$ . En el caso de que no se consiga determinar la resistencia de los materiales, se deben utilizar los valores mínimos.

Los parámetros para obtener la carga última  $P_u$  son:

$P_D$ : Carga muerta o carga permanente

$P_{Lst}$ : Carga viva estática

$P_{Lcy}$ : Carga viva dinámica

Sus factores  $\gamma_D$  y  $\gamma_L$  que poseen un valor proveniente del código.

La carga axial última  $P_u$  para el diseño por cargas de servicio es:

$$P_u = \gamma_D P_D + \gamma_L P_L$$

La carga axial  $P_u$  por sismo DE y MCE:

$$P_u = \gamma_D P_D + 0.5 P_{SLDE} + P_{EDE}$$

$$P_u = \gamma_D P_D + 0.25 P_{SLMCE} + P_{EMCE}$$

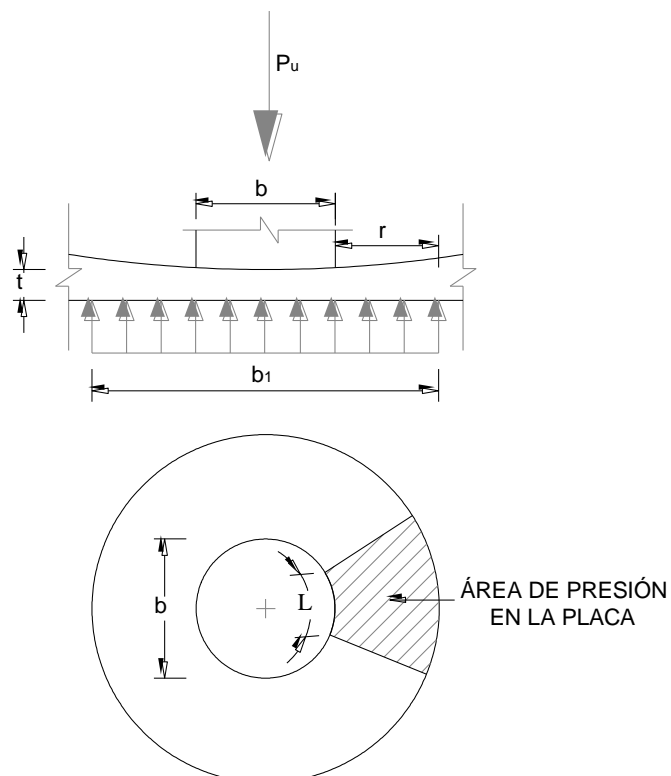
A continuación se muestra una serie de pasos a seguir para el diseño de las placas esféricas exteriores del aislador y la Figura 37 que muestra los diferentes parámetros de cálculo.

Resistencia del hormigón donde se coloca el aislador:

$$f_b = 1.7 \phi_c f'_c$$

$$\phi_c = 0.65$$

El factor de 1.7 se aplica al considerar que el hormigón está totalmente en confinamiento, esto se puede logra siempre que el área de hormigón sea 2 veces el área donde se aplican los esfuerzos  $f_b$  o con una buena distribución y colocación del acero de refuerzo en el elemento portante.



**Figura 37** Parámetros para el cálculo del espesor de las placas.

Cálculo del diámetro  $b_1$  del área de carga circular la cual se transmite al aislador.

$$b_1 = \sqrt{\frac{4P}{\pi f_b}}$$

Esta ecuación se aplica al asumir que el área de contacto es circular cuando se transmite la carga, este criterio cambia cuando se realice el análisis y el deslizador se desplaza y se posiciona cerca de uno de los extremos de las placas esféricas, más adelante se explica este efecto.

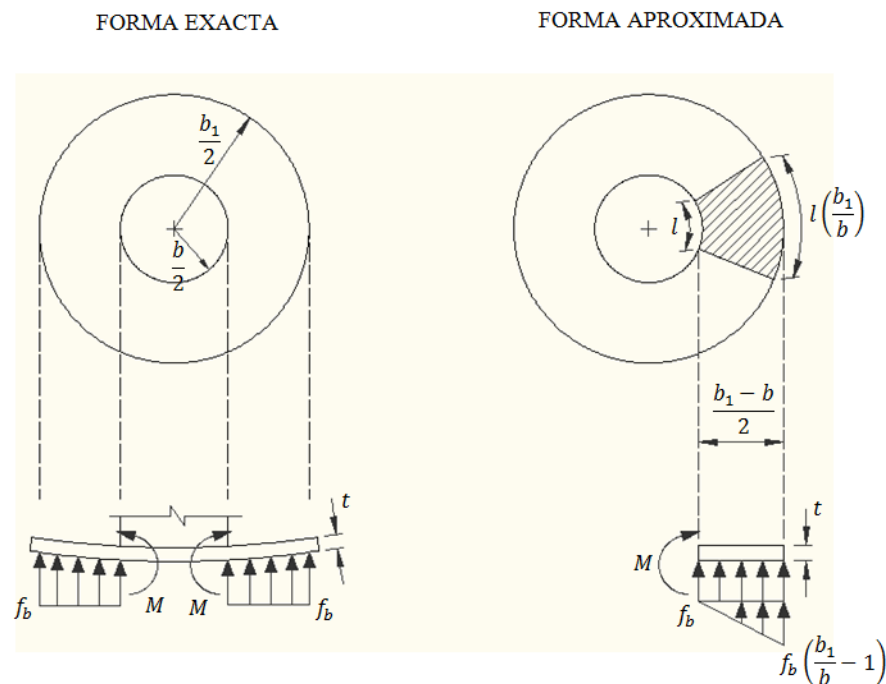
El brazo de carga  $r$ , es la distancia desde el filo del deslizador hasta el extremo de la carga  $f_b$  como se observa en la Figura 37.

$$r = \frac{b_1 - b}{2}$$

La resistencia a la flexión y el momento que se produce en las placas por la carga circular que se transmite por el deslizador por unidad de longitud es  $l = 1$  y la fórmula del momento es:

$$M_{uSIMPLIFICADO} = f_b \frac{r^2}{2} + f_b \left( \frac{b_1}{b} - 1 \right) \frac{r^2}{3}$$

Esta ecuación es la forma simplificada para el cálculo del momento que se produce en las placas, para disminuir el error que produce esta fórmula, se introdujo una forma exacta para condiciones elásticas (Roark, 1954). La solución se representa en la Figura 38 donde se transfiere una carga uniforme a lo largo de la circunferencia de las placas base.

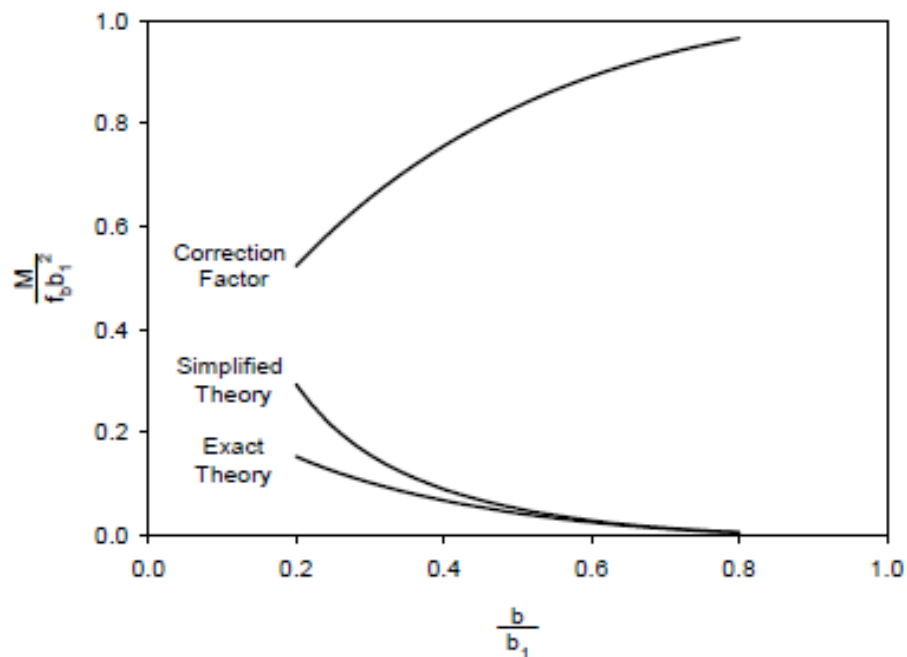


**Figura 38** Comparación del momento que se genera en las placas del aislador, forma exacta y forma simplificada. (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

Con el propósito de tener un cálculo correcto se construye una curva como se muestra en la Figura 39, donde encontramos el valor del factor de corrección por el que se debe multiplicar el valor que se encuentra mediante la fórmula simplificada, se ingresa con el valor de la relación  $b/b_1$  en las abscisas y se encuentra el factor de corrección en las ordenadas. Las otras dos líneas son el resultado de los análisis tanto con la forma simplificada como con la exacta, para esta última  $\nu = 0.3$  es el módulo de Poisson.

En este documento se utiliza una relación lineal del factor de corrección para el cálculo del momento con el objetivo de facilitar el proceso y su programación. La recta se encuentra con la ayuda de la geometría analítica.





**Figura 39** Factor de corrección para el cálculo del momento. (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

Se tienen dos puntos en la Figura 39:

$$P_1(0.2, 0.55)$$

$$P_2(0.8, 0.98)$$

La pendiente de la recta:

$$m = \frac{0.98 - 0.55}{0.8 - 0.2} = 0.7167$$

La ecuación de la recta es entonces:

$$y - 0.98 = 0.7167(x - 0.8)$$

$$y = 0.98 + 0.7167(x - 0.8)$$

Donde el valor de  $y$  es el factor de corrección al cual se lo denomina *red* y  $x$  la relación  $b/b_1$ , se tiene entonces:

$$red = 0.98 + 0.7167 \left( \frac{b}{b_1} - 0.8 \right)$$

Se tiene finalmente el cálculo del momento con la siguiente ecuación:

$$M_u = red \cdot \left[ f_b \frac{r^2}{2} + f_b \left( \frac{b_1}{b} - 1 \right) \frac{r^2}{3} \right]$$

Cálculo del espesor de las placas:

$$t \geq \sqrt{\frac{4M_u}{\phi_b F_y}}$$

Dónde:

$F_y$ , Límite de fluencia del acero (45 Ksi, Acero Inox. 304 )

$$\phi_b = 0.9$$

El cálculo del espesor de las placas está en función de la posición del deslizador, en condiciones de carga de servicio y para el diseño para edificios se debe considerar al deslizador centrado en su posición original.

Para el diseño en puentes donde el deslizador se encuentra desfasado de su posición original, es recomendable que el cálculo del espesor de las placas se lo realice en función de dicho desplazamiento.

En el caso del diseño para DE y MCE se debe calcular además, el espesor de las placas con el deslizador desplazado en función de los corrimientos que se obtiene con el análisis sísmico.

El diámetro del deslizador articulado se denomina  $b$  para los cálculos respectivos.

Se debe aclarar que los valores de  $\phi_b, \phi_c$  son 0.65 y 0.9 respectivamente, estos se los utiliza en el diseño por cargas de servicio, por sismo de diseño DE y también para el sismo máximo considerado MCE.

## 5.6 CÁLCULO DEL ESPESOR DE LAS PLACAS CON DESPLAZAMIENTO

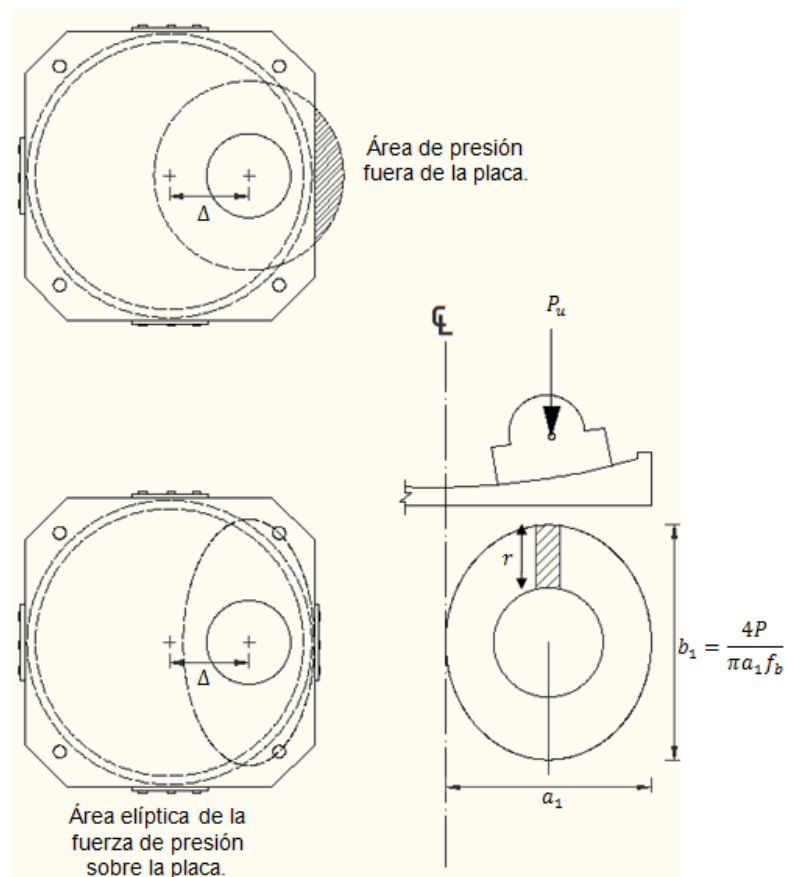
Si se considera el caso en el que se requiere calcular el espesor de las placas cuando el deslizador se encuentra en una posición diferente a su posición original, es decir con un desplazamiento  $\Delta$  que se puede observar en la Figura 40, se puede asumir que el deslizador se encuentra cerca al borde de la placa donde éste se desliza, el cálculo de  $b_1$  con la fórmula normal se tiene un valor, el cual representa el diámetro de la carga sobre la placa, y se observa que el área de carga se transmite fuera de dicha placa, como se muestra en la Figura 40.

En este caso es conveniente asumir que la presión sobre la placa ya no es sobre una circunferencia sino sobre una elipse, donde su eje menor es igual al diámetro máximo  $a_1$  paralelo al desplazamiento, eje que va desde el final de la presión que ejerce la carga vertical hasta el filo de la placa como se muestra en la Figura 40. (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

El eje mayor ahora está dado por la siguiente ecuación:

$$b_1 = \frac{4P}{\pi a_1 f_b}$$

Finalmente se calcula el momento último con la distribución de presiones que está en el eje más largo. Se procede de la misma manera que se explicó en el apartado 5.4, es decir, se encuentra un factor de corrección por la distribución de presiones y se determina el espesor de la placa  $t$ .



**Figura 40** Parámetros de cálculo si el deslizador se encuentra desplazado.  
(Constantino, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

## 5.7 DISEÑO DEL COJINETE O DESLIZADOR ARTICULADO

Se requiere de información que se obtiene del análisis estructural de la edificación bajo cargas de servicio y bajo condiciones sísmicas, ya sea para sismo de diseño DE (design earthquake) o para sismo máximo considerado MCE (máximam concidered earthquake). Los parámetros que se necesitan son:

Carga muerta o permanente: ***PD***

Carga viva o transitoria: ***PL***

Rotación en el aislador sin sismo:

**$\theta_{S_L}$** (Sentido longitudinal),  **$\theta_{S_T}$** (Sentido transversal)

Desplazamiento en aislador sin sismo:

$\Delta S_L$  (Sentido longitudinal),  $\Delta S_T$  (Sentido transversal)

Desplazamiento con DE:

$\Delta E_{DEL}$  (Sentido longitudinal),  $\Delta E_{DET}$  (Sentido transversal)

Rotación en el aislador con DE:

$\theta E_{DEL}$  (Sentido longitudinal),  $\theta E_{DET}$  (Sentido transversal)

Carga axial por sismo DE:  $PE_{DE}$

Si se considera desplazamiento con sismo máximo considerado MCE:

$$\Delta E_L = \Delta S_L + 1.5 \Delta E_{DEL} \text{ (Sentido longitudinal)}$$

$$\Delta E_T = \Delta S_T + 1.5 \Delta E_{DET} \text{ (Sentido transversal)}$$

Si se considera rotaciones con sismo máximo considerado MCE:

$$\theta E_L = \theta S_L + 1.5 \theta E_{DEL} \text{ (Sentido longitudinal)}$$

$$\theta E_T = \theta S_T + 1.5 \theta E_{DET} \text{ (Sentido transversal)}$$

### 5.7.1 Diseño de la placa cóncava

Las siguientes tablas muestran valores para los esfuerzos que soporta la fibra de PTFE y sus diferentes coeficientes de fricción los cuales dependen de la carga a la que se somete el aislador, estos límites son estrictamente para las fibras de PTFE, no se deben confundir estos esfuerzos con los que soporta el acero de los aisladores.

**Tabla 7** Valores promedios y límites del esfuerzo que soportan las fibras de PTFE.

	ESFUERZO PROMEDIO (Ksi)		ESFUERZO LÍMITE (Ksi)	
	Carga Permanente	Todas las cargas	Carga Permanente	Todas las cargas
<b>Valor mínimo</b>	1.5	-	-	-
<b>Valor máximo</b>	3.0	4.5	3.5	5.5

Carga permanente se refiere a la carga muerta y todas las cargas se refiere a la combinación entre carga viva y muerta. Los límites son para cargas sin factorar.

(Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

**Tabla 8** Coeficientes de fricción recomendados de PTFE

USO	VALOR
Análisis bajo cargas sísmicas (alta velocidad)	0.06
Análisis bajo cargas sísmicas (baja velocidad)	0.03
Diseño del aislador, subestructura y superestructura bajo cargas de servicio	0.10
Diseño del aislador, subestructura y superestructura bajo cargas sísmicas	0.15
<b>*Usar el valor de 0.06 solo cuando se compruebe la ecuación:</b> $H \leq \pi R^2 \sigma_{PTFE} \sin^2(\psi - \beta - \theta) \sin \beta$	

(Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

### 5.7.2 Diámetro ( $D_m$ ) de la superficie concava

Se debe calcular un diámetro mínimo  $D_m$  para que el esfuerzo que se produce en el área que se proyecta sea menor al que pueden soportar las fibras de PTFE, si no cumple con estas especificaciones el diámetro debe aumentarse paulatinamente en 0.25 pulgadas por motivos de fabricación. Para el esfuerzo que soporta el PTFE se deben tomar los siguientes valores:  $\sigma_{ss} = 3.0 \text{ Ksi}$  para carga permanente o muerta, y  $\sigma_{ss} = 4.5 \text{ Ksi}$ , para combinación de cargas entre permanente y viva, las cargas que se aplican no deben ser mayoradas.

Los controles que se realizan para que la presión que se ejerce en el PTFE no sobrepase el límite aceptable son 2:

1. Strength I

$$D_m \geq \sqrt{\frac{4(\gamma_D P_D + \gamma_L P_L)}{\pi(1.45\sigma_{ss})}} = \sqrt{\frac{4(\gamma_D P_D + \gamma_L P_L)}{\pi(6.5\text{Ksi})}}$$

Donde el valor de  $\sigma_{ss}$  se obtiene de la Tabla 7 la cual muestra los diferentes valores del esfuerzo promedio y esfuerzo límite que posee el PTFE, es recomendable utilizar los valores promedio y los respectivos

factores de mayoración para cargas según la norma ASSHTO 2010, de esta manera se obtiene la fórmula del  $Dm$  para la combinación de carga Strenght I, con los siguientes factores:

$$\sigma_{ss} = 4.5 \text{ Ksi}$$

$$\gamma_D = 1.25$$

$$\gamma_L = 1.75$$

## 2. Combinación de carga Strenght IV

$$Dm \geq \sqrt{\frac{4\gamma_D P_D}{\pi(1.45\sigma_{ss})}} = \sqrt{\frac{4\gamma_D P_D}{\pi(4.35\text{Ksi})}}$$

Para obtener los siguientes valores con los que se desarrolla la fórmula se realiza el mismo procedimiento para Strenght I, solo que ahora los factores son:

$$\sigma_{ss} = 3.0 \text{ Ksi}$$

$$\gamma_D = 1.5$$

$$\gamma_L = 0$$

### 5.7.3 Área de PTFE ( $A_{PTFE}$ ) en la superficie cóncava

El área de la superficie esférica superior debe satisfacer ciertos parámetros de acuerdo a los factores de modificación del PTFE para el esfuerzo límite, el que es igual a  $1.45\sigma_{ss}$  y se lo obtiene de la Tabla 7. Finalmente se tiene:

#### Combinación de carga Strenght I.

$$A_{PTFE} \geq \frac{\gamma_D P_D + \gamma_L P_L}{1.45\sigma_{ss}} = \frac{\gamma_D P_D + \gamma_L P_L}{6.5 \text{ Ksi}}$$

### Combinación de carga Strenght IV.

$$1.4 \times 1.5 = 2.2ksi \leq \frac{\gamma_D P_D}{A_{PTFE}} \leq 1.45 \times 3.0 = 4.3Ksi$$

$$2.2ksi \leq \frac{\gamma_D P_D}{A_{PTFE}} \leq 4.3ksi$$

Se puede notar que los factores para desarrollar estas fórmulas son los que se utilizan para Strenght I y Strenght IV.

Si el área que se calcula no cumple con estos requisitos se debe modificar el diámetro  $Dm$  hasta que se cumpla con los valores de los esfuerzos del PTFE, de esa manera garantizar el desarrollo elástico del material.

#### 5.7.4 Cálculo del ángulo $\psi$ de la superficie concava del deslizador

El ángulo  $\psi$  debe ser mayor al ángulo formado entre la carga vertical  $PV_{min}$  y la carga horizontal  $PH_{max}$  más la rotación  $\theta$  del aislador.

$$\psi = \tan^{-1} \left( \frac{PH_{max}}{PV_{min}} \right) + \theta E \leq 35^\circ$$

$$PH_{max} = \mu(PD + PL) = 0.15(PD + PL)$$

Donde  $\theta E$  es el máximo valor entre  $\theta E_L$  y  $\theta E_T$ , el valor de  $\mu = 0.15$  se lo obtiene de la Tabla 8, se debe elegir el valor del coeficiente de fricción para el análisis que se realice.

El valor de  $PV_{min}$  debe ser el menor valor de la carga muerta  $PD$  y el valor de  $0.5(PD + PL)$ .

#### 5.7.5 Radio $R$ de la superficie cóncava

Se calcula en base a la geometría que se presenta en la Figura 41, y al utilizar los datos:  $Dm$  y  $\psi$ .



$$R = \frac{Dm}{2 \sin \psi} \leq 43 \text{ pulgadas.}$$

Para que el radio que se obtiene sea el óptimo, se debe cumplir la condición que se presenta a continuación, caso contrario se debe incrementar el valor del radio  $R$  hasta un máximo de 43 pulgadas, el límite de 43 pulgadas es en base a experiencias adquiridas, esto lo dicen varios autores para que el deslizador funcione de óptima manera.

$$H \leq \pi R^2 \sigma_{PTFE} \sin^2(\psi - \beta - \theta) \sin \beta$$

Donde:

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{H}{P} \right) = \tan^{-1}(\mu) = \tan^{-1}(0.06) = 0.06 \text{ rad.}$$

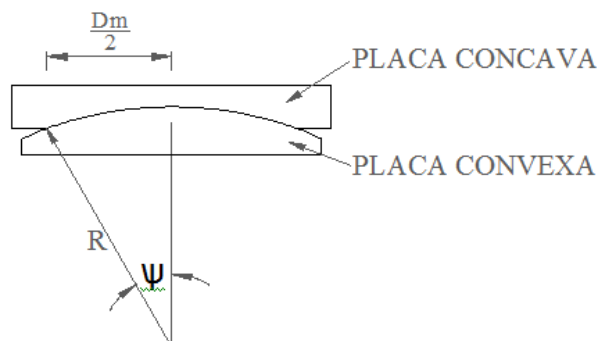
El valor del coeficiente de fricción igual a 0.06 se obtiene de la Tabla 8, de igual forma el ángulo  $\theta$  que no incluye ninguna componente sísmica es igual a 0.035 rad. Y por último el esfuerzo permisible para la fibra de PTFE que es  $\sigma_{PTFE} = 6.5 \text{ Ksi}$ .

Calculo de H para el caso de la combinación de carga Strenght I.

$$H = \mu(\gamma_D P_D + \gamma_L P_L); \gamma_D = 1.25, \gamma_L = 1.75, \mu = 0.06$$

Calculo de H para el caso de la combinación de carga Strenght IV.

$$H = \mu(\gamma_D P_D); \gamma_D = 1.5, \gamma_L = 0, \mu = 0.06$$



**Figura 41** Diámetro  $Dm$  y ángulo  $\psi$

La longitud de arco de la superficie cóncava se aprecia en la Figura 42, este valor se relaciona con el radio  $R$ . Dicho cálculo se utiliza para determinar el espesor o profundidad  $Mm$  que es la altura en la que encaja la placa convexa en la placa cóncava en la posición inicial del deslizador, y también el ángulo  $Y$  (Ver Figura 46) de la placa convexa.

$$DB_{act} = 2R \sin^{-1} \left( \frac{Dm}{2R} \right)$$

#### **5.7.6 Profundidad mínima $Mm$ de corte de la superficie cóncava para que encaje la superficie convexa**

Este valor está representado por  $Mm$  en la Figura 42, y se lo calcula con la siguiente fórmula que se fundamenta en la geometría del deslizador:

$$Mm = R - Y + t_{PTFE}$$

El valor de  $Y$  se lo obtiene de la siguiente forma:

Si se observa la Figura 42, se puede determinar que:

$$\cos \psi = \frac{Y}{R}$$

$$Y = R \cos \psi$$

Se tiene entonces:

$$Mm = R - R \cos \psi + t_{PTFE}$$

$$Mm = R(1 - \cos \psi) + t_{PTFE}$$

Además el ángulo  $\psi$  es:

$$\sin \psi = \frac{\frac{Dm}{2}}{R} = \frac{Dm}{2R}$$

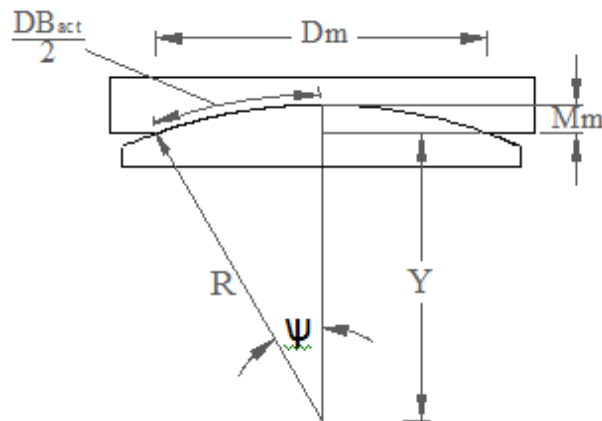
$$\psi = \sin^{-1} \frac{Dm}{2R}$$

Finalmente:

$$Mm = R \left[ 1 - \cos \left( \sin^{-1} \left( \frac{Dm}{2R} \right) \right) \right] + t_{PTFE}$$

El valor del espesor  $t_{PTFE}$  de la superficie de PTFE está en el rango 1/32 pulgadas a 1/8 pulgadas.

Solo para calcular  $Mm$  se debe trabajar con un valor de  $t_{PTFE} = 0.09375$  pulgadas, espesor de PTFE que se utiliza en aisladores FPS.



**Figura 42** Definición de las dimensiones DBact, R, Y y Mm.

### 5.7.7 Espesor mínimo de la placa cóncava en su eje central

El valor de  $T_{min}$  que se observa en la Figura 43 debe ser igual a 0.75 pulgadas, valor que recomiendan los fabricantes por experiencia.

$$T_{min} = 0,75 \text{ pulgadas}$$

### 5.7.8 Espesor máximo de la placa cóncava

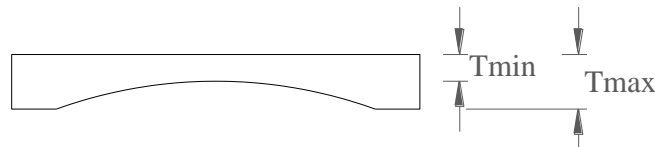
El espesor máximo  $T_{max}$  se puede observar en la Figura 43 y se calcula mediante la siguiente fórmula.

$$T_{max} = T_{min} + Mm$$

### 5.7.9 Dimensiones en planta de la placa cóncava

La dimensión en planta de la placa cóncava del deslizador debe presentar una forma circular, su diámetro se calcula de la siguiente manera y se lo puede observar en la Figura 45.

$$Lcp = Dm + 0.75 \text{ pulgadas}$$



**Figura 43** Espesor mínimo  $T_{mín}$  y espesor máximo  $T_{máx}$ .

### 5.7.10 Diseño de la placa convexa

La otra parte constitutiva del deslizador o cojinete es la placa convexa, la cual se estudia a continuación:

### 5.7.11 Ángulo $\gamma$ de la placa convexa

Por geometría se puede definir el ángulo  $\gamma$ , tal como se observa en la Figura 46.

$$\gamma \geq \left( \frac{DB_{act}}{2R} \right) + \theta$$

En ángulo  $\gamma$  y el ángulo  $\theta$  se observan en la Figura 46.

El ángulo  $\theta$ , que es igual al ángulo  $\beta$  formado por la carga horizontal y vertical, éste debe tomar valores redondeados y cumplir con las siguientes condiciones:

$$\theta \geq \theta E_L \text{ (Sentido Longitudinal)}$$

$$\theta \geq \theta E_T \text{ (Sentido Transversal)}$$

### 5.7.12 Longitud de la cuerda de la placa convexa $Cm$

Esta longitud se la puede apreciar en la Figura 46 y se la calcula con la siguiente fórmula.

$$Cm = 2R \sin \psi$$

### 5.7.13 Altura de la placa convexa esférica

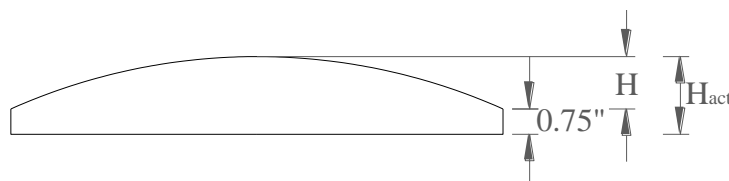
$$H = R - \sqrt{R^2 - \left(\frac{Cm}{2}\right)^2}$$

Se recomienda visualizar la Figura 44 y la Figura 46 para comprender a que altura  $H$  se refiere.

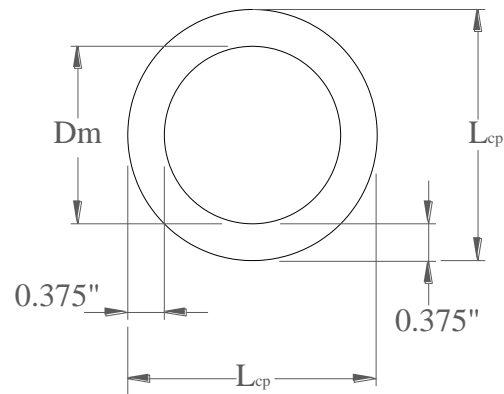
### 5.7.14 Altura total de la placa convexa

$$H_{act} = H + 0.75\text{pulgadas}$$

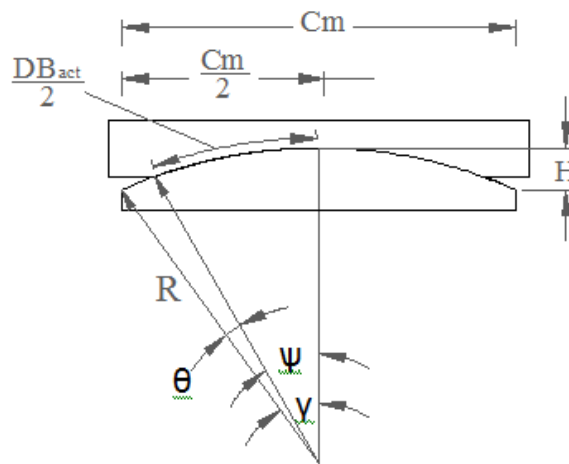
El valor de 0.75pulgadas que se adiciona a la altura total de la placa convexa sirve para tener una buena separación entre las placas, con el fin de impedir que se choquen al momento en el que el deslizador se encuentra en su rotación máxima, valor que es recomendable poner según varios autores.



**Figura 44** Altura de la placa convexa  $H$  y altura total  $H_{act}$ .



**Figura 45** Diámetro de la superficie en contacto  $D_m$  y diámetro exterior  $L_{cp}$ .



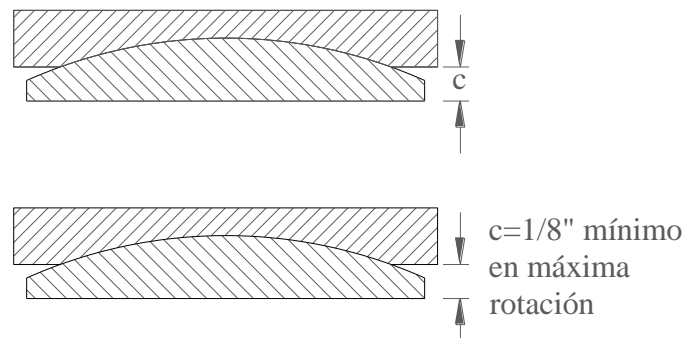
**Figura 46** Longitud de cuerda  $C_m$  y ángulo  $\gamma$  del cojinete

### 5.7.15 Separación mínima entre la placa cóncava y convexa del deslizador.

Esta separación es de suma importancia para que el deslizador funcione de una manera correcta ya que al momento en el que este sufre su máxima rotación las placas superior e inferior no deben chocar entre sí, esto evita que se altere el comportamiento del aislador en general. La distancia mínima de separación debe ser de  $1/8$ ", como se muestra en la figura Figura 47. (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

$$c = 0.5D_m\theta + 0.125\text{pulgadas}$$

El valor del ángulo  $\theta$  es el mismo que se explica en la sección 5.7.12



**Figura 47** Separación mínima entre placas.

### 5.8 Capacidad de recuperación del aislador

Los sistemas de aislación contemporáneos que se utilizan en edificios se caracterizan por poseer una fuerza de recuperación alta, que permite que el aislador regrese a su posición inicial, sin embargo, para sistemas de aislación que se emplean en puentes, se desarrollan dos modelos: a) Un método desarrollado por ingenieros de Nueva Zelanda, Estados Unidos y Japón en el cual el sistema requiere de gran fuerza de recuperación, y b) Un modelo Italiano donde el sistema de aislación es gobernado por un comportamiento elasto-plástico.

Para el modelo desarrollado en Estados Unidos, donde el sistema de aislación posee un comportamiento bilineal, es decir que presenta un diagrama de histéresis típico y que, además, se asume que el sistema no tiene ninguna contribución de algún dispositivo viscoso, la norma ASCE 7-10 especifica una rigidez mínima requerida para que el sistema tenga suficiente fuerza de recuperación, de tal manera que la fuerza que se genera para que se produzca un desplazamiento  $D$ , menos la fuerza necesaria para un desplazamiento  $D/2$ , sea mayor que  $0.025W$ . Es decir:

$$K_d D \geq 0.05W$$

Ó lo que es lo mismo:

$$T \leq 28 \sqrt{\frac{D}{g}}$$

Donde  $D$  es el desplazamiento de diseño del sistema de aislación, y  $T$  el período del sistema de aislación que se calcula con la siguiente expresión:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK_d}}$$

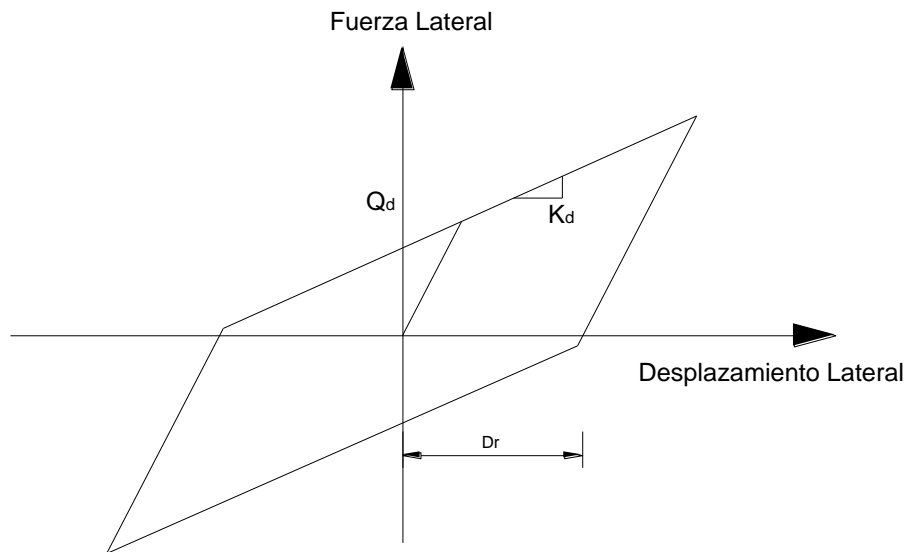
La norma AASHTO 1999 para el diseño de sistemas de aislación y su última revisión en el 2010 plantea una forma más accesible para el cálculo de la fuerza de recuperación:

$$K_d D \geq 0.025W$$

$$T \leq 40 \sqrt{\frac{D}{g}} \leq 6 \text{ seg.}$$

Por otra parte hay que poner en consideración que la norma AASHTO y la norma ASCE no permiten el uso de sistemas de aislación que no cumplan con estos requisitos. El código Europeo, EN1998-2 para sistemas de aislación aplicados en puentes (European Committee for Standardization 2005) describe otra manera de calcular la fuerza de recuperación en un sistema de aislación. El código define al desplazamiento permanente  $D_r$ , que se mide en el diagrama de histéresis desde el origen hasta donde se cruza con la rama de descarga sobre el eje de las abscisas, ver Figura 48.





**Figura 48** Diagrama de histéresis típico

El desplazamiento  $D_r$  para sistemas que mantienen un comportamiento histerético bilineal es:

$$D_r = \frac{Q_d}{K_d}$$

Esta ecuación es válida si  $D_r \leq D - 2Y$ , lo cual es típico en el sistema bilineal. El código Europeo 8 plantea que la fuerza de diseño para un desplazamiento  $D$  menos la fuerza de diseño para un desplazamiento  $D/2$  sea mayor a  $0.025W D_r/D$ , este requerimiento se lo puede expresar como se indica a continuación mediante la siguiente fórmula.

$$K_d D \geq W \sqrt{0.05\mu}$$

Ó también:.

$$T \leq 28 \left( \frac{0.05}{\mu} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{D}{g}}$$

Donde

$$\mu = \frac{Q_d}{W}$$

La fórmula anterior funciona muy bien si se trabaja con un valor de  $\mu \geq 0.05$ , ahora en el caso de que  $\mu = 0.05$  regresamos a la ecuación:

$$T \leq 28 \sqrt{\frac{D}{g}}$$

El coeficiente de fricción de los aisladores FPS no está por debajo de 0.05, ya que el material del que están compuestos no lo permite.

Se debe evaluar la capacidad de recuperación del aislador en condiciones de muy bajo movimiento, es decir el momento en que el sistema posee una fuerza mínima y aceleración baja, esto afecta principalmente a los coeficientes de fricción que se utilizan para desarrollar las fórmulas antes expuestas, donde su valor tiene que corresponder a un orden cuasi-estático, esto se logra de diferentes maneras, en todas ellas se debe reducir el valor de  $\mu$ .

Un estudio reciente realizado por Katsaras (Katsaras et al, 2006), se basa en análisis dinámicos realizados para obtener la fuerza de recuperación de un aislador, el estudio concluye lo siguiente:

$$\frac{D}{D_r} \geq 0.5$$

Una forma equivalente de definir la capacidad de recuperación es:

$$T \leq 28 \left( \frac{0.05}{\mu/2} \right)^{1/4} \left( \frac{D}{g} \right)^{1/2}$$

Otro estudio realizado por Katsaras en 1994, ensayaba aisladores en una mesa dinámica a altas velocidades y concluye que un sistema de aislación con suficiente capacidad de recuperación tiene una relación entre la fuerza característica del sistema a alta velocidad y la capacidad de

recuperación del aislador menor o igual a 0.33. Este requerimiento es equivalente a:

$$\frac{D}{D_r} \geq 0.33$$

También se puede utilizar la fórmula:

$$T \leq 28 \left( \frac{0.05}{\mu/3} \right)^{1/4} \left( \frac{D}{g} \right)^{1/2}$$

En estas fórmulas, al reducir el coeficiente de fricción  $\mu$  a la mitad o a la tercera parte, indican que el análisis para determinar si un sistema de aislación tiene suficiente fuerza de recuperación para regresar a su posición inicial, ocurre cuando el movimiento en el sistema se presenta a baja velocidad. (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

### **5.8.1 Recomendaciones para el cálculo de la capacidad de recuperación de un aislador FPS.**

Para aisladores tipo péndulo de fricción:

Utilizar las ecuaciones:

$$T \leq 28 \left( \frac{0.05}{\mu} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{D}{g}}$$

Dónde:

$D$  =Desplazamiento en la curva de histéresis

$$\mu = \frac{Q_d}{W}$$

Dónde:

$Q_d$ =Fuerza característica del sistema

$W$  = Carga que gravita sobre el aislador

El coeficiente de fricción debe ser el que mantiene el sistema en un desplazamiento cuasi-estático.

Para todos los demás sistemas

Es recomendable utilizar la siguiente expresión:

$$D - \frac{D}{2} > 0.025W D_R/D$$

## **CAPITULO 6**

# **ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOS AISLADORES FPS DE LA PRIMERA GENERACIÓN INCORPORADOS A UNA ESTRUCTURA DE TRES PISOS**

### **6.1 INTRODUCCIÓN**

A continuación se presenta una estructura de tres pisos a la cual se le van a incorporar aisladores FPS de la primera y segunda generación y posteriormente realizar el análisis sísmico del sistema de aislación conjuntamente con la estructura.

El análisis sísmico se realiza según los espectros de aceleraciones y desplazamientos que se hallan en función de los factores de sitio  $F_a$ ,  $F_d$  y  $F_s$  del ERN-12, los cuales dependen del lugar donde se va a construir la edificación.

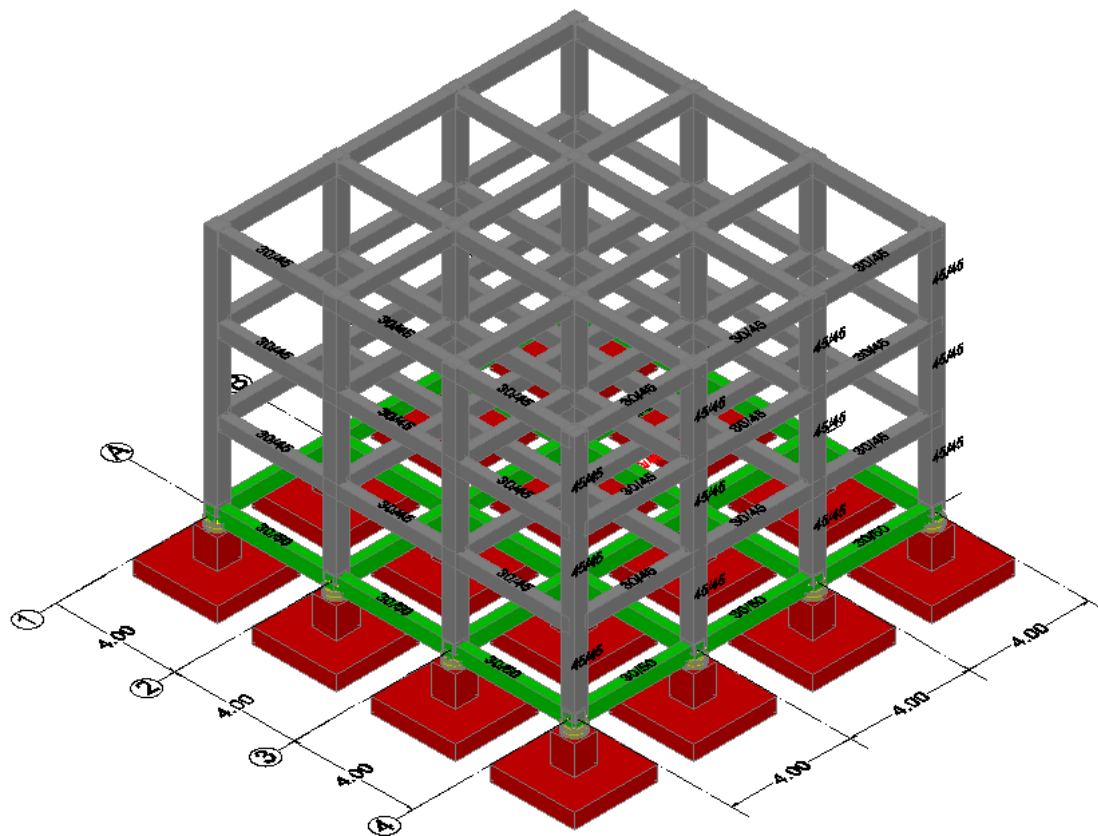
Una vez que se realiza el análisis sísmico de la estructura de tres pisos junto a los aisladores se procede al diseño propiamente dicho de los aisladores FPS de la primera generación. Se inicia con el diseño de las placas exteriores y se finaliza con el diseño del cojinete o deslizador articulado.

También se presenta en detalle los resultados de los diferentes análisis sísmicos y los planos de los aisladores FPS de la primera generación.

### **6.2 DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA**

El análisis sísmico que se presenta en este capítulo se lo realiza para una estructura simétrica en hormigón armado, conformada por vanos con

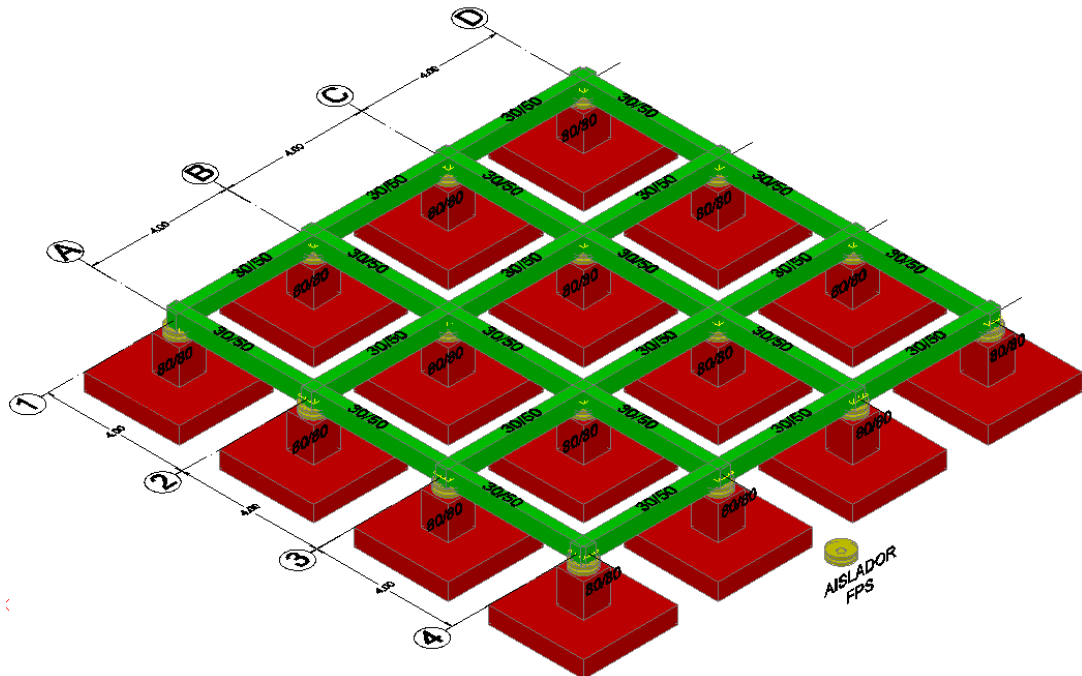
lucos de 4 metros en los dos sentidos, una altura de entrepiso de 2.70 metros y tres pisos de altura como se muestra en la Figura 49 y Figura 50.



**Figura 49** Vista en planta de la estructura y secciones de los elementos de la superestructura

Mediante el pre dimensionamiento de los elementos estructurales se determina que las columnas que sostienen a dicha edificación tienen una sección transversal cuadrada de 45 centímetros de lado, las vigas en la superestructura tienen forma rectangular y una sección de 30 centímetros en su base y 45 centímetros de altura, ver Figura 49. Además a la estructura se incorporan aisladores FPS que se colocan en su base en cada uno de los plintos y se construye una losa de aislación que separa la superestructura del sistema de aislación y de la cimentación, dicha losa de aislación está

conformada por columnas cuadradas de 80 centímetros de lado y vigas de 30/50 centímetros, ver Figura 50.



**Figura 50** Aisladores FPS en cada columna de la estructura.

La edificación se proyecta para el uso de vivienda para lo cual el Código Ecuatoriano de la Construcción NEC-11 determina una carga viva de 200 Kg/m<sup>2</sup>, la estructura se construirá en el antiguo Quito Tennis y el análisis sísmico se lo realiza mediante los factores de sitio del estudio de Microzonificación Sísmica de Quito ERN-12.

Los dos tipos de sismos que se consideran en el análisis sísmico son el Sismo de Diseño DE (Design Earthquake) y el Sismo Máximo Considerado MCE (Maximum considered Earthquake). Este análisis se realiza tanto para límite inferior LB (Lower Bound) como para límite superior UB (Upper Bound) límites que dependen de los coeficientes de fricción en función del uso de los aisladores y los materiales de los cuales se fabrican.

### 6.2.1 ANÁLISIS DE CARGAS EN LA ESTRUCTURA DE TRES PISOS

El análisis de cargas para la estructura antes descrita establece que la carga muerta tiene un valor de  $0.9538 \text{ T/m}^2$  para la superestructura, un valor de  $1.0611 \text{ T/m}^2$  para la losa de aislación y la carga viva un valor de  $0.200 \text{ T/m}^2$ .

La carga muerta más el 25% de la carga viva es  $1.0038 \text{ T/m}^2$  para la superestructura y  $1.1111 \text{ T/m}^2$  para la losa de aislación, valores que sirven para los diferentes análisis. La Tabla 9 resume estos valores que se mencionaron anteriormente y muestra el peso total de la estructura.

**Tabla 9** Cargas generales en la estructura

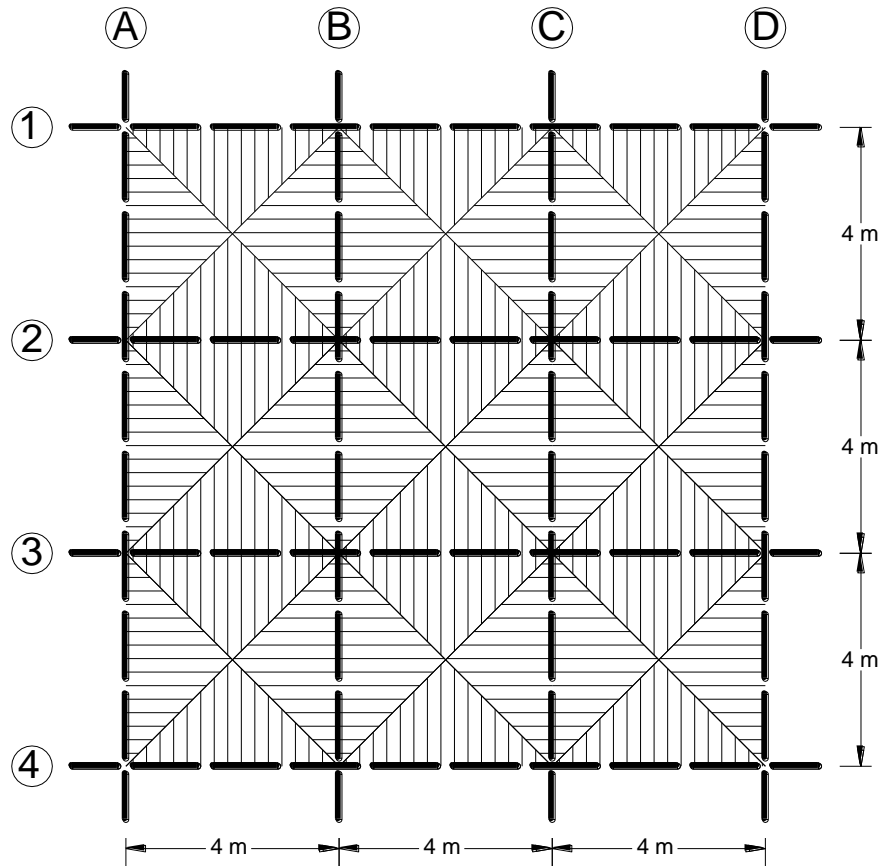
Piso	Carga muerta PD ( $\text{T/m}^2$ )	Carga viva PL ( $\text{T/m}^2$ )	PD+25%PL ( $\text{T/m}^2$ )	
<b>Superestructura</b>	0,9538	0,200	1.0038	
<b>Losa de aislación</b>	1.0611	0,200	1.1111	
Peso de la estructura				
Piso	Área ( $\text{m}^2$ )	Peso (T)	Nro. Pisos	Peso total (T)
<b>Superestructura</b>	144	144.55	3	593.642
<b>Losa de aislación</b>	144	159.99	1	

Las cargas por metro lineal que se transmiten a los pórticos se las determina mediante un mosaico de cargas tanto en la superestructura como en la losa de aislación tal como se muestra en la Figura 51.

La carga vertical crítica que se transmite mediante una columna interior en la estructura hacia su aislador proviene del pórtico más crítico, es decir el que posee más carga, lo que sería para este proyecto un pórtico interior con un área cooperante de  $16 \text{ m}^2$ , del cual se obtiene un valor de  $65.96 \text{ T}$



(145.42 Kip), valor que se utiliza posteriormente para el diseño de los aisladores.



**Figura 51** Mosaico de cargas en la estructura

Para no trabajar con cargas triangulares existe la siguiente expresión que transforma las cargas triangulares a cargas rectangulares, lo que facilita el cálculo.

$$W = \frac{P_u * s}{3}$$

Donde  $W$  es la carga por metro lineal,  $P_u$  es la carga factorada por área cuadrada y  $s$  es la base del triángulo de carga.

Las combinaciones de cargas que se utilizan para el análisis de la estructura de tres pisos son:

Combinación por cargas de servicio:

$$P_u = \gamma_D P_D + \gamma_L P_L$$

Donde,  $\gamma_D$  y  $\gamma_L$  son los factores de carga muerta y carga viva respectivamente que se toman de la NEC-11. Para el análisis se utiliza  $\gamma_D=1.2$  y  $\gamma_L = 1.6$ ,  $P_D$  es la carga muerta o permanente y  $P_L$  es la carga viva.

Combinación por sismo de diseño DE:

$$P_u = \gamma_D P_D + P_{LDE} + P_{EDE}$$

Donde  $\gamma_D$  es el factor de carga muerta dado por el NEC-11. Para el análisis se utilizó  $\gamma_D=1.2$ ,  $P_D$  es la carga muerta o permanente.

La carga viva sísmica  $P_{LDE}$  es la porción de la carga viva que se considera que actúa simultáneamente con el sismo de diseño DE, este valor es determinado por el ingeniero y varía de 0% a 50%. Para este análisis se recomienda que  $P_{LDE}= 0.5 P_L$ . (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

La carga axial de sismo de diseño DE  $P_{EDE}$ , donde las cargas axiales de sismo inducidas pueden ser producto de momentos de volteo en la superestructura y acción sísmica en el sentido vertical, se afecta por un factor de 1.

Combinación por sismo máximo considerado MCE:

$$P_u = \gamma_D P_D + P_{LMCE} + P_{EMCE}$$

Donde  $\gamma_D$  es el factor de carga muerta dado por el NEC-11. Para el análisis se utiliza  $\gamma_D = 1.2$ ,  $P_D$  es la carga muerta o permanente.

La carga viva sísmica  $P_{LMCE}$  es la porción de la carga viva que se considera que actúa simultáneamente con el sismo máximo considerado

MCE. Gracias a registros de ingeniería se podría asumir que para el MCE se tiene un valor menor que para el DE porque la frecuencia anual de MCE es menor, y a veces mucho menor que la de DE. Para este análisis se recomienda que  $P_{LMCE}=0.5P_{LDE}$ . (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

La carga axial de sismo que se genera gracias al sismo máximo considerado  $P_{EMCE}$ , donde las cargas axiales de sismo inducidas pueden ser producto de momentos de volteo en la superestructura y acción sísmica en el sentido vertical, esta carga no se calcula para el análisis en MCE. Más bien esta se calcula como un factor de  $P_{EDE}$  en el DE y para este trabajo se toma  $P_{EMCE} = 1.5P_{EDE}$ . (Constantinuo, Kalpakidis, Filiatrault, & Ecker Lay, 2011)

### 6.3 ANÁLISIS SISMICO DEL SISTEMA DE AISLACIÓN ERN-12

El estudio de microzonificación sísmica de Quito, realizado por ERN-12, que mantiene las mismas ecuaciones del espectro propuesto por la norma ecuatoriana de la construcción NEC-11, las cuales se definen en la Figura 52, y son:

$$S_a(g) = z F_a \left[ 1 + (\eta - 1) \frac{T}{T_o} \right] \quad T < T_c$$

$$S_a(g) = \eta z F_a \quad T_o < T < T_c$$

$$S_a(g) = \eta z F_a \left( \frac{T_c}{T} \right)^r \quad T > T_c$$

Donde  $S_a(g)$  es la aceleración del suelo como una fracción de la gravedad;  $z$  es el factor de zona sísmica, para Quito es igual a 0.4;  $F_a$  es el factor de sitio de aceleraciones;  $F_d$  es el factor de sitio de desplazamientos;

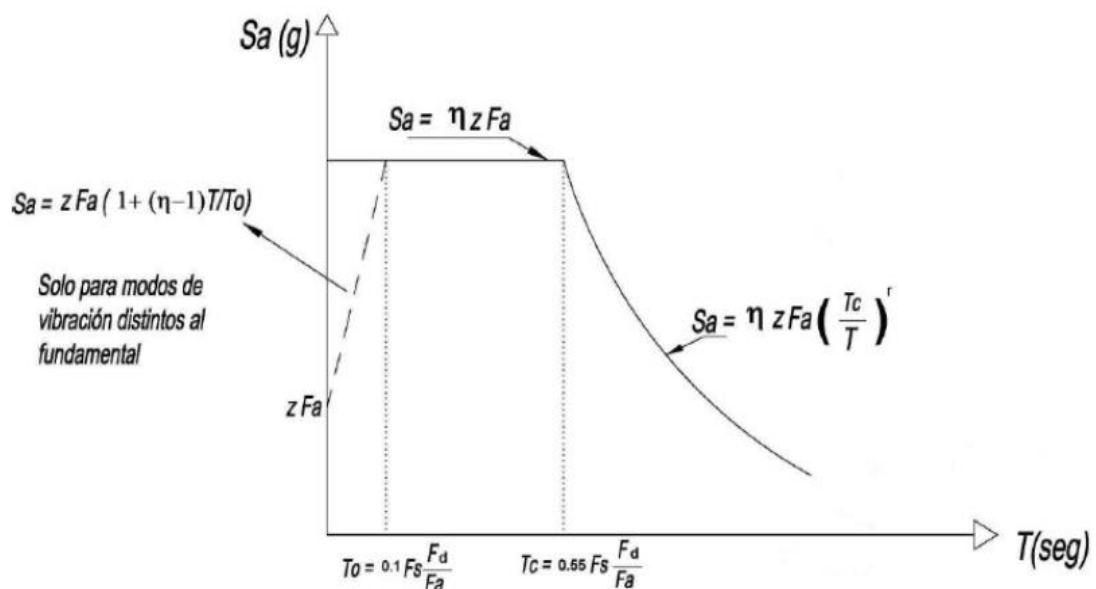
$F_s$  es el factor que toma en cuenta el comportamiento no lineal del suelo. Los períodos  $T_0, T_c$ , que definen las ramas del espectro se hallan de las siguientes ecuaciones:

$$T_0 = 0.1 F_s \frac{F_d}{F_a}$$

$$T_c = 0.55 F_s \frac{F_d}{F_a}$$

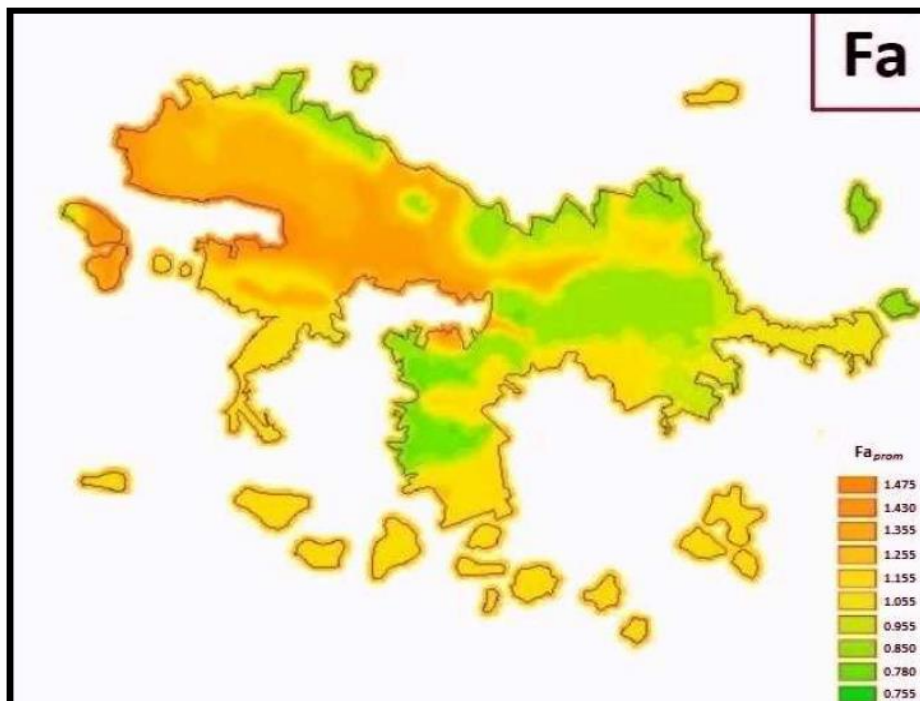
El valor de  $r$ , independientemente del tipo de suelo, con el cual se debe encontrar el espectro de acuerdo a la propuesta de ERN 2012 es  $r = 1$ , y el valor de  $\eta = 2.48$ . (Aguiar Falconí, Microzonificación Sísmica de Quito, 2013)

De tal manera que ERN 2012 obtuvo los valores de sitio  $F_a, F_d, F_s$ , que se utilizan con los valores  $z = 0.4; r = 1; \eta = 2.48$ , donde también se utiliza las mismas ecuaciones del espectro de diseño de aceleraciones elástico del NEC-11.

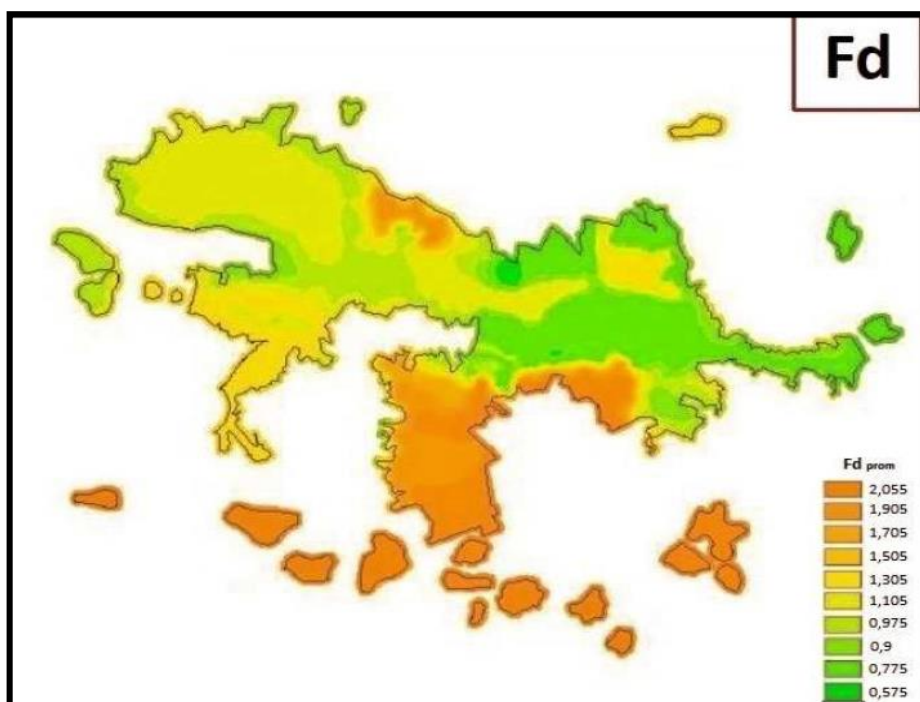


**Figura 52** Espectro sísmico elástico. (Aguiar Falconí, Microzonificación Sísmica de Quito, 2013)

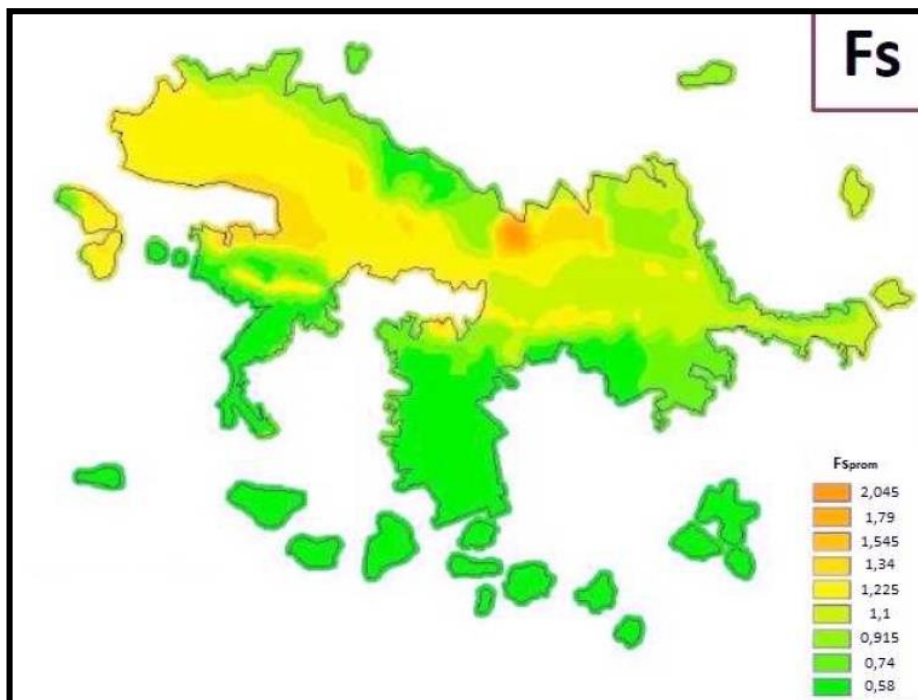
Para encontrar los factores  $F_a$ ,  $F_d$  y  $F_s$  se utilizan las gráficas propuestas por el estudio del ERN 2012 que se presentan a continuación:



**Figura 53** Factor de sitio que define la plataforma de aceleración máxima del espectro. (Aguiar Falconí, Microzonificación Sísmica de Quito, 2013)



**Figura 54** Factor de sitio que depende del tipo de suelo. (Aguiar Falconí, Microzonificación Sísmica de Quito, 2013)



**Figura 55** Factor de sitio que considera el comportamiento no lineal del suelo. (Aguiar Falconí, Microzonificación Sísmica de Quito, 2013)

Para la estructura de tres pisos que se va a analizar, los factores son los que se muestran en la Tabla 10 y corresponden a la zona centro norte, al sector 38 y al barrio Tenis Club en donde se va a construir la edificación.

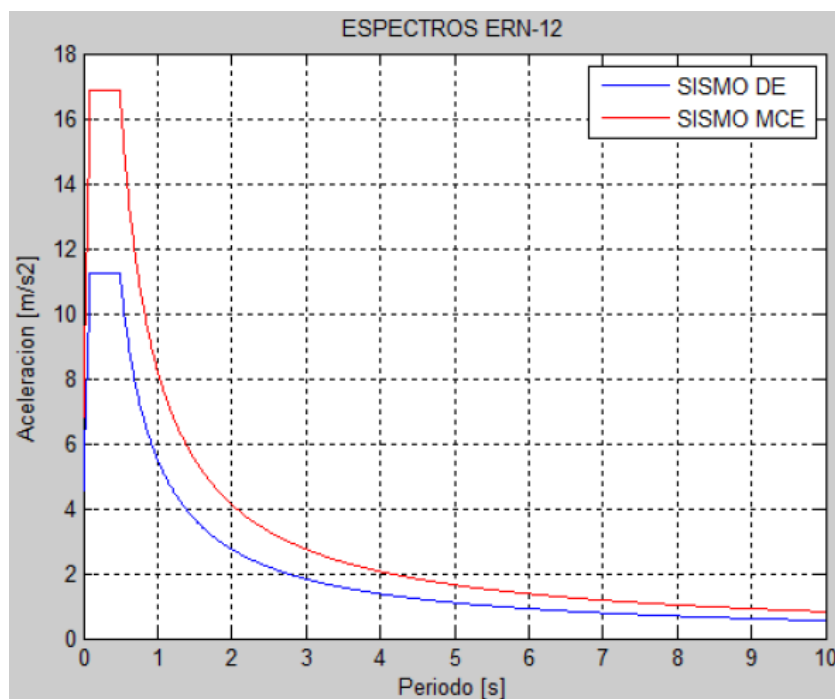
**Tabla 10** Factores para el espectro elástico de aceleraciones NEC-12

FACTOR	VALOR
<b>Fa</b>	1.155
<b>Fd</b>	0.575
<b>Fs</b>	1.790

### 6.3.1 Sismo de diseño DE y sismo máximo considerado MCE

Toda estructura se diseña exclusivamente para recibir fuerzas dinámicas de sismos que tienen una probabilidad de excedencia de 10% en 50 años, es decir un período de retorno de 475 años. Lo que se intenta representar con estos parámetros es las aceleraciones que se producen por un sismo

que se genera en el sitio donde se va a emplazar la estructura al que se lo denomina sismo de diseño DE (*Design Earthquake*). Para estructuras con sistemas de aislación sísmica, códigos como el del ASCE 2010, determinan que la probabilidad de excedencia disminuya al 2% en 50 años, por lo que para estos valores, el período de retorno es de 2475 años, y el espectro que se genera posee valores mayores de aceleraciones, 1.5 veces más grandes y que se denomina Sismo Máximo Considerado MCE (*Maximun Considered Earthquake*). El MCE se utiliza para obtener todos los efectos que se relacionan con los desplazamientos, aceleraciones, derivas y fuerzas en los aisladores. El DE se utiliza para el diseño de los elementos que componen la estructura como tal. (Cueto, 2013). En la Figura 56 se muestran los espectros elásticos propuestos por los factores de estudio de Microzonificación Sísmica de Quito ERN-12 los cuales se definen en la Tabla 10 para los sismos DE y MCE.



**Figura 56** Espectro de aceleraciones ERN-12 para DE y MCE

### 6.3.2 Pseudo-espectro elástico de desplazamientos ERN-12

El estudio de microzonificación sísmica de Quito ERN-12 especifica factores de sitio de acuerdo al sector de emplazamiento de la estructura, que se utilizan únicamente para las ecuaciones que definen el espectro de aceleraciones, por lo que se tiene que aplicar el concepto de pseudo-espectro con el propósito de hallar el desplazamiento elástico espectral a partir de la aceleración espectral, la fórmula para encontrar el desplazamiento es:

$$S_d = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 S_a$$

Donde  $T$  es el período de vibración. (Aguiar Falconí, Dinámica de Estructuras con CEINCI-LAB , 2012)

### 6.3.3 Relación Fuerza-Desplazamiento

Consiste en el análisis sísmico únicamente del sistema de aislación que permite encontrar los parámetros de diseño de dicho sistema y de esta manera poder acoplarlos a la estructura con la que trabajan en conjunto. Posteriormente se construye el diagrama de histéresis que proporciona los valores de las rigideces y coeficientes de amortiguamiento los cuales se transfieren al análisis de la estructura.

Para empezar con este análisis en primer lugar se obtienen los coeficientes de fricción de las placas cóncavas de los aisladores tal como se describe en el apartado 2.3 descrito anteriormente en el presente trabajo. A continuación en la Tabla 11 se presentan los valores adoptados de los



factores  $\lambda$  que afectan el coeficiente de fricción de los aisladores que se consideran para el análisis en esta investigación.

**Tabla 11** Factores  $\lambda$  para el análisis del aislador FPS de la primera generación

Factores $\lambda$	Valor Adoptado	Descripción
Factor por envejecimiento de los materiales $\lambda_1$	1.1	Aislador sellado con superficie de PTFE sin lubricar.
Factor por contaminación $\lambda_2$	1.0	Aislador sellado, superficie de acero inoxidable hacia arriba.
Factor por movimiento acumulado $\lambda_3$	1.2	Por desplazamiento de 2000 m.
Factor por temperatura $\lambda_4$	1.0	Considera que trabaja en un ambiente con temperatura normal.

También se debe considerar un factor de reducción de fricción por velocidad, se presenta al momento en el que el aislador empieza a moverse y su velocidad aumenta, esto afecta la fricción entre las superficies, disminuyéndola, para el presente trabajo se utiliza un valor de 0.015, valor recomendado por Constantinou al 2011.

El valor del coeficiente de fricción se obtiene para propiedades LB del aislador de la siguiente manera:

De la sección 6.2.1 se obtienen las cargas que se muestran a continuación, se recuerda que el ancho cooperante para el cálculo de un aislador interior es de  $16m^2$ .

Carga muerta sin mayorar:

$$PD = 16m^2 * \left(0.9538 \frac{T}{m^2}\right) * 3 \text{ piso} + 16m^2 * \left(1.0611 \frac{T}{m^2}\right) * 1 \text{ piso}$$

$$PD = 62.76 T = 138.36 \text{ Kip}$$

Carga viva sin mayorar:

$$PL = 0.200 \frac{T}{m^2} * 16m^2 * 4pisos = 12.8 T = 28.22 Kip$$

El diámetro del cojinete se calcula como se explica en el Capítulo 5, sección 5.8.2, para los dos casos de combinaciones.

### Strenght I

$$Dm \geq \sqrt{\frac{4(\gamma_D P_D + \gamma_L P_L)}{\pi(1.45\sigma_{ss})}} = \sqrt{\frac{4(\gamma_D P_D + \gamma_L P_L)}{\pi(6.5Ksi)}}$$

$$\sigma_{ss} = 4.5 Ksi$$

$$\gamma_D = 1.25$$

$$\gamma_L = 1.75$$

$$Dm \geq \sqrt{\frac{4(1.25 * 138.36 + 1.75 * 28.219)}{\pi(1.45 * 4.5)}}$$

$$Dm \geq 6.59plg = 16.73cm$$

### Strenght IV

$$Dm \geq \sqrt{\frac{4\gamma_D P_D}{\pi(1.45\sigma_{ss})}} = \sqrt{\frac{4\gamma_D P_D}{\pi(4.35Ksi)}}$$

$$\sigma_{ss} = 3.0 Ksi$$

$$\gamma_D = 1.5$$

$$\gamma_L = 0$$

$$Dm \geq \sqrt{\frac{4 * 1.5 * 138.36}{\pi(1.45 * 3.0)}}$$

$$Dm \geq 7.79plg = 19.79cm$$

Se debe elegir el mayor entre las dos combinaciones, por lo que el diámetro  $D_m$  es igual a  $7.79plg$ , ahora si el diámetro total del cojinete es  $D_m + 0.75plg$ , se tiene finalmente:

$$\text{Diametro del Cojinete} = 8.544plg = 21.70cm$$

Sección del cojinete circular:

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi 8.544^2}{4} = 57.33 plg^2$$

Presión en el cojinete:

Se considera la carga muerta más el 25% de la carga viva:

$$W = 16m^2 * (1.0038 T/m^2) * 3 pisos + 16m^2 * \frac{1.1111T}{m^2} * 1 piso$$

$$W = 65.96 T = 145.42 Kip$$

$$P = \frac{W}{A}$$

$$P = \frac{145.42}{57.33} = 2.54Kip/plg^2$$

Tercer ciclo de movimiento sísmico

$$\mu_{3c} = 0.122 - 0.01P$$

$$\mu_{3c} = 0.122 - 0.01(2.54)$$

$$\mu_{LB} = 0.0966 - 0.015$$

$$\mu_{LB} = 0.0816$$

El valor del coeficiente de fricción que se obtiene para propiedades UB del aislador se muestra a continuación, esta vez afectado por los valores de  $\lambda$  que se presentan en la Tabla 11.

$$\lambda_{\max} = \lambda_1 * \lambda_2 * \lambda_3 * \lambda_4$$

$$\lambda_{\max} = 1.1 * 1.0 * 1.2 * 1.0$$

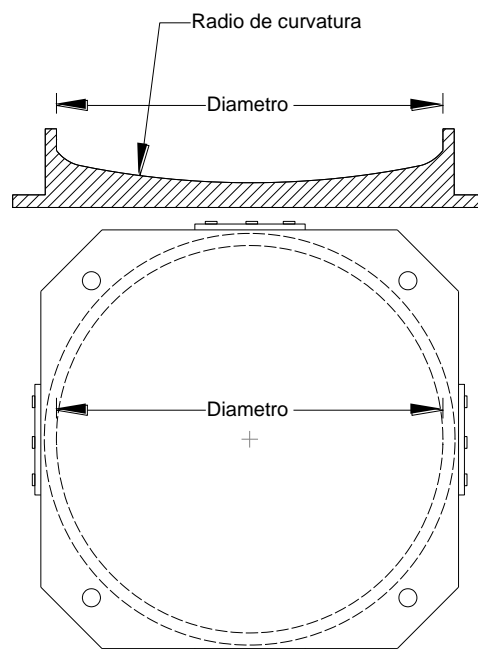
$$\lambda_{\max} = 1.32$$

$$\mu_{1c} = (1.20 \mu_{3c})\lambda_{\max}$$

$$\mu_{1c} = (1.20 * 0.0816)1.32$$

$$\mu_{UB} = 0.1293$$

Una vez que se establecen los coeficientes de fricción tanto para propiedades LB como UB se define el radio de curvatura y el diámetro de las placas cóncavas del aislador como se muestra en la Figura 57, radio que se obtiene de la tabla 1 presente en el Capítulo 2.

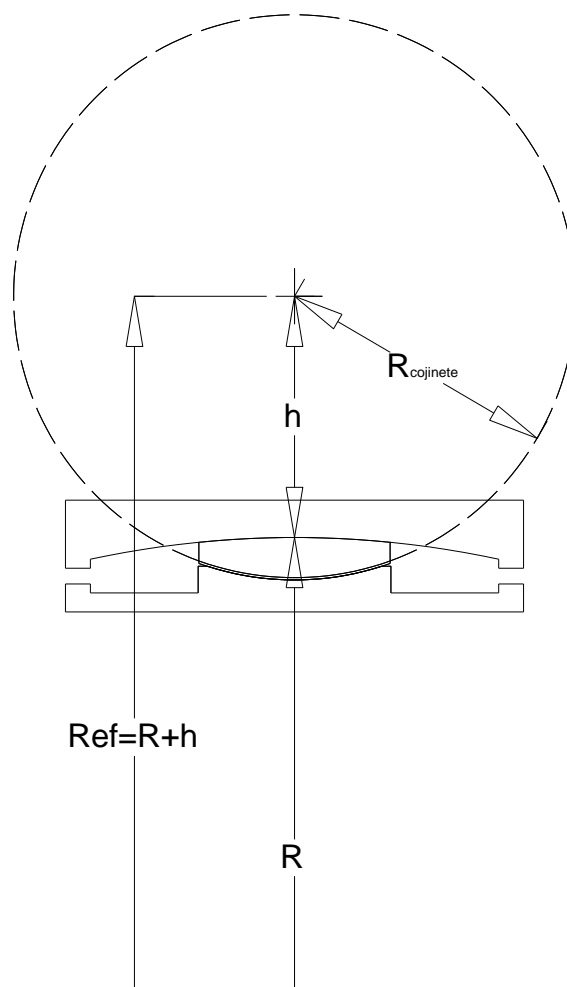


**Figura 57** Diámetro y Radio de curvatura de las placas cóncavas de los aisladores.

Se elige un radio de 155.5cm y un diámetro de 78.8cm, con estos datos el valor del radio efectivo se lo calcula de la siguiente manera:

$$R_{eff} = R + h$$

Nótese que para hallar el radio efectivo, al radio de curvatura de la placa cóncava se le suma el valor de  $h$ , ya que el punto pivote del radio del deslizador cae fuera del aislador, ver Figura 58.



**Figura 58** Radio efectivo para un FPS de la primera generación.

Se asume que el radio de curvatura del deslizador es igual a 35cm, no se puede aún establecer este valor ya que se debe realizar el análisis completo de los aisladores junto a la estructura para determinar los giros en los aisladores que afectan estos valores, dicho valor se lo ha establecido en base a varias pruebas realizadas, el valor del radio del deslizador converge en un valor aproximado al que se establece.

Se determina que  $h$  es igual a 25cm, valor que se aproxima al que se obtiene una vez que se realiza el análisis sísmico completo de la estructura junto al sistema de aislación, el comportamiento del sistema de aislación no sufre cambios significativos, si estos valores se aproximan a los que se obtienen al finalizar el análisis, el radio efectivo para el aislador FPS de la primera generación es el que se calcula a continuación.

$$R_{eff} = 155.5 \text{ cm} + 25 \text{ cm} = 180.50 \text{ cm}$$

Con los parámetros de fricción, cargas y radio efectivo se procede a construir la curva de histéresis que va a definir el comportamiento del aislador ante cargas verticales y sísmicas para el sismo DE y sismo MCE cada uno con propiedades LB y propiedades UB que dependen básicamente de los coeficientes de fricción.

Se recuerda que el peso total de la estructura es de 593 642 Kg y que para el análisis de un solo aislador esta carga debe dividirse para el número total de aisladores en la estructura, es decir para 16, por lo que se tiene una carga de 37 102.63 Kg.

Se utiliza el programa **histéresis.mat** con resultados tanto para propiedades LB como UB con sismo DE y MCE, es decir se debe correr

cuatro veces el programa, donde también se deben alterar los datos necesarios, tal como se explica en el uso del programa en el Capítulo 3, sección 3.4.

Se presenta en la Tabla 12 el resumen de fórmulas necesarias para encontrar los parámetros dinámicos del aislador.

**Tabla 12** Resumen de fórmulas para hallar los parámetros dinámicos, aisladores FPS primera generación

DESCRIPCIÓN	FÓRMULA	PARÁMETROS
<b>Fuerza característica (fuerza de fricción)</b>	$F_f = \mu W$	$\mu$ : Coeficiente fricción. $W$ : Fuerza vertical que gravita sobre el aislador.
<b>Fuerza Horizontal</b>	$F = F_f + \frac{W}{R_{ef}} u$	$F_f$ : Fuerza característica. $W$ : Fuerza vertical que gravita sobre el aislador. $R_{ef}$ : Radio efectivo. $u$ : Desplazamiento del sistema de aislación.
<b>Rigidez post-elástica</b>	$K_d = \frac{W}{R_{ef}}$	$W$ : Fuerza vertical que gravita sobre el aislador. $R_{ef}$ : Radio efectivo.
<b>Rigidez efectiva</b>	$K_{ef} = \frac{W}{R_{ef}} + \frac{F_f}{u}$	$W$ : Fuerza vertical que gravita sobre el aislador. $R_{ef}$ : Radio efectivo. $F_f$ : Fuerza característica.
<b>Amortiguamiento efectivo</b>	$\beta_{eff} = \frac{2}{\pi} \left( \frac{\mu}{\mu + \frac{u}{R_{ef}}} \right)$	$\mu$ : Coeficiente fricción. $u$ : Desplazamiento del sistema de aislación. $R_{ef}$ : Radio efectivo.

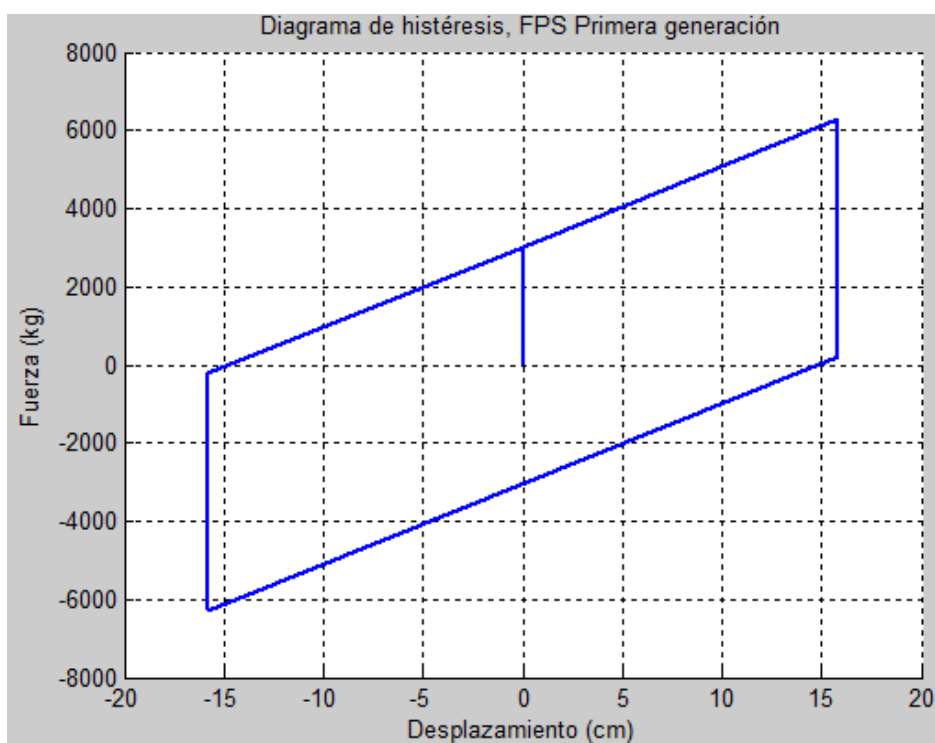
Una vez que se realiza el análisis sísmico para el sistema de aislación total se determinan los parámetros dinámicos de un aislador en particular, en este caso se realiza el análisis para un aislador en un pórtico interior, nótese que los 16 aisladores de la estructura tienen los mismos resultados, esto por el análisis que se menciona anteriormente al momento de dividir la carga total de la estructura para el número total de aisladores.

Los resultados que se obtienen del análisis se presentan a continuación en la Tabla 13.

**Tabla 13** Parámetros del diagrama de histéresis para aisladores FPS de la Primera Generación.

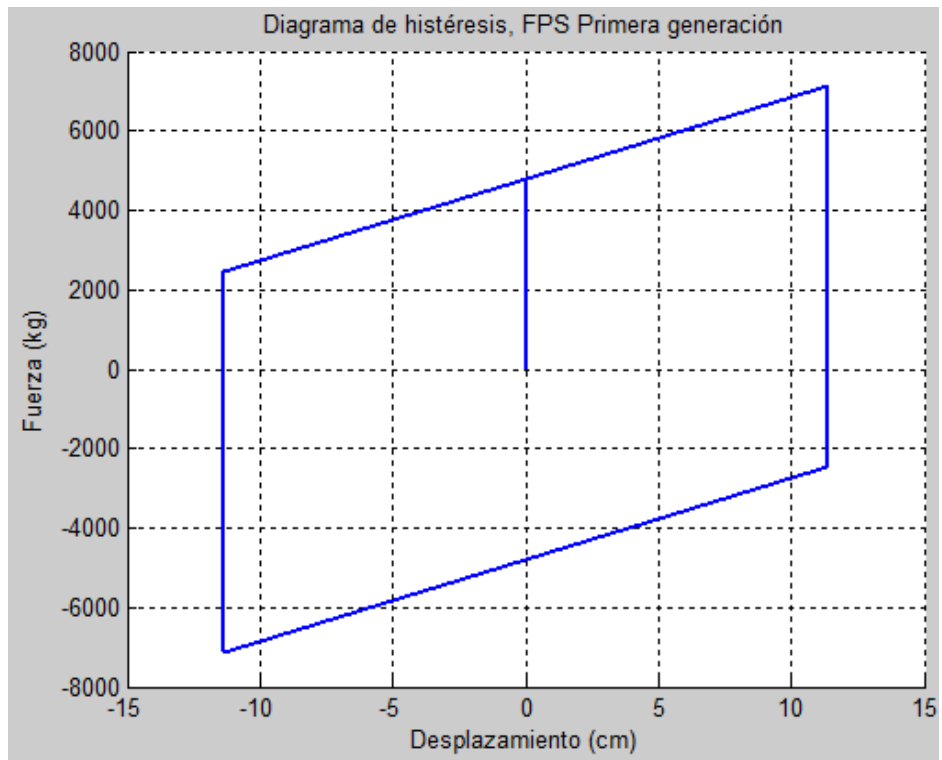
PARÁMETROS DE HISTÉRESIS FPS PRIMERA GENERACIÓN				
POPIEDADES DINÁMICAS	SISMO DE		SISMO MCE	
	LB, $\mu=0,0816$	UB, $\mu=0,1293$	LB, $\mu=0,0816$	UB, $\mu=0,1293$
<i>R (cm)</i>	155,50	155,50	155,50	155,50
<i>Reff (cm)</i>	180,50	180,50	180,50	180,50
<i>u (cm)</i>	15,77	11,37	29,94	22,42
<i>Beff</i>	0,307	0,428	0,210	0,325
<i>Keff (Kg/cm)</i>	397,508	627,368	306,664	419,493
<i>Kd (Kg/cm)</i>	205,55	205,55	205,55	205,55
<i>Teff (seg.)</i>	1,94	1,54	2,21	1,89
<i>F (Kg)</i>	6269,68	7135,19	9182,59	9406,74
<i>Ff (Kg)</i>	3027,57	4797,37	3027,57	4797,37

Los diagramas de histéresis que se generan con el análisis y parámetros dinámicos de la Tabla 13 son los siguientes.

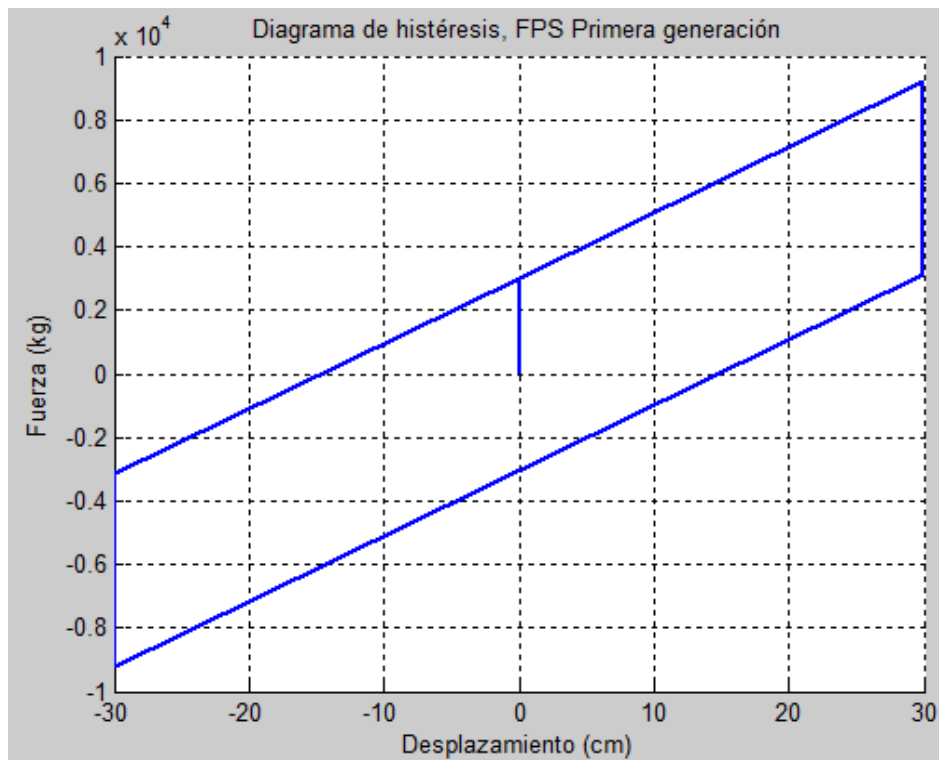


**Figura 59** Diagrama de histéresis para DE\_LB,  $\mu=0.0816$ .





**Figura 60** Diagrama de histéresis para DE\_UB,  $\mu=0.1293$ .



**Figura 61** Diagrama de histéresis para MCE\_LB,  $\mu=0.0816$ .

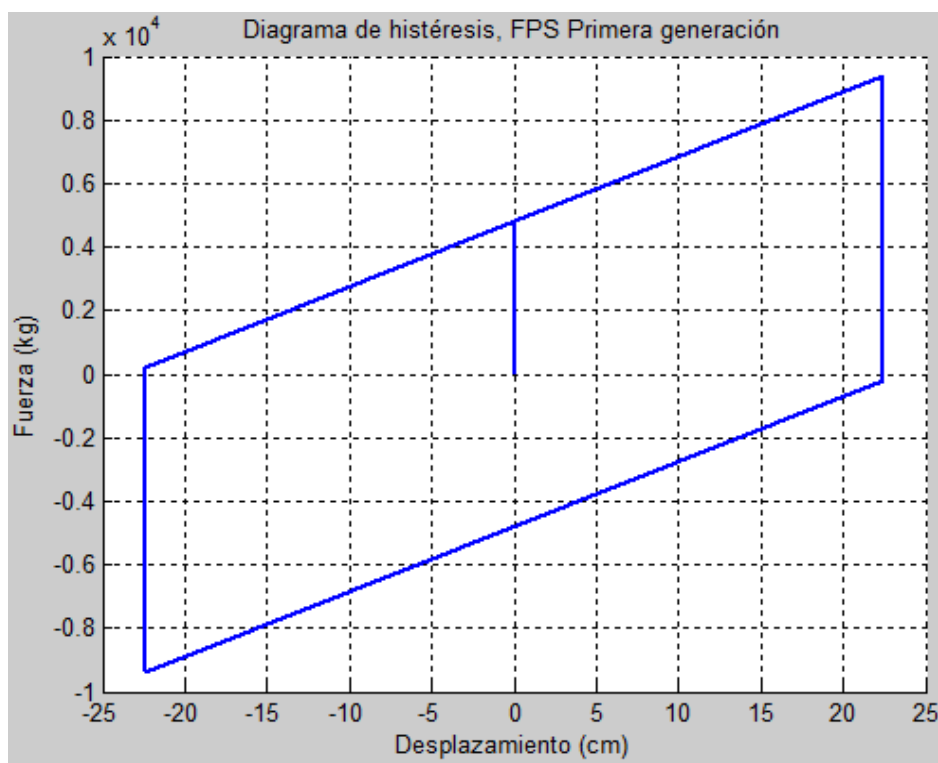


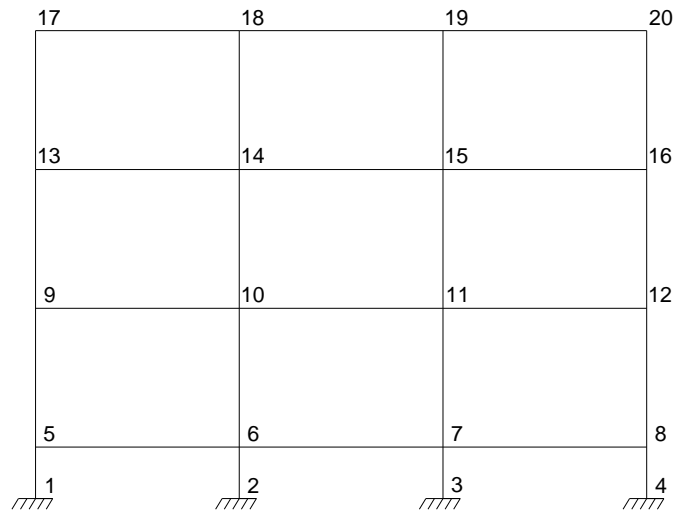
Figura 62 Diagrama de histéresis para MCE\_UB,  $\mu=0.1293$ .

#### 6.4 ANÁLISIS SÍSMICO DE LA ESTRUCTURA CON AISLADORES FPS DE LA PRIMERA GENERACIÓN

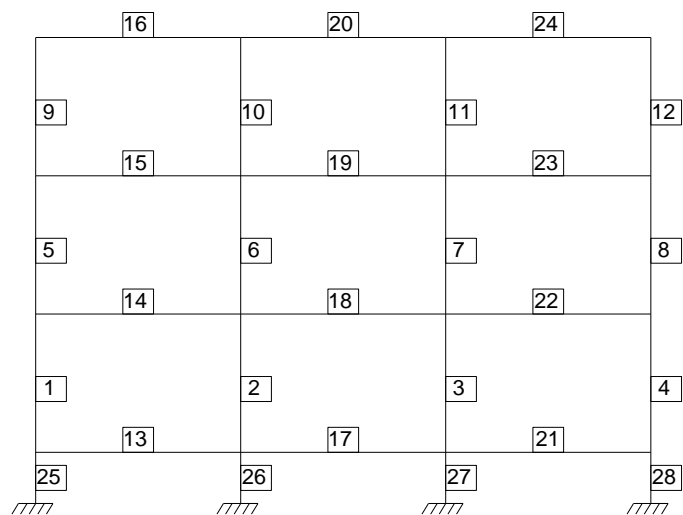
En los apartados anteriores se realiza el análisis sísmico total del sistema de aislación, sistema que se encuentra compuesto por aisladores FPS de la primera generación, los resultados de este análisis genera una curva de histéresis la cual describe el comportamiento básico del sistema de aislación ante cargas de servicio y eventualmente ante cargas sísmicas, tanto para el sismo DE como para el sismo MCE.

A continuación se presenta el modelo matemático que se configura para realizar el análisis sísmico de la estructura y utilizar la herramienta Mat Lab y los programas de la librería **CEINCI-LAB**. La Figura 63 muestra la numeración de los nudos de la estructura, la Figura 64 muestra la

numeración de los elementos viga y columna de la estructura, así como la modelación de los aisladores como elementos cortos, los cuales se numeran al final.

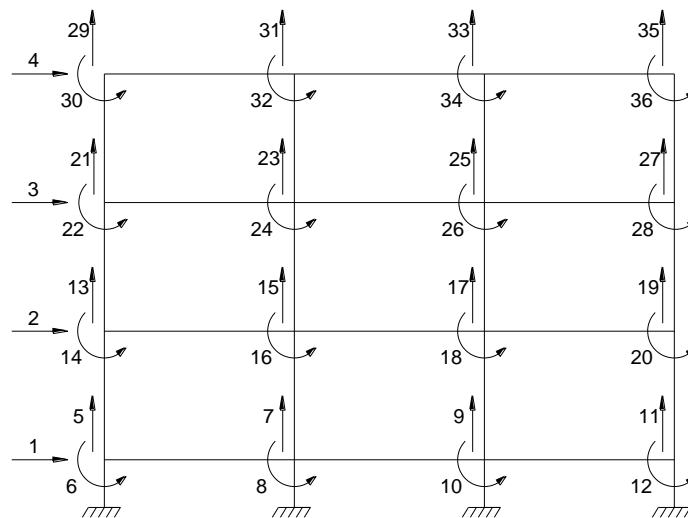


**Figura 63** Numeración de nudos del pórtico interior de la estructura



**Figura 64** Numeración de elementos de la estructura.

La **Figura 65** muestra los grados de libertad de la estructura, notar que a la estructura se la considera de piso rígido por lo que se tiene un grado de libertad por cada nivel.



**Figura 65** Grados de libertad de la estructura.

Un vez que se determina la numeración de nudos, elementos y grados de libertad se ingresa la estructura en los programas de **CEINCI-LAB** para realizar un análisis estructural plano, donde se determinan las matrices de rigidez de cada uno de los pórticos al utilizar también las secciones de los elementos como se explica en la sección 6.2.

A la matriz de rigidez de los pórticos se le debe afectar por la matriz de rigidez del sistema de aislación, esto se logra mediante la suma y el uso del vector de colocación entre estas matrices, posteriormente se halla la matriz de rigidez lateral de cada uno de los pórticos para determinar finalmente la matriz de rigidez espacial en coordenadas de piso, la cual sirve para realizar el análisis sísmico espacial donde se considera piso rígido.

A continuación se presentan las matrices de rigidez lateral de los pórticos de la estructura afectada por los parámetros del sistema de aislación, se recuerda que para encontrar estas matrices se utiliza diferentes programas de la librería **CEINCI-LAB**.

Matriz de rigidez lateral de los pórticos planos para DE\_LB

$$\begin{pmatrix} 8788.69 & -11989.07 & 3906.99 & -534.85 \\ -11989.07 & 24917.57 & -16693.51 & 3749.86 \\ 3906.99 & -16693.51 & 23586.37 & -10797.13 \\ -534.85 & 3749.86 & -10797.13 & 7581.73 \end{pmatrix}$$

Matriz de rigidez lateral de los pórticos planos para DE\_UB

$$\begin{pmatrix} 8896.00 & -11998.60 & 3908.72 & -535.09 \\ -11998.60 & 24918.48 & -16693.68 & 3749.88 \\ 3908.72 & -16693.68 & 23586.41 & -10797.13 \\ -535.09 & 3749.88 & -10797.13 & 7581.73 \end{pmatrix}$$

Matriz de rigidez lateral de los pórticos planos para MCE\_LB

$$\begin{pmatrix} 8746.23 & -11985.30 & 3906.31 & -534.75 \\ -11985.30 & 24917.20 & -16693.44 & 3749.85 \\ 3906.31 & -16693.44 & 23586.36 & -10797.12 \\ -534.75 & 3749.85 & -10797.12 & 7581.73 \end{pmatrix}$$

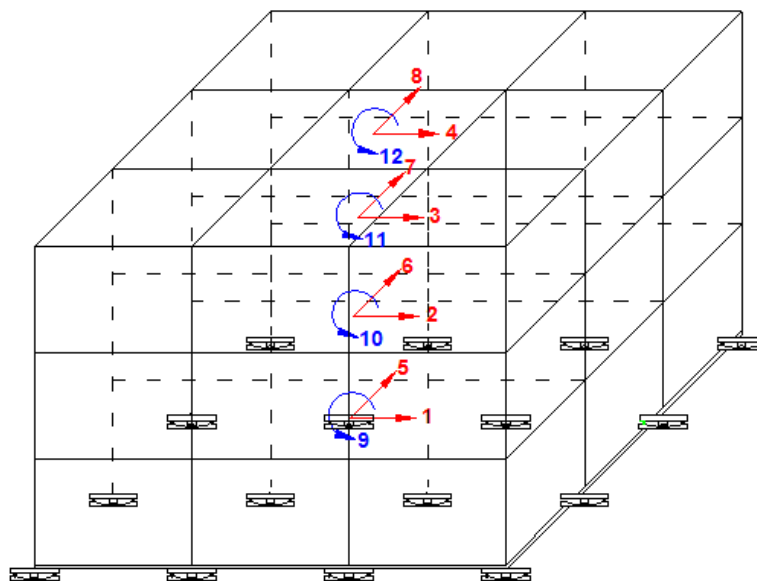
Matriz de rigidez lateral de los pórticos planos para MCE\_UB

$$\begin{pmatrix} 8798.92 & -11989.98 & 3907.16 & -534.87 \\ -11989.98 & 24917.65 & -16693.52 & 3749.86 \\ 3907.16 & -16693.52 & 23586.38 & -10797.13 \\ -534.87 & 3749.86 & -10797.13 & 7581.73 \end{pmatrix}$$

#### 6.4.1 Análisis sísmico espacial donde se considera piso rígido

El análisis dinámico de manera espacial, se realiza para la estructura completa, donde se considera tres grados de libertad por planta como se indica en la Figura 66. Como resultado se obtienen los desplazamientos de la losa de aislación y de la superestructura, y además las fuerzas laterales actuantes por sismo.

Dicho análisis se realiza juntamente con los factores de sitio del estudio de microzonificación sísmica de Quito ERN-12, tanto para el sismo DE como para el MCE.



**Figura 66** Grados de libertad en coordenadas de piso de la estructura.

Los grados de libertad que se consideran para el análisis sísmico, se numeran primero en sentido X, desde el primer piso al último piso, luego las coordenadas en sentido Y, de igual manera se numeran desde el primer piso al último y finalmente las rotaciones. La convención de signos positivos es, desplazamientos positivos de acuerdo a los ejes X, Y; rotación positiva si es

anti horaria. (Aguiar Falconí, Dinámica de Estructuras con CEINCI-LAB , 2012)

El análisis sísmico se realiza mediante la siguiente ecuación diferencial. (Seguin, 2007)

$$\bar{M} \begin{bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \bar{C} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \bar{K} \begin{bmatrix} U \\ q \end{bmatrix} = \bar{Q} * a(t)$$

Dónde:  $M$  es la matriz de masas;  $C$  es la matriz de amortiguamiento;  $K$  es la matriz de rigidez;  $Q$  es la matriz de cargas;  $a(t)$  es el vector de aceleraciones espectrales;  $U$  es el vector con desplazamientos de la superestructura;  $q$  es el vector con desplazamientos del sistema de aislación.

La matriz de masas  $M$  deducida a partir del análisis de la energía cinética se muestra a continuación junto con la matriz de rigidez  $K$ , matriz de amortiguamiento  $C$  y matriz de cargas  $Q$ .

$$M = \begin{bmatrix} m^{(s)} & m^{(s)}r^{(s)} \\ r^{(s)t}m^{(s)} & r^{(s)t}m^{(s)}r^{(s)} + m^{(b)} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} KE^{(s)} & 0 \\ 0 & KE^{(b)} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C^{(s)} & 0 \\ 0 & C^{(b)} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} m^{(s)}r^{(s)} \\ r^{(s)t}m^{(s)}r^{(s)} + m^{(b)} \end{bmatrix} * r^{(s)}$$

Dónde:  $m(s)$  es la matriz de masa de la superestructura;  $m(b)$  es la matriz de masa del sistema de aislación;  $r(s)$  es la matriz de incidencia de la superestructura;  $r(b)$  es la matriz de incidencia del sistema de aislación;  $KE(s)$  es la matriz de rigidez en coordenadas de piso de la superestructura;

$KE(b)$  es la matriz de rigidez en coordenadas de piso del sistema de aislación;  $C(s)$  es la matriz de amortiguamiento de la superestructura;  $C(b)$  es la matriz de amortiguamiento del sistema de aislación.

La determinación de la matriz de rigidez, amortiguamiento e incidencia, se detalla con claridad en los Capítulos 5 y 6 del presente proyecto.

La matriz de masas  $M$  que se deduce a partir del análisis de la energía cinética, el cual se explica posteriormente, y se tiene la matriz de masas para la estructura en estudio de la forma que se muestra a continuación.

$$M = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 & U_3 & U_4 & U_5 & U_6 & U_7 & U_8 & U_9 & q_7 & q_8 & q_9 & \\ m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & U_1 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & U_2 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & U_3 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & 0 & U_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & U_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & U_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 & U_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & J_2 & U_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & J_3 & U_9 \\ \hline m_1 & m_2 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 + m_2 + m_3 + m_b & 0 & 0 & q_7 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 & m_2 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 + m_2 + m_3 + m_b & 0 & q_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 & J_2 & J_3 & 0 & 0 & J_1 + J_2 + J_3 + J_b & q_9 \end{bmatrix}$$

La resolución de la ecuación diferencial, permite determinar los desplazamientos de la estructura en coordenadas de piso, donde se aplica el método de superposición modal.

Una vez que se realiza el análisis espacial de la estructura y posteriormente al utilizar los programas de la librería de **CEINCI-LAB** se obtienen los períodos de vibración  $T$ , las aceleraciones espectrales inelásticas  $A_d$  que se asocian a los períodos y los factores de participación modal  $\gamma$ , en la Tabla 14 se presentan los resultados para cada uno de los



análisis y a continuación los espectros reducidos por el amortiguamiento que se genera con los aisladores FPS de la primera generación.

**Tabla 14** Períodos de vibración, aceleraciones espectrales y factores de participación modal FPS primera generación

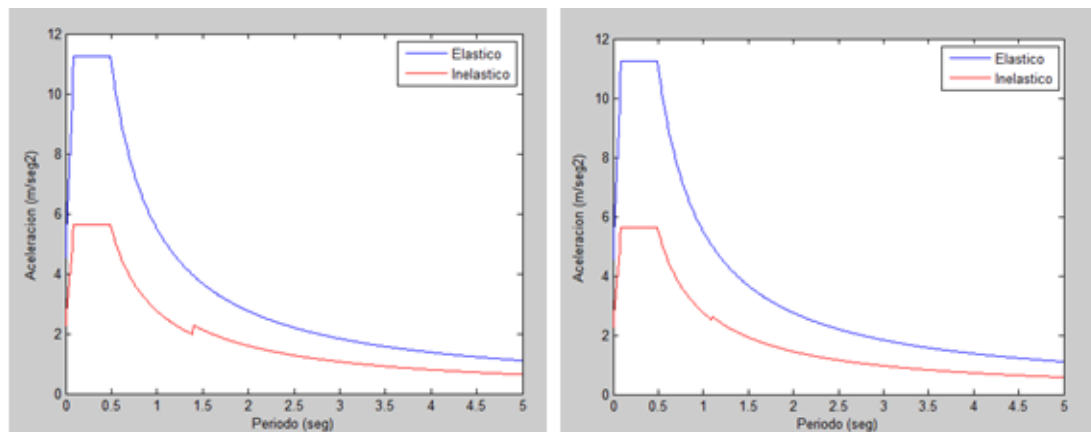
SISMO DE_LB												
MOD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T (s.)	1,97	1,9	1,5	0,24	0,2	0,1	0,10	0,1	0,0	0,06	0,0	0,0
Ad (m/s <sup>2</sup> )	1,62	1,6	2,0	5,61	5,6	5,6	5,61	5,6	5,1	4,36	4,3	3,8
$\gamma$	7,78	0,0	0,0	0,15	0,0	0,	0,02	0,0	0,0	0,00	0,0	0,0
SISMO DE_UB												
MOD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T (s.)	1,58	1,5	1,2	0,24	0,2	0,1	0,10	0,1	0,0	0,06	0,0	0,0
Ad (m/s <sup>2</sup> )	1,83	1,8	2,3	5,61	5,6	5,6	5,61	5,6	5,1	4,36	4,3	3,8
$\gamma$	7,77	0,0	0,0	0,24	0,0	0,0	0,03	0,0	0,0	0,00	0,0	0,0
SISMO MCE_LB												
MOD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T (s.)	2,23	1,8	1,5	0,24	0,2	0,1	0,10	0,1	0,0	0,06	0,0	0,0
Ad (m/s <sup>2</sup> )	2,40	2,9	3,4	8,42	8,4	8,4	8,42	8,4	7,7	6,54	6,5	5,8
$\gamma$	7,782	0,00	0,00	0,120	0,00	0,00	0,017	0,00	0,00	0,00	0,0	0,0
SISMO MCE_UB												
MOD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T (s.)	1,92	1,92	1,49	0,24	0,24	0,19	0,10	0,10	0,08	0,06	0,06	0,04
Ad (m/s <sup>2</sup> )	2,45	2,4	3,1	8,42	8,4	8,4	8,42	8,4	7,7	6,54	6,5	5,83
$\gamma$	7,78	0,0	0,0	0,16	0,0	0,0	0,02	0,0	0,0	0,00	0,0	0,0

Existen diferentes valores del amortiguamiento efectivo  $\beta_{eff}$  de los aisladores, estos dependen de las propiedades UB y LB cada una con sismo DE y MCE. A continuación se presenta en la Tabla 15 los valores del amortiguamiento efectivo y el valor del factor de amortiguamiento  $B$ , para poder construir los espectros de diseño reducidos que se observan en la Figura 67 y Figura 68.

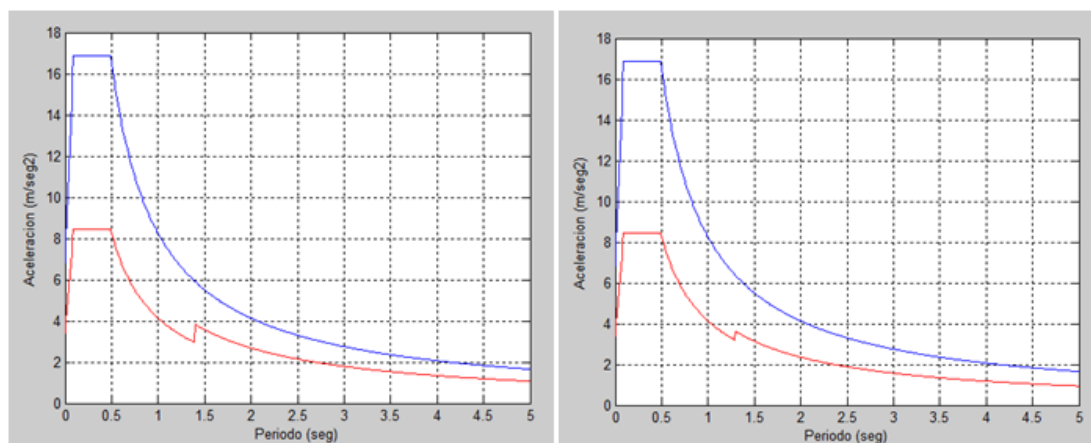
$$B = \left( \frac{\beta_{eff}}{0.05} \right)^{0.3}$$

**Tabla 15** Factor de amortiguamiento FPS Primera Generación

<b>PARÁMETROS DE AMORTIGUAMIENTO FPS PRIMERA GENERACIÓN</b>				
<b>POPIEDADES DINÁMICAS</b>	<b>SISMO DE</b>		<b>SISMO MCE</b>	
	<b>LB</b> $\mu=0,0816$	<b>UB</b> $\mu=0,1293$	<b>LB</b> $\mu=0,0816$	<b>UB</b> $\mu=0,1293$
<b><i>B<sub>eff</sub></i></b>	0,307	0,428	0,210	0,325
<b><i>B</i></b>	1,724	1,904	1,538	1,753



**Figura 67** Espectros de aceleraciones reducidos. DE\_LB y DE\_UB



**Figura 68** Espectros de aceleraciones reducidos. MCE\_LB y MCE\_UB

En la Tabla 16, Tabla 17, Tabla 18 y Tabla 19 se presentan los desplazamientos y fuerzas en el centro de masas de la estructura, estos

parámetros dan una idea precisa de que la estructura no sufre desplazamientos relativos entre pisos mayores a la deriva máxima que impone la norma constructiva.

**Tabla 16** Desplazamiento y fuerzas sísmicas DE\_LB, FPS primera generación.

<b>PISO</b>	Desplazamiento lateral en C.M (cm)	Fuerza Lateral en C.M (T)	Fuerzas al Pórtico (T)
<b>3</b>	16,31	25,197	6,299
<b>2</b>	16,12	24,516	6,129
<b>1</b>	15,81	24,061	6,015
<b>L.A.</b>	15,47	26,457	6,614

**Tabla 17** Desplazamiento y fuerzas sísmicas DE\_UB, FPS primera generación.

<b>PISO</b>	Desplazamiento lateral en C.M (cm)	Fuerza Lateral en C.M (T)	Fuerzas al Pórtico (T)
<b>3</b>	12,01	29,101	7,275
<b>2</b>	11,79	27,941	6,985
<b>1</b>	11,45	27,158	6,790
<b>L.A.</b>	11,06	29,713	7,428

**Tabla 18** Desplazamiento y fuerzas sísmicas MCE\_LB, FPS primera generación.

<b>PISO</b>	Desplazamiento lateral en C.M (cm)	Fuerza Lateral en C.M (T)	Fuerzas al Pórtico (T)
<b>3</b>	30,94	36,897	9,224
<b>2</b>	30,66	36,127	9,032
<b>1</b>	30,21	35,599	8,900
<b>L.A.</b>	29,71	39,191	9,798

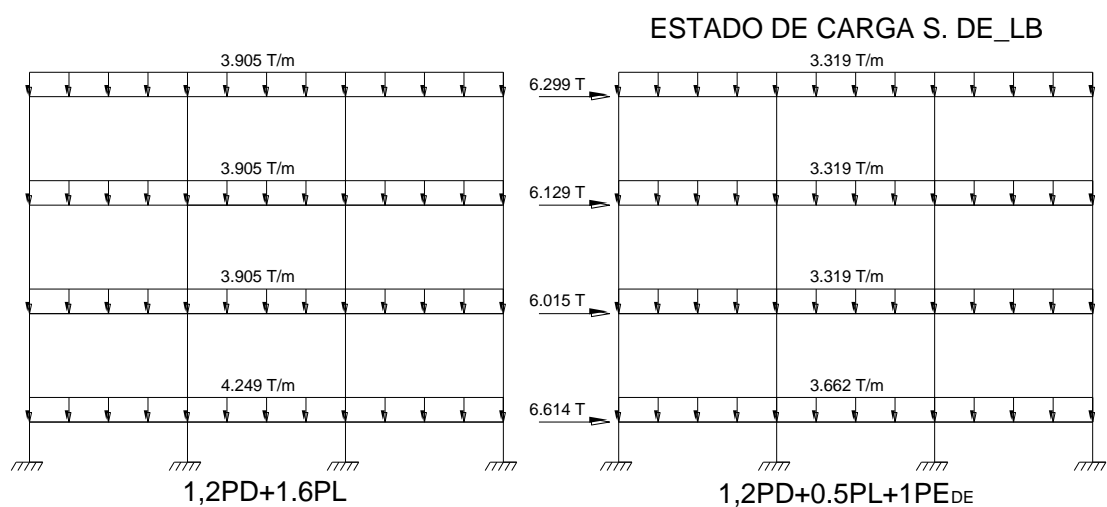
**Tabla 19** Desplazamiento y fuerzas sísmicas MCE\_LB, FPS primera generación.

<b>PISO</b>	Desplazamiento lateral en C.M (cm)	Fuerza Lateral en C.M (T)	Fuerzas al Pórtico (T)
<b>3</b>	23,46	38,232	9,558
<b>2</b>	23,18	37,146	9,287
<b>1</b>	22,71	36,422	9,106
<b>L.A.</b>	22,20	40,033	10,008

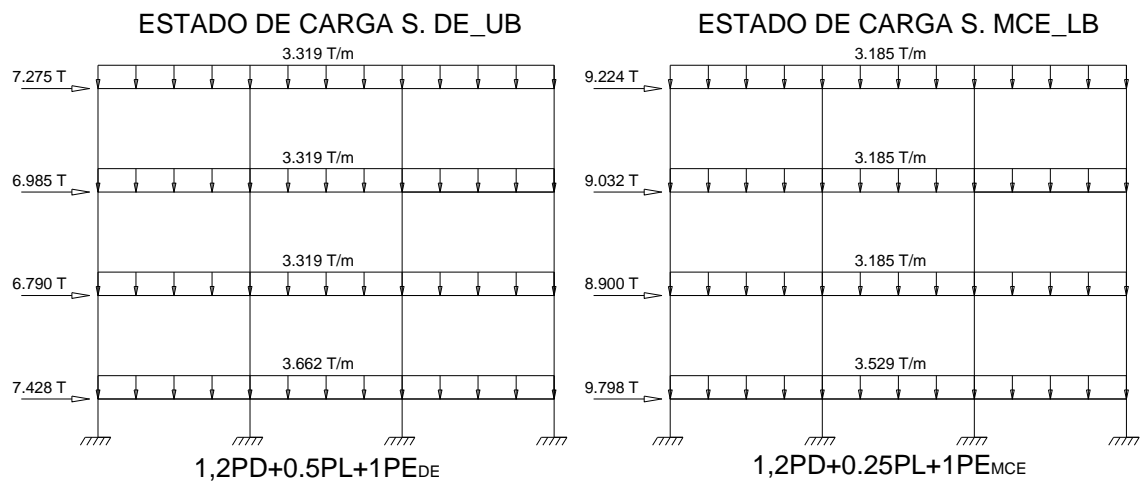
### 6.4.2 Estados de cargas de servicio y por sismo

En las tablas antes expuestas se determinaron las cargas sísmicas laterales para cada uno de los pórticos, al ser la estructura totalmente simétrica la carga en el centro de masas se divide para el numero de pórticos, en este proyecto se consideran 4 pórticos por lo que la fuerza en el centro de masas se debe dividir para cuatro y se encuentran las fuerzas en cada uno de los pórticos.

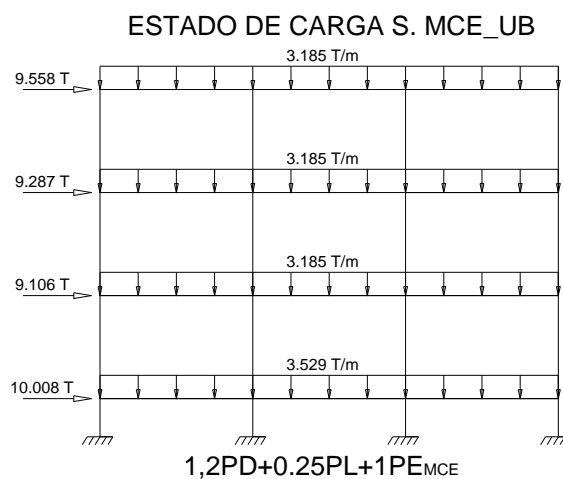
A las cargas laterales sísmicas se las denomina estados de carga por sismo y son las que se presentan en la Figura 69, Figura 70 y Figura 71 junto a las combinaciones de carga de servicio que se determinan para dicha estructura en particular, se recuerda que para repartir la carga a lo largo de cada uno de los pisos se lo hizo mediante el mosaico de cargas y que el pórtico que se presenta es un pórtico interior, pórtico que resulta ser el más crítico para este proyecto.



**Figura 69** Estado de cargas de servicio y S. DE\_LB, FPS primera generación



**Figura 70** Estado de cargas S. DE\_UB y S. MCE\_LB, FPS primera generación



**Figura 71** Estado de cargas S. MCE\_UB, FPS primera generación

Los desplazamientos en los pórticos son los que se muestran a continuación en la Tabla 20, estos desplazamientos se obtienen con la ayuda de los programas de la librería **CEINCI-LAB**, con estos valores se sabe cuánto se va a desplazar cada uno de los pórticos por la acción de las fuerzas sísmicas y son necesarios para elegir un aislador que tenga dicha capacidad de desplazamiento.

**Tabla 20** Desplazamientos en los pórticos FPS primera generación

	<i>SISMO DE_LB</i>	<i>SISMO DE_UB</i>	<i>SISMO MCE_LB</i>	<i>SISMO MCE_UB</i>
<b>PISO</b>	<b>Desp. (cm)</b>	<b>Desp. (cm)</b>	<b>Desp. (cm)</b>	<b>Desp. (cm)</b>
<b>3</b>	16,64	12,36	31,44	23,97
<b>2</b>	16,45	12,14	31,15	23,68
<b>1</b>	16,14	11,78	30,69	23,21
<b>L.A.</b>	15,79	11,39	30,18	22,68

Se observa que el mayor desplazamiento en el sistema de aislación L.A. en el análisis por pórtico interior es de 30.18 cm con propiedades LB y con sismo MCE, valor de desplazamiento que el aislador debe ser capaz de absorber, es decir que el cojinete articulado tenga dicha capacidad de desplazamiento sobre la placa esférica, con este análisis se elige el diámetro de la placa esférica.

## **6.5 DISEÑO DE LOS AISLADORES FPS DE LA PRIMERA GENERACIÓN**

El diseño de los aisladores FPS de la primera generación se presenta en este apartado a detalle, y se lo realiza paso a paso con cada una de las fórmulas que se establecen para su diseño, también se utilizan algunos programas en Mat Lab para reducir los tiempos de cálculo.

### **6.5.1 Diseño de las placas exteriores y espesor mínimo**

De la tabla de medidas estándar se elige un radio de curvatura de las placas esféricas igual a 155,50 cm y un diámetro de 91.40 cm, el cálculo del espesor de las placas se lo realiza bajo cargas de servicio y bajo cargas sísmicas.

La capacidad de desplazamiento máxima del aislador  $d^*$  se debe calcular para determinar que el diámetro de 91.40 cm es suficiente para que

el deslizador se mueva libremente sobre la superficie, según la Tabla 20 el desplazamiento máximo que se produce en condiciones LB con sismo MCE que debe absorber el aislador es de 30.18 cm.

$$d^* = \frac{R + h}{R} d = \frac{R_{eff}}{R} d$$

Dónde:

$$d = \frac{1}{2} \text{Diametro de la placa esférica} - \frac{1}{2} \text{Díametro del deslizador}$$

$$d = 45.70 - 10.85$$

$$d = 34.85 \text{ cm}$$

El desplazamiento nominal es suficiente ya que  $34.85 \text{ cm} > 30.18 \text{ cm}$ . La capacidad de desplazamiento máximo es.

$$R_{eff} = 155.5 \text{ cm} + 25 \text{ cm} = 180.50 \text{ cm}$$

$$d^* = \frac{180.50}{155.50} 34.85$$

$$d^* = 40.45 \text{ cm}$$

$$40.45 > 34.85 > 30.18 \text{ cm OK}$$

Nótese que la capacidad  $d^*$  es mucho mayor que la necesaria, con estas condiciones el diámetro de la placa esférica donde se desplaza el cojinete es suficiente.

A continuación se prosigue con el cálculo del espesor de las placas exteriores del aislador bajo cargas de servicio y bajo cargas sísmicas.

Caso en el que solo actúan cargas de servicio, es decir el deslizador se encuentra en su posición original y que aún no sufre ningún desplazamiento.

$$\text{Carga muerta } PD = 62.76 \text{ T}$$

$$\text{Carga viva } PL = 12.80 \text{ T}$$

Combinación de cargas Strenght I.

$$P_u = 1.25PD + 1.75PL$$

$$P_u = 1.25(62.76) + 1.75(12.80)$$

$$P_u = 100.85 T = 100850 Kg$$

Combinación de cargas Strenght IV.

$$P_u = 1.5PD$$

$$P_u = 1.5(62.76)$$

$$P_u = 94.14 T = 94140 Kg$$

Se elige el mayor valor de la carga última en las dos combinaciones, por lo que:

$$P_u = 100850 Kg$$

Esfuerzo en el concreto donde se incorpora el aislador. Se tiene un esfuerzo del concreto  $f'_c = 210 Kg/cm^2$ .

$$fb = 1.7 \phi_c f'_c$$

$$fb = 1.7 (0.65)(210)$$

$$fb = 232.05 Kg/cm^2$$

Diámetro  $b_1$  de la sección de concreto donde se incorpora el aislador.

$$b_1 = \sqrt{\frac{4P}{\pi fb}}$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{4(100850)}{\pi(232.05)}}$$

$$b_1 = 23.52 cm$$

Brazo de palanca, la dimensión de  $b$  es el diámetro del deslizador igual a 21.70 cm (ver sección 6.3.3).,



$$r = \frac{b_1 - b}{2}$$

$$r = \frac{23.52 - 21.70}{2}$$

$$r = 0.91 \text{ cm}$$

Cálculo del momento último simplificado  $M_{u_{SIMPLIFICADO}}$  y el factor de corrección  $red$ .

$$M_{u_{SIMPLIFICADO}} = f_b \frac{r^2}{2} + f_b \left( \frac{b_1}{b} - 1 \right) \frac{r^2}{3}$$

$$M_{u_{SIMPLIFICADO}} = 232.05 \frac{0.91^2}{2} + 232.05 \left( \frac{23.52}{21.70} - 1 \right) \frac{0.91^2}{3}$$

$$M_{u_{SIMPLIFICADO}} = 101.45 \text{ Kg cm} \qquad red = 0.98 + 0.7167 \left( \frac{21.70}{23.52} - 0.8 \right)$$

$$red = 1.068$$

Cálculo del momento último final  $M_u$ .

$$M_u = red \cdot M_{u_{SIMPLIFICADO}}$$

$$M_u = 1.068(101.45)$$

$$M_u = 108.35 \text{ Kg cm}$$

Cálculo del espesor de la placa

$$t \geq \sqrt{\frac{4M_u}{\phi_b F_y}}$$

$$t \geq \sqrt{\frac{4(108.35)}{0.9(3163.80)}}$$

$$t \geq 0.39 \text{ cm}$$

Como se observa el valor del espesor de la placa  $t$  es un valor muy pequeño, esto se debe a que las cargas que genera la estructura son bastante bajas, en este caso se debe adoptar el valor mínimo normado del espesor de las placas igual a 1.5 pulgadas (3.81 cm).

$$t = 3.81 \text{ cm}$$

Cuando actúan cargas sísmicas y el aislador se encuentra en movimiento, se debe realizar el cálculo para el caso más crítico, es decir en el que el deslizador presenta el desplazamiento máximo, valor que se obtiene del análisis sísmico de la estructura y que se muestra en la Tabla 20 igual a 30.18 cm, valor que se genera por la acción del sismo MCE con propiedades LB.

Cálculo del diámetro  $b_1$  en condiciones sísmicas.

$$b_1 = \frac{4P}{\pi a_1 f_b}$$

$$a_1 = 2\left(\frac{L}{2} - d\right)$$

Dónde:

$L$  = Longitud total de la placa cóncava

$d$  = Desplazamiento estático mas desplazamiento por sismo MCE

En este caso no existe desplazamiento estático del deslizador por lo que el valor del desplazamiento  $d$  es.

$$d = 30.18 \text{ cm}$$

$$a_1 = 2\left(\frac{91.40}{2} - 30.18\right)$$

$$a_1 = 31.04 \text{ cm}$$

$$b_1 = \frac{4(100850)}{\pi(31.04)(232.05)}$$

$$b_1 = 17.827 \text{ cm}$$

Se nota que el valor de  $b_1$  es menor al diámetro del deslizador, esto quiere decir que el esfuerzo que se genera en el aislador no sale fuera de la placa por lo que se deben adoptar dimensiones mínimas.

$$t = 3.81 \text{ cm}$$

### 6.5.2 Diseño del deslizador o cojinete articulado

En la sección 6.3.3 se determina el diámetro del cojinete o deslizador articulado igual a  $D_m = 19.79 \text{ cm} = 7.79 \text{ in}$ . Nótese que el siguiente procedimiento se realiza paso por paso, pero también existe un programa desarrollado en Mat Lab de la librería **CEINCI-LAB** al que se denomina **deslizador.mat** que realiza el cálculo del cojinete, tal como se indica en el apartado 3.4.8.

$$\text{Diámetro del cojinete} = 21.70 \text{ cm}$$

Carga muerta

$$PD = 16m^2 * (0.9538 \text{ T/m}^2) * 3 \text{ pisos} + 16m^2 * \frac{1.0611T}{m^2} * 1 \text{ piso}$$

$$PD = 62.76 \text{ T} = 138.36 \text{ Kip}$$

Carga viva

$$PL = 0.200 \frac{T}{m^2} * 16m^2 * 4 \text{ pisos} = 12.8 \text{ T} = 28.22 \text{ Kip}$$

Cálculo del área de politetrafluoroetileno (PTFE) que está en contacto entre las dos partes del deslizador.

**Strenght I.**

$$A_{PTFE} \geq \frac{\gamma_D P_D + \gamma_L P_L}{1.45 \sigma_{SS}} = \frac{\gamma_D P_D + \gamma_L P_L}{6.5 \text{ Ksi}}$$

Dónde:

$$\sigma_{SS} = 4.5 \text{ Ksi}$$

$$\gamma_D = 1.25$$

$$\gamma_L = 1.75$$

$$A_{PTFE} \geq \frac{1.25(138.36) + 1.75(28.22)}{6.5 \text{ Ksi}}$$

$$A_{PTFE} \geq 34.21 \text{ in}^2$$

**Strenght IV.**

$$1.4 \times 1.5 = 2.2 \text{ ksi} \leq \frac{\gamma_D P_D}{A_{PTFE}} \leq 1.45 \times 3.0 = 4.3 \text{ Ksi}$$

$$2.2 \text{ ksi} \leq \frac{\gamma_D P_D}{A_{PTFE}} \leq 4.3 \text{ ksi}$$

Dónde:

$$\sigma_{SS} = 3.0 \text{ Ksi}$$

$$\gamma_D = 1.5$$

$$\gamma_L = 0$$

$$2.2 \text{ ksi} \leq \frac{1.5(138.36)}{34.21} \leq 4.3 \text{ ksi}$$

$$2.2 \text{ ksi} \leq 6.09 \leq 4.3 \text{ ksi}$$

En este caso la condición de Strenght IV no se cumple por lo que se debe rediseñar, es decir, incrementar el valor del área de PTFE para que el

esfuerzo que se genera en la sección esté dentro de los parámetros de resistencia de las fibras de PTFE. Luego de varias iteraciones se concluye que el área debe tener el siguiente valor:

$$A_{PTFE} = 49.52 \text{ in}^2$$

Se tiene entonces:

$$2.2 \text{ ksi} \leq \frac{1.5(138.36)}{49.52} \leq 4.3 \text{ ksi}$$

$$2.2 \text{ ksi} \leq 4.19 \leq 4.3 \text{ ksi OK}$$

Cálculo del ángulo  $\psi$  de la superficie cóncava del deslizador.

$$\psi = \tan^{-1} \left( \frac{PH_{max}}{PV_{min}} \right) + \theta E \leq 35^\circ$$

$$PH_{max} = \mu(PD + PL) = 0.15(PD + PL)$$

El valor de  $PV_{min}$  es el menor valor entre la carga muerta  $PD$  y el valor de  $0.5(PD + PL)$ .

$$PH_{max} = 0.15(138.36 + 28.22)$$

$$PH_{max} = 24.98 \text{ Kip}$$

$$PV_{min} = \text{Min}[138.36, \quad 0.5(PD + PL)]$$

$$PV_{min} = \text{Min}[138.36, \quad 83.29]$$

$$PV_{min} = 83.29 \text{ Ksi}$$

El valor de  $\theta E$  se obtiene del análisis sísmico de la estructura, como se explica en el apartado 5.7.4.

$$\psi = \tan^{-1} \left( \frac{24.98}{83.29} \right) + 0.036 \text{ rad} \leq 35^\circ$$

El valor de  $35^\circ$  lo recomienda Constantino al 2011.

$$\psi = 0.33 \text{ rad} = 18.76^\circ \leq 35^\circ \text{ OK}$$

Radio  $R$  de la superficie cóncava del cojinete o deslizador articulado

$$R = \frac{Dm}{2 \sin \psi} \leq 43 \text{ pulgadas.}$$

$$R = \frac{7.79}{2 \sin 18.76} \leq 43 \text{ pulgadas.}$$

$$R = 12.11 \text{ pulgadas} \leq 43 \text{ pulgadas.}$$

Para que el cojinete funcione de manera óptima el radio  $R$  debe cumplir la siguiente condición, tal como se explicó en el inciso 5.7.5

$$H \leq \pi R^2 \sigma_{PTFE} \sin^2(\psi - \beta - \theta) \sin \beta$$

Dónde:

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{H}{P} \right) = \tan^{-1}(\mu) = \tan^{-1}(0.06) = 0.06 \text{ rad.}$$

$$\beta = \theta = 0.035$$

Cálculo de  $H$  para el caso de la combinación de carga Strenght I.

$$H = \mu(\gamma_D P_D + \gamma_L P_L); \gamma_D = 1.25, \gamma_L = 1.75, \mu = 0.06$$

$$H = 0.06(1.25(138.36) + 1.75(28.22))$$

$$H = 13.34 \text{ Kip}$$

Cálculo de  $H$  para el caso de la combinación de carga Strenght IV.

$$H = \mu(\gamma_D P_D); \gamma_D = 1.5, \gamma_L = 0, \mu = 0.06$$

$$H = 0.06(1.5(138.36))$$

$$H = 12.45 \text{ Ksi}$$

Se elige el mayor valor de  $H$ .

$$H = 13.34 \text{ Kip}$$

Con este valor, en la ecuación original se tiene.

$$13.34 \leq \pi R^2 \sigma_{PTFE} \sin^2(\psi - \beta - \theta) \sin \beta$$

$$13.34 \leq \pi(12.11)^2(6.5) \sin^2(0.33 - 0.06 - 0.035) \sin(0.06)$$

$$13.34 \leq 9.74 \text{ Kip}$$

El valor de  $9.74 \text{ Kip}$  es muy bajo y no satisface la ecuación, por lo que se debe incrementar el valor del radio  $R$ . Al realizar los incrementos respectivos se encuentra finalmente un radio  $R = 14.31 \text{ in.}$

$$13.34 \leq \pi(14.31)^2(6.5) \sin^2(0.33 - 0.06 - 0.035) \sin(0.06)$$

$$13.34 \leq 13.59 \text{ Kip OK}$$

La longitud de arco  $DB_{act}$  de la superficie cóncava se determina de la siguiente manera procedimiento que se explicó en el apartado 5.7.5.

$$DB_{act} = 2R \sin^{-1} \left( \frac{Dm}{2R} \right)$$

$$DB_{act} = 2(14.31) \sin^{-1} \left( \frac{7.79}{2(14.31)} \right)$$

$$DB_{act} = 7.89 \text{ in.}$$

De lo visto en la sección 5.7.6, se tiene el cálculo de la profundidad mínima  $Mm$  de corte de la superficie cóncava para que encaje la superficie convexa.

$$Mm = R \left[ 1 - \cos \left( \sin^{-1} \left( \frac{Dm}{2R} \right) \right) \right] + t_{PTFE}$$

Dónde:

$$t_{PTFE} = 0.09375 \text{ in.}$$

$$Mm = 14.31 \left[ 1 - \cos \left( \sin^{-1} \left( \frac{7.79}{2(14.31)} \right) \right) \right] + 0.09375$$

$$Mm = 0.634 \text{ in.}$$

Espesor mínimo de la placa cóncava en su eje central

$$T_{min} = 0.75 \text{ pulgadas}$$

Espesor máximo de la placa cóncava.

$$T_{max} = T_{min} + Mm$$

$$T_{max} = 0.75 + 0.634$$

$$T_{max} = 1.384 \text{ in.}$$

Para el diseño de la placa convexa del cojinete se calcula:

Angulo  $\gamma$  de la placa convexa.

$$\gamma \geq \left( \frac{DB_{act}}{2R} \right) + \theta$$

Dónde:

$$\theta = 0.053$$

$$\theta \geq \theta E_L$$

$$\theta \geq \theta E_T$$

$$\gamma \geq \left( \frac{7.89}{2(14.31)} \right) + 0.053$$

$$\gamma \geq 0.33 \text{ rad}$$

$$\gamma \geq 18.83^\circ$$

Longitud de cuerda de la placa convexa  $Cm$ .

$$Cm = 2R \sin \psi$$

$$Cm = 2(14.31) \sin(18.76^\circ)$$

$$Cm = 9.27 \text{ in.}$$



Altura de la placa convexa esférica.

$$H = R - \sqrt{R^2 - \left(\frac{Cm}{2}\right)^2}$$

$$H = 14.31 - \sqrt{14.31^2 - \left(\frac{9.27}{2}\right)^2}$$

$$H = 0.77 \text{ in.}$$

Altura total de la placa convexa

$$H_{act} = H + 0.75 \text{ pulgadas}$$

$$H_{act} = 0.77 + 0.75 \text{ pulgadas}$$

$$H_{act} = 1.52 \text{ in.}$$

Para finalizar con el diseño del aislador FPS de la primera generación es de suma importancia realizar el análisis de la capacidad de recuperación para el caso más crítico del aislador, es decir con propiedades UB bajo sismo MCE, con los parámetros que se hallan en el análisis sísmico del sistema de aislación que se presentan en la Tabla 13.

$$T \leq 28 \left(\frac{0.05}{\mu}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{D}{g}}$$

Dónde:

$D$  = Desplazamiento máximo del aislador en el diagrama de histéresis

$\mu$  = Coeficiente de fricción cuasi estático

$g$  = Gravedad

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK_d}}$$

El peso  $W$  se refiere a la carga que gravita sobre el aislador en evaluación así como su rigidez  $K_d$ .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g \frac{W}{R_{eff}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{R_{eff}}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{180.5}{981}}$$

$$T = 2.69 \text{ seg.}$$

$$T \leq 28 \left( \frac{0.05}{\mu} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{D}{g}}$$

$$\mu_{quai-static} = \frac{0.1293}{2} = 0.0646$$

$$D = u = 22.42 \text{ cm (Ver Tabla 13 UB\_MCE)}$$

$$2.69 \leq 28 \left( \frac{0.05}{0.0646} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{22.42}{981}}$$

$$2.69 \leq 3.97 \text{ seg. OK}$$

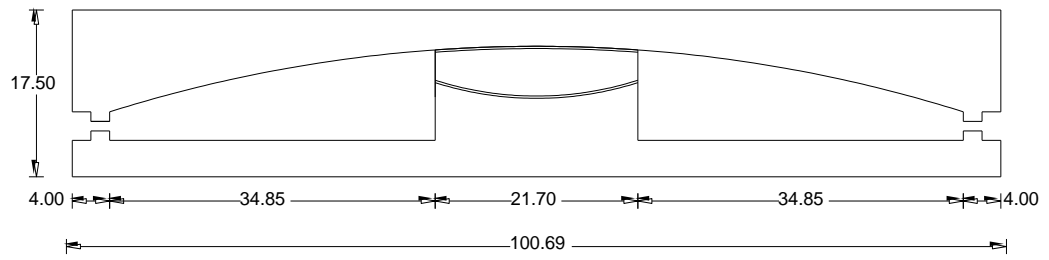
Se concluye que el aislador tiene suficiente capacidad de recuperación por lo que el diseño es correcto.

## 6.6 RESULTADOS

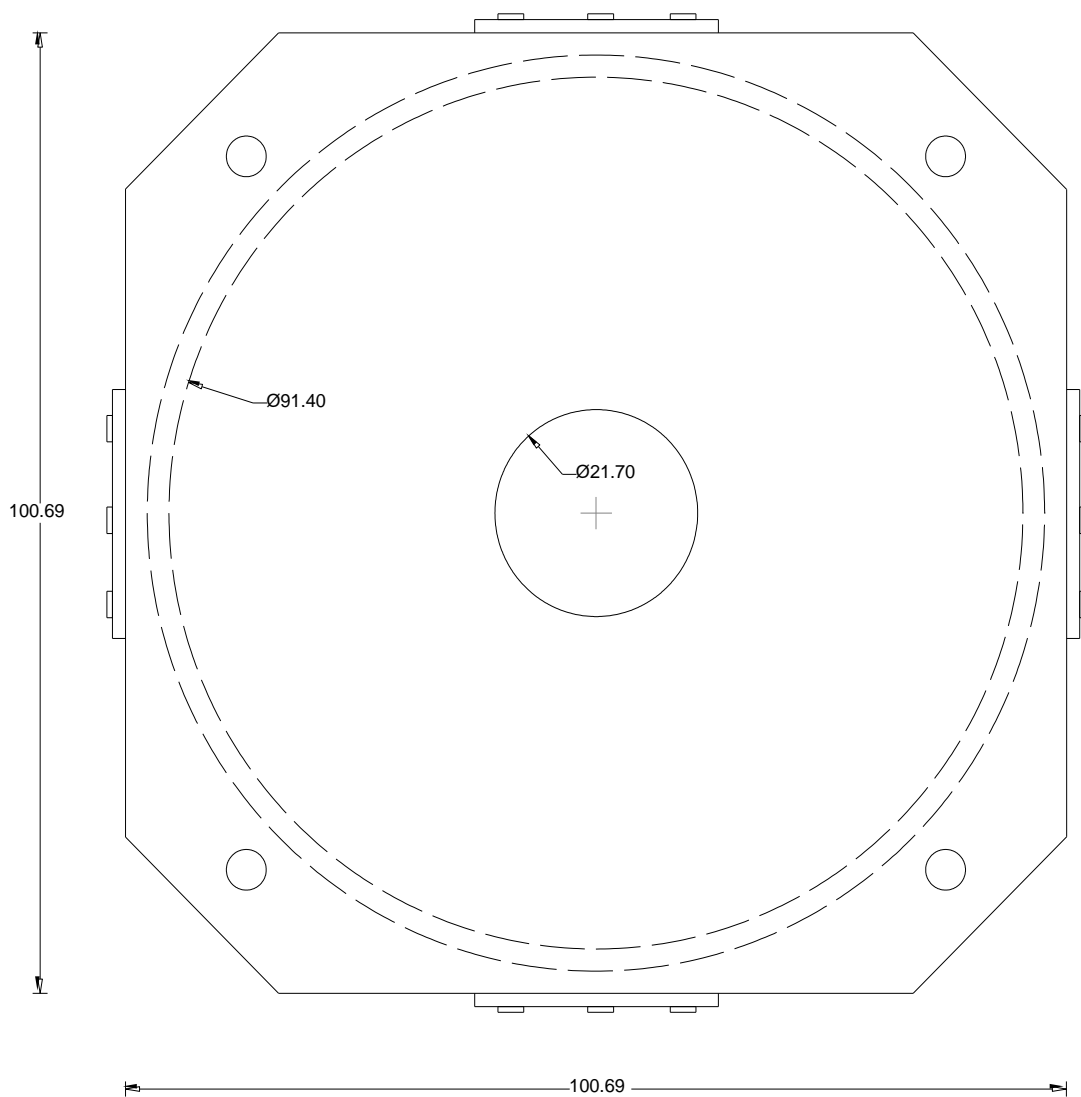
Una vez que se finaliza el cálculo paso a paso del diseño del deslizador, en la Tabla 21 se presenta un resumen de los elementos y sus medidas, y en la Figura 72 los planos del aislador FPS de la primera generación.

**Tabla 21** Elementos que constituyen el deslizador o cojinete articulado FPS primera generación

ELEMENTO	VALOR (inch.)	VALOR (cm)	DESCRIPCIÓN
$t$	1.5 inch.	3.81 cm	Espesor placas exteriores.
$D_{placa}$	36 inch.	91.40 cm	Diámetro de las placas esféricas exteriores.
$D_m$	7.79 inch.	19.79 cm	Diámetro $D_m$ de la superficie cóncava.
$D_i$	8.54 inch.	21.70 cm	Diámetro del deslizador.
$A_{PTFE}$	49.52 inch <sup>2</sup>	319.48 cm <sup>2</sup>	Área de PTFE $A_{PTFE}$ en la superficie cóncava.
$\psi$	18.76 °	18.76 °	Ángulo $\psi$ de la superficie cóncava del deslizador.
$R$	14.31 inch.	28.62 cm	Radio $R$ de la superficie cóncava
$DB_{act}$	7.89 inch.	20.04 cm	Longitud de arco $DB_{act}$ de la superficie cóncava.
$M_m$	0.634 inch.	1.61 cm	Profundidad $M_m$ de corte de la superficie cóncava
$T_{min}$	0.75 inch.	1.91 cm	Espesor mínimo $T_{min}$ de la placa cóncava eje central.
$T_{max}$	1.38 inch.	3.51 cm	Espesor máximo $T_{max}$ de la placa cóncava.
$\gamma$	18.83 °	18.83 °	Ángulo $\gamma$ de la placa convexa.
$C_m$	9.27 inch.	23.55 cm	Longitud de cuerda de la placa convexa $C_m$ .
$H$	0.77 inch.	1.96 cm	Altura $H$ de la placa convexa esférica
$H_{act}$	1.52 inch.	3.86 cm	Altura $H_{act}$ total de la placa convexa.



### SECCIÓN-SCFP



### PLANTA-SCFP

**Figura 72** Diseño final del aislador FPS de la primera generación.

## **CAPITULO 7**

# **ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOS AISLADORES FPS DE LA SEGUNDA GENERACIÓN INCORPORADOS A UNA ESTRUCTURA DE TRES PISOS**

### **7.1 INTRODUCCIÓN**

El presente capítulo contiene el análisis sísmico y diseño de los aisladores FPS de la segunda generación, se inicia con el análisis sísmico únicamente del sistema de aislación según el ERN-12 y sus factores de sitio para encontrar los parámetros dinámicos del sistema y posteriormente incorporarlos a una estructura de tres pisos.

Al igual que en el Capítulo 6 en este apartado se presenta el procedimiento para el diseño, en este caso, de los aisladores FPS de la segunda generación.

Se inicia con el análisis sísmico, el cálculo de las placas exteriores, el cálculo del cojinete o deslizador articulado y el desplazamiento máximo que el aislador puede resistir.

También se mencionan algunas diferencias entre los aisladores FPS de la primera y segunda generación. Una vez que se obtienen los parámetros dinámicos del sistema de aislación y de la estructura, el capítulo finaliza con el diseño y los planos de los aisladores.

El análisis de los aisladores junto a la edificación se lo realiza para la estructura de tres pisos y el espectro de diseño del ERN-12 descritos en el Capítulo 6.

## 7.2 ANÁLISIS SÍSMICO DEL SISTEMA DE AISLACIÓN CON EL ERN-12

El sistema de aislación se incorpora a la misma estructura de tres pisos descrita en el Capítulo 6, por lo que el cálculo para determinar el diámetro del cojinete y los coeficientes de fricción en el aislador es el mismo. A continuación se presentan los resultados.

### 7.2.1 Coeficientes de fricción para propiedades UB y LB

La Tabla 22 muestra los factores que alteran el coeficiente de fricción de las placas exteriores en función de los parámetros  $\lambda$ .

**Tabla 22** Factores  $\lambda$  para el análisis del aislador FPS de la segunda generación

Factores $\lambda$	Valor Adoptado	Descripción
<b>Factor por envejecimiento de los materiales <math>\lambda_1</math></b>	1.1	Aislador sellado con superficie de PTFE sin lubricar.
<b>Factor por contaminación <math>\lambda_2</math></b>	1.0	Aislador sellado, superficie de acero inoxidable hacia arriba.
<b>Factor por movimiento acumulado <math>\lambda_3</math></b>	1.2	Por desplazamiento de 2000 m.
<b>Factor por temperatura <math>\lambda_4</math></b>	1.0	Considera que trabaja en un ambiente con temperatura normal.

El factor de reducción de fricción por velocidad es 0.015, el valor del coeficiente de fricción para las propiedades LB y UB, son los que se muestran a continuación.

Propiedades LB:

$$\mu_{LB} = 0.0816$$

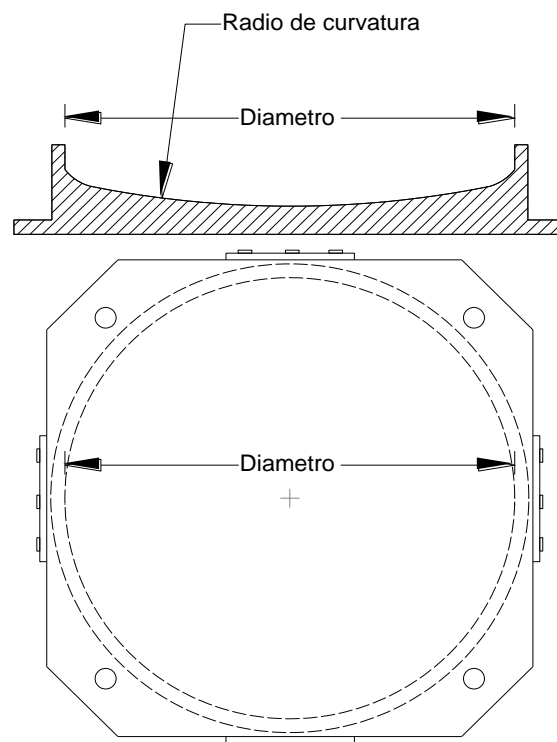
Propiedades UB:

$$\lambda_{max} = 1.32$$

$$\mu_{UB} = 0.1293$$

### 7.2.2 Radio de curvatura y diámetro de las placas esféricas

Se elige un radio de 155.5 cm de la tabla 1 del Capítulo 2, con un diámetro de la placa cóncava de 55.90 cm tanto para la superficie superior como para la superficie inferior, notar que para los aisladores FPS de la primera generación se eligió un diámetro de 91.40 cm, en este caso se elige un diámetro de menor longitud ya que los aisladores FPS de la segunda generación se desplazan en dos superficies lo que duplica la capacidad de desplazamiento y de esta manera se puede reducir el diámetro de la placa en lo que se mueve el cojinete, en la Figura 73 se presenta el radio y diámetro de las placas cóncavas.



**Figura 73** Diámetro y Radio de curvatura de las placas cóncavas de los aisladores.

### 7.2.3 Radio efectivo

Para el caso de aisladores FPS de la segunda generación que poseen dos superficies esféricas, como se dijo anteriormente, se deben calcular dos radios efectivos, uno para cada superficie, se debe recordar que el radio efectivo de los aisladores es la distancia que existe entre el origen del radio de una de las placas exteriores al origen del radio de la circunferencia formada por la articulación del cojinete, en la Figura 74 se observa el radio efectivo  $R_{eff1}$  en relación a la placa inferior del aislador, lo mismo sucede en la Figura 75 donde se puede visualizar el radio efectivo en relación a la placa superior.

Para obtener los radios efectivos se procede de la siguiente manera:

Se tiene el radio del cojinete articulado igual a 35cm y un radio de 155.5cm para la placa inferior y superior del aislador.

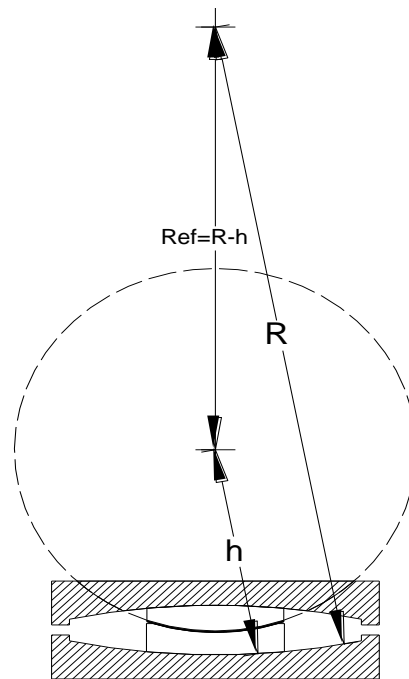
Para el cálculo del radio efectivo en relación a la placa inferior del aislador, del radio de 155.5cm se resta una distancia  $h$ , tal como se visualiza en la Figura 74.

De esta manera el radio efectivo es:

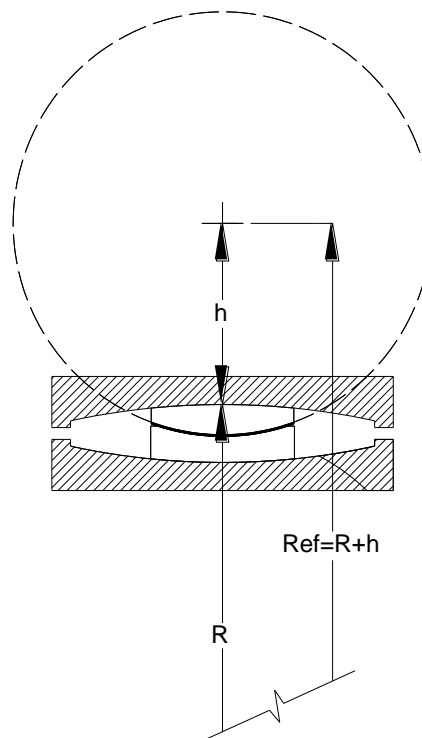
$$R_{eff1} = R - h = 180.50 \text{ cm}$$

Para el cálculo del radio efectivo de la placa superior obsérvese la Figura 75 donde el radio efectivo es el radio de la superficie esférica más una altura  $h$ .





**Figura 74** Radio efectivo de la placa superior de un aislador FPS de la segunda generación.



**Figura 75** Radio efectivo de la placa superior de un aislador FPS de la segunda generación

Por lo tanto, el radio efectivo para la placa superior es:

$$R_{eff2} = R + h$$

$$R_{eff2} = 180.50 \text{ cm}$$

Se debe tener muy en cuenta el análisis y el cálculo de los radios efectivos para un aislador FPS de la segunda generación ya que estos valores afectan principalmente las rigideces del sistema de aislación y por ende todo el análisis sísmico.

Una vez que se establecen los coeficientes de fricción y los radios efectivos en cada una de las superficies cóncavas, se procede a construir el diagrama de histéresis que define el comportamiento de dicho aislador, para el análisis se debe ingresar como dato el peso total de la estructura que para el presente proyecto tiene un valor de 593 642 Kg, peso que se debe repartir uniformemente para cada uno de los aisladores para obtener los parámetros dinámicos para cada aislador en particular.

Se utiliza el programa **histéresisDCFP.mat** y se obtienen los resultados tanto para propiedades LB con sismo DE y MCE y lo mismo para propiedades UB, es decir se debe correr cuatro veces el programa, y también se deben cambiar los datos necesarios, tal como se explica en el uso del programa en el Capítulo 3, sección 3.5.

En la Tabla 23 se presenta el resumen de fórmulas necesarias para encontrar los parámetros dinámicos del aislador.

**Tabla 23** Resumen de fórmulas para hallar los parámetros dinámicos, aisladores FPS segunda generación.

DESCRIP.	FÓRMULA	DEF.
<b>Fuerza de fricción 1.</b>	$F_{f1} = \mu_1 W$	$\mu_1$ : Coeficiente de fricción 1. $W$ : Fuerza vertical que gravita sobre el aislador.
<b>Fuerza de fricción 2.</b>	$F_{f2} = \mu_2 W$	$\mu_2$ : Coeficiente de fricción 2.
<b>Rigidez post-fluencia.</b>	$K_d = \frac{W}{R_{eff1} + R_{eff2}}$	$R_{eff1}$ : Radio efectivo 1. $R_{eff2}$ : Radio efectivo 2.
<b>Rigidez elástica.</b>	$K_e = \frac{W}{R_{eff1}}$	Parámetros ya conocidos.
<b>Rigidez vertical</b>	$k_v = \frac{EA}{H}$	$E$ : $\frac{1}{2}$ del modulo de elasticidad del acero utilizado en el aislador. $A$ : Sección transversal del cojinete. $H$ : Altura total del aislador.
<b>Coef. fricción efectivo.</b>	$\mu_e = \frac{\mu_1 R_{eff1} + \mu_2 R_{eff2}}{R_{eff1} + R_{eff2}}$	Parámetros ya conocidos.
<b>Fuerza horizontal</b>	$F = \frac{W}{R_{eff1} + R_{eff2}} u + \frac{F_{f1} R_{eff1} + F_{f2} R_{eff2}}{R_{eff1} + R_{eff2}}$	$u$ : Desplazamiento del sistema de aislación.
<b>Rigidez efectiva.</b>	$K_{EF} = \frac{W u}{R_{eff1} + R_{eff2}} + \left( \frac{F_{f1} R_{eff1} + F_{f2} R_{eff2}}{R_{eff1} + R_{eff2}} \right)$	Parámetros ya conocidos.
<b>Amort. Efectivo.</b>	$\beta_{eff} = \frac{4\mu_e W (u - u^*)}{2\pi K_{eff} u^2}$	$\mu_e$ : Coeficiente efectivo de fricción. $u^*$ : Desplazamiento inicial

Los resultados que se obtienen del análisis para un aislador interior de la estructura son lo que se presentan a continuación en la Tabla 24.

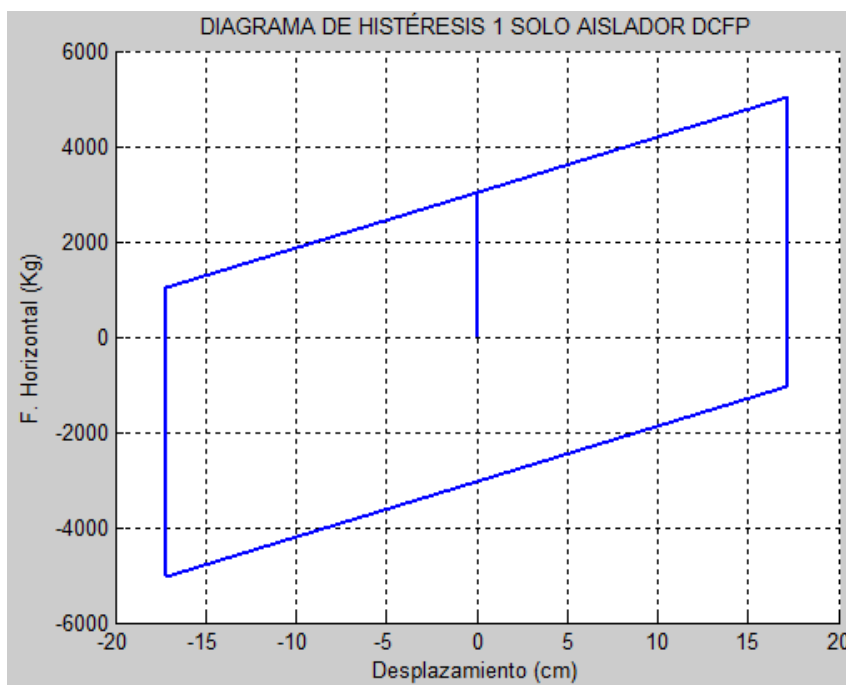
**Tabla 24** Parámetros del diagrama de histéresis para aisladores FPS de la Segunda Generación.

POPIEDADES DINÁMICAS	PARÁMETROS DE HISTÉRESIS FPS SEGUNDA GENERACIÓN			
	SISMO DE		SISMO MCE	
	LB, $\mu=0,0816$	UB, $\mu=0,1293$	LB, $\mu=0,0816$	UB, $\mu=0,1293$
<i>R1 (cm)</i>	155,50	155,50	155,50	155,50
<i>R2 (cm)</i>	155,50	155,50	155,50	155,50
<i>Reff1 (cm)</i>	123,50	123,50	123,50	123,50
<i>Reff2 (cm)</i>	180,50	180,50	180,50	180,50
<i>u (cm)</i>	17,06	11,99	33,22	24,24
<i>u*(cm)</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
<i>Beff</i>	0,377	0,488	0,272	0,394
<i>Keff (Kg/cm)</i>	299,499	522,261	213,177	319,927
<i>Kd (Kg/cm)</i>	122,05	122,05	122,05	122,05
<i>Ke (Kg/cm)</i>	No existe	No existe	No existe	No existe
<i>Teff (seg.)</i>	2,23	1,69	2,65	2,16
<i>F (Kg)</i>	5109,90	6260,36	7082,36	7756,30
<i>Ff 1(Kg)</i>	3027,57	4797,37	3027,57	4797,37
<i>Ff 2(Kg)</i>	3027,57	4797,37	3027,57	4797,37
<i>Ffe (Kg)</i>	3027,57	4797,37	3027,57	4797,37
$\mu e$	0,0816	0,1293	0,0816	0,1293

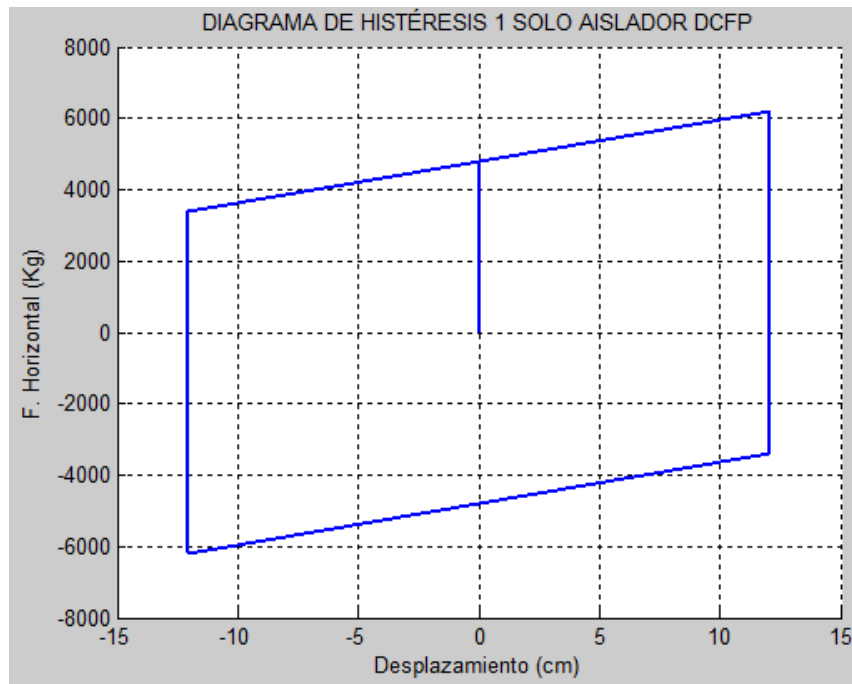
Se observa que en la Tabla 24 existen parámetros con valor 0, como es el caso del desplazamiento inicial  $u^*$ , donde dicho desplazamiento es aquel que solo se presenta en el aislador cuando este inicia su movimiento en una sola superficie y finaliza cuando el deslizador se desplaza en las dos superficies, este fenómeno se da únicamente si los coeficientes de fricción en las placas son diferentes y las fuerzas friccionantes cambian. Otro parámetro que presenta un resultado no existente es la rigidez de fluencia

$K_e$ , esto sucede ya que los coeficientes de fricción en las dos placas son iguales y no existe una pendiente inicial que determine la rigidez del aislador mientras este se encuentra en movimiento sobre una sola placa, sino que en este caso se mueve directamente en las dos placas por lo que existe una sola rigidez  $K_d$ , caso contrario se tendría el diagrama de histéresis típico de un aislador FPS de la segunda generación, del cual se deducen las fórmulas que gobiernan el movimiento y los parámetros dinámicos en respuesta a una fuerza externa, en este caso una fuerza sísmica que produce un desplazamiento en el sistema de aislación.

Los diagramas de histéresis que se generan con el análisis y parámetros dinámicos de la Tabla 24 son los siguientes:



**Figura 76** Diagrama de histéresis para DE\_LB,  $\mu=0.0816$ .



**Figura 77** Diagrama de histéresis para DE\_UB,  $\mu=0.1293$ .



**Figura 78** Diagrama de histéresis para MCE\_LB,  $\mu=0.0816$ .

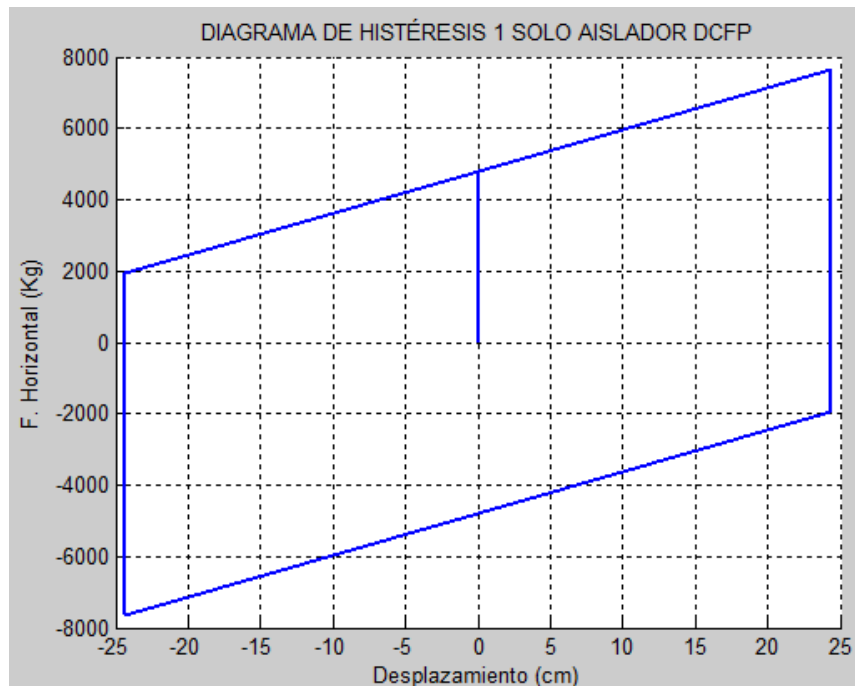


Figura 79 Diagrama de histéresis para MCE\_UB,  $\mu=0.1293$ .

### 7.3 ANÁLISIS SÍSMICO DE LA ESTRUCTURA CON AISLADORES FPS DE LA SEGUNDA GENERACIÓN

El análisis sísmico para la estructura con aisladores FPS de la segunda generación es el que se presenta en el Capítulo 6 con respecto a los aisladores FPS de la primera generación, la variación que existe radica en los parámetros dinámicos del sistema de aislación ya que la rigidez y el factor de amortiguamiento de los aisladores FPS de la segunda generación son distintos, valores que se muestran en la Tabla 24.

A continuación se presentan las matrices de rigidez lateral de cada uno de los pórticos de la estructura que se asocian al sistema de aislación con aisladores FPS de la segunda generación, se recuerda que las siguientes matrices se hallan mediante el uso de la librería de programas **CEINCI-LAB**, programas hechos exclusivamente para este proyecto en particular.

Matriz de rigidez lateral de los pórticos planos para DE\_LB

$$\begin{pmatrix} 8742.9 & -11985 & 3906.3 & -534.74 \\ -11985 & 24917 & -16693 & 3749.8 \\ 3906.3 & -16693 & 23586 & -10797 \\ -534.74 & 3749.8 & -10797 & 7581.7 \end{pmatrix}$$

Matriz de rigidez lateral de los pórticos planos para DE\_UB

$$\begin{pmatrix} 8846.9 & -11994 & 3907.9 & -534.98 \\ -11994 & 24918 & -16694 & 3749.9 \\ 3907.9 & -16694 & 23586 & -10797 \\ -534.98 & 3749.9 & -10797 & 7581.7 \end{pmatrix}$$

Matriz de rigidez lateral de los pórticos planos para MCE\_LB

$$\begin{pmatrix} 8702.6 & -11981 & 3905.6 & -534.65 \\ -11981 & 24917 & -16693 & 3749.8 \\ 3905.6 & -16693 & 23586 & -10797 \\ -534.65 & 3749.8 & -10797 & 7581.7 \end{pmatrix}$$

Matriz de rigidez lateral de los pórticos planos para MCE\_UB

$$\begin{pmatrix} 8752.4 & -11986 & 3906.4 & -534.77 \\ -11986 & 24917 & -16693 & 3749.8 \\ 3906.4 & -16693 & 23586 & -10797 \\ -534.77 & 3749.8 & -10797 & 7581.7 \end{pmatrix}$$



Luego de realizar el análisis que se presenta en el apartado 6.4.1 el cual se refiere a un análisis espacial donde se utiliza el método de superposición modal, se encuentran los resultados para cada modo de vibración tales como el período de vibración de la estructura, las aceleraciones espectrales y los factores de participación modal, ya sea para condiciones UB o para LB cada una al ser analizada con sismo DE o MCE; en la Tabla 25 se presentan dichos parámetros.

**Tabla 25** Períodos de vibración, aceleraciones espectrales y factores de participación modal FPS segunda generación

<b>SISMO DE_LB</b>												
<b>MODO</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>T (s.)</b>	2,2	2,2	1,7	0,24	0,2	0,19	0,10	0,1	0,0	0,06	0,0	0,0
<b>Ad (m/s<sup>2</sup>)</b>	1,3	1,3	1,7	5,61	5,6	5,61	5,61	5,6	5,1	4,36	4,3	3,8
<b><math>\gamma</math></b>	7,7	0,0	0,0	0,11	0,0	0,00	0,01	0,0	0,0	0,00	0,0	0,0
<b>SISMO DE_UB</b>												
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>T (s.)</b>	1,7	1,7	1,3	0,2	0,2	0,18	0,10	0,1	0,0	0,06	0,0	0,0
<b>Ad (m/s<sup>2</sup>)</b>	1,6	1,6	2,08	5,6	5,6	5,61	5,61	5,6	5,1	4,36	4,3	3,8
<b><math>\gamma</math></b>	7,7	0,0	0,00	0,2	0,0	0,00	0,03	0,0	0,0	0,01	0,0	0,0
<b>SISMO MCE_LB</b>												
<b>MODO</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>T (s.)</b>	2,6	2,6	2,0	0,24	0,2	0,19	0,10	0,1	0,0	0,06	0,0	0,0
<b>Ad (m/s<sup>2</sup>)</b>	1,8	1,8	2,4	8,42	8,4	8,42	8,42	8,4	7,7	6,55	6,5	5,8
<b><math>\gamma</math></b>	7,7	0,0	0,0	0,08	0,0	0,00	0,01	0,0	0,0	0,00	0,0	0,0
<b>SISMO MCE_UB</b>												
<b>MODO</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>T (s.)</b>	2,1	2,1	1,6	0,24	0,2	0,19	0,10	0,1	0,0	0,06	0,0	0,0
<b>Ad (m/s<sup>2</sup>)</b>	2,0	2,0	2,6	8,42	8,4	8,42	8,42	8,4	7,7	6,54	6,5	5,8
<b><math>\gamma</math></b>	7,7	0,0	0,0	0,01	0,0	0,00	0,02	0,0	0,0	0,00	0,0	0,0

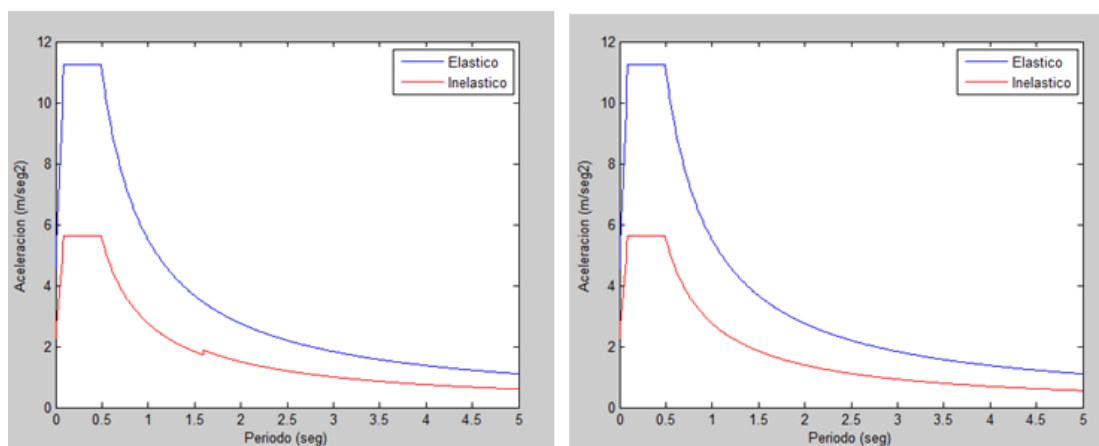
Existen diferentes valores del amortiguamiento efectivo  $B_{eff}$  de los aisladores, los cuales dependen de las propiedades UB y LB, cada una con sismo DE y MCE, ya que estos son factores determinantes en la rigidez del aislador y por lo tanto en el amortiguamiento que producen.

A continuación se presenta en la Tabla 26 los valores de amortiguamiento efectivo y el valor del factor de amortiguamiento  $B$ , para poder construir los espectros de diseño reducidos que se observan en la Figura 80 y Figura 81.

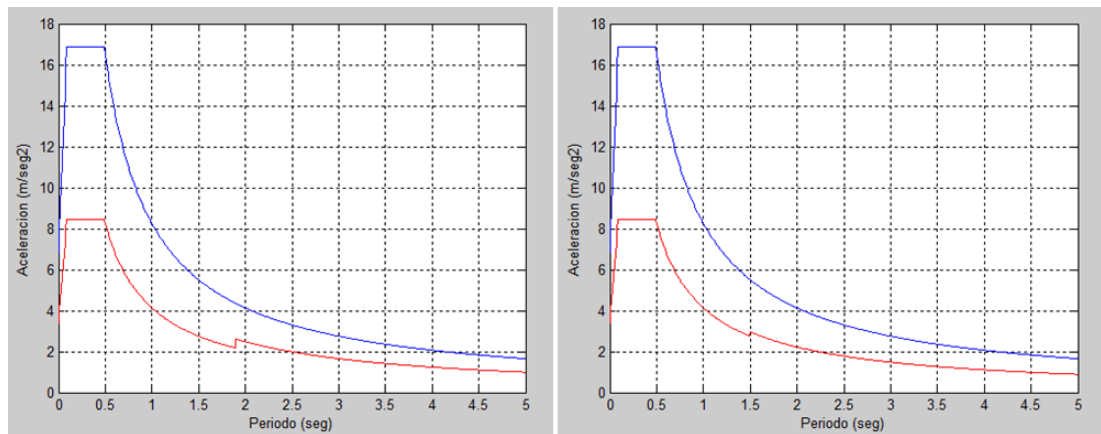
$$B = \left( \frac{\beta_{eff}}{0.05} \right)^{0.3}$$

**Tabla 26** Factor de amortiguamiento FPS Segunda Generación

POPIEDADES DINÁMICAS	SISMO DE		SISMO MCE	
	LB	UB	LB	UB
	$\mu=0,0816$	$\mu=0,1293$	$\mu=0,0816$	$\mu=0,1293$
$B_{eff}$	0,377	0,488	0,272	0,394
$B$	1,833	1,981	1,662	1,857



**Figura 80** Espectros de aceleraciones reducidos. DE\_LB y DE\_UB



**Figura 81** Espectros de aceleraciones reducidos. MCE\_LB y MCE\_UB

En las tablas 27, 28, 29 y 30 se presentan los desplazamientos y fuerzas en el centro de masas de la estructura, las siglas L.A que poseen las tablas se refiere a la losa de aislación.

**Tabla 27** Desplazamiento y fuerzas sísmicas DE\_LB, FPS segunda generación

PISO	Desplazamiento lateral en C.M (cm)	Fuerza Lateral en C.M (T)	Fuerzas al Pórtico (T)
3	17,50	20,477	5,119
2	17,35	20,004	5,001
1	17,10	19,719	4,930
L.A.	16,82	21,768	5,442

**Tabla 28** Desplazamiento y fuerzas sísmicas DE\_UB, FPS segunda generación

PISO	Desplazamiento lateral en C.M (cm)	Fuerza Lateral en C.M (T)	Fuerzas al Pórtico (T)
3	12,53	25,432	6,358
2	12,34	24,518	6,130
1	12,04	23,937	5,984
L.A.	11,70	26,298	6,575

**Tabla 29** Desplazamiento y fuerzas sísmicas MCE\_LB, FPS segunda generación

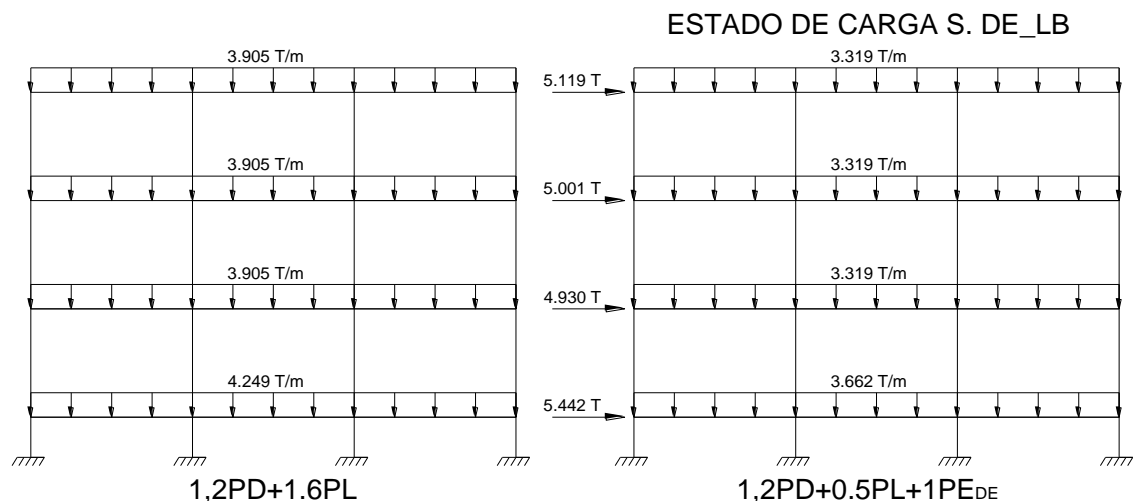
PISO	Desplazamiento lateral en C.M (cm)	Fuerza Lateral en C.M (T)	Fuerzas al Pórtico (T)
3	34,03	28,346	7,087
2	33,82	27,864	6,966
1	33,47	27,575	6,894
L.A.	33,08	30,473	7,618

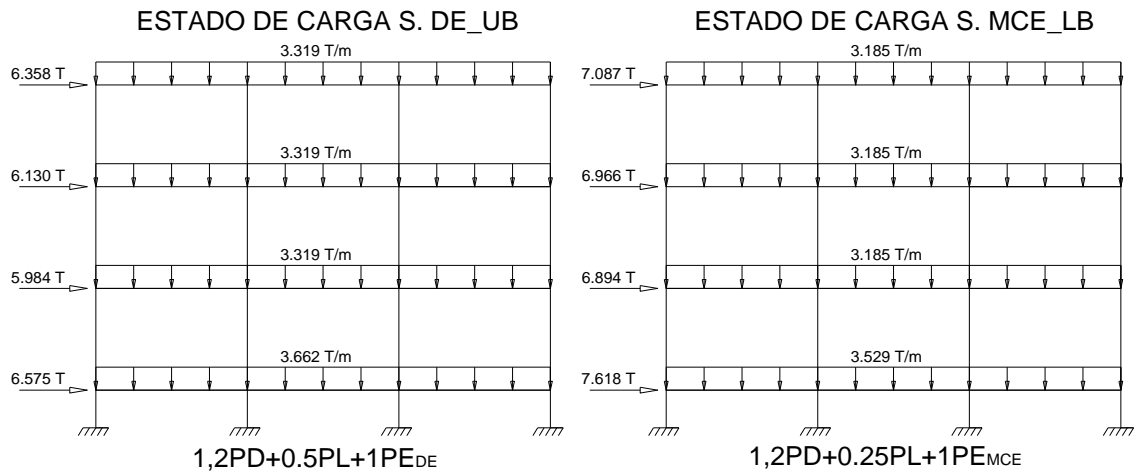
**Tabla 30** Desplazamiento y fuerzas sísmicas MCE\_UB, FPS segunda generación

PISO	Desplazamiento lateral en C.M (cm)	Fuerza Lateral en C.M (T)	Fuerzas al Pórtico (T)
3	25,12	31,386	7,847
2	24,88	30,621	7,655
1	24,50	30,156	7,539
L.A.	24,07	33,278	8,320

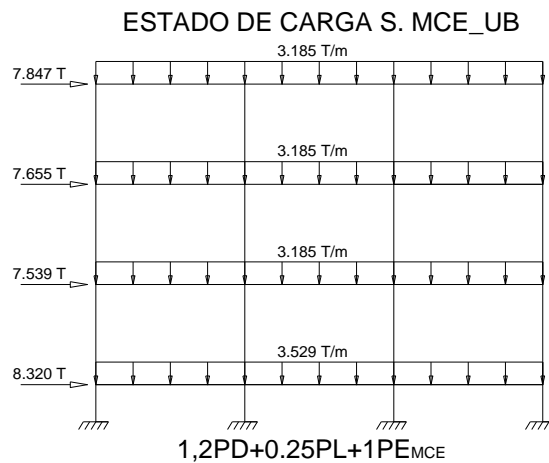
### 7.3.1 Estados de cargas de servicio y por sismo

Con los resultados del análisis de cargas de servicio y sísmicas, se elaboran los pórticos que se muestran en las Figuras 82, 83 y 84.

**Figura 82** Estado de cargas de servicio y S. DE\_LB, FPS segunda generación



**Figura 83** Estado de carga S. DE\_UB y S. MCE\_LB, FPS segunda generación



**Figura 84** Estado de carga S. MCE\_UB, FPS segunda generación

Los desplazamientos en los pórticos son los que se muestran a continuación en la Tabla 31.

**Tabla 31** Desplazamientos en los pórticos FPS primera generación

	<i>SISMO</i> <i>DE_LB</i>	<i>SISMO</i> <i>DE_UB</i>	<i>SISMO</i> <i>MCE_LB</i>	<i>SISMO</i> <i>MCE_UB</i>
PISO	Desp. (cm)	Desp. (cm)	Desp. (cm)	Desp. (cm)
3	17,83	12,88	34,51	25,62
2	17,68	12,69	34,30	25,38
1	17,42	12,37	33,94	24,98
L.A.	17,14	12,02	33,55	24,55

Se observa que el mayor desplazamiento en el sistema de aislación, en el análisis por pórtico interior es de 33.55 cm con propiedades LB y con sismo MCE, valor de desplazamiento que el aislador debe ser capaz de absorber, es decir que el cojinete articulado tenga dicha capacidad de desplazamiento sobre las placas esféricas, con este desplazamiento se procede al diseño del aislador.

#### **7.4 DISEÑO DE LOS AISLADORES FPS DE LA SEGUNDA GENERACIÓN**

Para el diseño de los elementos de los aisladores FPS de la segunda generación se toman los mismos resultados del diseño de los aisladores FPS de la primera generación que se presentan en la sección 6.6, la variación que existe es el diámetro de las placas esféricas ya que al poseer doble capacidad de desplazamiento el diámetro de las placas para aisladores FPS de la segunda generación puede reducirse, en este caso se elige un diámetro de 55.90 cm tanto para la placa superior como para la inferior y un radio de 155.50 cm igualmente para cada una de las placas, valor que se debe aceptar sin antes determinar la capacidad nominal y máxima del aislador.

$$d_1 = d_2 = \frac{1}{2} \text{Diámetro de la placa esférica} - \frac{1}{2} \text{Diámetro del deslizador}$$

$$d_1 = d_2 = 27.95 - 10.85$$

$$d_1 = d_2 = 17.10 \text{ cm}$$

$$d = 34.20 \text{ cm}$$

Es decir que en realidad la capacidad nominal total es de 34.20 cm.

Por lo tanto, la capacidad máxima de desplazamiento es:

$$d^* = \frac{R_{eff1}}{R_1} d_1 + \frac{R_{eff2}}{R_2} d_2$$

De la Tabla 24 se toman los valores para determinar la capacidad de desplazamiento máximo  $d^*$ .

$$R_1 = 155.50 \text{ cm} \quad R_2 = 155.50 \text{ cm}$$

$$R_{eff1} = 123.50 \text{ cm} \quad R_{eff2} = 180.50 \text{ cm}$$

Y se tiene:

$$d^* = \frac{123.50}{155.50} 17.10 + \frac{180.50}{155.50} 17.10 = 33.43 \text{ cm}$$

Nótese que la capacidad máxima  $d^*$  es menor que la capacidad nominal  $d$ , Ahora se debe verificar que el desplazamiento  $d^*$  debe ser mayor o aproximadamente igual al desplazamiento que debe absorber el aislador.

El desplazamiento que absorbe el sistema es el que se presenta en la Tabla 31 con sismo MCE\_LB con un valor de 33.55 cm, se tiene por lo tanto.

$$33.43 \cong 33.55 \text{ cm OK}$$

Con esto se concluye que el diámetro de 55.90 cm de las placas exteriores es correcto.

Ahora solo resta determinar la capacidad de recuperación del aislador, los parámetros necesarios para este cálculo se encuentran en la Tabla 24 y en el diagrama de histéresis para UB\_MCE.

$$T \leq 28 \left( \frac{0.05}{\mu} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{D}{g}}$$

Dónde:

$D$  = Desplazamiento máximo del aislador en el diagrama de histéresis

$\mu$  = Coeficiente de fricción cuasi estático

$g$  = Gravedad

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK_d}}$$

El peso  $W$  se refiere a la carga que gravita sobre el aislador así como su rigidez  $K_d$ .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g \frac{W}{R_{eff1} + R_{eff2}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{R_{eff1} + R_{eff2}}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{123.50 + 180.5}{981}}$$

$$T = 3.49 \text{ seg.}$$

$$T \leq 28 \left( \frac{0.05}{\mu} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{D}{g}}$$

$$\mu_{\text{quasi-static}} = \frac{0.1293}{2} = 0.0646$$

$$D = u = 24.24 \text{ cm (Ver UB_MCE)}$$

$$3.49 \leq 28 \left( \frac{0.05}{0.0646} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{24.24}{981}}$$

$$3.49 \leq 4.12 \text{ seg. OK}$$

Se concluye que el aislador tiene suficiente capacidad de recuperación por lo que el diseño es correcto.

## 7.5 RESULTADOS

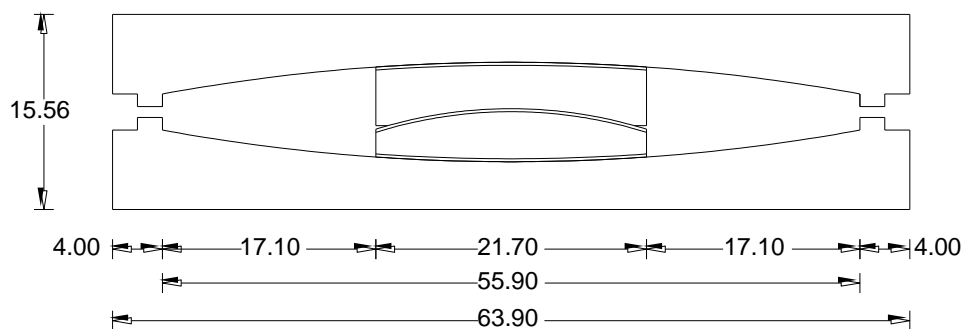
Al diseñar el deslizador de los aisladores FPS de la segunda generación, se obtienen los mismos resultados que se obtuvieron al diseñar el deslizador



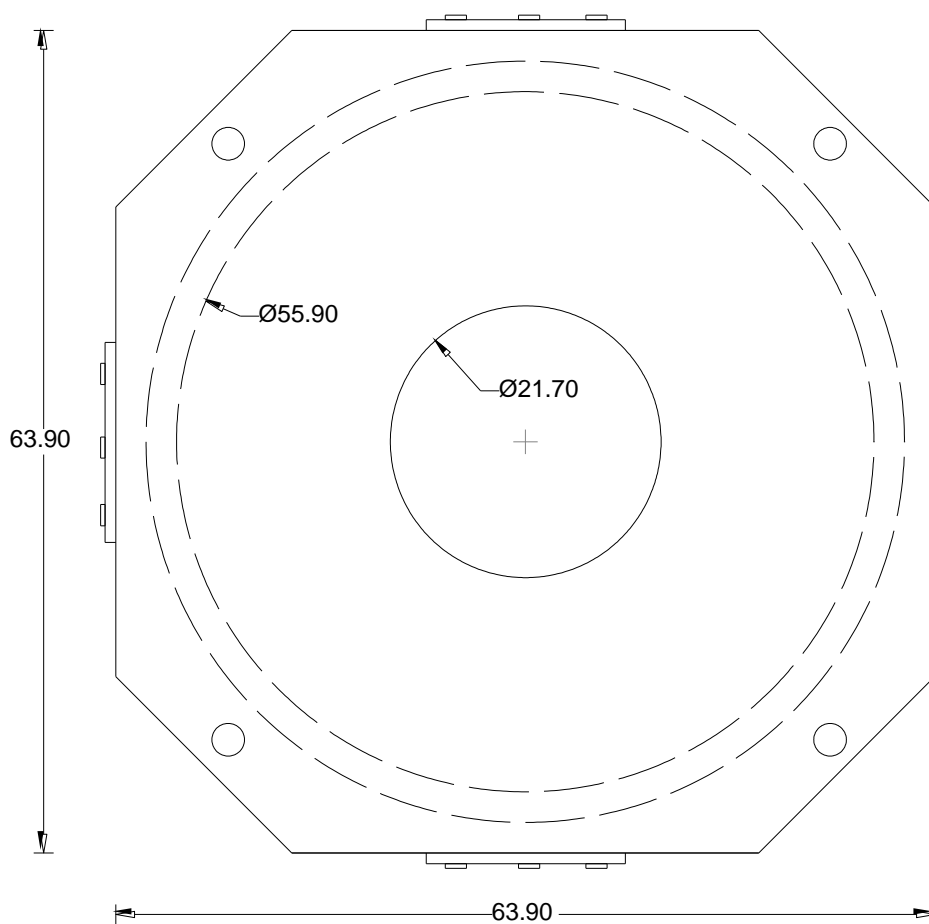
en los aisladores FPS de la primera generación, la única variación es el diámetro de la placa esférica, la Tabla 32 muestra los resultados del diseño y la Figura 85 presenta el diseño final del aislador FPS de la segunda generación para un pórtico interior de la estructura.

**Tabla 32** Elementos que constituyen un aislador FPS de la segunda generación

ELEMENTO	VALOR (inch.)	VALOR (cm)	DESCRIPCIÓN
$t$	1.5 inch.	3.81 cm	Espesor de las placas exteriores.
$D_{placa}$	22 inch.	55.90 cm	Diámetro de las placas esféricas exteriores.
$D_m$	7.79 inch.	19.79 cm	Diámetro $D_m$ sup. Cónica.
$D_i$	8.54 inch.	21.70 cm	Diámetro del deslizador.
$A_{PTFE}$	49.52 inch <sup>2</sup>	319.48 cm <sup>2</sup>	Área de PTFE $A_{PTFE}$ en la superficie cóncava.
$\psi$	18.76 °	18.76 °	Ángulo $\psi$ de la superficie cóncava del deslizador.
$R$	14.31 inch.	28.62 cm	Radio $R$ superficie cóncava
$DB_{act}$	7.89 inch.	20.04 cm	Longitud de arco $DB_{act}$ de la superficie cóncava.
$M_m$	0.634 inch.	1.61 cm	Profundidad mínima $M_m$ de corte de la superficie cóncava
$T_{min}$	0.75 inch.	1.91 cm	Espesor $T_{min}$ de la placa cóncava en su eje central.
$T_{max}$	1.38 inch.	3.51 cm	Espesor máximo $T_{max}$ de la placa cóncava.
$\gamma$	18.83 °	18.83 °	Ángulo $\gamma$ de la placa convexa.
$C_m$	9.27 inch.	23.55 cm	Longitud de cuerda de la placa convexa $C_m$ .
$H$	0.77 inch.	1.96 cm	Altura $H$ de la placa convexa
$H_{act}$	1.52 inch.	3.86 cm	Altura $H_{act}$ total de la placa convexa.



## SECCIÓN-DCFP



## PLANTA-DCFP

**Figura 85** Diseño final del aislador FPS de la segunda generación

## **CAPITULO 8**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

La capacidad de desplazamiento en un aislador sísmico FPS de la segunda generación es aproximadamente el doble que el desplazamiento que posee un aislador tradicional con una sola superficie esférica y que además el tamaño del aislador es el mismo.

Si el aislador FPS de la segunda generación posee el mismo coeficiente de fricción en sus superficies, el comportamiento de la curva de histéresis es lineal-rígido igual que otros sistemas de aislación tradicionales como el FPS de la primera generación, por lo que es de suma importancia definir qué comportamiento se desea que el aislador presente dependiendo del proyecto, ya sea que sea necesario una curva de histéresis bilineal-rígida ó lineal-rígida.

Si los coeficientes de fricción son de diferente magnitud en cada una de las superficies de un aislador FPS de la segunda generación, el comportamiento de la curva de histéresis es de tipo bilineal-rígido, y el desplazamiento inicia en la superficie con menos fuerza de fricción hasta una distancia  $u^*$ , una vez que la fuerza horizontal supera las dos fuerzas de fricción, el desplazamiento ocurre en ambas superficies.

El principal beneficio de utilizar aisladores FPS de la segunda generación es que poseen una capacidad mucho mayor de desplazamiento en relación con el aislador FPS tradicional de la primera generación y que además se mantienen prácticamente las mismas dimensiones; al presentar dos

superficies deslizantes se tienen dos radios de curvatura y dos coeficientes de fricción lo que da al ingeniero proyectista una amplia flexibilidad para optimizar los rendimientos de aislación sísmica a una estructura.

Un último beneficio es que la temperatura en el deslizador durante el desplazamiento se reduce en un 50% lo que minimiza el desgaste de las superficies en contacto.

Si en aisladores FPS de la segunda generación, se cumple que  $R_1 = R_2$  y  $\mu_1 = \mu_2$ , el comportamiento del diagrama de histéresis es similar al que describe un aislador FPS de la primera generación, es decir un comportamiento típico histerético, la rigidez elástica  $K_e$  no existe si este fuera el caso y el coeficiente de fricción efectivo es igual al coeficiente de fricción en las dos superficies esférica, lo mismo sucede con la fuerza efectiva de fricción que va a tener el mismo valor que las fuerzas de fricción en las superficies cóncavas.

Además si se da el caso que  $R_1 = R_2$  y  $\mu_1 = \mu_2$  para aisladores FPS de la segunda generación, el desplazamiento  $u^*$  no existe, ya que el desplazamiento en las dos superficies se genera al mismo tiempo y no existen desplazamientos relativos entre las dos placas esféricas exteriores.

En los aisladores FPS de la segunda generación los coeficientes de fricción tanto en la superficie esférica superior como inferior pueden variar de acuerdo a las condiciones a las que se encuentren expuestas, ya que hay la posibilidad de que el sello de caucho que recubre al aislador se rompa y las superficies queden expuestas, en este caso, la superficie inferior es la que más se afecta ya que los residuos contaminantes que ingresan al aislador se

depositan en ella, de esta forma se altera el coeficiente de fricción de dicha superficie y cambia el comportamiento del aislador. Otra manera en la que el coeficiente de fricción de las superficies se altera es por envejecimiento, ya que puede ser en el que las piezas metálicas no se construyen en un mismo instante o paralelamente.

Para que los aisladores tengan suficiente fuerza de recentrado es de suma importancia revisar la longitud del radio efectivo de la superficie esférica, si la capacidad de recentrado no cumple con los dos criterios señalados, el radio debe cambiarse por uno de menor longitud.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguiar Falconi, R. (2004). *Análisis Matricial de Estructuras*. Quito: ESPE.

Aguiar Falconí, R. (2012). *Dinámica de Estructuras con CEINCI-LAB*. Quito: ESPE.

Aguiar Falconí, R. (2013). *Microzonificación Sísmica de Quito*. Quito: ESPE.

Castillo, J., & Pazmiño, B. (2014). Análisis sísmico de una estructura regular e irregular con aisladores en pisos intermedios, diseño de aisladores de acuerdo al ASCE 7-10 y torsión en una estructura de un piso. Sangolquí.

Constantinou, M. (2004). FRICTION PENDULUM DOUBLE CONCAVE BEARING. *Technical Report*, 48.

Constantinou, M., Whittaker, A., Kalpakidis, Y., Fenz, D., & Warn, G. (2007). Performance of Seismic Isolation Hardware under Service and Seismic Loading. *Technical Report MCEER-07-0012*, 440.

Constantinuo, M., Kalpakidis, I., Filiatrault, A., & Ecker Lay, R. (2011). LRFD-Based Analysis and Design Procedures for Bridge Bearings and Seismic Isolators. *Technical Report MCEER-11-0004*, 237.

Fenz, D. M., & Constantinuo, M. C. (2008). Mechanical Behavior of Multi-Spherical Sliding Bearings. *Technical Report MCEER-08-0007*, 163.

Fenz, D., & Constantinou, M. (19 de Junio de 2006). Behaviour of the double concave Frictional Pendulum bearing. New York, New York, United States Of America.

Fenz, D., & Constantinou, M. (2008). Development, Implementation and Verification of Dynamic Analysis Models for Multi-Spherical Sliding Bearing. *Technical Report MCEER-08-0018*, 279.

Roark, R. J. (1954). *Formulas for Stress and Strain*. New York: McGraw-Hill Book Co.

Seguin, C. (2007). *Torsión en sistemas aislados sísmicamente con dispositivos elastoméricos*. Santiago de Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile.

## BIOGRAFÍA DEL AUTOR

### 1. DATOS PERSONALES

<b>Nombres:</b>	Juan Pablo Monge Romo
<b>Cédula:</b>	1722291059
<b>Lugar y Fecha de Nacimiento:</b>	Quito, 7 de Febrero de 1988
<b>Estado Civil:</b>	Soltero
<b>Edad:</b>	26 años
<b>Domicilio:</b>	Conocoto, Lola Quintana N10-335 y Estadio
<b>Teléfonos:</b>	022342138 - 0984438865
<b>E-mail.:</b>	<a href="mailto:juan_pablo.mr@hotmail.com">juan_pablo.mr@hotmail.com</a>

### 2. ESTUDIOS

**2005-2007 Bachiller en ciencias Físico-Matemáticas**

Colegio Particular "Henry Dunant"

**2007-2013 Egresado de la carrera de Ingeniería Civil**

Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

### 3. IDIOMAS

- ESPAÑOL
- INGLÉS



## **HOJA DE LEGALIZACIÓN DE FIRMAS**

**ELABORADO POR:**

---

JUAN PABLO MONGE ROMO

**DIRECTOR DE LA CARRERA DE INGENIERIA CIVIL**

---

DR. PABLO CAIZA SÁNCHEZ

Sangolquí, Agosto de 2014