

ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO

DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y  
ELECTRÓNICA

CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA, Y  
TELECOMUNICACIONES

PROYECTO DE GRADO PARA LA OBTENCIÓN  
DEL TÍTULO EN INGENIERÍA

Técnicas de Conformación del Lóbulo de Irradiación  
de un Arreglo de Sensores y su Aplicación en el  
Acceso Múltiple por División de Espacio

Jessica Patricia Cerna Muñoz

Juan Francisco Morejón Patiño

SANGOLQUI – ECUADOR

2008

## CERTIFICACIÓN

Por medio de la presente se certifica que el Proyecto de Tesis de Grado: “Técnicas de Conformación del Lóbulo de Irradiación de un Arreglo de Sensores y su Aplicación en el Acceso Múltiple por División de Espacio” ha sido elaborado en su totalidad por los señores: Jessica Patricia Cerna Muñoz y Juan Francisco Morejón Patiño

Siendo todo el proceso de elaboración de este proyecto dirigida y supervisada por su director y codirector

---

Ing. Rubén León Vásquez  
DIRECTOR

---

Ing. Rodolfo Gordillo  
CODIRECTOR

## RESUMEN

El presente proyecto describe la conformación del lóbulo de irradiación utilizando un arreglo de sensores. Varios arreglos serán mencionados, siendo el Lineal el más óptimo para los fines pertinentes. Previo a la conformación de haz (beamforming) se necesita determinar el ángulo de arribo con el cual la señal llega a las antenas. Los móviles celulares y Wimax se benefician de las antenas inteligentes al mejorar su cobertura, reduciendo la potencia de transmisión, identificando claramente la posición de los usuarios, es decir la capacidad de los sistemas son perfeccionados.

Además, este trabajo presenta un análisis de las diversas técnicas descritas en los Capítulos 2, 3 y 4 mediante simulaciones hechas en MATLAB 6.5, de este modo, se podrá llegar a discriminar el mejor método de cada sección. En el Capítulo 2, se realizará una comparación de los arreglos Lineal, Planar y Circular, en el 3 los enfoques utilizados son: Delay and Sum, MUSIC, CAPON y ESPRIT y para el capítulo 4 el beamformer convencional con nulos, el beamformer convencional óptimo y el adaptativo, RLS.

*Dedico esta tesis a mis padres y maestros por brindarme la mejor educación así tener la preparación para salir al mundo como una profesional encaminada a un futuro prominente.*

*Cerna M. Jessica Patricia.*

*Este trabajo esta dedicado para todos los maestros que he tenido a lo largo de toda mi carrera estudiantil y sobre todo a mis padres quienes han sido mi vida durante todo este tiempo.*

*Morejón P. Juan Francisco.*

*Agradezco a mi familia por el apoyo constante brindado para culminar esta meta en mi vida, su guía me permitió progresar y nunca olvidar mi meta. También agradezco a Dios por estar en mi camino como una luz que nunca se apagará.*

*Cerna M. Jessica Patricia.*

*Mi único agradecimiento es para Dios, ya que él me ha rodeado de un ambiente de paz y tranquilidad al darme un hogar con padres con un profundo amor, familiares que siempre han estado conmigo y amigos que han sido un gran bastión en mi vida.*

*Morejón P. Juan Francisco.*

## PRÓLOGO

La importancia de las técnicas de conformación del lóbulo de irradiación de un arreglo de sensores radica en el hecho que al incrementar la dimensión espacial a las enfoques de la frecuencia (FDMA), tiempo (TDMA) y código (CDMA) es posible compartir un recurso como el del espectro radioeléctrico por un número mayor de usuarios. Igualmente, tales técnicas permiten implícitamente desarrollar nuevos servicios como por ejemplo el de la localización de los usuarios del sistema en tiempo real.

Al existir la posibilidad de acceder a un recurso utilizando multiplexación por división de espacio (Acceso Múltiple por División de Espacio SDMA), la capacidad de una red de telecomunicaciones se incrementa. Tales técnicas permiten primero determinar el número de señales presentes en el arreglo de sensores, para luego determinar en segundo lugar, el ángulo de arribo de cada una de ellas y con esta información conformar los lóbulos de irradiación necesarios para atender sus requerimientos.

El tema por lo tanto, se justifica y revierte importancia básicamente porque las redes de nueva generación (New Generation Networks) utilizarán arreglos de sensores inteligentes, de tal manera que el material a desarrollarse en la presente Tesis permitirá la base teórica para entender la operación de las redes de nueva generación.

**ÍNDICE DE CONTENIDO**

TÍTULO DEL PROYECTO	i
CERTIFICACIÓN	ii
RESUMEN	iii
DEDICATORIA	iv
AGRADECIMIENTO	v
PRÓLOGO	vi
ÍNDICE DE CONTENIDO	vii
ÍNDICE DE TABLAS	XI
ÍNDICE DE FIGURAS	xii
GLOSARIO	xvi

**CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN****1**

1.1 Antenas sectoriales	1
1.2 Sistemas Diversos	1
1.3 Principio de Arreglo de Antenas	2
1.4 Mérito de las Antenas Inteligentes	4
1.5 Tipos de Antenas Inteligentes	6
1.5.1 Haz Conmutado	6
1.5.2 Haz de Seguimiento	6
1.5.3 Haz Adaptativo	7
1.6 Limitaciones y costos dentro de una celda	8
1.6.1 Limitaciones Geométricas	8
1.7 Potencia de la señal e interferencia de las limitaciones	9
1.8 Estimación de la dirección de llegada	11
1.9 Técnicas para conformación del Haz	13
1.9.1 Historia del Beamforming en la telefonía celular	16
1.10 Acceso Múltiple por División de Espacio	17

**CAPÍTULO 2 ARREGLOS DE SENSORES****22**

2.1 Fundamentos de los arreglos de antenas	22
2.2 Consideraciones para el modelamiento de un arreglo de antenas	25
2.3 Arreglo lineal uniforme	26
2.3.1 Arreglo Lineal Uniforme para frentes de ondas planas	26
2.3.2 Arreglo Lineal Uniforme para frentes de ondas circulares	30

2.4	Arreglo Circular Uniforme	35
2.5	Arreglo Planar	36
2.6	Arreglo de Banda Ancha	40
2.6.1	Generalidades	40
2.6.2	Fundamentos	42
2.7	Diversidad Espacial	45
<b>CAPÍTULO 3 ESTIMACIÓN DE LA CANTIDAD DE SEÑALES Y SU RESPECTIVO ÁNGULO DE ARRIBO</b>		<b>48</b>
3.1	Introducción	48
3.2	Estimación de la cantidad de señales incidentes	50
3.2.1	Introducción	50
3.3	Métodos de estimación de la cantidad de señales	52
3.3.1	Método Sugerido	52
3.3.2	Método de Hipótesis Secuecial	53
3.3.3	Método basado en Akaike Information Theoretic Criteria	53
3.3.4	Método de Minimum Descriptive Length (MDL)	54
3.4	Técnicas de determinación del ángulo de arribo	55
3.4.1	Métodos basados en el Espectro Espacial	55
3.4.1.1	Método Delay and Sum (DS)	55
3.4.1.1	Método de Capón o de Mínima Varianza	58
3.4.1.1	Método de Predicción Lineal	59
3.4.1.1	Método de Máxima Entropía	60
3.4.2	Métodos basados en Sub-Espacio	62
3.4.2.1	Método MUSIC	62
	Ventajas y Desventajas	68
3.4.2.2	Método ESPRIT	69
	Ventajas	73
	Desventajas	73
3.4.2.3	Método WSF	74
3.4.3	Método Basado en Técnicas de Máxima Verosimilitud	75

<b>CAPÍTULO 4 CONFORMACIÓN DEL LÓBULO DE IRRADIACIÓN</b>	<b>77</b>
4.1 Introducción	77
4.2 Beamformer Convencional	80
4.2.1 Beamformer Convencional Simple	80
4.2.2 Beamformer Convencional con Nulos	81
4.2.3 Beamformer Convencional Óptimo	83
4.3 Beamformer con señal de referencia	84
4.3.1 MMSE	85
4.3.2 MSIR	88
4.3.3 MVar	89
4.3.4 Resumen	91
4.4 Desempeño del arreglo de sensores bajo multitrayecto	92
4.5 Desempeño del arreglo adaptativo en overloaded y underloaded	95
4.6 Canales Flat Fading	97
4.7 Frecuencia Selectiva	99
4.8 Beamformer Adaptativo	100
4.8.1 LMS	102
4.8.2 RLS	104
4.9 Beamformer Ciego	106
4.9.1 Decision Directed	106
4.9.2 Constant Modulus	107
4.9.3 Spectral Coherente	109
4.9.4 Despread Respread	111
4.9.4.1 LS-DRMTA	113
4.9.4.2 LS-DRMTCMA	116
4.10 Beamformer Analógico	117
<b>CAPITULO 5 SDMA PARA SISTEMAS MÓVILES</b>	<b>121</b>
5.1 Introducción	121
5.2 Teoría del Acceso Múltiple por División de Espacio	123
5.2.1 Ortogonalidad Espacial	124
5.3 SDMA en Sistemas Móviles Celulares	125

5.3.1	SDMA en FDMA y TDMA	125
5.3.2	SDMA en CDMA	127
5.4	SDMA en WiMAX	129
5.4.1	Introducción a WiMAX	129
5.4.2	802.16c	129
5.4.3	802.16a	130
5.4.4	802.16d	130
5.4.5	802.16e	130
5.5	Antenas Inteligentes en WiMAX	131
5.5.1	Introducción	131
5.5.2	Sistema de antenas inteligentes para OFDMA en 802.16e	133
5.6	Algoritmo para el beamforming multifuente y seguimiento multitrayecto	
5.6.1	Introducción	136
5.6.2	Formulación Matemática	137
5.6.3	Algoritmo Propuesto	137
5.6.4	Beamforming Multifuente	138
5.6.5	Identificación del Canal	139
5.6.6	Estimación del DOA y seguimiento de la fuente	140
5.6.7	Estimación de la velocidad y Seguimiento de Objetivos cruzados	
5.7	Celdas Basadas en SDMA	141

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

ANEXOS

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 3.1	Tabla de selección de ajustes	75
Tabla 4.1	Resumen del Beamformer con señal de referencia	91
Tabla 4.2	Niveles de potencia de señales a la salida de un arreglo, relativas a un SOI	96
Tabla 5.1.	Capacidad en SDMA	143
Tabla A.1.	Condiciones para el Arreglo Lineal Uniforme	149
Tabla A.2.	Condiciones para el Arreglo Circular Uniforme	151
Tabla A.3.	Condiciones para el Arreglo Rectangular Uniforme	153
Tabla B.1.	Condiciones para el Método CAPON	160
Tabla B.2.	Condiciones para el Método MUSIC	165
Tabla B.3.	Condiciones para el Método DELAY AND SUM	171
Tabla B.4.	Condiciones para el Método ESPRIT	176
Tabla B.5.	Dirección de Arribo para el método ESPRIT con número de sensores variable	178
Tabla B.6.	Dirección de Arribo para el método ESPRIT con relación señal a ruido variable	179
Tabla C.1	Condiciones para el Beamformer Convencional con nulos	181
Tabla C.2.	Condiciones para el Beamformer Convencional óptimo	184
Tabla C.3.	Condiciones para el Beamformer Adaptativo RLS	188

**ÍNDICE DE FIGURAS**

Figura. 1.1.	Patrón de irradiación de un arreglo de antenas con diferente número de elementos	3
Figura. 2.1.	Formación del Haz	23
Figura. 2.2.	Arreglo Lineal Uniforme	27
Figura. 2.3.	ULA para Frentes de Onda Circulares	31
Figura. 2.4.	Descripción Geométrica del Arreglo Lineal Uniforme para Frentes de Onda Circulares	32
Figura. 2.5.	Arreglo Circular Uniforme	35
Figura. 2.6.	Arreglo Planar Rectangular	37
Figura. 2.7.	Arreglo Planar Hexagonal	38
Figura. 2.8.	Arreglo con Elemento Concéntrico	39
Figura 2.9.	Señales de Banda estrecha	40
Figura 2.10.	Señales de Banda ancha	41
Figura. 2.11.	Diagrama de un Sistema de Banda Ancha	44
Figura. 2.12.	Esquema de Funcionamiento de un Arreglo con Diversidad	
Figura 3.1.	Estructura de un Beamformer Clásico	56
Figura 3.2.	Geometría para la construcción de 3 doublets	69
Figura 4.1.	Beamformer Convencional	80
Figura 4.2.	Beamformer con señal de referencia	85
Figura 4.3.	Patrón de un arreglo resultante de la solución óptima de un algoritmo MMSE	92
Figura 4.4.	Patrón de un arreglo con señales de interferencia	94
Figura 4.5.	Beamformer adaptativo	101
Figura 4.6.	Beamformer Ciego – DD	107
Figura 4.7.	Beamformer Ciego - CM	108

Figura 4.8.	Beamformer Ciego – SC	110
Figura 4.9.	CDMA	111
Figura 4.10.	Decisión Binaria	111
Figura 4.11.	Sistema Despread – Respread	112
Figura 4.12.	Esquema LS-DRMTA	114
Figura 4.13.	Esquema LS-DRMTCMA	116
Figura 4.14.	Beamformer Analógico	117
Figura 4.15.	Matriz Beamformer de Butler	118
Figura 4.16.	Beamformer Analógico	119
Figura 5.1.	Estructura de un arreglo de antenas adaptativas para recepción	122
Figura 5.2.	Patrón de radiación asociado a dos usuarios que comparten el mismo canal. Nulos profundos son dirigidos en la dirección de interferencia intra-celular	126
Figura 5.3.	Patrón de radiación del sistema SDMA para sistemas CDMA. No existe “null steering”	128
Figura 5.4.	Estructura de la trama de un sistema de antenas inteligentes para downlink	135
Figura 5.5.	Mapa de zona de diversidad de ASS	135
Figura 5.6.	Diagrama de bloque del Algoritmo para el beamforming multifuente y seguimiento multitrayecto	141
Figura 5.7.	Sistema de siete celadas con haces sectoriales	144
Figura 5.8.	Beamforming adaptativo para SDMA	145
Figura A.1.	Patrón de Radiación del Arreglo Lineal Uniforme para los casos: (a) espaciamiento variado, (b) número de sensores variado	151
Figura A.2.	Patrón de Radiación del Arreglo Circular Uniforme para los casos: a) espaciamiento variado, (b) número de sensores variado	153
Figura A.3.	Patrón de Radiación del Arreglo Planar Uniforme para el espaciamiento variado con Elevación	157

Figura A.4.	Patrón de Radiación del Arreglo Planar Uniforme para el espaciamiento variado con Azimuth	157
Figura A.5.	Patrón de Radiación del Arreglo Planar Uniforme para el número de sensores variable con Elevación	158
Figura A.6.	Patrón de Radiación del Arreglo Planar Uniforme para el número de sensores variable con Azimuth	158
Figura B.1.	Patrón de Radiación para el Método CAPON con número de sensores variable	162
Figura B.2.	Patrón de Radiación para el Método CAPON con relación señal a ruido variable	163
Figura B.3.	Relación ancho del lóbulo versus el número de sensores	163
Figura B.4.	Patrón de radiación del método CAPON para dos señales	164
Figura B.5.	Patrón de radiación del método CAPON para tres señales	164
Figura B.6.	Patrón de radiación del método CAPON para cuatro señales	164
Figura B.7.	Patrón de radiación del método CAPON para cinco señales	164
Figura B.8.	Error en grados versus el número de señales para el método CAPON	165
Figura B.9.	Patrón de Radiación para el Método MUSIC con número de sensores variable	168
Figura B.10.	Patrón de Radiación para el Método MUSIC con relación señal a ruido variable	168
Figura B.11.	Relación ancho del lóbulo versus el número de sensores	169
Figura B.12.	Patrón de radiación del método MUSIC para dos señales	170
Figura B.13.	Patrón de radiación del método MUSIC para tres señales	170
Figura B.14.	Patrón de radiación del método MUSIC para cuatro señales	170
Figura B.15.	Patrón de radiación del método MUSIC para cinco señales	170
Figura B.16.	Error en grados versus el número de señales para el método MUSIC	170
Figura B.17.	Patrón de Radiación para el Método DELAY AND SUM con número de sensores variable	173

---

Figura B.18. Patrón de Radiación para el Método DELAY AND SUM con relación señal a ruido variable	174
Figura B.19. Relación ancho del lóbulo versus el número de sensores	174
Figura B.20. Patrón de radiación del método DS para dos señales	175
Figura B.21. Patrón de radiación del método DS para tres señales	175
Figura B.22. Patrón de radiación del método DS para cuatro señales	175
Figura B.23. Patrón de radiación del método DS para cinco señales	175
Figura B.24. Error En grados versus el número de señales para el método DS	176
Figura C.1. Patrón de Radiación del Beamformer Convencional con Nulos	183
Figura C.2. Patrón de Radiación del Beamformer Convencional Óptimo	187
Figura C.3. Patrón de Radiación del Beamformer Adaptativo RLS	191
Figura C.4. Curva de Aprendizaje de RLS	191

**GLOSARIO**

AAS	Adaptive Antenna System
AIC	Akaike Information Theoretic Criteria
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BER	Bit Error Rate
BS	Base Station
BW	Bandwidth
CDMA	Code Division Multiple Access
CM	Constant Modulus
DD	Decision Directed
DL	Downlink
DLFP	Downlink frame preamble
DOA	Direction Of Arrival
DR	Despread Respread
DS	Delay and Sum
DSP	Digital Signal Processor
FB	Fraccional Bandwidth
FC	Frequency Carrier
FDD	Frequency Division Duplex
FEC	Forward Error Correction
FFT	Fast Fourier Transform
FM	Frecuency Modulation
FSK	Frecuency Shift Keying
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers
LCMV	Linearly Constrained Minimum Variance

---

LMS	Least Mean Square
LMS	Least Mean Squares
LOS	Line-Of-Sight
LS	Least Square
LS-DRMTAA	Least Squares Despread Respread Multi-Target Array
LS-DRMTCMA	Least Squares Despread Respread Multi-Target Constant Modulus Array
MAC	Medium Access Control layer
MAN	Metropolitan Area Network
Mbps	Megabit per second
MDL	Minimum Descriptive Length
ME	Máxima Entropía
MIMO	Multi Input Multi Output
ML	Maximun Likelihood
MMSE	Minimum Mean Square Error
MSIR	Maximun Signal Interference Ratio
MSS	Mobile Subscriber Station
MUSIC	Multiple Signal Classification
MVRD	Minimum Variante Distortionless Response
NLOS	Non-Line-Of-Sight
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OFDMA	Orthogonal Frequency Division Multiple Access
OSVF	Orthogonal Variable Spreading Factor
PHY	Physical Layer
PSK	Phase Shift Keying
QAM	Quadrature Amplitude Modulation

---

RLS	Recursive Least Square
RP	Restauración de propiedades
RS	Reed–Solomon
SC	Spectral Coherence
SD	Steepest Descent
SDMA	Space division multiple access
SFIR	Spacial Filtering for Interference Reduction
SMG	Spatial Multiplexing Gain
SNIR	Signal Noise Interference Ratio
SNOI	Signal-Not-of-Interest
SNR	Signal-to-Noise Ratio
SOI	Signal-of-Interest
SPRIT	Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique
SS	Subscriber Station
STC	Space Time Coding
TDD	Time Division Duplex
TDL	Tapped Delay Line
TDMA	Time Division Multiple Access
UL	Uplink
UWB	Ultra Wideband
VoIP	Voice over IP
WCDMA	Wideband CDMA
WiMAX	Worldwide Interoperability for Microwave Access
WirelessMAN-SC PHY	Wireless metropolitan area network – single carrier physical layer
WSF	Weighted Subspace Fitting

## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUCCIÓN**

#### **1.1 ANTENAS SECTORIALES**

Estas antenas pueden ser construidas para cubrir un sector de 120 grados, por tanto 3 antenas pueden cubrir todas las direcciones. Las antenas sectoriales proveen un aumento en la ganancia de un rango restringido de azimuts comparado con una antena omnidireccional. En un sistema celular, cada sector puede ser tratado típicamente como una diferente celda cuyo rango es mucho mayor que una antena omnidireccional. Además las antenas sectoriales incrementan la reutilización en estos sistemas reduciendo el potencial de interferencia, por tanto son sumamente usados.

#### **1.2 SISTEMAS DIVERSOS**

Pequeños desplazamientos en la localización de la antena puede tener un efecto significativo en la amplitud de la señal como se puede ver en la salida, y este efecto produce un fenómeno llamado desvanecimiento.

Un tipo de sistema de antena llamado “diversidad de antenas” emplea un grupo de antenas separadas con la hipótesis de que al menos una antena estará en una locación privilegiada. Los llamados sistemas de “diversidad conmutada”

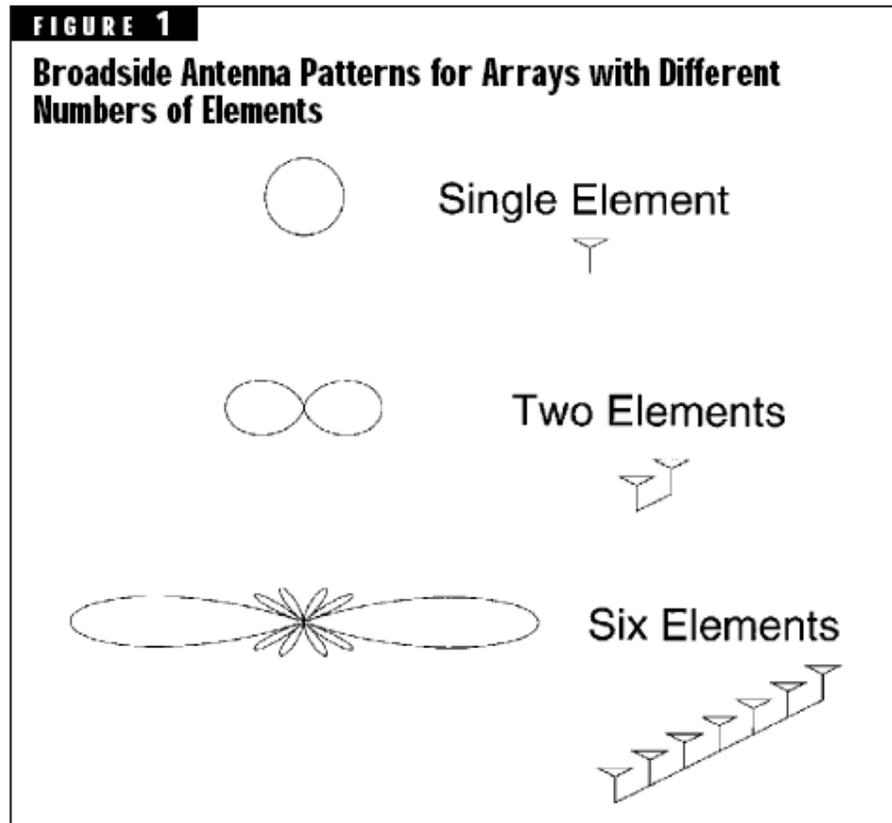
continuamente cambian de antena para así utilizar la que tenga la salida más larga. Otros sistemas diversos como los sistemas combinados de proporción máxima combinan las salidas para maximizar la proporción de las señales recibidas combinadas.

Este tipo de antenas puede ser muy utilizado en lugares donde existe desvanecimiento que es el principal mecanismo para la degradación de la señal.

### **1.3 PRINCIPIO DE ARREGLO DE ANTENAS**

Al combinar antenas individuales en un arreglo, una sola antena efectiva se puede crear con ganancia y características direccionales, siendo muy diferentes a aquellos elementos individuales. Por ejemplo considere una fila con  $M$  antenas idénticas, simples y con elementos espaciados una media longitud de onda; las señales que llegan de afuera o perpendiculares al eje del arreglo, llegan simultáneamente a cada elemento del arreglo y por tanto la suma será  $M$  veces tan largo como la señal recibida por una sola antena, es decir añadiendo la salida de los  $M$  elementos del arreglo resulta en una ganancia de  $M$  por señal de llegada.

En la Figura 1.1 se puede ver el patrón de una antena efectiva proveniente del resultado de la estrategia descrita en la parte superior de un arreglo lineal de antenas. El radio del patrón en la Figura 1.1 es proporcional a la ganancia de la señal en la salida del arreglo, y como se puede ver en ciertas direcciones tiene mayor ganancia y en otras reducida sensibilidad, hasta nulos.



**Figura 1.1. Patrón de irradiación de un arreglo de antenas con diferente número de elementos**

Los sistemas de arreglo de antenas en fase tienen un patrón de ganancia o un patrón de haz que se parece mucho a los que están en la figura, excepto que la dirección de máxima ganancia no debe ser la dirección de extremo.

Sistemas más avanzados tienen patrones de radiación que son optimizados para aumentar la señal de un usuario en particular mientras simultáneamente rechaza las interferencias.

Otro diferenciador de un sistema de arreglo de antena son los patrones de haz que pueden cambiar con el tiempo. Un arreglo de antenas puede ser construido con estrategias combinadas que sean arregladas. Desde un punto de vista operacional, este tipo de arreglo de antenas no es diferente a una antena convencional con la misma sensibilidad direccional.

Alternativamente, los arreglos pueden ser equipados con hardware combinado y software que haga posible que el patrón cambie con el tiempo y adaptado al escenario operacional actual.

Ya que la recepción y la transmisión son recíprocas, la transmisión directiva con ganancia es también posible de realizar en este arreglo. Cualquier patrón que se pueda conseguir para la recepción se puede conseguir también para la transmisión.

#### **1.4 MERITOS DE ANTENAS INTELIGENTES**

Las antenas inteligentes al ser insertadas en las estaciones base pueden mejorar el desempeño de las comunicaciones de la siguiente manera:

- *Reducción de la potencia de transmisión:* puede reducir los costos en la etapa de amplificación ya que el sistema podrá radiar menos potencia. De igual manera para los móviles significa un ahorro en sus baterías ya que la estación base incrementa su sensibilidad.
- *Reducción del nivel de interferencia:* la selectividad espacial de la antena en la estación base permite en uplink discriminar las señales de interferencia de la señal deseada y para downlink reducir el nivel de potencia transmitida en las direcciones de otros usuarios.
- *Reducción de multirayectos:* como existe menor dispersión angular de radiación con antenas inteligentes, los multicaminos que llegan a los terminales se reduce por lo que el sistema de ecualización se simplifica.
- *Incremento de seguridad:* debido a que se tiene un haz dirigido, es complicado que la señal sea interceptada, a menos que el terminal se encuentre ubicado en la misma posición. De igual manera como el arreglo

conoce la posición del usuario sería de gran ayuda para encontrar a quienes estén cometiendo fraude.

- *Incrementa el alcance de la radio base:* ya que las antenas inteligentes tienen una ganancia mayor a las omnidireccionales y sectorizadas, la distancia de cobertura crecería. También se puede incrementar el radio celular por lo que sería factible la instalación de menos estaciones bases, siempre y cuando no afecte la densidad de tráfico.
- *Reduce la interferencia dentro de la celda.*
- *Reduce la interferencia entre las celdas adyacentes.*
- *Incrementa la capacidad del sistema ya sea aplicando SDMA o SFIR.*

Las características antes expuestas tienen un gran uso sobre las estaciones base que no tienen complicaciones con la densidad de tráfico, ya que el rango o alcance de ellas se incrementa y así se puede cubrir una mayor área. Esto es de gran utilidad en áreas rurales.

La reducción de la interferencia puede ser transformada en ganancia de capacidad básicamente de dos maneras:

- La primera solución trabaja con un enfoque llamado SFIR, Spatial Filtering for Interference Reduction, donde todos los usuarios son separados de la forma tradicional como los accesos múltiples por división de frecuencia, tiempo y código. La disminución de la interferencia radiada debido al uso del direccionamiento del haz del arreglo de antenas puede ser explotado mediante el re-uso de frecuencias, siempre que los arreglos sean implementados en todas las celdas.

- El otro método para incrementar la capacidad es utilizando SDMA, donde se reutiliza los canales dentro de una misma celda.

## **1.5 TIPOS DE ANTENAS INTELIGENTES**

### **1.5.1 Haz conmutado (Switched Beam)**

Este es el tipo de configuración más sencillo de las antenas inteligentes; además se repite a permanentemente a lo largo del tiempo. En este enfoque el sistema genera haces para barrer de manera discreta la zona de cobertura, las conmutaciones son secuenciales.

El sistema de recepción se activa frente a una posición discreta del haz, ya que puede existir una señal. Si efectivamente se detecta una señal, la posición del haz es guardado, es decir el ángulo de llegada y la identificación del usuario. Después de un determinado intervalo de tiempo se vuelve a conmutar para buscar nuevos posibles usuarios hasta que la zona de cobertura angular sea cubierta.

### **1.5.2 Haz de seguimiento**

Esta conformado por un arreglo de sensores conectado a una red electrónica que le permite controlar la dirección del haz de acuerdo a su conveniencia. Los cambios de fase que llegan al arreglo del sistema conmutado se realizan con ángulos fijos determinados previamente por el sistema, mientras que el haz de seguimiento posee una mayor resolución

Una diferencia sustancial del enfoque anterior es la implementación de algoritmos para estimar el ángulo de llegada, aquí ya se utilizan técnicas para encontrar el DOA.

### 1.5.3 Haz adaptativo

Este es el mejor sistema de antenas inteligentes, este enfoque maneja la ponderación de cada una de las señales que salen de los sensores con pesos cuyo valor es encontrado dinámicamente a lo largo del tiempo. La conformación del diagrama de radiación establece un lóbulo principal para la dirección de llegada del usuario, lóbulos secundarios en la dirección de los multitrayectos de la señal y nulos profundos para las fuentes de interferencia.

Este sistema continuamente monitorea el área de cobertura para constantemente adaptarse al cambio de medio, además que se adapta al movimiento del usuario proveyendo un patrón de antena efectivo que sigue al usuario, siempre entregando la máxima ganancia en la dirección del mismo.

Considere la siguiente analogía, si se cierra los ojos y se escucha un sonido, se puede identificar la dirección con una gran exactitud. Esto se logra al utilizar los oídos como un arreglo de sensores acústicos, no como las antenas que detectan energía. Cada oído recibe el sonido en diferente tiempo dependiendo de la dirección de proveniencia del mismo, y el cerebro procesa la información de los dos oídos y computa de donde proviene el sonido. Entonces el cerebro combina los sonidos provenientes de la dirección que se ha seleccionado, constructivamente, y el sonido de otras direcciones se añade incoherentemente. El efecto es que se pueda escuchar el sonido que selecciono dos veces más rápido que los sonidos de otras direcciones, y que se sabe de la dirección de ese sonido.

Esta técnica requiere de la implementación de dos tipos de algoritmos, una para la dirección del ángulo de llegada y otro programa para la ponderación de los pesos.

## 1.6 LIMITACIONES Y COSTOS DENTRO DE UNA CELDA

Dentro de la asignación de los canales, existen varios factores para determinar que tan conveniente sería esta asignación. Para esto tenemos determinada la función  $C_i(c, MS_j, t)$ , que es el costo asociado a la asignación del canal  $C$  del móvil  $MS_j$  en la celda  $i$  al tiempo  $t$  por medio de SDMA, también se toma en cuenta los usuarios que están operando sobre el canal  $c$  vía SDMA. La definición de esta función de costo depende del tipo de beamforming y de los requisitos relativos a la calidad del enlace.

Para determinar si una asignación es dable, se debe tener en cuenta el costo umbral  $C_{th}$ . Si se cumple con la condición  $C_i(c, MS_j, t) > C_{th}$  la asignación es prohibida.

### 1.6.1 Limitaciones geométricas

Existen dos limitaciones en el momento en que los usuarios operan simultáneamente dentro de un mismo canal. Estos problemas son debido a la posición física de cada usuario. De acuerdo a esto dos móviles podrían operar en el mismo canal si:

- Su distancia angular sobrepasa el valor umbral  $\alpha_{th}$ ,
- Si el radio de sus distancias no pasa del valor umbral  $\Delta_{th}$ .

El primer problema depende del beamforming, ancho del lóbulo, y del ambiente de propagación, el número y la distancia de los dispersores tienen que ser considerados en el modelamiento. La segunda limitación toma en cuenta los no-cero lóbulos laterales.

Se puede definir la función de costo  $C$  asociada a nuevas consideraciones que se enumeran a continuación:

- $\alpha_{\min}$ , distancia angular mínima de un nuevo móvil a cualquier móvil que se encuentre operando en el canal.
- $\Delta_{\max}$ , distancia máxima de un nuevo móvil a cualquier móvil que se encuentre operando en el canal.

De esto se definen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} C_i(c, MS_j, t) &= \infty, \text{ si } \alpha_{\min} < \alpha_{th} \\ C_i(c, MS_j, t) &= \infty, \text{ si } \Delta_{\max} > \Delta_{th} \\ C_i(c, MS_j, t) &= A \frac{\alpha_{th}}{\alpha_{\min}} + B \frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{th}} \end{aligned} \quad \text{Ecuación. 1.1.}$$

Donde A y B son constantes que son usadas como pesos en las diferentes limitaciones; regularmente la limitación angular es considerada más importante que la distancia.

## 1.7 POTENCIA DE LA SEÑAL E INTERFERENCIA DE LAS LIMITACIONES

La llamada pérdida de interferencia cruzada es propuesta como una medida a tomar para la separación de los móviles. Esta propuesta es definida mediante la relación  $P/P_{\min}$  donde  $P$  es la potencia radiada que será necesaria para el nuevo usuario, así como para los terminales que se encuentran operando en el canal. Por otro lado  $P_{\min}$  es la potencia radiada que será necesaria para acomodar a todos y cada uno de los móviles en un canal separado.

Cuando más alta es la pérdida de potencia, la asignación es menos favorable ya que una alta pérdida que la separación espacial es insuficiente,

conduciendo así a interferencias indeseadas entre celdas. Al usar este enfoque se puede identificar perfectamente la pérdida de potencia a partir de la siguiente relación.

$$C_i(c, MS_j, t) = \frac{P}{P_{\min}} \quad \text{Ecuación. 1.2.}$$

La función de costo es considerada infinita si el beamforming con la limitación SNIR falla para el canal  $c$ .

Al asignar canales vía SDMA se asume que un número  $N_{th}$  de canales  $c$  está determinado para una celda  $i$  específica. Cuando un nuevo móvil desea establecer una conexión, se toma en cuenta lo siguiente:

- La no redistribución de las llamadas en curso
- Completar la reorganización de las llamadas en curso

Para el primer caso, los usuarios asignados dentro de la celda continuarán como se encuentran y solo los nuevos móviles serán asignados a un canal  $c$ . Dentro del segundo enfoque todas las conexiones dentro de la celda pueden ser cambiadas completamente dependiendo de la estrategia que se tome.

Cuando hay una completa reorganización se puede dar algo más de capacidad debido al alto grado de libertad, sin embargo, este enfoque tiene sus desventajas como el alto gasto computacional y el incremento del número de handovers. Para evitar la reorganización se tienen los siguientes enfoques:

- *Primer randómico disponible*: estadísticamente esparce a los usuarios sobre el canal disponible.

- *Primer ordenado disponible*: intenta servir a los usuarios en el menor número de canales posibles.
- *Mejor separación*: intenta mantener la potencia radiada y por tanto minimizar la interferencia de las celdas vecinas. Este enfoque y el siguiente requieren necesariamente del cálculo de los costos de localización para todos los canales antes de la asignación de cada canal.
- *La peor separación bajo limitaciones*: intenta empaquetar a los usuarios como sea posible para no perder capacidad. Sin embargo esto podría conducir a un alto número de haces colisionados dependiendo del grado de movilidad de los usuarios.

## 1.8 ESTIMACIÓN DE LA DIRECCIÓN DE LLEGADA

En diversos sistemas tales como radares, sonares y sismología, la determinación de la posición, al menos de la dirección de las fuentes emisoras de la señal es de suma importancia. A través de las señales inducidas en diferentes sensores espacialmente distribuidos los arreglos de antenas son capaces de estimar la dirección de las fuentes que irradian energía.

El problema de la localización de usuarios en sistemas de comunicación es porque utilizan el arreglo de sensores que emplea el proceso de la detección del ángulo de llegada (DOA) de señales incidentes.

Debe ser comentado que existe la posibilidad de conformar el haz de un arreglo de antenas sin conocimiento explícito de esas direcciones.

En la literatura presenta diferentes métodos para estimar la dirección del ángulo de llegada (DOA), los cuales ofrecen diferentes índices de desempeño o costo computacional que permiten su selección de acuerdo con el ambiente.

Los métodos para la estimación de la dirección del ángulo de arribo propuestos son las siguientes:

- Delay and Sum
  
- Capon
  
- MUSIC
  
- Predicción Lineal
  
- Máxima Entropía
  
- ESPRIT
  
- WSF
  
- Máxima Verosimilitud

La diferencia entre Delay and Sum, Capon y MUSIC, es que MUSIC es un método basado en la teoría de subespacios y los otros dos son basados en la teoría del espectro espacial

Los métodos basados en la teoría del espectro espacial se caracterizan por realizar la estimación en dos fases, primero calculan el espectro espacial de las señales recibidas y en seguida a través de dos máximos encontrados realizan la estimación de la señal. El desempeño de estos métodos es menor a los basados en el subespacio y la verosimilitud.

Los métodos basados en el subespacio exploran las propiedades de la estructura de la matriz de correlación de la salida del arreglo, la cual es separada en dos partes: subespacio del ruido y subespacio de la señal. Entonces se realiza el cálculo de la potencia espacial después se encuentra los máximos y se hace la estimación del subespacio de la señal.

Los métodos basados en la máxima verosimilitud utilizan la función de máxima verosimilitud que es una función de densidad de probabilidad condicionada a la dirección de llegada.

## **1.9 TÉCNICAS PARA CONFORMACIÓN DEL HAZ**

Dentro del Capítulo 4 se analizarán las diversas técnicas de conformación del haz, que son conocidas por sus múltiples utilidades dentro de un sistema de telecomunicaciones. De este modo es que esta técnica es aplicada dentro de las varias técnicas de acceso al medio. Su principio es brindar la mayor ganancia en la dirección donde se encuentre un usuario de interés y fabricar nulos profundos en todas las demás direcciones que vendrían a ser interferencias.

El filtraje espacial que propone este enfoque combina las muestras de forma lineal y las multiplica por un peso que es ponderado de acuerdo a los diferentes estilos; al combinarlo con antenas inteligentes se tienen algunas ventajas como:

- Eliminación de las señales de interferencia.
- Capacidad de discriminación.
- Las señales pueden ser procesadas y tratadas a conveniencia.
- Se puede tratar los multitrayectos.

Este enfoque al producir al diagrama de irradiación que es controlado electrónicamente trata de maximizar la salida del sistema. Es así como dentro del Capítulo 4 se analizarán varias técnicas de conformación del haz, entre las cuales se enumeran las siguientes:

- Beamformer Convencional
- Beamformer con señal de referencia
- Beamformer Adaptativo
- Beamformer Ciego
- Beamformer Analógico

Como una breve introducción a la primera técnica se dice que basa su funcionamiento en los atrasos y sumas, con el objetivo de sumar, en fase, las señales que arriban en el ángulo  $\theta_0$ , señal deseada.

EL segundo enfoque plantea tres problemas para ser resueltos y son:

- MMSE (Minimum Mean Square Error) que intenta minimizar la diferencia entre la salida del arreglo y la señal deseada
- MSIR maximiza la relación señal interferencia.
- MVar que minimiza la varianza.

El beamformer adaptativo es la más completa y trabaja en tiempo real, es decir el algoritmo se actualiza de forma periódica en el transcurso del tiempo

siendo su método de trabajo la formación de bloques iterativos para su procesamiento. Cuando un bloque es escogido este guarda ciertas características respecto al que lo precede, de este modo es que el instante  $n$  es empleado para solucionar el instante  $n+1$ .

Los casos que serán revisados en el capítulo 4 son los siguientes:

- LMS (Least Mean Square)
- RLS (Recursive Least Square)

El enfoque del algoritmo ciego no tiene referencia de la señal deseada y tampoco existe la fase de entrenamiento. Como casos dentro de este grupo tenemos a:

- Restauración de propiedades.
- Despread-respread.

Finalmente se hará una breve reseña de los primeros beamformers que utilizaron arreglos de antenas, los análogos. Estos funcionaban con dispositivos que alteraban la fase y la potencia de las señales como por ejemplo lentes microondas, guías de onda, transmisión de líneas, microstrips.

Dentro del capítulo 4 se analizará el desempeño de un sistema cuando este se encuentra bajo la presencia de multitrayectos sean estos correlacionados o descorrelacionados.

Para un mayor enfoque de esta tesis se menciona el desempeño de un beamformer cuando éste tiene que afrontar una sobre carga o cuando se

encuentra bajo carga. Cuando existe un régimen de carga es decir cuando el número de señales no sobrepasa el número de antenas, el sistema debería trabajar normalmente, pero cuando el mismo se encuentra con una sobrecarga, mayor número de señales que antenas, éste no tiene el mismo desempeño.

Por otro lado se menciona las condiciones de un canal “flat fading”, como inciden estos canales en los anchos de banda y frecuencias. Además hay un enfoque de frecuencia selectiva.

### **1.9.1 Historia del Beamforming en la telefonía celular**

Las técnicas de beamforming en los estándares de telefonía celular han avanzado a lo largo de las generaciones, su uso ha incrementado la complejidad del sistema, ha hecho crecer la densidad de las celdas; se puede tener al beamforming como actor pasivo y activo de la siguiente manera:

- En modo pasivo: como solución no estandarizada para WCDMA, soporta la dirección de arribo.
  
- En modo activo: soluciones estandarizadas para las siguientes generaciones:
  - En 2G: selección de una antena de transmisión como una forma elemental de beamforming.
  
  - En 3G: Un arreglo de antenas de transmisión TxAA.
  
  - En evolución de 3G: MIMO beamforming basado en precodificación con SDMA parcial

- Más allá de 3G, 4G y 5G: se espera beamformers más avanzados que soporten SDMA como un beamformer de lazo cerrado o un beamformer multidimensional.

## 1.10 ACCESO MÚLTIPLE POR DIVISIÓN DE ESPACIO

Para el capítulo 5 se estudiará una forma de incrementar la capacidad en las comunicaciones móviles que es el acceso múltiple por división de espacio SDMA, el cual incrementa la capacidad y reduce la interferencia de co-canal. Esto lo hace por medio de antenas inteligentes, dentro de esto se pueden manejar dos enfoques que son:

1. Las antenas inteligentes permiten el concepto de acceso por división de espacio por eso las transmisiones de una estación base a varios celulares móviles al mismo tiempo es posible.
2. La interferencia de co-canal en sistemas celulares puede ser reducida, por tanto la reutilización de las frecuencias es mejorado.

El principio básico de este sistema es la separación espacial de los usuarios móviles, lo cual permite la reutilización de los recursos limitados del espectro como son las frecuencias, el tiempo o el código de spot dentro de una célula. SDMA fundamenta su funcionamiento en la aplicación de una antena adaptativa dentro de la estación base para formar múltiples haces, de este modo es como la capacidad del sistema se incrementa.

Cuando las direcciones de arribo de los usuarios no son bien separadas, SDMA no puede aportar al mejoramiento del rendimiento del sistema. Tomando en cuenta que el algoritmo para downlink necesita un alto gasto computacional para resolver el problema de la optimización no lineal que envuelve un vector de pesos con limitación no lineal para cada usuario.

Existen dos condiciones que limitan el desempeño y capacidad de los sistemas SDMA y son:

1. Usuarios que comparten el mismo canal de distribución son colocados dentro de la resolución del patrón del haz.
2. Co-canal, los co-usuarios tienen potencias disparejas, causando de este modo el problema llamado “near-far”

Este problema, near-far, consiste en: considerando que se tiene un receptor y dos transmisores (uno cerca del receptor y otro lejos); si dos transmisores irradian al mismo tiempo con la misma potencia, entonces debido a la ley del cuadrado inverso, el receptor recibirá más potencia del transmisor que está más cerca, provocando que el trasmisor más lejano no sea escuchado.

Si el transmisor más cercano transmite una señal que en orden de magnitud es más grande que el transmisor lejano, la relación señal a ruido para el transmisor lejano puede estar por debajo de la detectabilidad y el transmisor puede no transmitir. En sistemas como los CDMA o redes móviles similares, este problema se resuelve comúnmente con el ajuste dinámico de la potencia de salida del receptor.

Regresando a los enfoques de uplink y downlink, el propósito de un beamformer es recibir tanta potencia como sea posible del usuario de interés y poca potencia como sea posible de los usuarios indeseados. Por otra parte el fin del beamformer de downlink es transmitir tanto poder como sea posible al móvil deseado y poca potencia para cualquier otra señal.

En los sistemas con TDD, time division duplex, casi siempre las mismas condiciones del canal existen para uplink y downlink si es que la transmisión de los frames es corta comparada con la máxima frecuencia de Doppler.

Para sistemas que usan FDD, frequency division duplex, los procesos de rápido desvanecimiento para uplink y downlink son diferentes. Sin embargo si la separación de frecuencia no es tan larga, las ondas de uplink y downlink muestran la misma dependencia direccional. Por tanto la conformación del haz para downlink se llevará a cabo en un sentido de promedio sobre la base de mediciones de la canal de uplink.

Dentro de la estructura celular un arreglo de antenas de una radio base ha demostrado proveer una ganancia adicional en contra de la interferencia y el ruido dentro de todos los sistemas de comunicaciones móviles. La ganancia en las redes CDMA de limitada interferencia equivale a mejor capacidad en uplink, mejora de la calidad del enlace y mejor habilidad de soportar altas tasas de transmisión en servicios inalámbricos.

El enlace de bajada está fuera del ancho de banda coherente del canal de subida, lo cual quiere decir que el desvanecimiento instantáneo sobre dos enlaces de radio serán descorrelacionados. Como resultado de esto el canal de bajada no siempre puede ser deducido del canal de subida.

El método conocido como “haz fijo”, fixed-beam, es usado tanto para enlaces de subida y bajada en estaciones base WCDMA. Este método reúne y combina coherentemente la señal de todos los posibles haces.

La potencia de la señal recibida dentro de cada haz es promediada sobre el patrón de rápido desvanecimiento debido al desvanecimiento descorrelacionado entre los enlaces de radio.

Dentro del Capítulo 5 se analizará el acceso múltiple por división de espacio aplicado a los diversos estándares de sistemas móviles, desde el acceso por división de frecuencia hasta por división de código.

Dentro de FDMA al aumentar la capacidad, vía filtrado espacial, se puede hacer un re-uso eficiente de las frecuencias, en TDMA se pueden reutilizar los slots de tiempo y en CDMA emplear el mismo código.

SDMA también puede ser utilizado en el estándar 802.16, WiMAX cuyas siglas en inglés significan Worldwide Interoperability for Microwave Access. Dentro de las especificaciones existe es estándar 802.16c, 802.16a, 802.16d y 802.16e, los cuales serán mencionados de forma breve en el transcurso del desarrollo del Capítulo 5.

El empleo de las antenas inteligentes en el estándar 802.16e requiere el empleo de otro concepto que es OFDMA. Los sistemas de antenas inteligentes cambian su trama de transmisión para un mayor desempeño. El estándar de WiMAX permite algunas opciones que pueden o no ser utilizadas, por este motivo es que se menciona de manera breve dentro del desarrollo del Capítulo de SDMA.

Además de lo que ya se ha expuesto se va a plantear algoritmos para beamforming multifuente y seguimiento multitrayecto. A breves rasgos se plantean dos soluciones:

- El primer beamformer es adaptativo y óptimo para fuentes no correlacionadas y ruido correlacionado.
- El segundo es convencional y óptimo para fuentes correlacionadas y ruido blanco no correlacionado.

También son planteadas soluciones de algoritmos robustos basados en técnicas de subespacio donde no se requiere conocer la matriz de covarianza del ruido ni el número de todas las fuentes presentes.

Las celdas que están diseñadas para sistemas SDMA son regularmente utilizadas para incrementar la capacidad y empleadas en áreas rurales en donde una radio base cubre un área extensa de terreno. El motivo por el cual se emplea esta técnica en extensiones sub-urbanas es que en estos sectores no existe problema con la densidad de tráfico y debido a ello el empleo de SDMA se traduce en el ahorro de estaciones base.

En el Capítulo 5 se mencionan los resultados de un experimento realizado con las diferentes configuraciones que puede tener una celda, de este modo los ejemplos planteados son los siguientes: el uso de antenas omnidireccionales, una celda dividida en 3 y 6 sectores y una celda con N haces direccionales.

Se plantea un ejemplo de la empresa Naviti Networks, la cual da alternativas numéricas de la separación espacial necesaria para que no exista interferencia en los canales de subida y bajada.

Cada uno de los enfoques mencionados en esta sección serán ampliados en los correspondientes capítulos.

## CAPÍTULO 2

### ARREGLOS DE SENSORES

#### 2.1 FUNDAMENTOS DE LOS ARREGLOS DE ANTENAS

En la actualidad hay un gran campo de aplicaciones en donde los arreglos son empleados. Las aplicaciones de los arreglos de sensores han ido en constante crecimiento, por ello es objeto de estudio e investigaciones dentro de las áreas en las que puede servir como una gran herramienta.

Las antenas omnidireccionales o isotrópicas irradian igual potencia para todas las direcciones presentando así un diagrama de irradiación uniforme con la misma ganancia direccional. Por otro lado las antenas directivas son aquellas capaces de privilegiar determinados lugares, ofreciendo mayor ganancia en una dirección y colocando nulos en otras.

Un arreglo de antenas o un conjunto de antenas (sensores) espacialmente distribuidas tienen una determinada conformación geométrica cuya salida es una combinación de señales inducidas en cada uno de sus elementos.

Normalmente un arreglo de sensores tiene un diagrama de irradiación fijo, pero utilizando técnicas apropiadas se puede ajustar el diagrama en la dirección de un usuario o señal requerida. El proceso de combinar señales para determinar una dirección de arribo (DOA) deseada es conocido como conformación del haz (*beamforming*).

Dependiendo del tipo de aplicación, se determina el tipo de sensor a utilizar así como la información adicional que debe ser insertada para llevar a cabo un

correcto ajuste dinámico. Un arreglo de antenas que utiliza un diagrama de irradiación ajustado dinámicamente de acuerdo a las necesidades es conocido como un sistema de antenas inteligentes o antenas adaptativas.

Las antenas adaptativas también son capaces, a través de la combinación de las señales inducidas en sus sensores, de controlar su diagrama de irradiación.

Cada una de las señales que encuentran obstáculos sufren refracciones y reflexiones, el resultado son  $L$  versiones atrasadas y atenuadas de la misma señal, a este fenómeno se le conoce como *multicamino*. Suponiendo que los usuarios se encuentran distantes lo suficiente como para que los frentes de onda sean consideradas planas.

Dentro de la formación del haz, existen tres elementos puntuales:

- El Arreglo de sensores que se encuentra en el centro de los lóbulos de irradiación.
- El lóbulo mayor que representa al usuario deseado.
- Un lóbulo reducido que representa la interferencia.

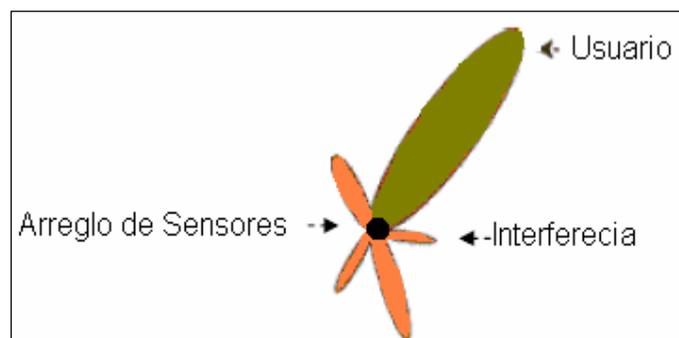


Figura. 2.1. Formación del Haz

De aquí se puede destacar una ventaja valiosa de un arreglo de sensores, que es el rechazo de las señales. También se puede mencionar a la ganancia de la señal, rechazo a la interferencia, diversidad espacial y eficiencia en potencia. Para entender estos conceptos, se menciona brevemente su definición:

- *La ganancia de la señal:* está dada por la combinación de las ganancias obtenidas de cada sensor.
- *El rechazo de la señal:* se da gracias a la conformación de un conjunto de sensores que permite insertar nulos en cualquier dirección, lo cual inhibe la interferencia.
- *Diversidad espacial:* es la habilidad de aplicar el acceso múltiple por división de espacios, SDMA.
- *Eficiencia en potencia:* es posible al realizar un haz en una única dirección, de este modo se puede tener una alta ganancia en la dirección escogida.

Usualmente los modelos de arreglos de sensores son implementados para aproximar las ondas incidentes como frentes planos. Sin embargo esta aproximación puede estar equivocada si el emisor está cerca al arreglo.

En general por razones de simplicidad los arreglos más utilizados son el lineal y circular. Sin embargo el arreglo lineal a pesar de ser el más simple para ser considerado presenta la gran desventaja de la ambigüedad en su estimación debido a la simetría de su diagrama de irradiación en relación con el eje en el que se disponen las antenas. Para el arreglo circular esta ambigüedad se elimina pero la simplicidad del modelo aumenta.

## 2.2 CONSIDERACIONES PARA EL MODELAMIENTO DE UN ARREGLO DE ANTENAS

El espaciamiento entre cada uno de los elementos del arreglo es un parámetro muy importante a ser tomado dentro del diseño. Para garantizar la recuperación de las señales incidentes, evitando la aparición de lóbulos indeseados, se debe asegurar que la distancia entre los elementos sea menor a  $\lambda/2$ , donde  $\lambda$  es la longitud de onda, valiendo aproximadamente  $3 \times 10^8 / f_c$ , representando  $f_c$  a la frecuencia de portadora para ondas electromagnéticas que se propagan en el vacío. Esta consideración referente al espaciamiento de los elementos es conocido como la versión espacial del Teorema de Muestreo.

El acoplamiento mutuo es un efecto que limita considerablemente el espaciamiento entre elementos de un arreglo. En general cuanto mayor sea la proximidad entre sensores consecutivos, mayor será el acoplamiento mutuo entre los mismos. Por esta razón es aconsejable que se mantenga un espaciamiento mínimo de  $\lambda/2$  entre elementos consecutivos en una serie de elementos.

Una vez hecha la anterior consideración se deben tomar en cuenta algunos criterios para simplificar el análisis de los arreglos:

- El espaciamiento entre los elementos del arreglo es pequeño para que sea considerado cualquier variación de amplitud de señales recibidas por diferentes sensores, de este modo se considera que todos los sensores reciben señales de igual amplitud pero con fases diferentes. Por otra parte no hay diferencia en el ángulo de incidencia de la onda en diferentes elementos del arreglo.
- Existe un número finito de señales incidentes, es decir, todas las señales recibidas por el arreglo se componen de un número finito de ondas planas.

- Las fuentes que originan las señales recibidas por el arreglo se encuentran en la región del campo lejano, relativa a la longitud de onda, de esta forma las ondas incidentes del arreglo son consideradas planas.
- No hay acoplamiento mutuo entre los elementos del arreglo.
- El ancho de banda de la señal incidente es pequeña si se compara con la frecuencia de la señal portadora, tratándose así de una señal de banda estrecha.
- Los sensores son isotrópicos y poseen el mismo patrón de irradiación, de esta forma el diagrama depende solo de la geometría y procesamiento aplicado al mismo.

## 2.3 ARREGLO LINEAL UNIFORME

### 2.3.1 Arreglo Lineal Uniforme para Frentes de Onda Planas

Un arreglo lineal está descrito por  $M$  elementos isotrópicos iguales. Cada elemento posee un peso complejo<sup>1</sup>  $V_M$  para  $M = 0, 1, \dots, M-1$ , y el espaciamiento entre elementos está descrito por la letra  $d$ . Si una onda plana afecta al arreglo en la dirección  $\theta$  con respecto al arreglo normal, el frente de onda arriba al elemento  $M+1$  más pronto que el elemento  $M$ , siendo la diferencia de distancia entre los dos rayos " $d \sin \theta$ ", como se ve en la Figura. 2.2.

---

<sup>1</sup> Un peso complejo puede ser interpretado como una ganancia variable y desfasador.

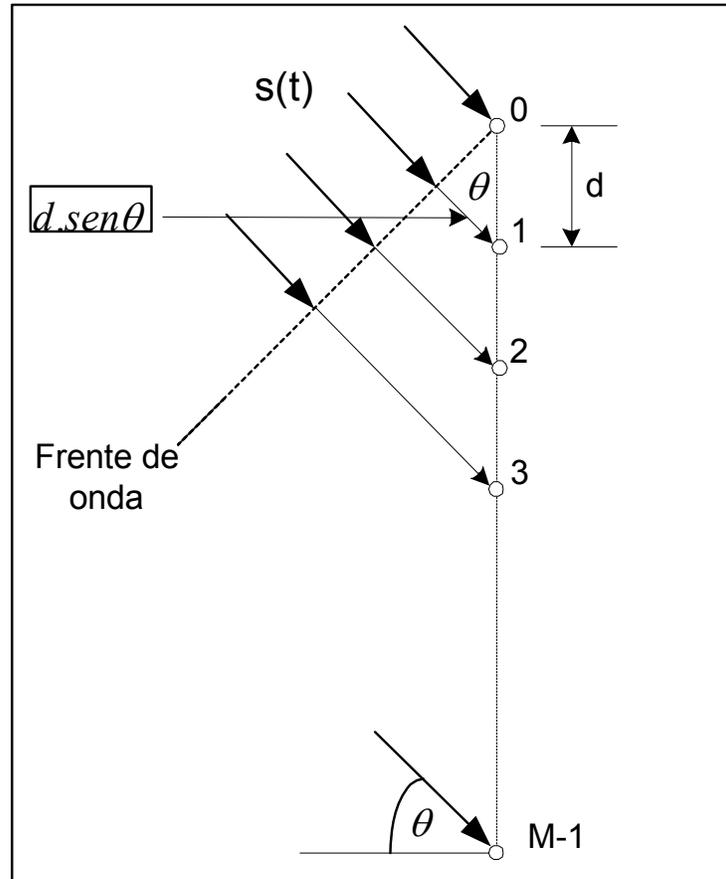


Figura. 2.2. Arreglo Lineal Uniforme

Al establecer la fase de la señal del origen en cero, la fase que lleva a la señal del elemento  $k$  al elemento 0 es  $\kappa k d \sin \theta$ , donde  $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$  y  $\lambda =$  longitud de

onda, por tanto el desfase es  $\varphi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{d}{\lambda} \cdot \sin \theta$ .

Si tomamos como referencia a  $x_0$ , la señal  $s(t)$  será vista por los  $M$  sensores de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 x_0(t) &= s(t) + n_0(t) \\
 x_1(t) &= x_0(t) \cdot e^{-j\varphi} + n_1(t) \\
 x_2(t) &= x_0(t) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \varphi} + n_2(t) \\
 &\vdots \\
 x_{M-1}(t) &= x_0(t) \cdot e^{-j \cdot (M-1) \cdot \varphi} + n_{M-1}(t)
 \end{aligned}
 \tag{Ecuación. 2.1.}$$

Expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ \vdots \\ x_{M-1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\varphi} \\ \vdots \\ e^{-j(M-1)\varphi} \end{bmatrix} \cdot s(t) + \begin{bmatrix} n_0(t) \\ n_1(t) \\ \vdots \\ n_{M-1}(t) \end{bmatrix}
 \tag{Ecuación. 2.2.}$$

Cuando llegan k señales a un arreglo de M sensores se tiene:

$$\begin{aligned}
 x_0(t) &= s_0(t) + s_1(t) + \dots + s_{K-1}(t) + n_0(t) \\
 x_1(t) &= s_0(t) \cdot e^{-j\varphi_0} + s_1(t) \cdot e^{-j\varphi_1} + \dots + s_{K-1}(t) \cdot e^{-j\varphi_{K-1}} + n_1(t) \\
 &\vdots \\
 x_{M-1}(t) &= s_0(t) \cdot e^{-j(M-1)\varphi_0} + \dots + s_{K-1}(t) \cdot e^{-j(M-1)\varphi_{K-1}} + n_{M-1}(t)
 \end{aligned}
 \tag{Ecuación 2.3}$$

Expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{M-1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\varphi_0} & e^{-j\varphi_1} & \dots & e^{-j\varphi_{K-1}} \\ e^{-j2\varphi_0} & e^{-j2\varphi_1} & \dots & e^{-j2\varphi_{K-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j(M-1)\varphi_0} & e^{-j(M-1)\varphi_1} & \dots & e^{-j(M-1)\varphi_{K-1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_0(t) \\ s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_{K-1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_0(t) \\ n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_{M-1}(t) \end{bmatrix}
 \tag{Ecuación. 2.4.}$$

Se puede escribirlo:

$$X(t) = [\underline{a}(\theta_0) \quad \underline{a}(\theta_1) \quad \cdots \quad \underline{a}(\theta_{K-1})] \cdot S(t) + N(t) \quad \text{Ecuación. 2.5.}$$

La estimación completa:

$$X(t) = A(\underline{\theta}) \cdot S(t) + N(t) \quad \text{Ecuación 2.6}$$

En este caso el vector director está dado por:

$$\underline{a}(\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j \cdot \varphi_i} \\ e^{-j \cdot 2 \cdot \varphi_i} \\ \vdots \\ e^{-j \cdot (M-1) \cdot \varphi_i} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.7}$$

Donde  $i$  va desde 0 hasta  $K-1$ , con desfaseamiento:  $\varphi_i = 2 \cdot \pi \cdot \frac{d}{\lambda} \cdot \text{sen} \theta_i$  y con el vector de ángulo de arribo dado por:

$$\underline{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_{K-1} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

Finalmente se tiene una matriz de vectores directores, que indica como el arreglo de sensores responde al ángulo de arribo DOA ( $\theta_i$ ) de cada señal.

$$A(\underline{\theta}) = [\underline{a}(\theta_0) \quad \underline{a}(\theta_1) \quad \cdots \quad \underline{a}(\theta_{K-1})] \quad \text{Ecuación 2.9}$$

Ahora como las señales en la naturaleza se presentan en forma continua, es necesario pasarlas a señales discretas en el tiempo para que puedan ser procesadas, por este motivo es que luego de muestrear la señal un período  $T_s$ ,  $x(n) = x(t=n.T_s)$ , se tiene:

$$X(1) = \begin{bmatrix} x_0(1) \\ x_1(1) \\ \vdots \\ x_{M-1}(1) \end{bmatrix} \quad X(2) = \begin{bmatrix} x_0(2) \\ x_1(2) \\ \vdots \\ x_{M-1}(2) \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.10}$$

Donde cada  $X(n)$  es conocido como "Snapshot" o "Instantáneo". Expresando en forma matricial, cuando existen  $N$  Snapshots,  $M$  sensores y  $K$  señales  $S_i(t)$ :

$$\begin{bmatrix} x_0(1) & \cdots & x_0(N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M-1}(1) & \cdots & x_{M-1}(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j(M-1)\varphi_0} & \cdots & e^{-j(M-1)\varphi_{K-1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_0(1) & \cdots & s_0(N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{K-1}(1) & \cdots & s_{K-1}(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_0(1) & \cdots & n_0(N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{K-1}(1) & \cdots & s_{K-1}(N) \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

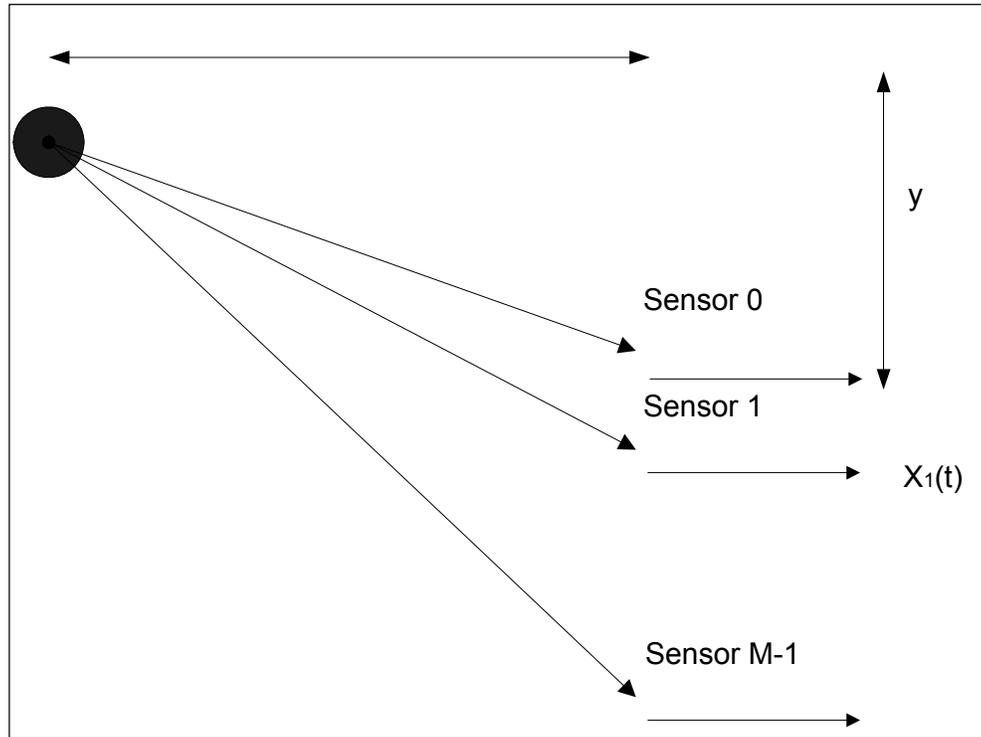
Finalmente se puede enunciar de la siguiente manera en términos de  $n$ :

$$\underline{X}(n) = A(\underline{\theta}) \cdot \underline{S}(n) + \underline{N}(n) \quad \text{Ecuación 2.12}$$

### 2.3.2 Arreglo Lineal Uniforme para Frentes de Onda Circulares

Normalmente los trabajos efectuados en los arreglos de sensores consideran que la señal se encuentra lo suficientemente alejada para que el frente de onda incidente sea considerado como plana. Sin embargo hay situaciones en donde el emisor se encuentra cerca por lo que el modelo de frente de onda plano no funciona.

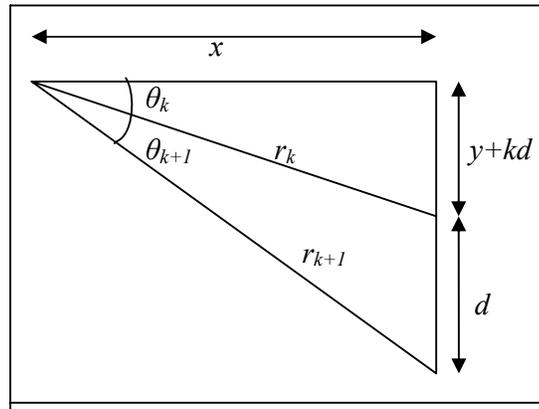
Hasta ahora el ángulo de llegada de la señal se ha considerado en referencia al eje del arreglo, sin embargo esto supone una distancia lo suficientemente grande para que los frentes de ondas sean paralelos y rectos.



**Figura. 2.3. ULA para Frentes de Onda Circulares**

En relación a la Figura. 2.3., se determina que la fuente se puede colocar en coordenadas  $(x,y)$  en referencia al primer sensor. De la misma figura se deduce que el ángulo de llegada es diferente para cada elemento del arreglo.

Sacando los triángulos de interés de la Figura. 2.4., se pueden encontrar ángulos y distancias que servirán para el análisis posterior.



**Figura. 2.4. Descripción Geométrica del Arreglo Lineal Uniforme para Frentes de Onda Circulares**

En la Figura. 2.4., se define a  $r_k$  como la distancia entre la fuente emisora de la señal y el primer sensor del arreglo con un ángulo de llegada  $\theta_k$ . Mientras que la distancia al sensor consecutivo está definida por  $r_{k+1}$ , con su ángulo de arribo de  $\theta_{k+1}$ . Las distancias entre los elementos del arreglo y la fuente son conocidas como rayos; como los frentes de onda son circulares, las distancias son los radios de las circunferencias que se expanden hasta llegar a todos los elementos del arreglo.

Deduciendo del gráfico se puede llegar a las siguientes ecuaciones:

$$r_k = \sqrt{x^2 + (y + kd)^2} \quad \text{Ecuación. 2.13.}$$

La señal llegará primero al sensor k y después al sensor k+1, por esta razón se recorrerá una distancia extra dada por:

$$\Delta_{k+1} = r_{k+1} - r_0 \quad \text{Ecuación 2.14}$$

Con un atraso en tiempo expresado por:

$$t_{k+1} = \frac{\Delta_{k+1}}{v} \quad \text{Ecuación 2.15}$$

El desfaseamiento entre la señal recibida por el sensor 0, referencia, y el sensor k+1 está definido por:

$$\varphi_{k+1} = \omega t_{k+1} = \frac{2\pi \cdot v}{\lambda} t_{k+1} \quad \text{Ecuación. 2.16}$$

De igual manera en la Figura. 2.4. se puede obtener las siguientes relaciones entre los ángulos y las distancias:

$$\begin{aligned} r_{k+1} \cos(\theta_{k+1}) &= r_k \cos(\theta_k) \\ r_{k+1} \text{sen}(\theta_{k+1}) &= r_k \text{sen}(\theta_k) - d \end{aligned} \quad \text{Ecuación 2.17}$$

Después de sustituir la ecuación 2.17 la una en la otra y viceversa se tiene:

$$\begin{aligned} r_k &= \frac{d}{\text{tg}(\theta_{k+1})\cos(\theta_k) - \text{sen}(\theta_k)} \\ r_k &= \frac{d}{\text{sen}(\theta_{k+1}) - \text{tg}(\theta_k)\cos(\theta_{k+1})} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 2.18}$$

A pesar de tener frentes de onda circulares, es posible determinar la posición con solo encontrar la dirección de la señal. Esto puede hacerse utilizando dos elementos del arreglo y hacer dos búsquedas unidimensionales para cada par.

Por este motivo existe una gran desventaja de poder emplear solo dos sensores del arreglo y los otros no entrarían en el cálculo. Por consiguiente, si

una señal sufre una gran atenuación, este par de sensores del arreglo no podrán conseguir detectarla.

Además todos los sensores del arreglo están siendo usados simultáneamente, entretanto para más de dos sensores la estimación es hecha para dos variables independientes simultáneamente, esto hace que el procesamiento sea más grande.

De acuerdo a lo expuesto, con dos sensores es posible determinar la dirección de la señal, mas no su posición; esto considerando que el ángulo de llegada  $\theta_1$  es el ángulo formado entre la perpendicular del arreglo y la recta que pasa por el punto medio entre los dos sensores y el punto donde está el emisor.

Ahora tomando nuevamente un par de sensores del arreglo y un tercer sensor que esté próximo a los dos anteriores es posible encontrar un nuevo ángulo  $\theta_2$ . Con ambos ángulos,  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , es posible determinar la localización o posición del usuario.

De acuerdo a lo expuesto; esto es resolver un problema grande como la solución de problemas más pequeños e independientes es posible disminuir el gasto computacional pero como consecuencia de esto se desaprovecha las ventajas de los arreglos de sensores.

## 2.4 ARREGLO CIRCULAR UNIFORME

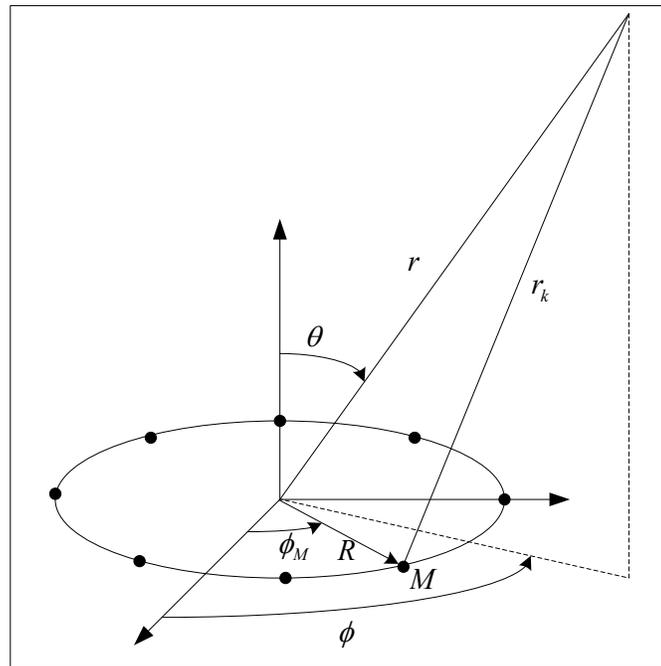


Figura. 2.5. Arreglo Circular Uniforme

Un arreglo circular consiste de  $M$  elementos isotrópicos iguales, distanciados en un círculo de radio  $R$ . Cada elemento tiene una parte compleja  $V_M$  para  $M = 0, 1, \dots, M-1$ . Como los  $M$  elementos están espaciados equitativamente alrededor del círculo de radio  $R$ , el ángulo de azimut del  $m$ -ésimo elemento está dado por

$$\phi_M = 2k\pi/M \text{ y } \kappa = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Si una onda plana afecta al arreglo en la dirección  $(\theta, \phi)$  la fase relativa del  $k$ -ésimo elemento con respecto al centro del arreglo es:

$$\beta_M = -\kappa R \cos(\phi - \phi_M) \sin \theta \quad \text{Ecuación. 2.19.}$$

Por tanto el arreglo circular con M elementos equitativamente espaciados es:

$$X(\phi, \theta) = \sum_{M=0}^{M-1} A_M e^{j[\alpha_M - \kappa R \cos(\phi - \phi_M) \sin \theta]} \quad \text{Ecuación 2.20}$$

Donde  $A_M * e^{j\alpha_M}$  denota la parte compleja del m-ésimo elemento. Para tener el haz principal dirigido al ángulo  $(\theta_0, \phi_0)$  en el espacio, la fase del m-ésimo elemento es:

$$\alpha_M = \kappa R \cos(\phi_0 - \phi_M) \sin \theta_0 \quad \text{Ecuación 2.21}$$

Una de las características es la presencia de altos lóbulos secundarios en el patrón de radiación. El máximo patrón de radiación está en la dirección perpendicular a la tangente del cilindro.

Para reducir los altos lóbulos secundarios, una ventana espacial con una apropiada longitud de filtro espacial puede ser aplicada a la respuesta del azimuth. Con esta técnica la ventana espacial puede proveer haces más estrechos y lóbulos secundarios más pequeños, por ejemplo con las técnicas de Dolph-Chevyshev<sup>2</sup> que provee una solución óptima y Taylor-Keiser.<sup>3</sup>

## 2.5 ARREGLO PLANAR

Como una alternativa a la colocación de los elementos a lo largo de una línea, surge el Arreglo Plano. Dentro de esta forma geométrica hay varias clasificaciones, entre las cuales tenemos las más utilizadas a los Arreglos Rectangulares, Figura. 2.6., los Arreglos Hexagonales, Figura. 2.7. y los Arreglos Circulares Concéntricos, Figura. 2.8.

<sup>2</sup> LITVA, John, YEUNG-LO, Titus Kwok, *Digital Beamforming in Wireless Communications*

<sup>3</sup> LITVA, John, YEUNG-LO, Titus Kwok, *Digital Beamforming in Wireless Communications*

El Arreglo Planar es una distribución que utiliza cada uno de sus elementos a lo largo de un plano. Esta clase de forma dota de algunas variables como:

- Proveer una gran apertura pudiendo ser utilizado para el control de dirección del haz, variando la fase relativa de cada uno de sus elementos.
- Por sus características es usado para el control y la forma del patrón del haz del arreglo.
- El haz principal del arreglo puede ser dirigido hacia cualquier punto del espacio en este medio.

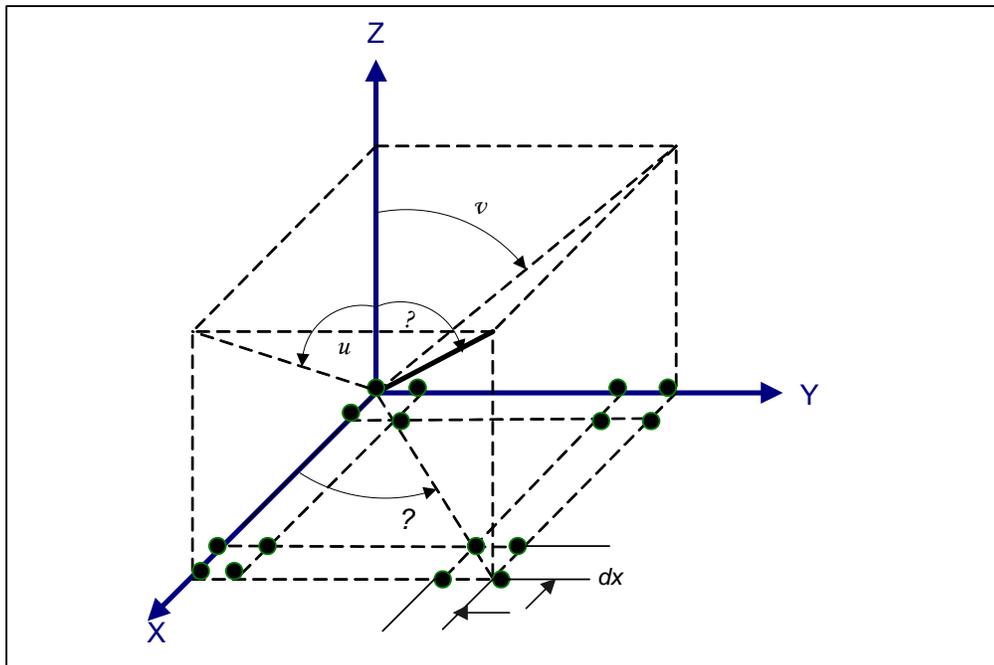


Figura. 2.6. Arreglo Planar Rectangular

La configuración más usada de un arreglo plano es el Arreglo Rectangular, donde sus elementos se encuentran distribuidos como lo muestra la Figura. 2.6. También puede ser visto como un arreglo lineal de “ $L$ ” elementos idénticos, cada uno de cuales es un Arreglo Lineal con su factor dado por:

$$X_1(u) = \sum_{M=0}^{M-1} A_M e^{j(kMd_x \sin(u) + M\alpha)} \quad \text{Ecuación 2.22}$$

Donde  $\sin u = \sin\theta \cdot \cos\Phi$  y  $A_M e^{jM\alpha}$  son pesos complejos. El factor del arreglo para el L-elemento esta dado por:

$$X_2(v) = \sum_{l=0}^{L-1} B_l e^{j(kld_y \sin v + l\beta)} \quad \text{Ecuación 2.23}$$

Donde  $\sin v = \sin\theta \cdot \sin\Phi$  y  $B_l e^{jl\beta}$  son pesos complejos. De acuerdo al principio de la multiplicación de patrones, el factor total del arreglo rectangular es:

$$X = X_1(u) X_2(v) \quad \text{Ecuación 2.24}$$

Otra configuración comúnmente usada es el Arreglo Hexagonal, mostrado en la figura 2.7, en donde los componentes se encuentran distribuidos a lo largo de una rejilla triangular con un espaciamiento igual entre elementos. Cabe acotar que la valoración del factor del Arreglo Hexagonal es más complejo que el rectangular debido a las múltiples evaluaciones que se le puede dar.

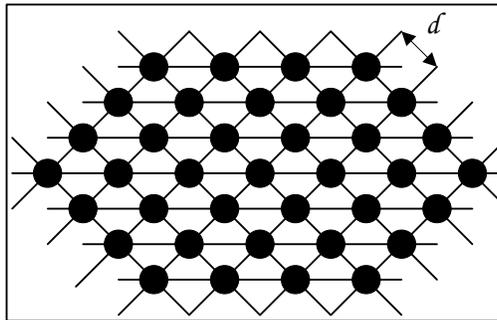


Figura. 2.7. Arreglo Planar Hexagonal

Una alternativa simple de tratar este arreglo consiste en un elemento simple ubicado en el centro y un número de Arreglos Circulares de seis elementos concéntricos de diferente radio, mostrado en la Figura. 2.8.

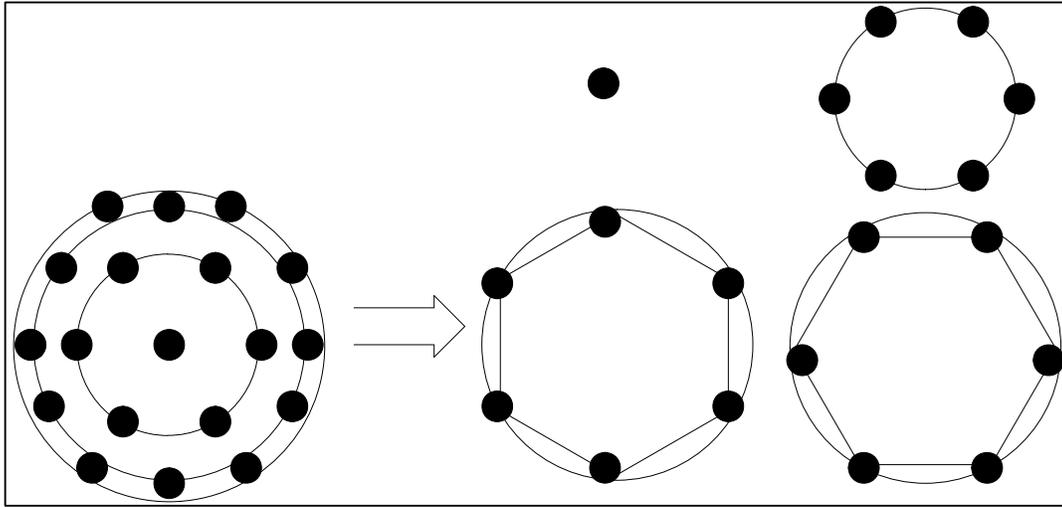


Figura.2.8. Arreglo con Elemento Concéntrico

El factor total del arreglo será la suma de los Arreglos Circulares y el elemento del centro, de este modo:

$$F(\theta, \phi) = A_0 + \sum_{M=1}^{M_h} \sum_{l=1}^M \sum_{m=0}^5 A_{M,l,m} e^{j(\alpha_{M,l,m} - \kappa R_{M,l} \cos(\phi - \phi_{M,l,m}) \sin \theta)} \quad \text{Ecuación 2.25}$$

Donde  $M_h$  es el número de hexágonos y:

$$R_{M,l} = d \sqrt{M^2 + (l-1)^2 - 2M(l-1)}$$

$$\phi_{M,l,m} = \arccos \left[ \frac{R_{M,l}^2 + dM^2 - d(l-1)^2}{2R_{M,l}dk} \right] + m \frac{\pi}{3} \quad \text{Ecuación 2.26}$$

## 2.6 ARREGLO DE BANDA ANCHA

### 2.6.1 Generalidades

Dentro del caso en el que se encuentra trabajando, es decir un arreglo de antenas, una señal de banda estrecha es considerada como tal cuando la densidad espectral de potencia no es alterada y el desvío de la fase es constante a lo largo de toda la banda.

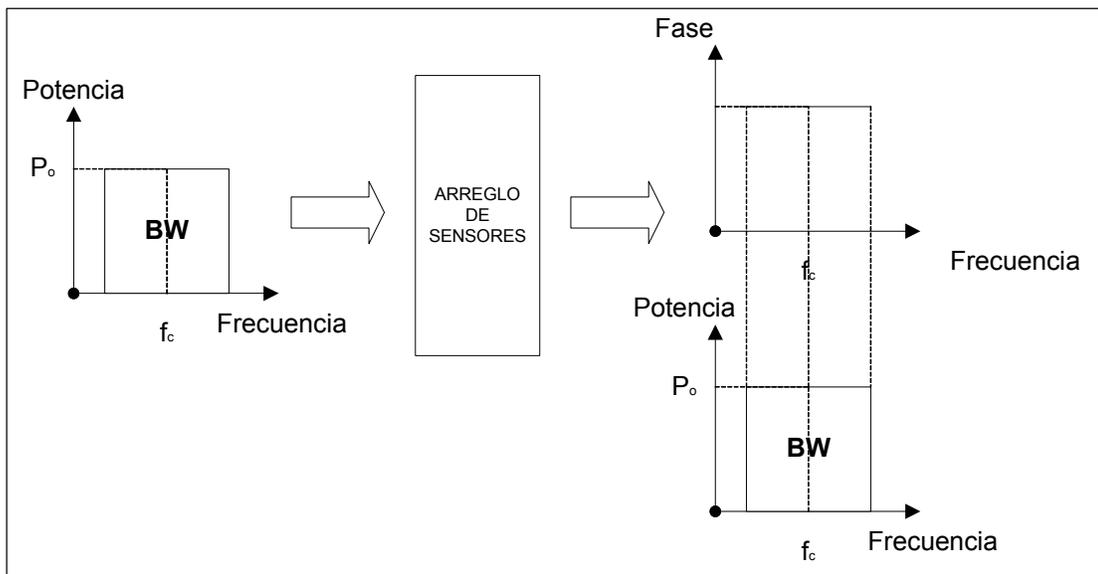


Figura 2.9. Señales de Banda estrecha

Si el ancho de banda de una señal es más pequeño comparado con la frecuencia de portadora, el desplazamiento de fase sufrido por las componentes espectrales de los dos extremos de la banda son casi iguales. De una manera simple, se dice que una señal es de banda estrecha cuando su ancho de banda es mucho menor que la frecuencia de portadora.

$$BW \ll f_c$$

Ecuación 2.27

Ahora una señal es conocida de banda ancha si una vez después de pasar por el arreglo de sensores, la densidad espectral de potencia se ha alterado, o el desvío de fase no es constante a lo largo de la banda de la señal.

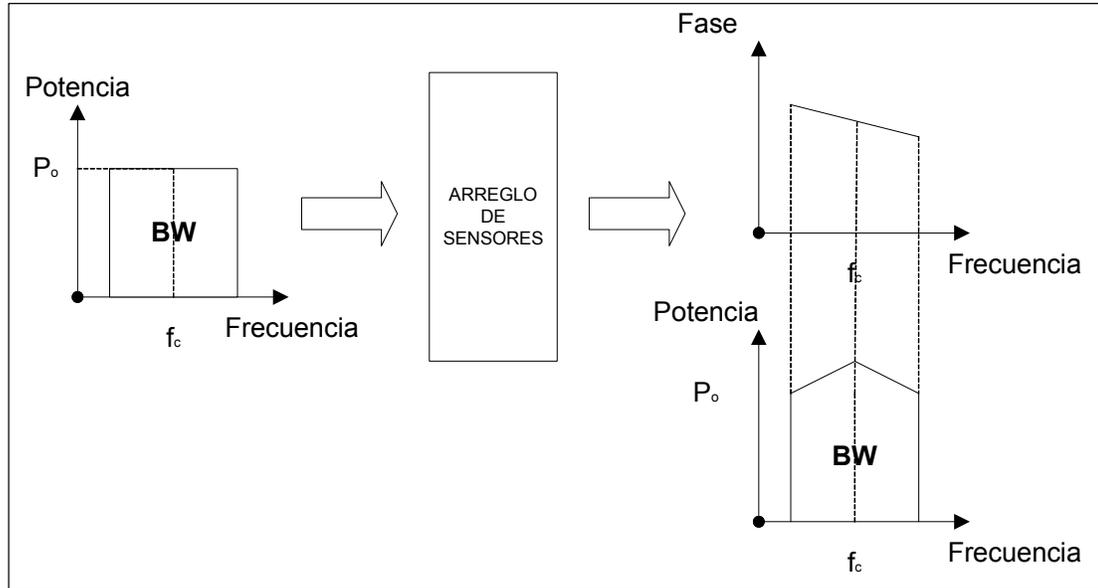


Figura 2.10. Señales de Banda ancha

Dentro del proceso de las señales o beamforming se puede manipular las mismas una vez que hayan ingresado a cada uno de los elementos del arreglo de sensores.

Dentro de la técnica convencional de banda estrecha, las señales de cada uno de los sensores, son multiplicadas por un número complejo y posteriormente sumadas para formar la salida.

Ahora, como las señales de banda ancha incrementan el desempeño del beamformer de banda estrecha, este comienza a deteriorarse, en funcionamiento, debido a que el peso de la fase de cada elemento, y el ángulo deseado debe ser constante con la frecuencia. Sin embargo sin una compensación satisfactoria estos parámetros pueden cambiar para diferentes componentes de frecuencia de la onda.

Para el procesamiento de señales de banda ancha, es usado normalmente un TDL, tapped delay line, para cada rama del arreglo. El TDL permite a cada uno de los elementos tener una respuesta de fase que varíe con la frecuencia.

De este modo se remedia el hecho que los componentes de frecuencias bajas tienen menos cambio de fase a distancias de propagación dadas, esto es, considerando que los componentes de frecuencias altas tienen mejor cambio de fase durante la misma trayectoria.

Además, en algunas aplicaciones como las comunicaciones spread spectrum <sup>4</sup> y sonar hay un interés creciente sobre el análisis de las fuentes de banda ancha y el procesamiento de señales.

Debido al incremento del desarrollo computacional, el procesamiento de señales en arreglos de banda ancha ha sido una realidad. Considerando que anteriormente los arreglos de banda ancha requerían elementos de retraso análogos, ahora el patrón del arreglo puede ser ejecutado por filtrado digital de datos muestreados con la ganancia normal en precisión y flexibilidad.

### **2.6.2 Fundamentos**

Muchas de las técnicas de antenas inteligentes son propuestas para anchos de banda estrechos. El espaciamiento de la antena de los arreglos de banda estrecha usualmente es media longitud de onda de la señal entrante, la cual se asume tiene una FB, fractional bandwidth, de menos de 1%. Por definición, la FB de una señal es la razón del ancho de banda con la frecuencia central como se muestra a continuación:

---

<sup>4</sup> “Es una técnica por la cual la señal transmitida se ensancha a lo largo de una banda muy ancha de frecuencias.” Fuente wikipedia.org

$$FB = \frac{f_h - f_l}{(f_h + f_l)/2} * 100 \quad \text{Ecuación 2.28}$$

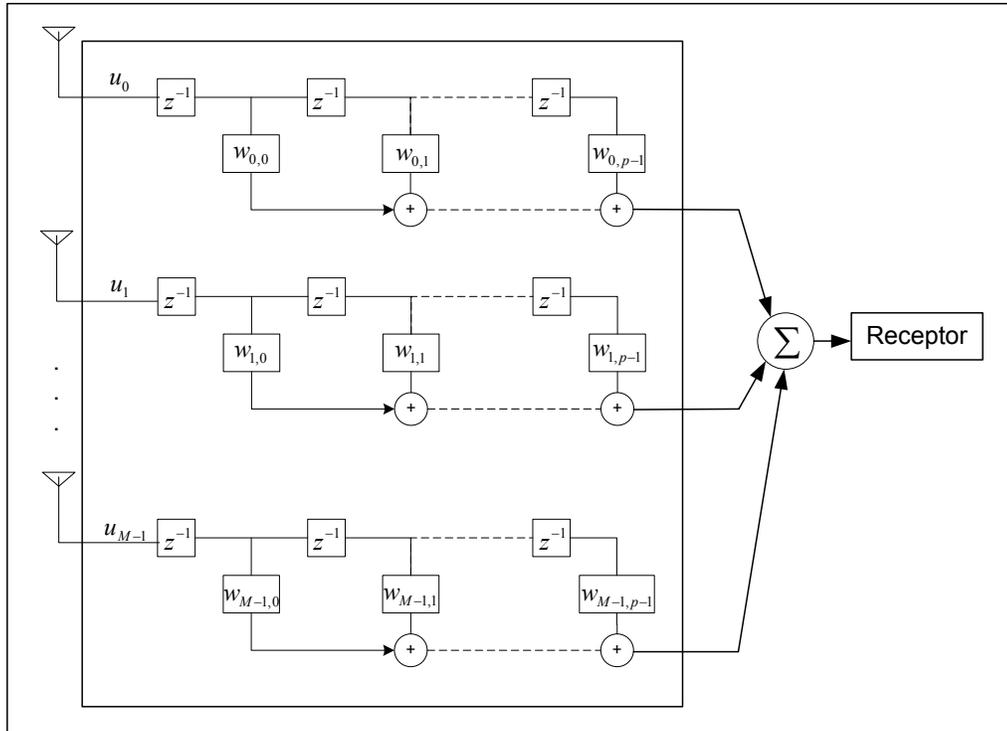
Donde  $f_h$  y  $f_l$  son las componentes alta y baja de la señal, respectivamente. Los arreglos de banda ancha son diseñados con una FB superior al 25% y los arreglos UWB, *ultra wideband*, son propuestos con una FB de 25 a 200%. Los arreglos de banda ancha y ultra banda ancha usan un espaciamiento de antena constante para todas las componentes de frecuencia de las señales de arriba.

La distancia entre los elementos,  $d$ , es determinado por la frecuencia más alta de la onda de entrada y por un arreglo lineal uniforme de una dimensión, que está dado por:

$$d = \frac{c}{2f_h} \quad \text{Ecuación 2.29}$$

Un arreglo de antenas de banda ancha es una combinación de filtrado espacial con filtrado temporal. En cada rama del arreglo un filtro permite a cada uno de los elementos tener una respuesta de fase que varía con la frecuencia. Como resultado, los cambios de fase debido a las altas y bajas frecuencias son ecualizados por un procesamiento temporal de señales.

En este tipo de sistema, ilustrado en la Figura. 2.11., se utiliza un retraso en cada trama del arreglo.



**Figura. 2.11. Diagrama de un Sistema de Banda Ancha**

Esta estructura puede ser considerada como un ecualizador, que hace que la respuesta del arreglo sea la misma con diferentes frecuencias. La respuesta en frecuencia del retraso para el elemento m esta dada por:

$$W_m(e^{j\omega}) = \sum_{p=0}^{P-1} w_{m,p} e^{-j\omega p} \quad \text{Ecuación 2.30}$$

Para un arreglo de dos dimensiones, con elementos del plano (horizontal) x-y, el patrón de la antena dependiente de la frecuencia esta dado por:

$$f_u(\omega, \phi) = \sum_{m=0}^{M-1} W_m(e^{j\omega}) \cdot e^{-j\frac{\omega}{c} x_m \cos(\phi) - j\frac{\omega}{c} y_m \sin(\phi)} \quad \text{Ecuación 2.31}$$

Cuando un diseño de banda estrecha es usado sobre un ancho de banda grande, el desempeño del arreglo decrece. De esto, a frecuencias bajas el ancho del haz aumenta, resultando en una disminución de la resolución espacial. A frecuencias por encima de las frecuencias de banda angosta, el ancho del haz decrece.

Como no es posible alcanzar un patrón de antena arbitraria en todas las frecuencias, es posible usar retrasos para “*aplanar*” la respuesta espacial como función de la frecuencia.

Aún si el ancho de banda de las señales incidentes en el arreglo son muy pequeños en relación a los de la frecuencia central, entonces esa degradación de ancho de banda no es un factor, el arreglo de banda ancha, también llamado procesador *tiempo-espacio*, *espacio-temporal*, o *dos dimensiones*, puede ser muy valioso.

## 2.7 DIVERSIDAD ESPACIAL

Los obstáculos y la interacción entre varias señales que llegan producen que las antenas sean sujetos de rápidos y profundos desvanecimientos, un ejemplo de ellos es la interferencia multicamino que puede llevar al desvanecimiento de la señal recibida, especialmente cuando el ancho de banda de la señal es menor al ancho de banda del canal por tanto se utiliza la diversidad espacial en los receptores que estén suficientemente espaciados es decir la distancia debe ser  $d > \lambda$ .

La señal en cada antena es independiente de los demás, y su relación señal a ruido SNR es diferente.

El sistema de antenas inteligentes procesa la señal de acuerdo a ciertos principios como son:

- Combinación de la diversidad: donde todas las copias de las señales son combinadas (antes o después del modulador) y la señal combinada es decodificada.
- Selección de la diversidad: donde la “mejor” señal es seleccionada y procesada, (demodulada y decodificada) mientras las otras copias son descartadas.

En un sistema de antena “switched beam” la habilidad de reducir el desvanecimiento en banda angosta es limitado, por tanto, es necesario implementar una diversidad espacial en un sistema de antenas inteligentes.

Como se puede ver en la Figura. 2.12, un beamforming está desempeñándose independientemente por dos arreglos y el sistema de selección de diversidad escoge la salida del arreglo que tenga la mejor calidad de señal. En definitiva, el receptor selecciona la señal que posea la mayor potencia, y ésta la procesa.

Ningún arreglo o espaciamiento es pequeño, por eso la señal de cada antena esta correlacionada con las demás.

La mayoría de celulares y sistemas PCS no solo utilizan diversidad espacial, si no la sectorización, lo que permite rehusar los recursos del espectro lo que permite una densidad de tráfico mucho mayor en cada célula.

Usando un arreglo lineal de elementos omnidireccionales forma haces tipo “mirror-image” en cada eje del arreglo, además el arreglo lineal disminuye la capacidad de separación angular para ángulos cerca de la dirección de los ejes del arreglo; por tanto la combinación de sectorización y sistema de antenas inteligentes es mucho mejor para dar un buen servicio al usuario en movimiento.

Existen algunos problemas como:

- Mucha interferencia
- El número de componentes multicaminos sea largo
- El ángulo de separación entre los componentes sea pequeño
- El nivel de ruido sea alto

Esto producirá que el sistema de antena adaptativa no podrá reducir el desvanecimiento multicamino a pesar que utilice la selección de la diversidad espacial.

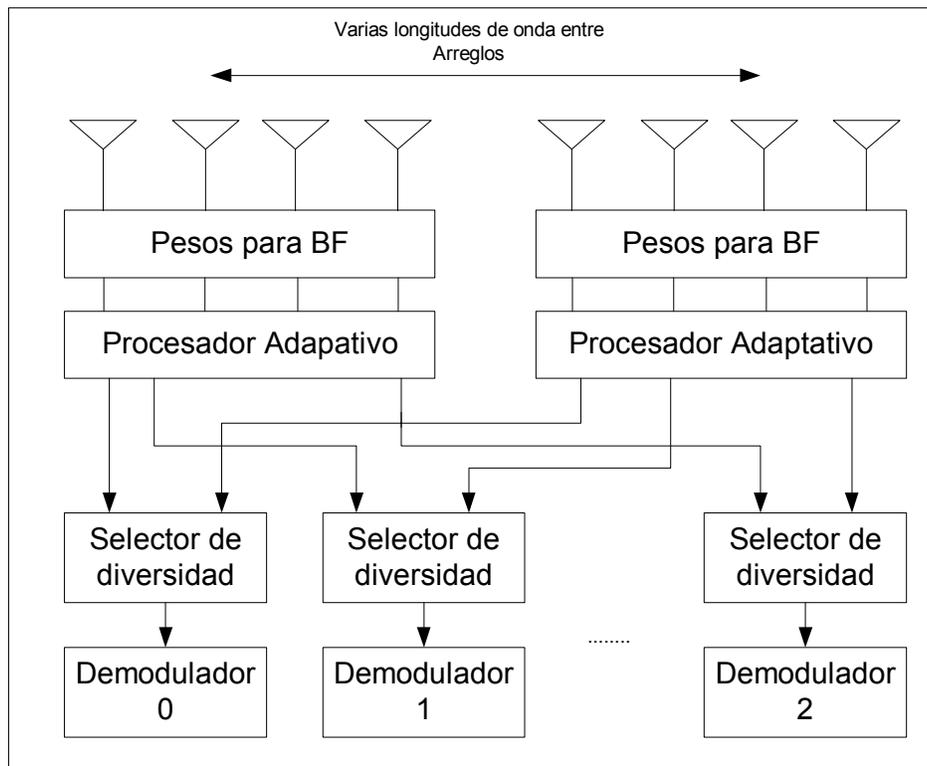


Figura. 2.12. Esquema de Funcionamiento de un Arreglo con Diversidad

## **CAPÍTULO 3**

### **ESTIMACIÓN DE LA CANTIDAD DE SEÑALES Y SU RESPECTIVO ÁNGULO DE ARRIBO**

#### **3.1 INTRODUCCION**

Entre los problemas típicos al encontrar usuarios en sistemas de comunicaciones inalámbricos que utilicen arreglos de sensores se encuentra el proceso de estimación del ángulo de arribo, DOA, de las señales incidentes. A la dirección del ángulo de llegada se lo conoce como: el ángulo que alcanza el frente de onda de la señal al llegar a las antenas. En muchos sistemas de telecomunicaciones el determinar la posición o al menos la dirección de la fuente de la señal es de suma importancia.

A través del análisis de señales inducidas en los sensores distribuidos, los arreglos de antenas son capaces de estimar la dirección de la fuente que irradia la energía.

Para la atención de este problema se deben realizar algunas consideraciones como las descritas en el literal 2.2 del Capítulo anterior. Una vez hechas estas acotaciones hay diversas soluciones que varían el desempeño dependiendo del medio ambiente en el que se lo emplee. De esto se desprende que existen varios estimadores que pueden trabajar de la forma deseada en ciertas situaciones, pero en otras puede fallar en su totalidad.

Al tener un arreglo de sensores de banda estrecha, con las fuentes de las señales localizadas en un campo lejano, se pueden desarrollar una vasta cantidad

de métodos para la estimación del DOA. Estas técnicas se las clasificarán en tres grupos:

- Métodos basados en Espectro Espacial.
- Métodos basados en Sub. Espacio.
- Métodos basados en técnicas de Máxima Verosimilitud.

Algunos textos describen al método de Espectro Espacial como método convencional, ya que se basan en conformadores del haz independientes de los datos, por ese motivo necesitan de una gran cantidad de sensores para alcanzar niveles aceptables de resolución; siendo inferiores en desempeño a los métodos de Sub-Espacio y Máxima Verosimilitud

En general estos métodos se dividen en dos fases:

- Calcular el espectro espacial de las señales recibidas
- Estimar la señal con los máximos encontrados.

Bajo estos criterios esta técnica de emplear la maximización de funciones no emplea la naturaleza estadística de modelos señal a ruido.

Como una breve descripción los métodos de Sub. Espacio son conocidos también por ser técnicas Sub-óptimas de alta resolución que examinan la descomposición de la matriz de correlación de las muestras de la señal, siguiendo el siguiente procedimiento:

- Se separa la Matriz de Correlación en Sub-espacio de ruido y de señal.

- Se calcula es espectro espacial, el Sub-espacio de la señal será el máximo.

Por otro lado las técnicas de Máxima Verosimilitud son consideradas técnicas óptimas de alto desempeño y buen comportamiento en un medio ambiente de alto ruido, sin embargo su carga computacional es alta. Este método utiliza la función de densidad de probabilidad sujeta a la dirección de arribo de la señal.

## 3.2 ESTIMACIÓN DE LA CANTIDAD DE SEÑALES INCIDENTES

### 3.2.1 Introducción

Para poder estimar las señales debemos diferenciarlas del ruido, para eso se toma como base los autovalores de la matriz de correlación de la salida de dos sensores:

$$X(t) = A(\theta) * S(t) + N(t) \quad \text{Ecuación 3.1}$$

Donde

$$R_{xx} = E\{\underline{X} \cdot \underline{X}^+\} \quad \text{Ecuación 3.2}$$

$$R_{ss} = E\{\underline{S} \cdot \underline{S}^+\} \quad \text{Ecuación 3.3}$$

Reemplazando

$$R_{xx} = E\{(\underline{A} \cdot \underline{S} + \underline{N}) \cdot (\underline{A} \cdot \underline{S} + \underline{N})^+\} \quad \text{Ecuación 3.4}$$

$$R_{xx} = A \cdot E\{\underline{S} \cdot \underline{S}^+\} \cdot A^+ + \sigma^2 \cdot I \quad \text{Ecuación 3.5}$$

Como resultado

$$R_{xx} = A \cdot R_{ss} \cdot A^+ + \sigma^2 \cdot I \quad \text{Ecuación 3.6}$$

Para calcular los autovalores de  $\{\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{M-1}\}$  de  $R_{xx}$

$$|R_{xx} - \lambda_i I| = 0 \quad \text{Ecuación 3.7}$$

Reemplazando

$$\begin{aligned} |A \cdot R_{ss} \cdot A^+ + \sigma^2 I - \lambda_i I| &= 0 \\ |A \cdot R_{ss} \cdot A^+ - (\lambda_i - \sigma^2) I| &= 0 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 3.8}$$

Siendo que

$$\nu_i = \lambda_i - \sigma^2 \quad \text{Ecuación 3.9}$$

Son los autovalores de

$$A \cdot R_{ss} \cdot A^+ \quad \text{Ecuación 3.10}$$

La matriz A esta conformado por K vectores sabiendo que K es el número de señales incidentes, M el número de sensores; su dimensión igual a:

$$\dim \{A\} = M \times K \quad \text{Ecuación 3.11}$$

$$\dim \{A R_{ss} A^+\} = M \times M \quad \text{Ecuación 3.12}$$

Además  $R_{ss} A^+$  tiene M-K autovalores nulos y  $R_{xx}$  tiene M-K autovalores iguales a  $\sigma^2$  que es la variación de ruido.

### 3.3 METODOS DE ESTIMACION DE LA CANTIDAD DE SEÑALES

#### 3.3.1 Método Sugerido

1. Calcular los M autovalores de  $R_{xx}$
2. Ordenar de forma decreciente los autovalores siendo  $\lambda_0$  el mayor autovalor

$$\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{K-2}, \lambda_{K-1}, \lambda_K, \lambda_{K+1}, \dots, \lambda_{M+1} \quad \text{Ecuación 3.13}$$

Siendo

$$\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{K-2}, \lambda_{K-1} > \sigma^2 \text{ son los autovalores de dos señales}$$

$$\lambda_K, \lambda_{K+1}, \dots, \lambda_{M+1} = \sigma^2 \text{ son los autovalores del ruido}$$

3. El menor autovalor es repetido M-K veces, y como M es conocido calculamos el valor de K.

Pero lamentablemente este método no funciona, porque:

- Estimamos  $R_{xx}$  con un número finito de muestras. (número finito de “snapshots”)
- Los autovalores del ruido no van a ser iguales, además que aparecerán agrupados y la varianza del agrupamiento disminuye con el aumento de la cantidad de muestras

Por tanto lo que tenemos que hacer es separar los autovalores de las señales de los autovalores del ruido, con los siguientes métodos:

### 3.3.2 Método de Hipótesis Secuencial

Utiliza una tesis estadística

$$L(K) = -N(M-K) \cdot \log \left\{ \frac{\left( \prod_{i=K+1}^M \hat{\lambda}_i \right)^{\frac{1}{M-K}}}{\frac{1}{M-K} \sum_{i=K+1}^M \hat{\lambda}_i} \right\} \quad \text{Ecuación 3.14}$$

$\hat{\lambda}_i$  iésimo autovalor estimado

K número de señales

M cantidad de sensores

N cantidad de muestras

La proximidad de los autovalores es medido por la relación entre su Media Geométrica y Aritmética

### 3.3.3 Método basado en Akaike Information Theoretic Criteria (AIC)

$$AIC(K) = -\log \left\{ \frac{\prod_{i=K+1}^M \hat{\lambda}_i^{\frac{1}{M-K}}}{\frac{1}{M-K} \sum_{i=K+1}^M \hat{\lambda}_i} \right\}^{(M-K)N} + K(2M-K) \quad \text{Ecuación 3.15}$$

$\hat{\lambda}_i$	lésimo autovalor estimado
K	número de señales
M	cantidad de sensores
N	cantidad de muestras

Primer término derivado de la función log (ML) y el segundo término es adicionado por el criterio de AIC

Busca  $K \in \{0, 1, \dots, M-1\}$  que minimice la función AIC(K)

### 3.3.4 Método de Minimum Descriptive Length (MDL)

$$MDL(K) = -\log \left\{ \frac{\prod_{i=K+1}^M \hat{\lambda}_i^{\frac{1}{M-K}}}{\frac{1}{M-K} \sum_{i=K+1}^M \hat{\lambda}_i} \right\}^{(M-K)N} + \frac{1}{2} K(2M - K) \cdot \log N \quad \text{Ecuación 3.16}$$

$\hat{\lambda}_i$	lésimo autovalor estimado
K	número de señales
M	cantidad de sensores
N	cantidad de muestras

Primer término derivado de la función log (ML) y el segundo término es adicionado por el criterio de MDL

Busca  $K \in \{0, 1, \dots, M-1\}$  que minimice la función MDL(K).

### 3.4 TECNICAS DE DETERMINACIÓN DEL ANGULO DE ARRIBO

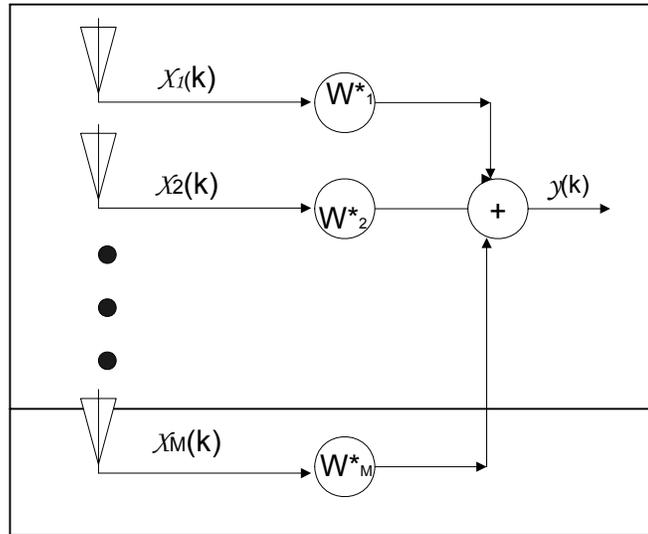
#### 3.4.1 Métodos basados en Espectro Espacial

Como se explicó en el literal 3.1 este tipo de método realiza su trabajo en dos fases: primero se calcula la densidad espectral de potencia de las señales recibidas por el arreglo de antenas, una vez hecho esto, mediante sus máximos se hace la estimación. Toda esta técnica está basada en la conformación del haz y de la generación de los ceros, además no explota la naturaleza del modelo de las señales ni el modelo estadístico de la matriz de datos.

El Espectro Espacial direcciona el diagrama de irradiación del arreglo para todas las direcciones posibles de cobertura de la antena, buscando los picos máximos de potencia del sistema. Estos métodos proveen un desempeño bajo en comparación a los métodos basados en sub-espacio y máxima verosimilitud.

##### 3.4.1. Método Delay and Sum (DS)

Es el método más sencillo de estimación del ángulo de arribo, esta técnica también es conocida como conformador clásico del haz o método de Fourier. En la Figura 3.1 se denota la estructura de un conformador de haz clásico, *Beamformer*, en donde la salida es la combinación lineal de las muestras recibidas por las antenas.



**Figura 3.1. Estructura de un Beamformer Clásico**

Donde  $y(k) = W^* \cdot X(k)$

Luego, la densidad espectral de potencia de la salida del beamformer clásico está dada por:

$$P_{DS} = E\{|y(t)|^2\} \quad \text{Ecuación 3.17}$$

Desarrollando la ecuación:

$$P_{DS} = E\{|y(t)|^2\} = E\{|W^* \cdot x(t)|^2\} = W^* \cdot E\{|x^*(t) \cdot x(t)\}| \cdot W = W^* \cdot R_{xx} \cdot W \quad \text{Ecuación 3.18}$$

En donde  $R_{xx} = E\{|x^*(t) \cdot x(t)\}|$ , es la matriz de autocorrelación que contiene la información sobre la respuesta del arreglo y sus señales incidentes.

Considerando que una señal  $S(t)$  arriba con un ángulo  $\theta_0$ , la densidad espectral de potencia se puede expresar como sigue:

$$P(\theta_0) = .E\{W * (\underline{A}(\theta_0).S(t) + N(t))\}^2 = (|W * \underline{a}(\theta_0)|^2)(\sigma_s^2 + \sigma_n^2) \quad \text{Ecuación. 3.19}$$

Donde  $\underline{a}(\theta_0)$  es el vector director asociado a la dirección de llegada  $\theta_0$ ,  $N(t)$  es el vector de ruido,  $\sigma_s^2 = E\{S(t)^2\}$  y  $\sigma_n^2 = E\{N(t)^2\}$  representan la potencia de la señal y ruido respectivamente.

Usando pesos discretos, se puede barrer todo el espacio angular. Cuando  $W = \underline{a}(\theta_0)$ , la potencia de salida es la máxima, por eso la potencia de salida del beamformer clásico en función de la dirección del ángulo de llegada está dado por:

$$P(\theta) = W * R_{xx} . W = \underline{a}(\theta_0) * . R_{xx} \underline{a}(\theta) \quad -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \quad \text{Ecuación 3.20}$$

De este modo, si existe una estimativa de la matriz de autocorrelación, es posible estimar la densidad espectral de potencia de salida en función del ángulo de arribo  $\theta_0$ , normalmente se lo llama espectro espacial.

Las direcciones de llegada de las señales incidentes pueden ser determinadas localizando los picos máximos en el espectro espacial.

Entre las ventajas de este método se encuentra la simplicidad, además que se permite la estimación del número de señales. Las desventajas: es preciso calibrar el arreglo, es vulnerable a la anchura del haz, a los lóbulos laterales; debido a esto ofrece una baja resolución que se puede suplir con el aumento del número de sensores.

### 3.4.1. Método de Capón o de Mínima Varianza

El método de atraso y suma se basa en la premisa de apuntar al mayor lóbulo en una dirección en particular, de esta manera se produce la mejor estimativa de la potencia de la señal incidente en aquella dirección.

Lamentablemente esto funciona cuando existe una señal presente, mas cuando existen varias señales incidentes al arreglo, la potencia de salida contiene contribuciones de la señal deseada y de la señal de interferencia

El método de Capón busca superar los problemas que tiene el método de atraso y suma. Es una técnica que utiliza unos grados de libertad para apuntar al haz en dirección a la señal deseada, y al mismo tiempo usando los grados de libertad restantes crear nulos en dirección a las señales no deseadas. Esto garantiza la disminución de las interferencias, al mismo tiempo que mantiene la ganancia en la dirección de llegada de la señal de interés.

$$\min_W E\{|y(t)|^2\} = \min_W W^+ \cdot R_{xx} \cdot W \quad \text{Restricción } W^+ \cdot \underline{a}(\theta_0) = 1 \quad \text{Ecuación 3.21}$$

El vector de pesos obtenido de la ecuación anterior es llamado la Respuesta de la mínima variancia sin distorsión (*Minimum Variance Distortionless Response MVDR*), la que para una dirección de llegada particular, la variancia de la señal de salida es minimizada, al mismo tiempo en que la señal deseada es filtrada sin distorsión. Esta expresión representa un problema de optimización que se puede solucionar usando el método de los multiplicadores de *Lagrange*, como se muestra a continuación.

$$W = \frac{R_{xx}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta)}{\underline{a}^+(\theta) \cdot R_{xx}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta)} \quad \text{Ecuación 3.22}$$

La potencia de salida del arreglo en función de la dirección de llegada, usando el método de Capón esta dado por:

$$P = W^+ \cdot R_{xx} \cdot W \quad \rightarrow P_{Cap}(\theta) = \frac{1}{\underline{a}^+(\theta) \cdot R_{xx}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta)} \quad \text{con} \quad -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \quad \text{Ecuación 3.23}$$

Las direcciones de llegada pueden ser determinadas localizando los picos de la curva descrita por la ecuación anterior.

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} P_{CAPON}(\theta) \quad \text{Ecuación 3.24}$$

Una de las ventajas de utilizar Capón es su simplicidad, además de fácil resolución, permite estimar el número de señales y utiliza todos los grados de libertad para estimar la potencia.

Las desventajas son el costo computacional que representa invertir la matriz, además que se precisa calibrar el arreglo conociendo todos los  $\underline{a}(\theta)$ .

Capón demuestra que la potencia espectral calculada conforme a la expresión  $P_{Cap}(\theta)$  corresponde a la estimación de la máxima verosimilitud de la potencia de una señal incidente con dirección  $\theta_i$ , en presencia del ruido blanco Gaussiano con características espaciales arbitrarias.

### 3.4.1. Método de Predicción Lineal

La esencia de este método radica en estimar la potencia de salida de un sensor como combinación lineal de la salida de los demás sensores.

Entre las ventajas de este método tenemos la minimización del error cuadrático medio de la predicción. Para esto se calculan los pesos  $\underline{W}$ , con el objetivo de minimizar la potencia de salida, todo esto tomando en consideración que  $w=1$  para el sensor seleccionado, es decir el que va a ser expresado como combinación lineal de los demás.

De acuerdo a esto el espectro de potencia de este método está dado por:

$$P(\theta) = \frac{\underline{u}_1^* \cdot R_{xx}^{-1} \cdot \underline{u}_1}{\left| \underline{u}_1 \cdot R_{xx}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta) \right|^2} \quad \underline{u}_1 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad \text{Ecuación 3.25}$$

Entre las ventajas tenemos la simplicidad, así como la estimación del número de señales. Entre las principales desventajas se encuentran: el costo computacional que implica el invertir una matriz, no existe criterio para seleccionar el sensor que va a ser expresado como combinación lineal y bajo esta premisa el desempeño del sistema se ve afectado por la selección de la antena.

### 3.4.1. Método de Máxima Entropía (ME)

El método de Entropía para una serie Gaussiana, con banda limitada y espectro  $S(f)$  es dada por:

$$H(S) = \int_{-f_N}^{f_N} \ln S(f) \cdot df \quad \text{Ecuación 3.26}$$

Siendo  $f_N$  = frecuencia de Nyquist

Se busca una función  $P_{ME}(\theta)$  que

Maximice:

$$H(P) = \int_{-f_N}^{f_N} \ln P_{ME}(\theta) \cdot d\theta \quad \text{Ecuación 3.27}$$

Con la restricción:

$$R_{ij} = \int_0^{2\pi} P_{ME}(\theta) \cdot \cos(2\pi \cdot \varphi_{ij}(\theta)) \cdot d\theta \quad \text{Ecuación 3.28}$$

Siendo:

$\varphi_{ij}$  = atraso entre los sensores j e i

$R_{ij}$  = correlación entre los sensores j e i

La solución compleja lleva a

$$P_{ME}(\theta) = \frac{1}{\hat{W}^T \cdot \underline{q}(\theta)} \quad \text{Ecuación 3.29}$$

$$\hat{W} = \min_W H(W) = \min_W \int_0^{2\pi} \ln(W^T \cdot \underline{q}(\theta)) \cdot d\theta \quad \text{Ecuación 3.30}$$

Con las restricciones:

$$W^T \cdot \underline{r} = 2\pi \quad \text{y} \quad W^T \cdot \underline{q}(\theta) > 0, \quad \forall \theta \quad \text{Ecuación 3.31}$$

$$\underline{q}(\theta) = [1 \quad \sqrt{2} \cos(2\pi f \varphi_{12}(\theta)) \quad \dots]^T \quad \text{Ecuación 3.32}$$

$$\underline{r} = [R_{11} \quad \sqrt{2}R_{12} \quad \dots]^T \quad \text{Ecuación 3.33}$$

En suma identifica las direcciones de mayor entropía.

### 3.4.2 Métodos basados en Sub-Espacio

Esta clase de métodos explota las características de la matriz de autocorrelación de la salida del arreglo de sensores. Entre algunas de las propiedades de esta matriz tenemos:

- El espacio barrido por los autovalores de la matriz puede ser dividido en dos subespacios ortogonales: señal y ruido.
- Los vectores directores representan a las señales incidentes que pertenecen al subespacio de la señal, por eso es ortogonal al subespacio del ruido.

Cabe destacar que el subespacio de la señal es barrido por los autovalores mayores, consecuentemente el subespacio del ruido será barrido por los autovalores menores.

#### 3.4.2. Método MUSIC

El método MUSIC, Multiple Signal Classification, fue propuesto por Ralph O. Schmidt<sup>5</sup>; siendo una propuesta de alta resolución, clasificación de múltiples señales, se fundamenta en el análisis y descomposición de la matriz de las señales incidentes

---

<sup>5</sup> ZELENOVSKY, Ricardo, *Emprego de arranjo de antenas na recuperação de dados digitais em ambiente CDMA*, Río de Janeiro 02-06-2001.

Esta técnica de estimación de parámetros puede proveer información acerca del número de señales incidentes, la dirección de llegada de cada señal y el nivel de ruido. Se necesita que se calibre el arreglo de antenas para que la resolución sea elevada. Se lo utiliza en sistemas que de ante mano necesitan el reconocimiento previo de la posición de los usuarios.

Asumiendo que el arreglo está diseñado para sistema de banda estrecha con M sensores y K señales incidentes, se puede expresar, la señal recibida, como una combinación lineal de las k señales de esta forma:

$$x(t) = \underline{A}(\theta) \cdot S(t) + N(t) \quad \text{Ecuación 3.33}$$

Donde:

$$\underline{A}(\theta) = [\underline{a}(\theta_0) \quad \underline{a}(\theta_1) \quad \dots \quad \underline{a}(\theta_{k-1})] \quad \text{Ecuación 3.34}$$

Cada  $\underline{a}(\theta_i)$  es conocido como vector director y el conjunto de todos ellos es denominado "Array Manifold".

$$\underline{S}(t)^T = [S_0(t) \quad S_1(t) \quad \dots \quad S_{k-1}(t)] \quad \text{Ecuación 3.35}$$

$\underline{S}(t)$  representa el vector de señales incidentes.

$$\underline{N}(t) = [N_0(t) \quad N_1(t) \quad \dots \quad N_{M-1}(t)] \quad \text{Ecuación 3.36}$$

$\underline{N}(t)$  representa el vector de ruido

Ahora, se puede colocar a los vectores directores y el vector recibido  $X(t)$  dentro de un espacio  $M$  dimensional. De acuerdo con lo descrito la matriz de correlación puede ser escrita de la siguiente manera:

$$R_{xx} = \{X.X^*\} = A.E\{S.S^*\}.A^* + E\{N.N^*\} = A.R_{SS}.A^* + \sigma_n^2 I \quad \text{Ecuación 3.37}$$

Para encontrar los subespacios se debe buscar los autovalores asociados, de este modo se tiene:

$$|R_{xx} - \lambda_i I| = 0 \quad \text{Ecuación 3.38}$$

Reemplazando la matriz de autocorrelación:

$$|A.R_{SS}.A^* + \sigma_n^2 I - \lambda_i I| = |A.R_{SS}.A^* + (\sigma_n^2 - \lambda_i) I| = 0 \quad \text{Ecuación 3.40}$$

Cuando el número de señales incidentes es menor que el número de elementos en el arreglo, la matriz de autocorrelación tendrá  $K$  autovalores diferentes de 0.

Por tanto los  $M-K$  autovalores representaran al ruido  $\sigma_n^2$ . Cuando la matriz de autocorrelación es estimada a partir de un conjunto finito de muestras, los autovalores de la potencia del ruido no son iguales. Por eso es que los  $M-K$  autovectores generan un subespacio sin cualquier contribución de señales de una fuente.

De aquí se puede tener una estimativa del número de señales incidentes,  $\hat{K}$ , ya que  $M=K+R$ ,  $R$  autovalores del ruido:

$$\hat{K} = M - R \quad \text{Ecuación 3.41}$$

Una vez estimada la cantidad de señales, hay que asociarlas a sus autovectores respectivos, por eso para un determinado  $\lambda_i$ , existe un autovector,  $\underline{b}_i$ :

$$(R_{XX} - \lambda_i I) \underline{b}_i = 0 \quad \text{Ecuación 3.42}$$

$$(R_{XX} - \sigma_n^2 I) = \underline{b}_i A R_{SS} A^* \underline{b}_i + \sigma_n^2 I \underline{b}_i - \sigma_n^2 I \underline{b}_i = 0 \quad \text{Ecuación 3.43}$$

$$A R_{SS} A^* \underline{b}_i = 0 \quad \text{Ecuación 3.44}$$

Como A es "full rank"<sup>6</sup> y  $R_{SS}$  es una matriz no singular<sup>7</sup>, se tiene:

$$A^* \underline{b}_i = 0 \quad \text{Ecuación 3.45}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{a}^*(\theta_0) \underline{b}_i \\ \underline{a}^*(\theta_1) \underline{b}_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{a}^*(\theta_{k-1}) \underline{b}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.46}$$

Con esto se puede concluir que se puede estimar los vectores directores asociados a las señales recibidas. Esto significa que los autovectores pertenecen a dos subespacios ortogonales: ruido y señal. Los vectores directores correspondientes a los ángulos de arribo están en el subespacio de la señal por tanto son ortogonales al subespacio del ruido.

Con esto se puede construir el subespacio del ruido con sus autovectores de este modo:

$$E_n = \{\underline{b}_K \underline{b}_{K+1} \dots \underline{b}_{M-1}\} \quad \text{Ecuación 3.47}$$

<sup>6</sup> Full Rank: matriz formada por vectores directores linealmente independientes.

<sup>7</sup> Matriz no singular: es aquella matriz cuadrada que puede ser invertida.

Como los vectores directores correspondientes a las señales incidentes son perpendiculares al subespacio del ruido, los ángulos de llegada de una fuente serán nulos en la siguiente expresión:

$$A^*(\theta) \cdot E_n E_n^* \cdot A(\theta) = 0 \quad \text{Ecuación 3.48}$$

De todo esto se puede estimar la dirección de llegada de múltiples señales incidentes localizando los picos del espectro espacial dado por:

$$P(\theta) = \frac{1}{A^*(\theta) \cdot E_n E_n^* \cdot A(\theta)} \quad \text{para } -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{Ecuación 3.49}$$

A pesar de todo esto, el algoritmo MUSIC no tiene una ventaja significativa, en resolución, sobre los métodos de espectro espacial. Por eso este modelo es capaz de separar usuarios próximos entre si cuando las fuentes de emisión de señales no son totalmente correlacionadas o coherentes.

Como es lógico pensar, la resolución del sistema depende del número de muestras disponibles para la estimación de la matriz de correlación de las señales incidentes ya que mientras más muestras existan, mejor será el discernimiento entre los espacios ortogonales.

Si se diera el caso en el que se tuviese señales con frecuencias diferentes, también van a ser diferentes las longitudes de onda de las señales, en consecuencia se tendría otro "Array Manifold" para la señal con diferente frecuencia.

Existen dos casos para las señales: las correlacionadas, misma fuente igual frecuencia y las descorrelacionadas, diferentes fuentes diferentes frecuencias; de aquí se puede tener:

- Para K señales correlacionadas, los autovalores de la matriz  $R_{xx}$ , están compuestos por un solo autovalor referente a los K usuarios y M-1 autovalores referentes al ruido.
- Para K señales descorrelacionadas, los autovalores de la matriz  $R_{xx}$ , están compuestos por K autovalores referente a los K usuarios y M-K autovalores referentes al ruido.

Existe una versión de este método para sistemas que afrontan el problema de multitrayectos. Este inconveniente degrada el desempeño del algoritmo por eso se crearon las técnicas llamadas “Spatial Smoothing”, las cuales trabajan sobre la matriz de correlación.

Otra forma de resolver el problema de los multitrayectos es reunir las señales coherentes y colocarlas en un solo grupo, para representarlas como una sola señal, de este modo se evita que la matriz de correlación sea singular.

Por el efecto del proceso la nueva matriz contendrá los vectores directores asociadas a las distintas señales, donde cada columna de esta matriz tendrá el conjunto de señales coherentes que han sido agrupadas.

De acuerdo a esto, la búsqueda de los vectores se hace mucho más compleja ya que se lo hace en múltiples dimensiones por este motivo se denomina a este método: MUSIC multidimensional o MD-MUSIC, donde su espectro de potencia está dado por:

$$P_{MD-MU}(\theta) = \min_c \left\{ c^* \cdot \underline{a}^* \begin{pmatrix} \theta \\ -mp \end{pmatrix} \cdot E_n \cdot E_n^* \cdot \underline{a} \begin{pmatrix} \theta \\ -mp \end{pmatrix} \right\} \quad \text{Ecuación 3.50}$$

Donde  $\theta = (\theta_0 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_{L-1})$ , representa los multitrayectos y c representa la ponderación de un vector director en función de los demás:

$$c = \left[ 1 \quad \frac{c_1}{c_0} \quad \frac{c_2}{c_0} \quad \dots \quad \frac{c_{L-1}}{c_0} \right]^T \quad \text{Ecuación 3.51}$$

### Ventajas y Desventajas

- El algoritmo MUSIC no presenta un buen desempeño cuando las señales con correlacionadas. Esto es debido a que la descomposición de la matriz de correlación de las señales falla.
- Una desventaja es la falta de una expresión analítica para la estimación del DOA con K fuentes. La estimación de los K valores máximos de la función  $P_{MD}(\theta)$  puede llevar a un gran error si se escoge un pico que pertenece a una señal de interferencia.
- Un nuevo problema surge con el desgaste computacional ya que crece exponencialmente con el aumento de la dimensión del problema.
- Para el caso de K fuentes la calibración del arreglo también es más compleja.
- Entre las ventajas se puede mencionar a la robustez de este sistema frente al ruido.
- Además permite la estimación del número de señales.

### 3.4.2. Método de ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique)

Es otro método de estimación de llegada de señales basado en subespacio. Es computacionalmente eficiente y robusto para la estimación de la dirección de llegada. Este utiliza dos arreglos idénticos en el sentido que los arreglos deben formar pares de antenas (doublets), con un vector de desplazamiento idéntico  $\Delta$ , es decir el segundo elemento en cada par de antenas debe estar separado por la misma distancia, en la misma dirección relativa al primer elemento. Esto no significa que se deba tener dos o más arreglos separados. Por ejemplo un arreglo lineal uniforme de 4 elementos, espaciados por una distancia  $d$ , puede ser visto por un conjunto de 3 doublets, como se muestra en la Figura 3.2.

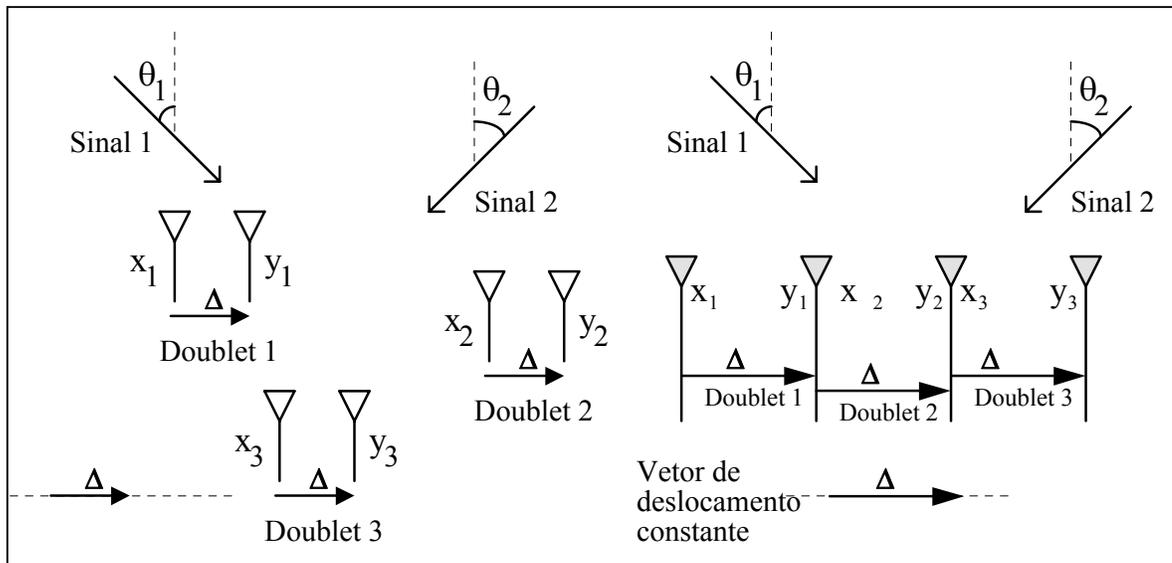


Figura 3.2. Geometría para la construcción de 3 doublets

A su vez el vector de desplazamiento  $\Delta$  garantiza que las señales de los diversos doublets presentan invarianza espacial

Para describir la invarianza tradicional de un arreglo de antenas, es conveniente considerar a este arreglo como una composición de dos subarreglos:

$Z_x$  y  $Z_y$  idénticos en todos los aspectos pero físicamente desplazados por un vector de desplazamiento  $\Delta$  conocido. Así las señales recibidas por el  $i$ -ésimo doublet se puede expresar como:

$$x_i(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \underline{a}_i(\theta_k) \cdot s_k(t) + \underline{n}_{xi}(t) \quad \text{Ecuación 3.52}$$

$$y_i(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \underline{a}_i(\theta_k) \cdot s_k(t) \cdot e^{j2\pi f \frac{\Delta}{\lambda} \text{sen}\theta_k} + \underline{n}_{yi}(t) \quad \text{Ecuación 3.53}$$

Donde  $\theta_k$  es la dirección de llegada de la  $k$ -ésima señal en relación al vector de desplazamiento  $\Delta$ . Este vector  $\Delta$ , determina la dirección de referencia, en todos los ángulos que son medidos con relación a ese vector. Colocando sobre la forma matricial:

$$X(t) = A \cdot S(t) + N_x(t) \quad \text{Ecuación 3.54}$$

$$Y(t) = A \cdot \Phi \cdot S(t) + N_y(t) \quad \text{Ecuación 3.55}$$

Donde  $\underline{s}(t)$  es el vector con  $K$  señales incidentes  $\underline{\Phi}$  es una matriz diagonal de  $K \times K$ , que expresa los atrasos de las fases entre los doublets y cuyo  $i$ -ésimo elemento diagonal esta dado por:

$$\Phi = \text{diag}\left\{e^{j\gamma_0} \quad \dots \quad e^{j\gamma_{K-1}}\right\} \text{ siendo } \gamma_i = 2\pi \cdot f \cdot \frac{\Delta}{\lambda} \cdot \text{sen}\theta_i \quad \text{Ecuación 3.56}$$

Es decir  $\Phi$  es una matriz operador unitario que relaciona las medidas del subarreglo  $Z_x$  con las medidas del subarreglo  $Z_y$ .

En el campo complejo  $\underline{\Phi}$  es un simple operador de escala (scaling operator) porque en el campo real este es isomórfico al operador rotacional de dos

dimensiones y de aquí en adelante será llamado Operador Rotacional. Y esto explica porque el nombre de rotacional esta presente en las siglas ESPRIT.

La salida completa del arreglo está dada por:

$$Z(t) = \begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A \cdot \Phi \end{bmatrix} \cdot S(t) + \begin{bmatrix} N_x(t) \\ N_y(t) \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.57}$$

$$Z(t) = \tilde{A} \cdot S(t) + N_z(t) \quad \text{Ecuación 3.58}$$

La estructura de  $\tilde{A}$  será explotada para permitir la estimación de los elementos de la diagonal  $\bar{\Phi}$ , por tanto no hay necesidad de conocer el Array Manifold, es decir asegurando la calibración de la antena

El subespacio de la señal, es un subespacio que contiene las salidas de los dos subarreglos  $Z_x$  y  $Z_y$ . La salida de  $Z_x$  permite obtener un conjunto de vectores  $E_x$ , mientras que la salida de  $Z_y$  permite obtener un conjunto de vectores  $E_y$ , los cuales barren con el mismo subespacio de la señal, idealmente el subespacio barrido por las columnas de  $\underline{A}$ . La ausencia de ruido en el subespacio de la señal puede ser obtenida como la determinación de un conjunto de  $K$  vectores linealmente independientes. Esos vectores barren un subespacio de dimensión  $K$ , de espacio  $C^M$ , que también es barrido por  $\tilde{A}$ .

El subespacio de la señal también puede ser obtenido a través de la matriz de las covarianzas.

$$R_{zz} = E\{\underline{z}(t) \cdot \underline{z}^+(t)\} = \tilde{A} \cdot R_{ss} \cdot \tilde{A}^+ + \sigma^2 I \quad \text{Ecuación 3.59}$$

Como se pudo ver en el método de MUSIC, ecuación 3.41, los  $M-K$  menores autovalores son iguales a  $\sigma^2$  y los  $K$  autovectores,  $\underline{E}_S = [\underline{e}_1, \dots, \underline{e}_K]$  asociados a los  $K$  mayores autovalores son usados para obtener el subespacio de la señal.

Mientras  $\underline{E}_x$  y  $\underline{E}_y$  son dos matrices de dimensión  $M \times K$ , con sus columnas formadas por los  $K$  autovectores correspondientes a los  $K$  autovalores de las matrices de correlación de la salida de los arreglos  $\underline{R}_{xx}$  y  $\underline{R}_{yy}$ , respectivamente.

Como esos dos conjuntos de autovectores barren el mismo espacio de la señal de dimensión  $K$ , entonces esas dos matrices  $\underline{E}_x$  y  $\underline{E}_y$  están relacionadas por una única matriz de transformación  $\underline{\Psi}$ , por tanto:

$$\underline{E}_x \cdot \underline{\Psi} = \underline{E}_y \quad \text{Ecuación 3.60}$$

De forma similar, esas matrices también están relacionadas con las matrices de los vectores directores  $\underline{A}$  y  $\underline{A}\Phi$ , por una única matriz de transformación no singular  $\underline{T}$ .

$$\underline{E}_x = \underline{A} \cdot \underline{T} \quad \text{y} \quad \underline{E}_y = \underline{A} \cdot \underline{\Phi} \cdot \underline{T} \quad \text{Ecuación 3.61}$$

Substituyendo  $\underline{E}_x$  y  $\underline{E}_y$  en la ecuación  $\underline{E}_x \cdot \underline{\Psi} = \underline{E}_y$ , se obtiene

$$\underline{T} \cdot \underline{\Psi} \cdot \underline{T}^{-1} = \underline{\Phi} \quad \text{Ecuación 3.62}$$

Estableciendo que los autovalores de  $\underline{\Psi}$  son iguales a los elementos de la diagonal de  $\underline{\Phi}$  y las columnas de  $\underline{T}$  son los autovectores de  $\underline{\Psi}$ . Los parámetros de las señales son obtenidos como funciones no lineales de los autovalores de  $\underline{\Psi}$ , que mapean un conjunto de vectores  $\underline{E}_x$  (que barre el subespacio de la señal de dimensión  $K$ ) en otro  $\underline{E}_y$ . Para el caso de DOA:

$$\hat{\theta} = \sin^{-1} \left( \frac{\lambda}{2\pi f_0 \Delta} \arg \left( \hat{\phi}_k \right) \right) \quad \text{Ecuación 3.63}$$

El método usado para conseguir una estimación de  $\underline{\Psi}$  a partir de las medidas obtenidas junto al arreglo de antenas, da margen a diversas versiones del método ESPRIT. La versión más clásica es el TLS ESPRIT que estima  $\underline{\Psi}$  usando el criterio de “total least squares”.

$$\Psi = \left( \hat{E}_X^+ \cdot \hat{E}_X^+ \right)^{-1} \cdot \hat{E}_X^+ \cdot \hat{E}_Y$$

Ecuación 3.64

### **Ventajas de utilizar ESPRIT**

- Es una buena resolución
- Es robusto frente al ruido
- Es una expresión analítica frente al DOA
- No necesita maximización

### **Desventajas de utilizar el ESPRIT:**

- Es complejo
- Requiere un costo computacional debido a la descomposición de los autovalores
- Existen problemas cuando las señales son correlacionadas

### 3.4.2. Método del WSF (Weighted Subspace Fitting)

Es un método con relativa complejidad, ofrece un enfoque unificado para MUSIC, ESPRIT y ML.

El subespacio de la señal  $S_x$  es generado por las columnas  $A(\theta)$ , siendo la dimensión de  $A(\theta)$  igual a  $K$  que es el número de las señales incidentes.

Es la matriz formada por los autovalores asociada a los mayores autovalores de  $R_{xx}$ . La dimensión de  $E_s$  es igual a  $K'$ , lo ideal sería tener  $K'=K$ , entretanto es posible tener  $K'<K$ ; para este caso una buena solución es tener un ajuste Least Square en los dos subespacios. El problema del ajuste es descrito por la ecuación:

$$\hat{A}, \hat{T} = \min_{A, T} \|M - A \cdot T\|_F^2 \quad \|A\|_F^2 = \text{tr}(A^+ \cdot A) \quad \text{Ecuación 3.65}$$

La matriz  $M$  representa los datos, mientras que la matriz  $T$  es cualquiera. Se debe seleccionar  $A$  para que ofrezca el mejor ajuste, y el DOA es obtenido a través de los parámetros de  $A$ .

$$A^{pi} = (A^+ \cdot A)^{-1} \cdot A^+ \quad \text{Ecuación 3.66}$$

$$\hat{T} = A^{pi} \cdot M \quad \text{Ecuación 3.67}$$

$$\hat{A} = \max_A \text{tr}\{P_A \cdot M \cdot M^+\} \quad \text{Ecuación 3.68}$$

Donde

$$P_A = A \cdot A^{pi} \quad \text{Ecuación 3.69}$$

$P_A$  es una matriz de proyección, diseñada en el área formada por las columnas de  $A$ .

Así es posible proponer la siguiente tabla unificada:

		Restricciones para A	
		$A \in A.Mani$	$A \in \varepsilon$
Escoja M	$M \cdot M^+ = \hat{R}_{xx}$	ML	ML-ESPRIT
	$M = \hat{E}_s$	MD-MUSIC	TLS-ESPRIT

**Tabla 3.1. Tabla de selección de ajustes**

Donde

$$\varepsilon = \left\{ A \mid A = [\Gamma^T \cdot \Phi^T \cdot \Gamma^T]^T \right\} \quad \text{Ecuación 3.70}$$

$$\Phi = \text{diag} \left\{ e^{j\gamma_0} \quad \dots \quad e^{j\gamma_{K-1}} \right\} \quad \text{Ecuación 3.71}$$

$$\Gamma \in C^{\frac{M}{2K}} \quad \text{Ecuación 3.72}$$

### 3.4.3 Método Basado en Técnicas de Máxima Verosimilitud (ML)

La Técnica de Máxima Verosimilitud es una de las primeras técnicas de estimación del ángulo de llegada en ser investigada. Los métodos de estimación del DOA basados en ML demandan un alto costo computacional, superior a las otras clasificaciones, debido a este motivo paulatinamente se vieron reemplazados por los métodos de subespacio, siendo ésta, la función densidad de probabilidad<sup>8</sup> junto con los datos muestreados.

<sup>8</sup> Es utilizada con el propósito de conocer cómo se distribuyen las probabilidades de un evento en relación al resultado del evento. Fuente: wikipedia.org

En términos de desempeño del sistema, estos algoritmos resultan superiores a los de subespacio en los siguientes casos:

- Cuando existe una baja relación señal-ruido.
- Si la cantidad de muestras disponibles es pequeña.

Una gran ventaja de las técnicas ML es la de conseguir separar espacialmente señales emitidas por fuentes correlacionadas.

Para el funcionamiento de este algoritmo es necesario tener en cuenta las siguientes suposiciones:

- El número de antenas del arreglo es mayor que el número de señales que además son conocidas o estimadas.
- Los vectores directores son linealmente independientes.
- El ruido es un proceso estacionario <sup>9</sup>blanco Gaussiano, de media 0 y covarianza  $\sigma^2 I$ .
- Las muestras del ruido son estadísticamente independientes.

---

<sup>9</sup> Proceso estocástico cuya distribución de probabilidad en un instante de tiempo fijo o una posición fija es la misma para todos los instantes de tiempo o posiciones. Por tanto la media y varianza, no varían a lo largo del tiempo o la posición. Fuente: wikipedia.org

## **CAPÍTULO 4**

### **CONFORMACIÓN DEL LÓBULO DE IRRADIACIÓN**

#### **4.1 INTRODUCCIÓN**

Las técnicas de conformación del haz, beamforming, permiten la combinación de diferentes formas de acceso múltiple dentro de una misma área de cobertura, desempeñando un papel de gran importancia para la optimización del uso de recursos disponibles del canal de comunicaciones.

El término conformación del haz viene de un hecho de la antigüedad; los filtros espaciales eran diseñados para formar diagramas de irradiación con alta directividad, de este modo anulan las señales provenientes de direcciones que no pertenecen a la fuente deseada.

Los filtros temporales no son capaces de efectuar la distinción completa de la información deseada cuando la señal de interés y sus interferencias ocupan la misma banda de frecuencia, este es el caso de sistemas trazados para señales de diferentes localidades que generalmente se encuentren con la presencia de señales que son consideradas indeseadas.

Sin embargo, el hecho que las señales están siendo generadas en diferentes posiciones espaciales puede ser usado para privilegiar una dirección de interés y minimizar el efecto de las interferencias.

La técnica del beamforming utiliza a los filtros espaciales, los cuales combinan linealmente las muestras que ingresan por cada antena y producen una

salida escalar en el tiempo. Existen algunas ventajas del filtraje espacial con arreglo de sensores, que se detallan a continuación:

- Con el objetivo de mantener la eficacia de la eliminación de las señales de interferencia, el cambio de los parámetros del filtro en tiempo real se vuelve indispensable, por eso la versatilidad, es una característica indispensable.

Esta característica es fácilmente alcanzada con la implementación de un arreglo de sensores y un DSP que sea idóneo para el cambio del vector de pesos.

- El tamaño absoluto de la antena no es importante ni su tamaño relativo tampoco representa un parámetro crítico, en cambio la capacidad de discriminación depende del tamaño de la abertura espacial que posea la antena, a mayor abertura, mayor será la capacidad de discriminación.

Para señales de baja frecuencia, un arreglo de antenas puede sintetizar una abertura espacial mayor que aquella ofrecida por una única antena. En señales de alta frecuencia, el comprimiendo de onda es pequeño, una antena puede efectuar una discriminación espacial requerida.

- El desempeño de los sistemas que emplean múltiples receptores puede ser optimizado si toda la información que incide sobre el arreglo está disponible para el procesamiento.

Se puede asegurar que todos los enlaces establecidos operen con ganancia máxima debido a que el direccionamiento del haz es hecho completamente vía software; diferentes los lóbulos pueden ser atribuidos para los usuarios en tiempo real.

- El desvanecimiento por multitrayecto es uno de los principales y más fuertes problemas que afrontan los sistemas de comunicaciones, esto es causado por la superposición destructiva de señales reflejadas por diversos objetos inmersos en el trayecto, originando errores de transmisión digital.

El método más común para minimizar el desvanecimiento, es el uso de dos o más antenas, separadas lo suficiente para garantizar la correlación entre las señales incidentes.

Uno de los objetivos de los beamformers es obtener un sensor fijo cuyo diagrama de irradiación sea controlado electrónicamente. Esta solución puede ser usada tanto en la transmisión como en la recepción.

En un beamformer estadísticamente óptimo, los patrones son controlados para minimizar la función de costo. Esta función es asociada inversamente con la calidad de la señal a la salida del arreglo de antenas a fin de que la calidad de la señal sea maximizada en la salida.

Un arreglo de antenas ubicado dentro de una radio base, tiene como objetivos: elaborar un lóbulo para cada usuario, crear nullos en la dirección de las interferencias, disminuir la interferencia y ruido, aumentar la capacidad y mejorar el servicio.

El desarrollo de estas nuevas técnicas ha permitido mejorar la eficiencia espectral y la calidad, debido a que el espectro es un recurso limitado se ha intentado explotar de la mejor manera. Una gran ayuda ofrece las nuevas técnicas desarrolladas en el campo del procesamiento digital de señales aplicadas a los sistemas móviles. Los principales problemas que afronta este sistema son las señales conocidas como interferencias y multitrayectos.

## 4.2 BEAMFORMER CONVENCIONAL

Esta técnica basa su funcionamiento en los atrasos y sumas, estos atrasos son calculados y procesados con el objetivo de sumar, en fase, las señales que arriban en el ángulo  $\theta_0$ , señal deseada.

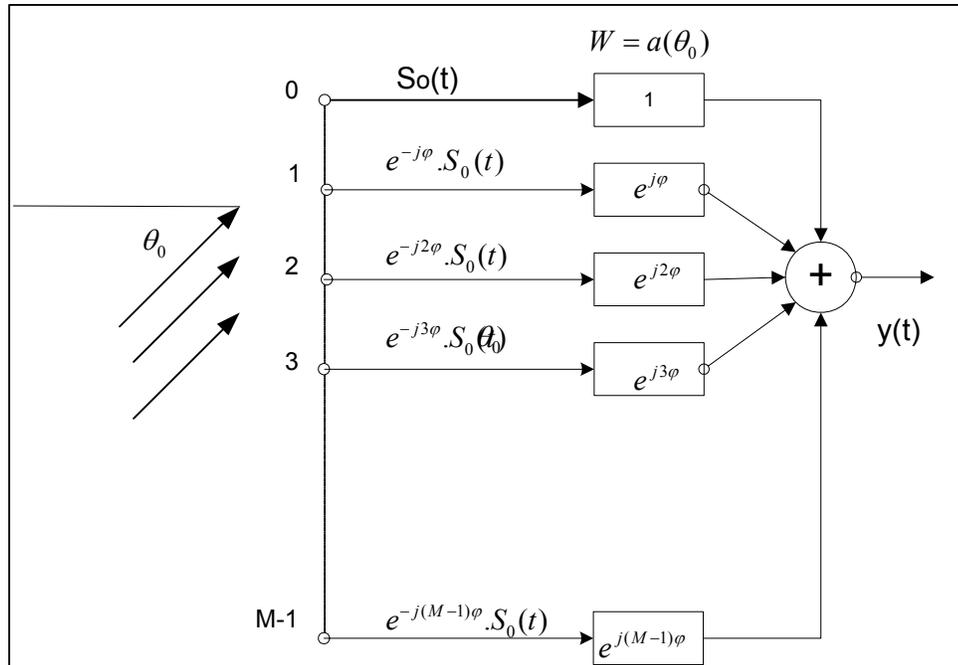


Figura 4.1. Beamformer Convencional

### 4.2.1 Beamformer Convencional Simple

Dentro del sistema, el arreglo de sensores recibe las señales, las cuales están desfasadas y definidas por el vector director  $\underline{a}(\theta_0)$ . Para el desarrollo de este método se tendrá en cuenta las siguientes consideraciones:

- Para compensar el desfase tenemos un vector de pesos:  $W = \underline{a}(\theta_0)$ .
- Se considera  $W \cdot W^* = M$

- Finalmente para garantizar una respuesta unitaria el vector de pesos queda como  $W_{cte} = \underline{a}(\theta_0)/M$

Una respuesta unitaria en una dirección de interés se presenta cuando un arreglo linear uniforme, ULA, opera con un vector de pesos  $W_{cte}$ , es decir, la potencia media de salida será la misma que la potencia inducida en los elementos del arreglo. El diagrama de irradiación se mantiene constante para este sistema y para sistemas que emplean receptores con antenas sectorizadas.

La principal características de este conformador es la capacidad de proveer la máxima relación señal a ruido si existiere interferencia y ruido descorrelacionado. Aunque esta técnica en efecto maximiza la SNR para una situación discreta, con la presencia de interferencia direccional operando a la misma frecuencia, su desempeño es poco efectivo.

$$P_{ruido} = W_{cte}^* R_{nn} W_{cte} = \frac{\sigma_n^2}{M} \Rightarrow SNR_{IN} = \frac{P_s}{\sigma_n^2} \Rightarrow SNR_{OUT} = M \frac{P_s}{\sigma_n^2} \quad \text{Ecuación 4.1}$$

Donde  $P_s$  es la potencia en la dirección  $\theta_0$ ; el desempeño se reduce con la presencia de interferencias.

#### 4.2.2 Beamformer Convencional con Nulos

Este algoritmo trata de maximizar la recepción de un frente de onda plana y producir nulos en las direcciones conocidas como interferencias. Las condiciones son las mismas que el beamformer convencional simple, una señal deseada en la dirección  $\theta_0$ , con k señales de interferencia en las direcciones  $\theta_i$ , donde  $i=0,1,\dots,k-1$ .

El objetivo es alcanzar una ganancia unitaria para  $\theta_0$ , y ganancia nula para todos los  $\theta_i$ , de este modo lo que se busca para el vector de pesos  $W$  es lo siguiente:

$$\begin{aligned} W^* \cdot \underline{a}(\theta_0) &= 1 \\ W^* \cdot \underline{a}(\theta_i) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 4.2}$$

Se obtiene del sistema

$$[w_0^* \dots w_{M-1}^*][\underline{a}(\theta_0) \dots \underline{a}(\theta_{K-1})] = [1 \ 0 \dots 0] \quad \text{Ecuación 4.3}$$

$$W^* \cdot A(\theta) = \underline{e}_1^T \quad \text{Ecuación 4.4}$$

Una gran desventaja es la alta dependencia de las direcciones de las señales de interferencia, al ser necesario conocerlas, pero eso si, su diagrama de irradiación produce ceros en las direcciones de interferencia. Este conformador con nulos se torna poco efectivo para ambientes de mucho ruido, además no es diseñado para minimizar el ruido a la salida del arreglo.

Sin embargo esta no es una respuesta óptima, a pesar de esto existen tres posibilidades que se detallan:

- Si  $K < M$  (hay una solución cuadrada):  $W = \underline{e}_1^T \cdot A^* (A \cdot A^*)^{-1}$
- Si  $K = M$ :  $W = \underline{e}_1^T \cdot A^{-1}$ ; si los vectores directores no son linealmente independientes  $A$  no tiene inversa, en cuyo caso se usa la matriz pseudo inversa.

- Si  $K > M$ , existen problemas ya que solo se podrá colocar  $M$  lóbulos y nulos en total por lo que las señales solo serán tratadas en un número de  $M$ .

### 4.2.3 Beamformer Convencional Óptimo

Los arreglos convencionales óptimos posicionan nulos en las fuentes de interferencia y buscan maximizar la relación señal ruido a la salida del sistema. Una propuesta de solución óptima parte de la potencia de salida del arreglo de sensores dada por:

$$P = E\{|y(t)|^2\} = E\{W^* \cdot X(t)\}^2 = W^* \cdot E\{X(t) \cdot X^*(t)\} \cdot W \quad \text{Ecuación 4.5}$$

$$P = W^* \cdot R_{XX} \cdot W \quad \text{Ecuación 4.6}$$

De aquí parte el problema de encontrar  $W$  para que minimice la expresión  $P$ , tomando en cuenta la restricción  $W^* \cdot \underline{a}(\theta_0) = 1$ .

$$W_{op} = \frac{R_{XX}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta_0)}{\underline{a}^*(\theta_0) \cdot R_{XX}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta_0)} \quad \text{Ecuación 4.7}$$

Se mantiene la ganancia constante en la dirección  $\theta_0$  con una potencia estimada sin distorsión, maximizando la relación señal a ruido. Existen situaciones en las que la presunción de estacionalidad de un medio no puede ser asumido, como en los ambientes variantes en el tiempo; el uso de adaptadores continuos es muy común si no se tiene la capacidad de recalculer el vector de pesos periódicamente.

El vector de pesos  $W_{op}$ , es estimado con la matriz de correlación de la señal, es decir, se trabaja con la señal que incide directamente sobre el arreglo. Los arreglos que emplean este enfoque son también llamados conformadores de

máxima verosimilitud, debido a que se busca una estimación de máxima verosimilitud de la potencia de la señal, asumiendo que todas las demás fuentes son interferencias.

A pesar de su funcionamiento este método *no es adaptable* y requiere trabajar junto con otros algoritmos para la estimación de la dirección de las señales de llegada. Una buena combinación para solucionar el problema del DOA es la optimización de los conformadores de máxima verosimilitud, todo esto usando algoritmos de adaptación y generadores de señales de referencia.

### 4.3 BEAMFORMER CON SEÑAL DE REFERENCIA

La técnica MMSE (Minimum Mean Square Error) intenta minimizar la diferencia entre la salida del arreglo y la señal deseada.

La técnica de Max. SNR se enfoca en maximizar la relación señal a ruido de la salida del arreglo de antenas, el método LCMV (Linearly Constrained Minimum Variance) se orienta al conocimiento de la dirección del ángulo de llegada de la señal deseada, la cual no es típicamente conocida en sistemas móviles y sistemas inalámbricos portátiles.

Estas tres técnicas antes mencionadas se obtienen tomando en cuenta las siguientes consideraciones del ambiente:

- Una señal deseada  $S_0(t)$  con un ángulo de arribo  $\theta_0$ .
- $K-1$  señales de interferencia  $S_i(t)$  con ángulos de arribo  $\theta_i$ .
- Ruido AWGN (Additive White Guassian Noise)

- Una señal de referencia  $r^*(t)$ .
- Un error igual a:  $e(t)=r^*(t)-y(t)$

#### 4.3.1 MMSE (Mínimo Error Cuadrático Medio)

El enfoque del MMSE es muy amplio, esto debido a que sus características permiten el empleo de varias técnicas como la teoría de sistemas estocásticos y el filtraje óptimo clásico a ser aplicado en el filtraje espacial.

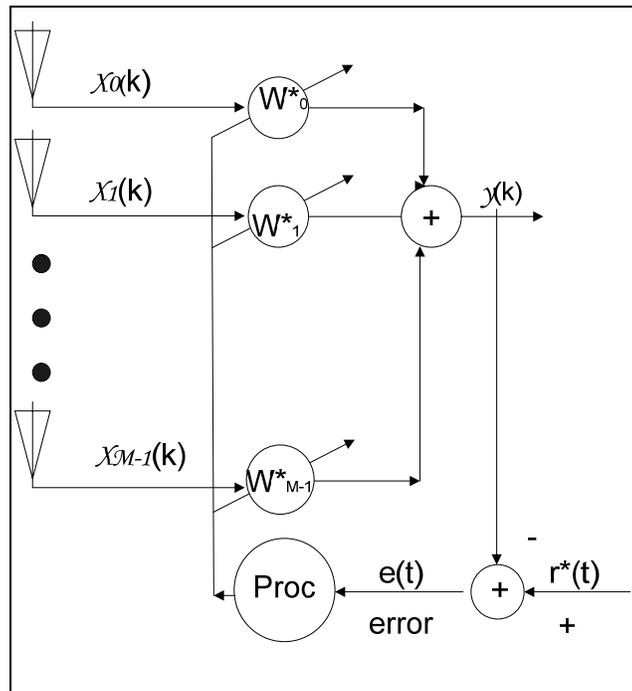


Figura 4.2. Beamformer con señal de referencia

Las hipótesis acerca de la ergodicidad y estacionalidad normalmente deben ser aplicados en algoritmos basado sobre enfoques MMSE y cuando se derivada.

Considerando el error cuadrático medio en la siguiente ecuación:

$$e^2(t) = [r^*(t) - W^* \cdot X(t)]^2 \quad \text{Ecuación 4.8}$$

Se encuentra el valor esperado

$$E\{e^2(t)\} = E\{r^2(t)\} - 2W^* \cdot R_{xr} + W^* \cdot R_{xx} \cdot W \quad \text{Ecuación 4.9}$$

En donde

$$R_{xr} = E\{r^*(t) \cdot X(t)\} \quad \text{Ecuación 4.10}$$

$$R_{xx} = E\{X(t) \cdot X^*(t)\} \quad \text{Ecuación 4.11}$$

Tomando la gradiente con respecto a W e igualando la ecuación a 0 se tiene:

$$\nabla_W E\{e^2(t)\} = -2R_{xr} + 2R_{xx}W = 0 \quad \text{Ecuación 4.12}$$

Una vez hecho esto, la solución para W esta dada, a su vez es conocida como solución de Wiener-Hopf. Se asume que la matriz de correlación  $R_{xx}$  es no singular, siendo esta característica la más cercana al ambiente real.

$$W_{MSE} = R_{xx}^{-1} \cdot R_{xr} \quad \text{Ecuación 4.13}$$

Ahora, si se considera la salida del arreglo a:

$$X(t) = \underline{a}(\theta_0) + A(\theta_i) \cdot I \quad \text{Ecuación 4.14}$$

Si se tratara del caso ideal, la señal de referencia sería:

$$r^*(t) = s_o(t) = W^* \cdot X(t) \quad \text{Ecuación 4.15}$$

Tomando en cuenta esta consideración, se desprende lo siguiente:

$$R_{xr} = E\{r^2(t)\} \underline{a}(\theta_0) \quad \text{Ecuación 4.16}$$

$$R_{xx} = E\{r^2(t)\} \underline{a}(\theta) \underline{a}^*(\theta) + R_{ii} \quad \text{Ecuación 4.17}$$

$$R_{ii} = E\{I(t) \cdot I^*(t)\} \quad \text{Ecuación 4.18}$$

De aquí se puede reescribir la solución para MMSE como:

$$W_{MSE} = R_{xx}^{-1} \cdot R_{xr} \longrightarrow W_{MSE} = \beta \cdot R_{ii}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta_0) \quad \text{Ecuación 4.19}$$

donde

$$\beta = \frac{E\{r^2(t)\}}{E\{r^2(t)\} \underline{a}^*(\theta) R_{ii}^{-1} \underline{a}(\theta) + 1} \quad \text{Ecuación 4.20}$$

$$R_{xx}^{-1} = \frac{1}{E\{r^2(t)\} \underline{a}^*(\theta) R_{ii}^{-1} \underline{a}(\theta) + 1} \cdot R_{ii}^{-1} \quad \text{Ecuación 4.21}$$

Las técnicas basadas en MMSE maximizan la media del SINR (Signal-to-Interference-and-Noise Ratio) en la salida del arreglo de sensores, todo esto en virtud de una amplia gama de condiciones.

El MMSE dará lugar a un vector de pesos el cual dirige el haz hacia la dirección de arriba de la señal deseada, minimizando los efectos del ruido, cuando la señal se presentare sin interferencia o multitrayectos.

El vector de pesos será formado de acuerdo a los patrones del haz con nulos en las direcciones de interferencia, cuando el nivel de ruido es muy bajo y el número de señales de interferencia es pequeño, menor que el número de elementos del arreglo.

La solución para sistemas en donde existe la presencia de multitrayectos es más complicada. De igual manera cuando existen más interferencias significativas que elementos del arreglo, éste es conocido como “overloaded”. Cuando el número de señales de interferencia es menor al número de elementos del arreglo es conocido como “underloaded”.

#### 4.3.2 MSIR (Máxima Relación Señal a Interferencia)

En este método se va a maximizar la relación señal interferencia, partiendo que se tiene como dato lo siguiente:

$$\begin{aligned} R_{ii} &= E\{I(t).I^*(t)\} \\ R_{ss} &= E\{S_0(t).S_0(t)\} \\ S_0(t) &= \underline{a}(\theta).s_0(t) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 4.22}$$

Se tiene que maximizar la potencia de la señal deseada con respecto a la potencia de las interferencias, por eso:

$$\begin{aligned} \sigma_s^2 &= E\{W^*.S^2(t)\} = W^*.R_{ss}.W \\ \sigma_i^2 &= E\{W^*.I^2(t)\} = W^*.R_{ii}.W \end{aligned} \quad \text{Ecuación 4.23}$$

$$SIR = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_i^2} = \frac{W^*.R_{ss}.W}{W^*.R_{ii}.W} \quad \text{Ecuación 4.24}$$

Derivando e igualando a cero:

$$R_{SS}.W = \frac{W^*.R_{SS}.W}{W^*.R_{ii}.W}.R_{ii}.W \quad \text{Ecuación 4.25}$$

Se obtienen las siguientes relaciones

$$R_{SS}.W_{SIR} = SIR.R_{ii}.W_{SIR} \quad \text{Ecuación 4.26}$$

$$R_{SS} = E\{r^2(t)\} \underline{a}(\theta_0) \underline{a}^*(\theta_0) \quad \text{Ecuación 4.27}$$

En donde el vector de pesos está definido por:

$$W_{SIR} = \beta.R_{ii}^{-1}.\underline{a}(\theta_0) \quad \text{Ecuación 4.28}$$

Donde  $\beta$  está definido como:

$$\beta = \frac{E\{r^2(t)\}}{SIR} \underline{a}^*(\theta_0) W_{SIR} \quad \text{Ecuación 4.29}$$

### 4.3.3 MVar (Mínima Varianza)

Aquí se trabaja con un problema similar a los anteriores:

$$y(t) = W^* X(t) = W^* .S(t) + W^* I(t) \quad \text{Ecuación 4.30}$$

Para minimizar la varianza

$$Var\{y(t)\} = W^* .R_{XX} .W = W^* .R_{SS} .W + W^* .R_{ii} .W \quad \text{Ecuación 4.31}$$

Donde  $g=1$ , esto es llamado beamformer MVRD (Minimum Variante Distortionless Response)

$$g = W^* \cdot \underline{a}(\theta_0) \quad \text{Ecuación 4.32}$$

Usando el método de multiplicadores de Lagrange:

$$W_{mVAR} = \beta \cdot R_{ii}^{-1} \underline{a}(\theta_0) \quad \text{Ecuación 4.33}$$

Donde  $\beta$  es igual a:

$$\beta = \frac{g}{\underline{a}^*(\theta_0) \cdot R_{ii}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta_0)} \quad \text{Ecuación 4.34}$$

## 4.3.4 Resumen

	<b>MMSE</b>	<b>Max SIR</b>	<b>MVar</b>
<b>Criterio</b>	Minimiza la diferencia entre la salida de un arreglo y varias respuestas deseadas.	Maximiza la relación de potencia de la componente de la señal deseada con la potencia de la componente del ruido a la salida del arreglo.	Minimiza la varianza de la salida del arreglo.
<b>Función de Costo</b>	$e^2(t) = [r^*(t) - W^* \cdot X(t)]^2$ <p>Donde <math>r^*</math> es la señal de referencia.</p>	$SIR = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_i^2} = \frac{W^* \cdot R_{SS} \cdot W}{W^* \cdot R_{ii} \cdot W}$	$Var\{y(t)\} = W^* \cdot R_{XX} \cdot W$ <p>Existe una restricción</p> $g = W^* \cdot \underline{a}(\theta_0)$
<b>Solución Óptima</b>	$W_{MSE} = R_{xx}^{-1} \cdot R_{xr}$ <p>Donde:</p> $R_{xr} = E\{r^*(t) \cdot X(t)\}$ $R_{xx} = E\{X(t) \cdot X^*(t)\}$	$W_{SIR} = \beta \cdot R_{ii}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta_0)$ $\beta = \frac{E\{r^2(t)\}}{SIR} \underline{a}^*(\theta_0) \cdot W_{SIR}$	$W_{mVAR} = \beta \cdot R_{ii}^{-1} \underline{a}(\theta_0)$ <p>Donde <math>\beta</math> es:</p> $\beta = \frac{g}{\underline{a}^*(\theta_0) \cdot R_{ii}^{-1} \cdot \underline{a}(\theta_0)}$
<b>Ventajas</b>	El DOA no es requerido.	Verdadera maximización de la SNR.	Generalizada limitación técnica.
<b>Desventajas</b>	Generación de la señal de referencia.	Se debe conocer las estadísticas del ruido y la dirección del ángulo de arribo de la señal.	Se debe conocer la dirección del ángulo de arribo de la componente deseada.

Tabla 4.1 Resumen del Beamformer con señal de referencia

#### 4.4 DESEMPEÑO DEL ARREGLO DE SENSORES BAJO MULTITRAYECTOS

Para la figura 4.3 se tomaron en cuenta dos señales incidentes: SOI (Signal-of-Interest) y SNOI (Signal-Not-of-Interest). Con el fin de encontrar el vector de pesos óptimos y extraer la señal de interés se empleó el enfoque de MMSE.

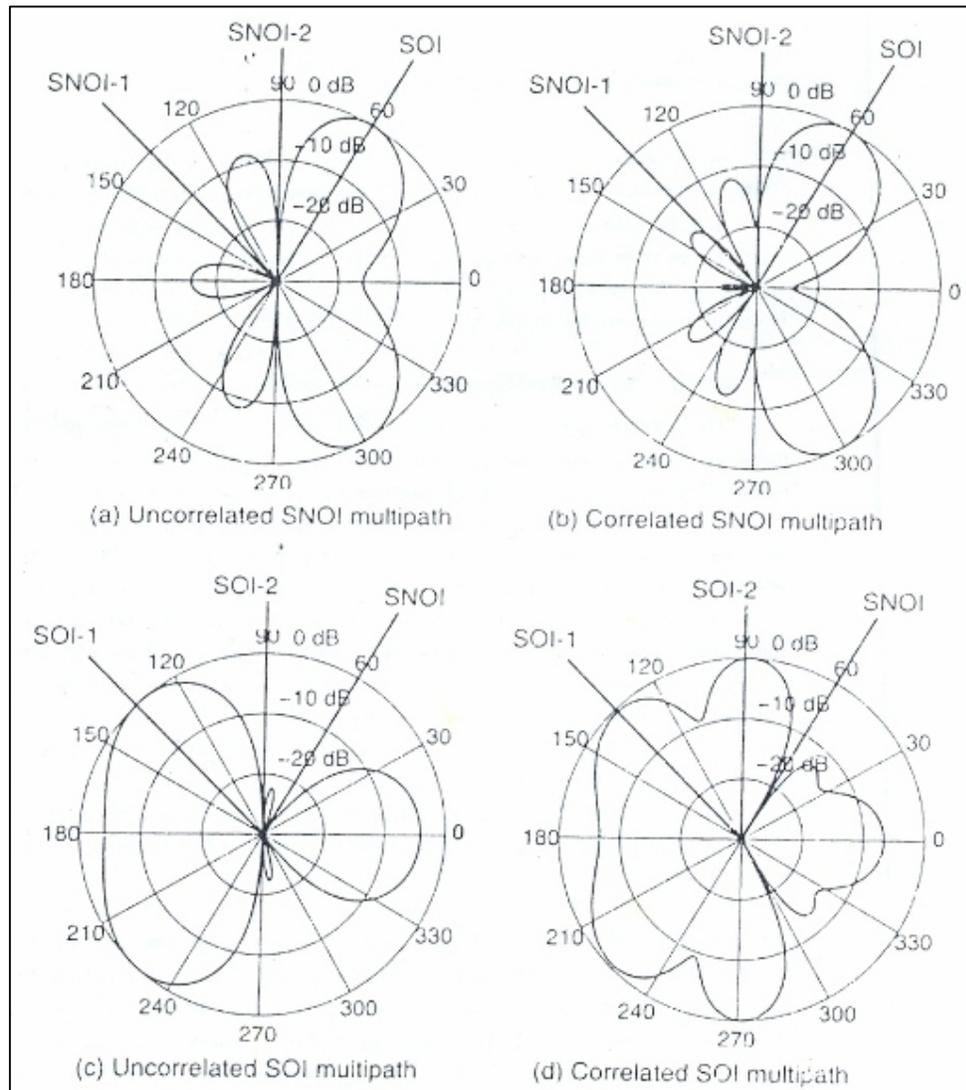


Figura 4.3<sup>10</sup>. Patrón de un arreglo resultante de la solución óptima de un algoritmo MMSE

La Figura 4.3 muestra como los patrones del arreglo son alcanzados cuando existen multitrayectos correlacionados y descorrelacionados. Para este ejemplo

<sup>10</sup> J. C. Liberti "Smart Antennas for Wireless Communications", Joan L. Mcnamara 1999 by Prentice Hall, Inc

hay un arreglo de cuatro elementos distribuidos de forma equidistante, separados media longitud de onda. El filtro espacial óptimo MMSE se comporta de diferente manera en presencia de multitrayectos correlacionados y descorrelacionados.

De acuerdo a lo expuesto se tienen cuatro casos que son detallados a continuación:

- a) Para este caso, se forma nulos en las direcciones de cada SNOI para reducir los efectos del multitrayecto a la salida del arreglo de sensores. Una señal de interés arriba en  $60^\circ$ , pero dos componentes descorrelacionadas llegan en  $90^\circ$  y  $135^\circ$ .
- b) Existen dos componentes multitrayecto correlacionadas (SNOI). Al contrario que el caso a), el arreglo no forma nulos profundos en la dirección de cada componente. Las dos componentes SNOI se tratan a la misma amplitud por el patrón del arreglo y el cambio de fase es aplicada por el algoritmo, de este modo las dos componentes se cancelan la una a la otra en la salida del arreglo.
- c) Una componente SNOI arriba al arreglo, mientras dos señales descorrelacionadas SOI están presentes, esto ocurre cuando la diferencia en los tiempos de arribo entre componentes multitrayecto SOI es más grande que un símbolo o periodo de chip.

Para este caso el arreglo trata una de las componentes SOI como señal de interferencia y sitúa un nulo en la dirección del SNOI y en la componente descorrelacionada SOI.

- d) Existen dos componentes multitrayecto correlacionadas (SOI); el arreglo forma dos lóbulos principales y actúa como un combinador óptimo de la potencia de las dos componentes de multitrayecto. En consecuencia el arreglo puede ser usado para aprovechar la diversidad de trayecto en la

operación de sistemas de banda angosta para ambientes con multitrayecto.

En el caso de la Figura 4.4 se muestra varias características importantes del sistema de antenas adaptativas, de este modo tenemos lo siguiente:

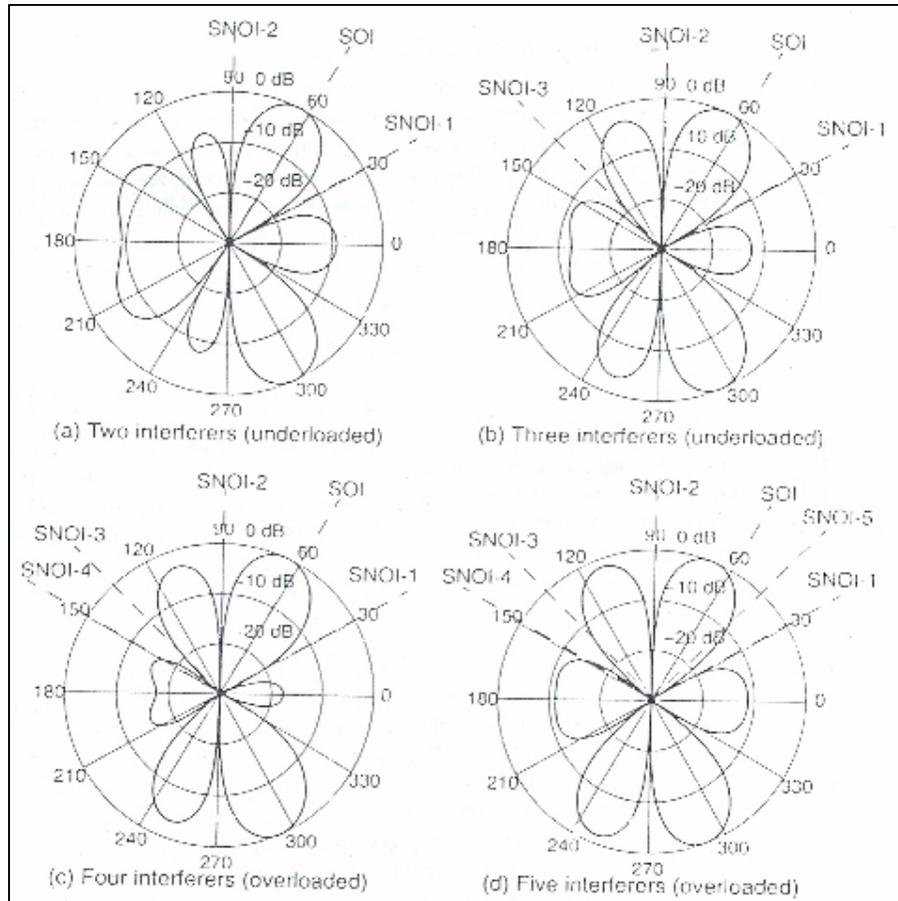


Figura 4.4.<sup>11</sup> Patrón de un arreglo con señales de interferencia

- Si se utiliza un receptor Rake <sup>12</sup> con una antena omni-direccional, las componentes correlacionadas no podrán resolverse. Un ecualizador adaptativo puede ser incapaz de aprovechar los dos trayectos cuando la diferencia del retardo entre los trayectos es pequeña. Por tanto el arreglo

<sup>11</sup> J. C. Liberti "Smart Antennas for Wireless Communications", Joan L. Mcnamara 1999 by Prentice Hall, Inc

<sup>12</sup> Receptor diseñado para aplacar los efectos de la dispersión multitrayecto en un enlace de comunicaciones móviles. Fuente Wikipedia.org

de antenas adaptativa puede aportar con mejoras sobre el receptor Rake convencional o un sistema ecualizar cuando existen caminos correlacionados. Cuando las componentes de multitrayecto correlacionadas están presentes con la señal deseada, el arreglo puede combinarlas para aprovechar la diversidad de trayecto.

- Si componentes descorrelacionadas están presentes en la señal de interés, el algoritmo MMSE seleccionará la componente con mayor potencia, anulando a las otras. Cuando una componente de multitrayecto descorrelacionada incide sobre el arreglo, cada componente es tratada como una señal diferente. Un receptor Rake de filtrado espacial puede ser usado en caso de evitar la pérdida de potencia de la señal disponible en la componente multitrayecto.

Un arreglo puede remover los efectos de más componentes multitrayecto si las componentes son correlacionadas. La importancia de esto se debe a que el arreglo de antenas adaptativo puede separar mucho más señales de diferentes fuentes en un ambiente “flat-fading”, que será ampliado en la sección 4.6.

Efectivamente, el arreglo puede cancelar  $M-1$  SNOI, si estas componentes son todas descorrelacionadas, el arreglo puede anular completamente  $M-1$  componentes multitrayecto.

#### **4.5 DESEMPEÑO DEL ARREGLO ADAPTATIVO EN UNDERLOADED Y OVERLOADED**

La dependencia del arreglo cuando está en overloaded o underloaded tiene influencia directa en el comportamiento óptimo de un algoritmo MMSE usado para extraer una componente de una señal conocida. Para ilustrar se toma como ejemplo un arreglo de elementos lineales equidistantes, un SOI incide con un ángulo  $\varphi_0=60^\circ$ .

Dos señales de interferencia son añadidas al sistema con ángulos de llegada igual a  $\varphi_1=30^\circ$  y  $\varphi_2=90^\circ$ . Cada SNOI tiene la misma incidencia en potencia que la señal deseada, de igual manera cada SOI puede ser una señal de interferencia de usuario de co-canal<sup>13</sup> o un multitrayecto descorrelacionado del mismo transmisor.

Todas las señales incidentes que caen sobre el arreglo tienen la misma potencia. El nivel de potencia de las señales a la salida del arreglo relativas al SOI se muestra en la Tabla 4.1. El vector de pesos óptimos para esta configuración es  $W_0$ , el cual tiene una respuesta diferente de cero para  $a(\varphi_0)$  y es ortogonal a  $a(\varphi_1)$  y  $a(\varphi_2)$ .

Potencia de SNOI relativa al SOI en la salida de un arreglo				
SOI: $\varphi_0=60$	2 señales de interferencia	3 señales de interferencia	4 señales de interferencia	5 señales de interferencia
SNOI-1: $\varphi_1=30$	-79.9dB	-76.5dB	-20.7dB	-18.4dB
SNOI-2: $\varphi_2=90$	-94.3dB	-84.0dB	-33.7dB	-23.5dB
SNOI-3: $\varphi_3=135$		77.8dB	-20.4dB	-14.6dB
SNOI-4: $\varphi_4=150$			-16.5dB	-13.3dB
SNOI-5: $\varphi_5=45$				-8.7dB

Tabla 4.2<sup>14</sup>. Niveles de potencia de señales a la salida de un arreglo, relativos a un SOI.

La Figura 4.4 muestra el caso de 4 señales de interferencia, el arreglo ya no está en capacidad de formar nulos en todas las direcciones de interferencia. La solución del arreglo óptimo todavía intenta minimizar el error a la salida del arreglo, pero al hacerlo es incapaz de formar nulos en las dirección SNOI-1, SNOI-2 y SNOI-3.

La Tabla 4.1 muestra que el nivel de potencia de todas las señales de interferencia a la salida del arreglo va aumentando conforme el arreglo llega al overloaded; la tendencia se mantiene cuando se añaden 5 SNOI.

<sup>13</sup> Esta interferencia se produce cuando la contribución de la PSD de downlink de un haz se superpone al espectro de downlink que mantiene otro haz que opera en la misma banda de frecuencias.

<sup>14</sup> J. C. Liberti "Smart Antennas for Wireless Communications", Joan L. Mcnamara 1999 by Prentice Hall, Inc

Si las direcciones de arribo de las señales de interferencia no son muy cercanas a la dirección de llegada de la señal de interés, la ganancia del arreglo con respecto al ruido y la interferencia difusa llegará a ser ligeramente degradada de  $10\log(M)$ . Si el arreglo sigue siendo underloaded, la solución óptima proporcionará nulos en las direcciones de interferencia.

Un arreglo lineal equidistante es capaz de alcanzar una máxima ganancia de  $10\log(M)$  con respecto a la ganancia de cada elemento individual de la antena., cuando no hay señales de interferencia o multitrayectos,

El arreglo continuara formando el haz en la dirección de arribo de la señal deseada, en caso que el número de señales de interferencia sea grande, pero la capacidad de anular las SNOI será gravemente reducido.

En este caso de overloaded, el arreglo no es capaz de atenuar significativamente las señales de interferencia que llegan cerca de la señal de interés. El arreglo actuará de la misma manera como si solo estuviesen presentes el ruido y la señal de interés cuando los usuarios que representan a las señales de interferencia estén uniformemente distribuidos en los ángulos de arribo. Se formará un patrón de haz usando aproximadamente los mismos pesos sobre todos los elementos, lo que resulta en un patrón con la ganancia de la antena de  $10\log(M)$  dB para un arreglo lineal equidistante.

#### 4.6 CANALES “FLAT-FADING”

Si el Delay Spread<sup>15</sup>,  $\sigma_\tau$ , es pequeño como  $\sigma_\tau < T_c/4\pi$ , el ancho de banda total de la señal RF es menor que el ancho de banda coherente. Este ancho de banda se define como la diferencia entre dos frecuencias tal que la correlación entre la envolvente de las señales recibidas a esas dos frecuencias es 0.5. El ancho de banda coherente se relaciona con el delay spread de la siguiente manera:

---

<sup>15</sup> Es un tipo de distorsión que es causada cuando señales idénticas arriban a diferentes tiempos a su destino. Fuente: wikipedia.org

$$B_C = \frac{1}{2\pi\sigma_\tau} \quad \text{Ecuación 4.35}$$

La condición expuesta en el párrafo anterior es conocida como “frequency-flat-fading” ya que está contenida dentro de un ancho de banda en el cual el desvanecimiento de la envolvente del espectro de la señal es altamente correlacionado.

En canales flat fading, la coherencia de la fase entre las componentes de multitrayecto correlacionadas les permite interactuar de manera constructiva o negativa, conduciendo a potenciales desvanecimientos profundos.

Se espera que las componentes multitrayecto sean correlacionadas si cumplen que  $\sigma_\tau < T_c / \sqrt{2}$ , donde  $T_c$  es el coherence time<sup>16</sup>. Ya que cualquier canal satisface  $\sigma_\tau < T_c / 4\pi$ , también satisface la relación anterior. Un canal que exhibe flat fading contendrá también una multitrayecto correlacionado. Un canal es conocido como de banda angosta si  $\sigma_\tau < T_c / 4\pi \approx 0.1T_c$ .

Es interesante notar que dos componentes multitrayecto que arriban con una pequeña diferencia de retardo pueden llegar a ser descorrelacionadas debido a los diferentes cambios de Doppler.

Para decirlo de otra manera, si dos componentes arriban con un pequeño retardo pero con distintas frecuencias de Doppler un algoritmo adaptativo puede tratar ambas componentes como descorrelacionadas (cuando una ventana de tiempo de observación larga es usada, en relación a la reciprocidad de la máxima frecuencia de Doppler) o como correlacionadas (cuando una ventana de tiempo de observación es corta).

<sup>16</sup> Es el tiempo durante el cual una propagación de onda, especialmente de un haz, puede considerarse coherente. Para decirlo en otro modo es el intervalo de tiempo en el que su fase, en promedio, es predecible. Fuente: Wikipedia.org.

## 4.7 FRECUENCIA SELECTIVA

El ancho de banda total de la señal es mas grande que el ancho de banda coherente del canal, cuando el valor rms del delay spread es grande en relación al periodo de chip, caso CDMA,  $\sigma_{\tau} < T_c/4\pi$ . El desvanecimiento selectivo de frecuencia es el nombre que se le da al caso en que el ancho de banda de la señal es más grande que el ancho de banda coherente del canal, pudiendo ocurrir un desvanecimiento en una región del espectro de la señal, lo que no significa que también ocurra esto en otras regiones del espectro de la misma señal.

Combinando la condición expuesta con la condición de las componentes multitrayecto, se espera que sean descorrelacionadas si  $\sigma_{\tau}/T_c > 1/\sqrt{2}$ . Para canales de banda ancha el delay spread cumple con  $\sigma_{\tau} > T_c/\sqrt{2} \approx 0.7 T_c$ , en estos canales aparece el desvanecimiento selectivo de frecuencia y las componentes multitrayecto tienden a ser descorrelacionadas.

Cuando se trabaja con banda ancha, time dispersive channels, canales dispersos en el tiempo, las componentes multitrayecto tienden a ser no-coherentes entre si, de este modo es menos probable, comparándolo con canales de banda estrecha, que las componentes sean capaces de cancelarse entre si.

Debido a lo descrito, la energía recibida de las señales enviadas sobre canales de banda ancha tiende a variar dramáticamente menos que la potencia recibida sobre canales flat fading. Los mecanismos usados por un arreglo adaptativo para maximizar el SNIR depende de la naturaleza de los multitrayectos.

## 4.8 BEAMFORMER ADAPTATIVO

Al ser las comunicaciones móviles un entorno variable en el tiempo es necesario que el vector de pesos se adapte continuamente a los cambios del proceso. Regularmente un vector de pesos de un determinado ciclo, difiere de la anterior actualización en una pequeña cantidad, asimismo los datos necesarios para estimar una óptima solución son de carácter ruidosos, por esto es deseable usar una técnica de actualización la cual use soluciones previas del vector de pesos, esto con el fin de aplacar la estimación de una respuesta óptima, reduciendo así los efectos del ruido.

Por las razones expuestas, un algoritmo adaptativo es usado para actualizar el vector de pesos de manera periódica. Este tipo de algoritmo opera tanto en modo de bloque o en modo iterativo.

Durante el algoritmo iterativo, en cada iteración " $n$ ", el vector de pesos de ese momento  $w(n)$ , es ajustado por un valor que pertenece a un nuevo vector de pesos  $w(n+1)$ , el cual aproxima la solución óptima del vector  $W$ .

En la técnica de proceso en bloque, una nueva solución es calculada periódicamente usando estimaciones de estadísticas obtenidas del bloque de datos más reciente que se encuentre disponible.

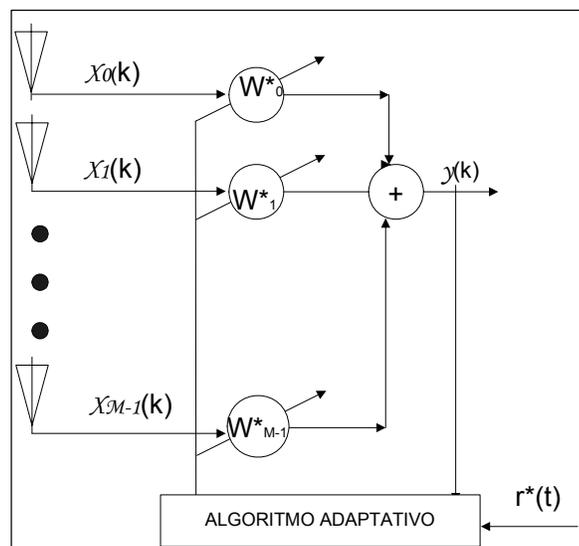
El arreglo adaptativo que se ilustra en la Figura 4.5., muestra una salida  $y(t)$  que es comparada con una señal de referencia  $r(t)$ , dando como resultado una señal de error, todo esto es usado para calcular el vector de pesos. El vector  $W$  es ajustado por este algoritmo de modo que el MSE es minimizado entre las señales de salida y referencia.

Este es un sistema capaz de obtener nuevas señales y seguirlas dentro de una celda. Existen varios tipos de estos algoritmos, muchos de los cuales son

iterativos y hacen uso de la información ya procesada para minimizar el gasto computacional en cada ciclo de actualización del vector de pesos.

La respuesta en frecuencia del sistema no es conocida a priori o puede variar con el tiempo en muchas aplicaciones en las que se requiere el filtraje. Un filtro adaptativo realiza el procesamiento digital de señales buscando encontrar respuestas a las condiciones del medio en el que se desarrolla. Una gran ventaja de este tipo de algoritmo es la total independencia del filtro con respecto a las direcciones de arribo de las señales de llegada.

En los arreglos óptimos, los algoritmos adaptativos buscan ajustar el vector de pesos de modo que el filtro espacial sea capaz de encontrar esa información dentro de las diversas direcciones de cobertura de la antena. El enfoque de la adaptación requiere un conocimiento previo de cierta información acerca de la señal recibida, ya sea el caso de una señal de referencia o una característica típica de la señal.



**Figura 4.5. Beamformer adaptativo**

Claros y comunes ejemplos de beamformers adaptativos son: LMS (Least Mean Square) y RLS (Recursive Least Square), en donde la señal deseada debe ser suplantada usando una secuencia de prueba o una decisión dirigida.

En el enfoque de una secuencia de prueba, una secuencia de datos breves es transmitida, esta secuencia es conocida como receptor. El receptor usa un algoritmo adaptativo para estimar el vector de pesos durante el periodo de prueba, luego mantiene los pesos constantes mientras la información está siendo transmitida. Esta técnica necesita que el ambiente sea estacionario de un periodo al siguiente.

En un enfoque de decisión dirigida el receptor usa símbolos modulados, los cuales son usados como la señal deseada para adaptar el vector de pesos. El inconveniente de esta técnica es que los errores pueden guiar a una actualización de pesos muy pobre que a su vez puede conducir a errores de decisión. Este método no tiene un buen desempeño cuando la extracción de señales se da en altos niveles de ruido, interferencia o multitrayecto.

#### **4.8.1 LMS (Least Mean Square)**

El algoritmo Least Mean Square es uno de los más estudiados, es conocido también como la solución adaptativa del filtro de Wiener. Esta técnica estima los pesos durante un periodo previo, después del cual el dato se mantiene constante para que la información sea transmitida; este tiempo es el necesario y requerido para muestrear a la matriz de datos con  $N$  snapshots.

Durante el siguiente periodo de tiempo se recibe los nuevos datos, referentes a una nueva posición de la señal deseada, de este modo el vector de pesos  $W$  será actualizado a partir de su valor anterior.

El filtro LMS enfrenta por lo regular dos enfoques, los cuales siempre son tomados en cuenta: alcanzar la solución óptima rápidamente, pero aumentar la incertidumbre y en consecuencia el ruido de ajuste; o llegar cerca de la solución óptima más lento, pero moviendo los alrededores de su incertidumbre con mayor precisión.

El algoritmo LMS puede presentar algunas variaciones como: LMS sin o con restricciones; los formatos con restricciones usualmente requiere el conocimiento previo de las direcciones de llegada de las señales, esto una vez que el algoritmo necesita valores diferentes de paso de acuerdo al DOA estimado de cada iteración.

La otra opción, sin restricciones, no usa ninguna información referente al DOA ya que los pesos son actualizados a través de una señal de referencia en busca de la minimización del MSE.

LMS calcula los pesos,  $W$ , usando el criterio de "steepest-descent". Esta técnica corrige los pesos  $W$  en dirección negativa a la gradiente, de este modo:

$$W_{n+1} = W_n + \frac{1}{2} \mu [-\nabla_w E\{e^2\}] \quad \text{Ecuación 4.36}$$

Calculando la gradiente:

$$-\nabla_w E\{e^2(t)\} = -2R_{xr} + 2R_{xx}.W \quad \text{Ecuación 4.37}$$

El problema de este método es el cálculo de  $R_{xr}$  y  $R_{xx}$ .

$$W_{n+1} = W_n + \frac{1}{2} \mu [-2R_{xr} + 2R_{xx}W_n] \quad \text{Ecuación 4.38}$$

Por eso se utiliza una estimativa de dichas matrices así:

$$\hat{R}_{xxn} = X_n \cdot X_n^* \quad \hat{R}_{rxn} = r_n^* \cdot X_n \quad \text{Ecuación 4.39}$$

De este modo calculando los pesos  $W$  se tiene:

$$\hat{W}_{n+1} = \hat{W}_n + \mu \cdot X_n \cdot e_n^* \quad \text{Ecuación 4.40}$$

Donde  $\mu$  es una ganancia constante que controla la convergencia definida como  $0 < \mu < 1/\text{traza}(\hat{R}_{xx})$ ,  $\mu$  es el encargado de ponderar el valor con el cual se actualizará el vector  $W$ . Este parámetro puede ser encontrado de diversas maneras y está estrechamente ligado con la presión y velocidad de convergencia del algoritmo. Así como un claro ejemplo en sistemas vehiculares, la velocidad de convergencia del filtro espacial debe ser más rápida que en los sistemas manuales portátiles, esto teniendo en cuenta la mayor tasa de desvanecimiento de la señal en sistemas automotores.

Mientras más lejos se encuentre el valor inicial del valor óptimo, el algoritmo se demorará mucho más en converger hacia el objetivo final, por este motivo es de suma importancia escoger adecuadamente el vector inicial para que el algoritmo alcance un desempeño satisfactorio. Por este motivo se acostumbra apuntar el arreglo hacia  $0^\circ$  para que el vector de pesos inicial sea igual a 1.

#### 4.8.2 RLS (Recursive Least Square)

Recursive Least Square es un algoritmo que inicia de la solución del MSE, de este modo parte tomando una ventana de tamaño  $N+1$ , a consecuencia de esto todas las muestras tienen el mismo peso.

Ahora se emplea un nuevo criterio al usar una ventana, en la cual las muestras recientes tengan más peso que las antiguas.

$$\hat{R}_{xxn} = \sum_{i=n}^{n+N} \gamma^{n-i} X_i \cdot X_i^* \quad \hat{R}_{rxn} = \sum_{i=n}^{n+N} \gamma^{n-i} r_i^* \cdot X_i \quad \text{Ecuación 4.41}$$

Donde el peso debe estar entre:  $0 < \gamma \leq 1$ . Dentro de la estructura de este sistema durante el proceso, las muestras más antiguas se van olvidando. Trabajando sobre los términos que entran en la condición “ $i=n$ ”, se obtiene ecuaciones recursivas para las estimativas.

$$\hat{R}_{xxn} = \gamma \cdot \hat{R}_{xxn-1} + X_n \cdot X_n^* \quad \hat{R}_{rxn} = \gamma \cdot \hat{R}_{rxn-1} + r_n^* \cdot X_n \quad \text{Ecuación 4.42}$$

Calculando la matriz inversa:

$$\hat{R}_{xxn}^{-1} = \gamma^{-1} \cdot \left[ \hat{R}_{xxn-1}^{-1} - q_n \cdot X_n \cdot \hat{R}_{xxn-1}^{-1} \right] \quad \text{Ecuación 4.43}$$

Donde  $q_n$  es:

$$q_n = \frac{\gamma^{-1} \cdot \hat{R}_{xxn-1}^{-1} \cdot X_n}{1 + \gamma^{-1} \cdot X_n^* \cdot \hat{R}_{xxn-1}^{-1} \cdot X_n} \quad \text{Ecuación 4.44}$$

De donde el vector de pesos queda definido por:

$$\hat{W}_n = \hat{W}_{n-1} + q_n \left[ r_n^* - \hat{W}_{n-1}^* \cdot X_n \right] \quad \text{Ecuación 4.45}$$

Este algoritmo converge más rápido que el algoritmo LMS.

## 4.9 BEAMFORMER CIEGO

No existe referencia de la señal deseada y tampoco existe la fase de entrenamiento.

Los algoritmos ciegos son los siguientes:

1. Restauración de propiedades (RP)

Decision Directed – DD

Constant Modulus – CM

Spectral Coherence – SC

2. Despread-respread (DR).

### 4.9.1 Decision Directed (DD)

Este es un método dirigido a la decisión, es decir demodula la salida del arreglo y realiza una decisión binaria convirtiéndole en una señal de referencia.

El algoritmo DD limita las constelaciones de la señal en +1 y -1.

La función para la decisión binaria es la siguiente:

$$b_i = \text{sgn}\left[\sum y_i \cdot C_i\right] \quad \text{Ecuación 4.46}$$

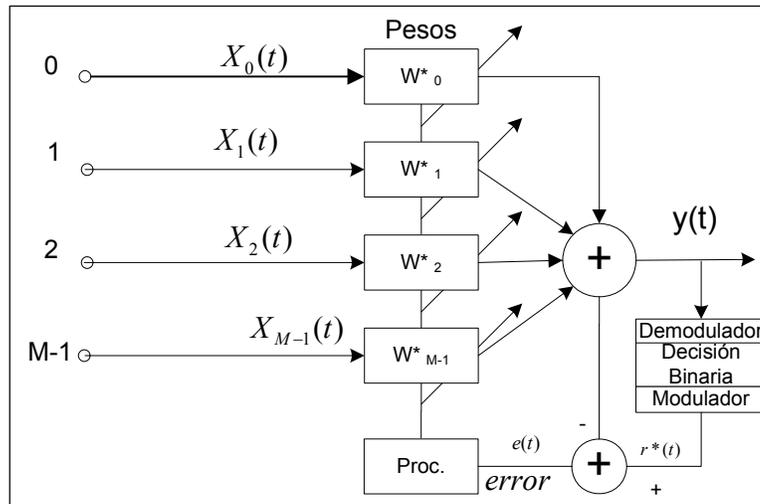


Figura 4.6. Beamformer Ciego – DD

#### 4.9.2 Constant Modulus (CM)

Es usado cuando se trabaja con señales de módulo constante, por tanto este método fuerza a que el módulo sea constante pero preserva la fase de la señal. Como produce un desfaseamiento las distorsiones producidas por las interferencias, se utiliza steepest-descent (SD) o Least Square (LS) para minizar el costo de la función CM.

LS-CM converge más rápido y es equiparado con el Beamforming con entrenamiento. La desventaja es que no consigue distinguir entre las señales y tiene tendencia a capturar la señal CM de mayor potencia.

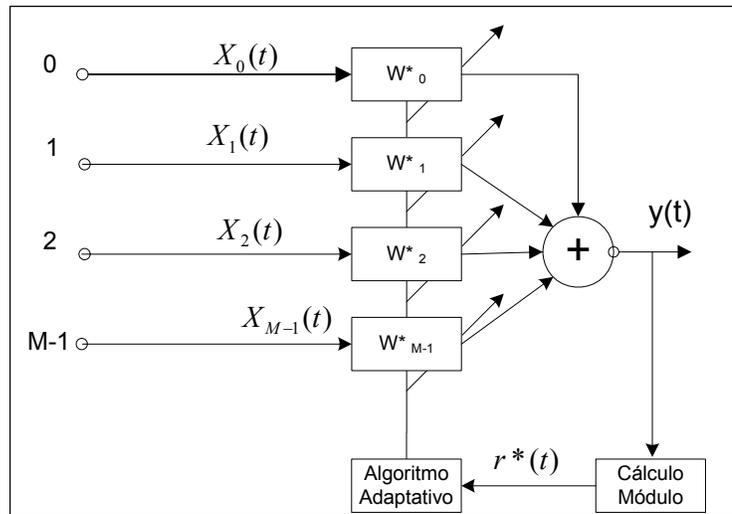


Figura 4.7. Beamformer Ciego - CM

Los tipos de modulaciones que se utiliza en el método CM son: FM, PSK, FSK, QAM. Como  $s_0(t)$  tiene una envolvente constante, lo mismo se aplica a  $y(t)$ .

La fórmula que nos da los pesos es la siguiente:

$$W_{n+1} = W_n - \mu \cdot \varepsilon_n \cdot X_n \quad \text{Ecuación 4.47}$$

En donde la función de costo de las métricas es la siguiente para f y F:

$$\varepsilon = F\{f(s_n), f(y_n)\} \quad \text{Ecuación 4.48}$$

$$\varepsilon_n = E \left\{ \left| y_n - \frac{y_n}{|y_n|} \right|^2 \right\} \quad \text{Ecuación 4.49}$$

El error producido es igual a:

$$e_n = y_n - \frac{y_n}{|y_n|} \quad \text{Ecuación 4.50}$$

Siendo  $\mu$  la constante de pasos.

### 4.9.3 Spectral Coherente (SC)

Es un método basado en la coherencia espacial y utiliza algoritmos similares al Spectral Self-Coherence Restoral (SCORE), en donde exploran las cicloestacionaridades presentes en la mayoría de las señales digitales y en algunas análogas.

En la mayoría de las señales de comunicación como telemetría, radar, sonar, tienen parámetros que varían periódicamente, estas periodicidades se las puede utilizar para mejorar su desempeño.

Por tanto se explora las cicloestacionaridades, donde los parámetros de las señales varían en periodicidades simples y múltiples.

La existencia de correlaciones entre componentes espectrales distantes puede ser interpretada como una redundancia espectral, aunque normalmente la redundancia espectral es eliminada para aumentar la eficiencia, en varios tipos de señales esta se le introduce para el proceso de modulación.

El propósito es modificar los pesos  $W$  de tal manera restaurar esa redundancia espectral, y para esto también es conveniente utilizar filtros FIR para separara el espectro deseado.

A continuación exploramos la coherencia espacial en un sistema AMPS, cuya función de costo es:

$$J = E\{|y_n - r_n|^2\} \quad \text{Ecuación 4.51}$$

Donde

$$r_n = \underline{c} \cdot X_{n-\tau} \cdot e^{j2\pi cn} \quad \text{Ecuación 4.52}$$

$$\underline{c} = [0 \ \dots \ 0 \ 1]^T \quad \text{Ecuación 4.53}$$

Y la salida  $y_n$ :

$$y_n = W^+ \cdot X \quad \text{Ecuación 4.54}$$

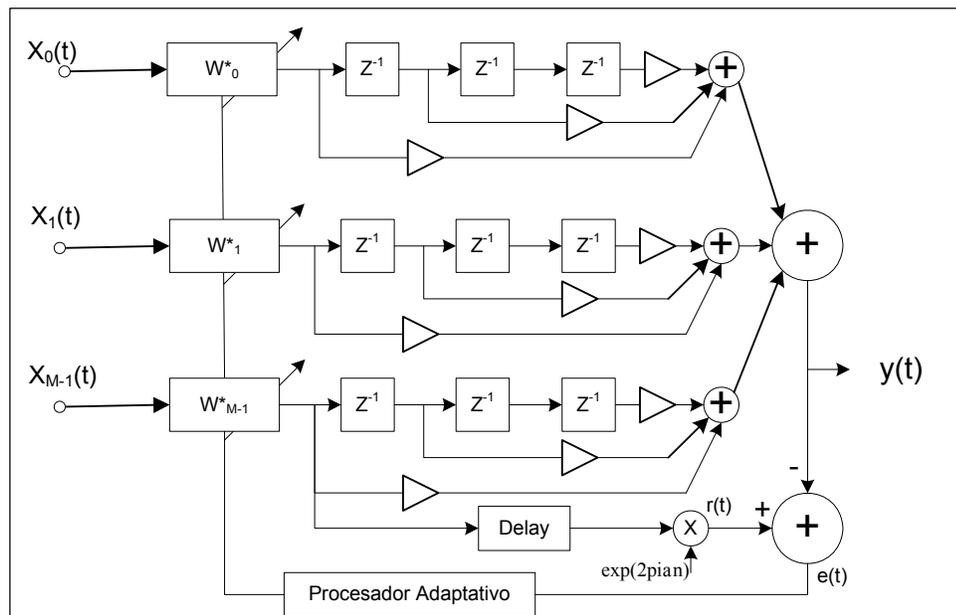


Figura 4.8. Beamformer Ciego – SC

#### 4.9.4 Despread-respread

Este método está clasificado dentro de la familia de técnicas "demod-remod", el cual se aplica al espaciamiento espectral vía códigos como acontece con CDMA.

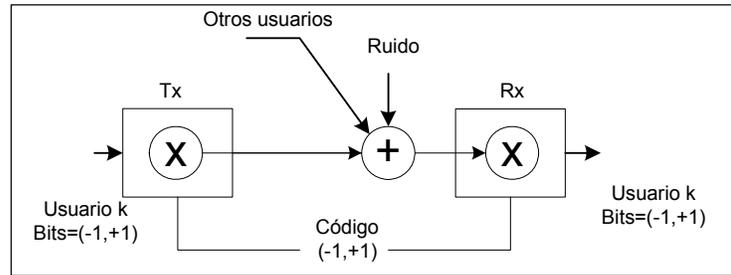


Figura 4.9. CDMA

Tx: Un bit transformado en una secuencia de bits

Rx: Una secuencia de bits transformado en un bit

Por ejemplo un usuario "i" tiene un bit  $b_i$  propagado con un código  $C_i$ :

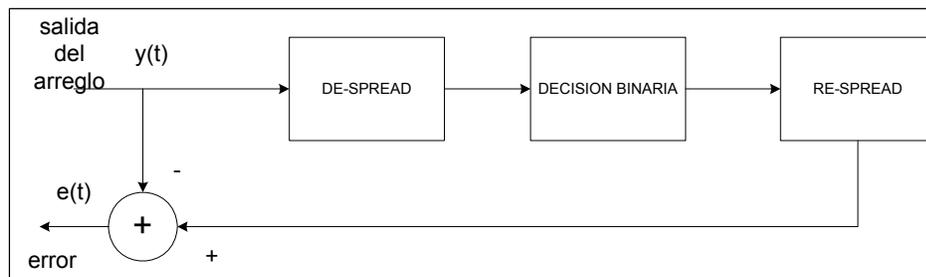
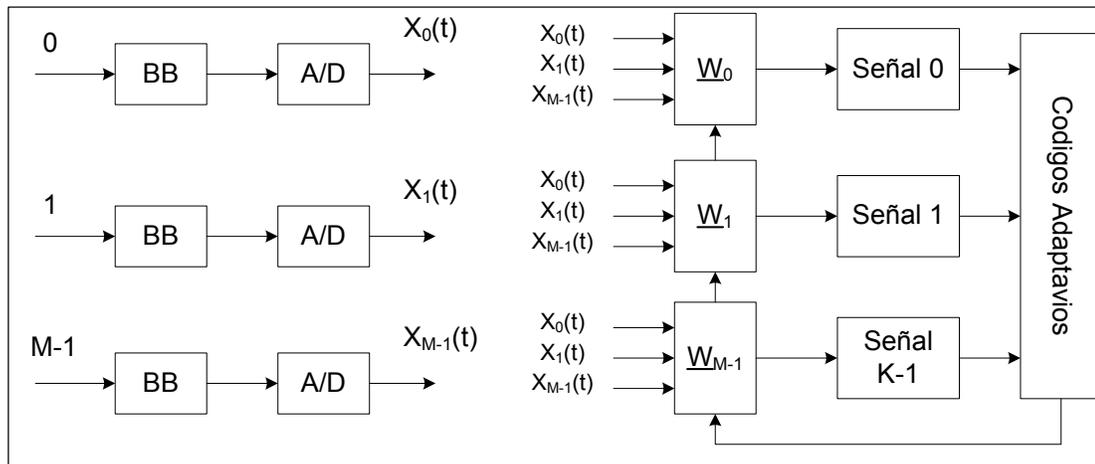


Figura 4.10. Decisión Binaria

Como se ve en la figura 4.9., primero se produce una dispersión de la señal, después se toma la decisión binaria por bit  $b_i$ , se esparce nuevamente el bit  $b_i$

utilizando el código  $b_i$  y minimizamos el error entre el re esparcimiento y la salida del arreglo.

Los sistemas Despread – Respread separan las señales de acuerdo a los códigos y se pueden acompañar múltiples señales.



**Figura 4.11. Sistema Despread – Respread**

La ventaja de este método principalmente se puede utilizar en ambientes multidespacho. Además no requiere ortogonalización en la salida y mejora el desempeño y la selectividad de la señal.

La desventaja más grande que posee es la necesidad de una sincronización.

Este método Despread-Spread esta dividido en dos:

- Least Squares Despread Respread Multi-Target Array (LS-DRMTAA)
- Least Squares Despread Respread Multi-Target Constant Modulus Array (LS-DRMTCMA).

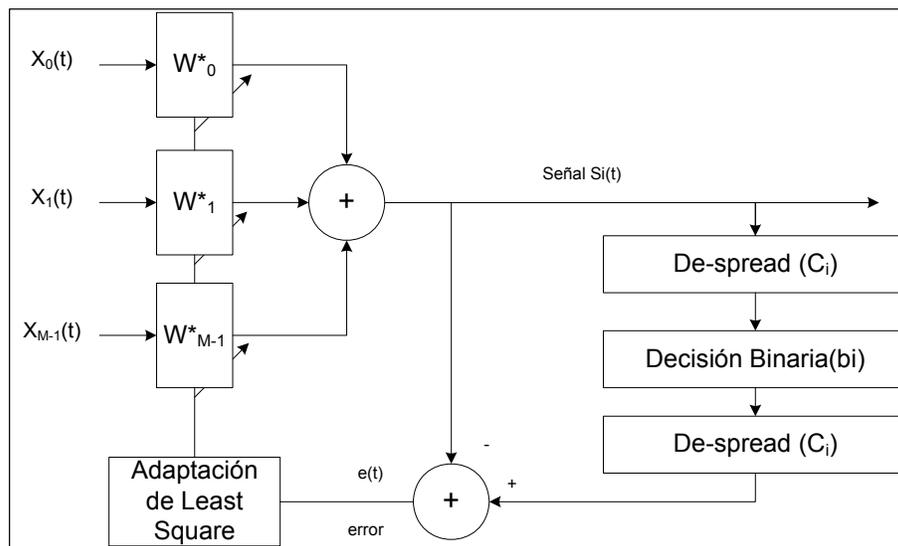
#### 4.9.4. LS-DRMTA

En los sistemas CDMA las señales distinguen los diferentes usuarios que ocupan la misma frecuencia, por tanto es muy útil que la información de las señales esparcidas pueda ser utilizada en algoritmos adaptativos multitrayectos.

En el receptor convencional para detectar los bits del usuario  $i$ , la señal receptada es correlacionada con la señal de esparcimiento retrasada en el tiempo, y la salida de la correlación es enviada a un detector, que realiza la decisión basada en la salida de la correlación

Si el bit de datos  $n$  del usuario  $i$  es identificado correctamente por el detector, por ejemplo  $\hat{b}_{in}=b_{in}$ , entonces la forma de onda del  $i$ ésimo usuario transmitirá la señal durante un periodo que puede ser obtenido re – esparciendo el bit detectado  $\hat{b}_{in}$  con el código del  $i$ ésimo usuario  $C_i(t)$ . Esta señal de re – esparcimiento puede ser usado en el beamformer para adaptar el vector de pesos al usuario  $i$ .

El número de las salidas de los puertos del beamformer no está limitada al número de antenas del array



**Figura 4.12. Esquema LS-DRMTA**

Su propósito es minimizar el error entre los datos y la salida del re-  
esparcimiento del arreglo en el sentido de los mínimos cuadrados (Least Square).

La función de costo sugerida es la siguiente

$$J = E \left\{ \left| C_i(p) \cdot \operatorname{sgn} \left[ \sum_{j=1}^{MT_c} y_i((n-1)T_c + j) \cdot C_i(j) \right] - y_i(k) \right|^2 \right\} \quad \text{Ecuación 4.55}$$

En forma reducida tenemos lo siguiente

$$J = E \left\{ \left| C_i(p) \cdot \operatorname{sgn} \left[ \sum_{j=1}^{MT_c} y_i((n-1)T_c + j) \cdot C_i(j) \right] - y_i(k) \right|^2 \right\} \quad \text{Ecuación 4.56}$$

Para el cálculo de los pesos

$$W = R_{xx}^{-1} \cdot R_{xr} \quad \text{Ecuación 4.57}$$

El factor r de referencia

$$r = C_i(p) \cdot \operatorname{sgn} \left[ \sum_{j=1}^{MT_c} y_i((n-1)T_c + j) \cdot C_i(j) \right] \quad \text{Ecuación 4.58}$$

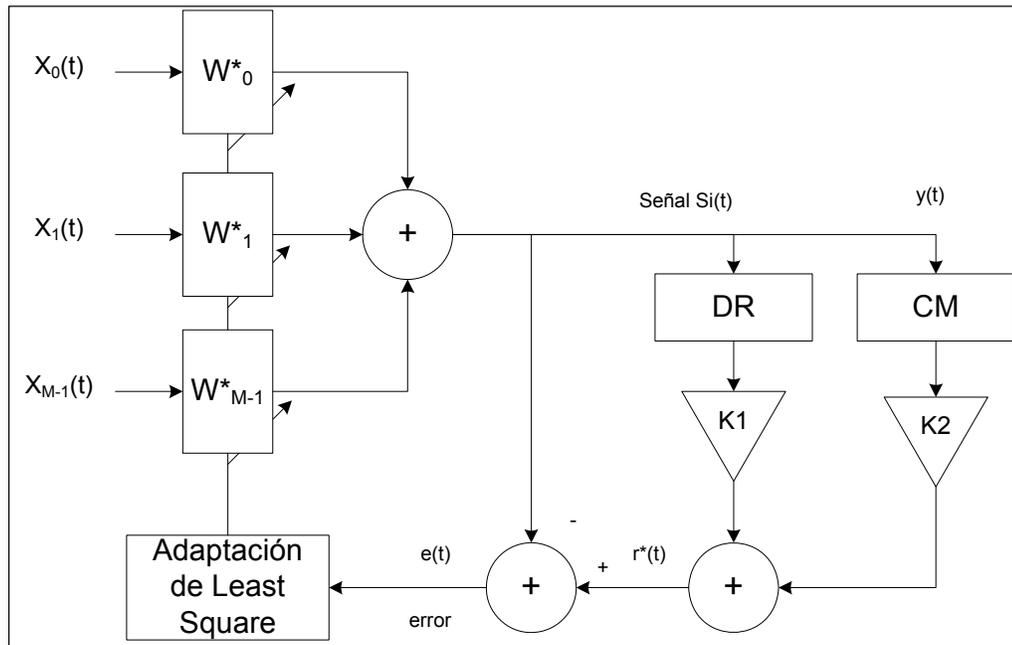
Resumiendo

$$r = C_i \cdot \operatorname{sgn} \left[ \sum y_i \cdot C_i \right] \quad \text{Ecuación 4.59}$$

La ventaja de este método es mejorar el desempeño, pero lamentablemente esto ocasiona un aumento de complejidad.

El propósito del esquema en donde se utilice DR o CM, debido a que existen los pesos, es para ponderar la influencia de cada una de ellas.

**4.9.4. LS-DRMTCMA**



**Figura 4.13. Esquema LS-DRMTCMA**

La función de costo sugerida es la siguiente

$$J = E \left\{ \left| k_1 \cdot C_i(p) \cdot \operatorname{sgn} \left[ \sum_{j=1}^{MT_c} y_i((n-1)T_c + j) \cdot C_i(j) \right] + k_2 \frac{y_i(k)}{|y_i(k)|} - y_i(k) \right|^2 \right\} \quad \text{Ecuación 4.60}$$

Resumiendo

$$J = E \left\{ \left| k_1 \cdot C_i \cdot \operatorname{sgn} \left[ \sum y_i \cdot C_i \right] + k_2 \frac{y_i}{|y_i|} - y_i \right|^2 \right\} \quad \text{Ecuación 4.61}$$

El cálculo de los pesos se obtiene de la siguiente manera

$$W = R_{xx}^{-1} \cdot R_{xy} \quad \text{Ecuación 4.62}$$

El factor  $r$  de referencia

$$r = k_1 \cdot C_i(p) \cdot \operatorname{sgn} \left[ \sum_{j=1}^{MT_c} y_i((n-1)T_c + j) \cdot C_i(j) \right] + k_2 \frac{y_i(k)}{|y_i(k)|} \quad \text{Ecuación 4.63}$$

Resumiendo

$$r = k_1 \cdot C_i \cdot \operatorname{sgn} \left[ \sum y_i \cdot C_i \right] + k_2 \frac{y_i}{|y_i|} \quad \text{Ecuación 4.64}$$

#### 4.10 BEAMFORMER ANALÓGICO

Los primeros arreglos de antenas fueron construidos sobre la implementación analógica y el Beamformer era conseguido con dispositivos que alteraban la fase y la potencia de las señales como por ejemplo lentes microondas, guías de onda, transmisión de líneas, microstrips.

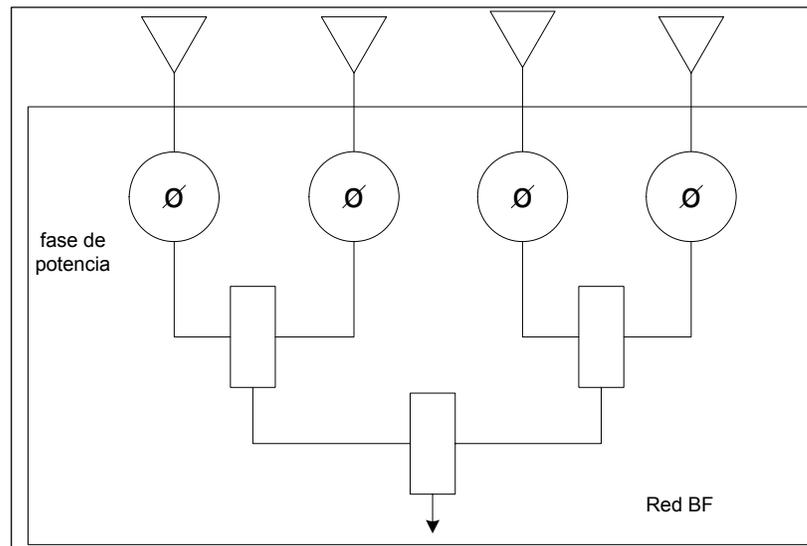
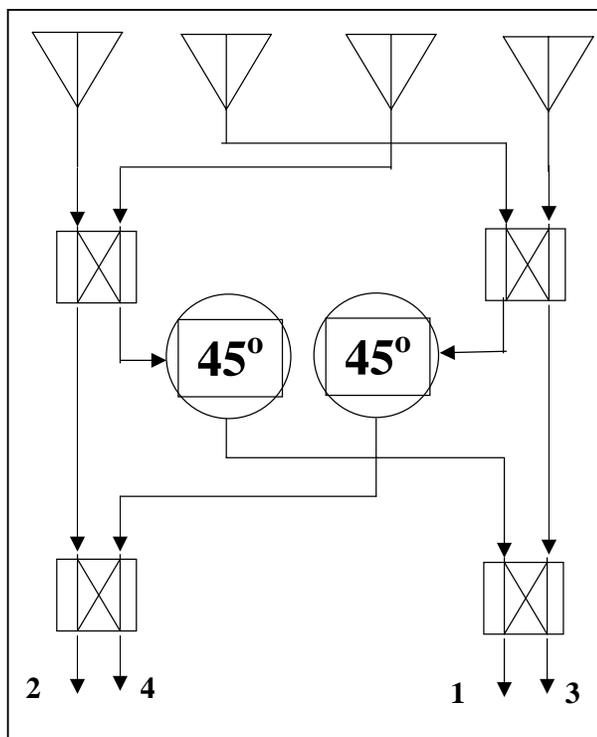


Figura 4.14. Beamformer Analógico



**Figura 4.15. Matriz Beamformer de Butler**

#### Distribución de Fase

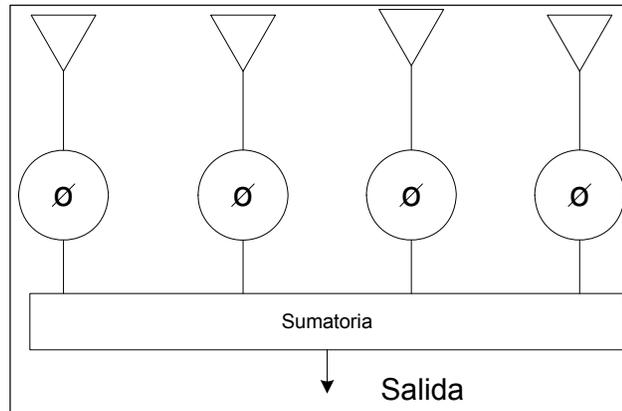
Puerto1:  $0^\circ$   $-135^\circ$   $-270^\circ$   $-405^\circ$

Puerto2:  $0^\circ$   $-45^\circ$   $-90^\circ$   $-135^\circ$

Puerto3:  $0^\circ$   $45^\circ$   $90^\circ$   $135^\circ$

Puerto2:  $0^\circ$   $135^\circ$   $270^\circ$   $405^\circ$

Cuando se quiere mover electrónicamente los diagramas de la antena se utiliza el Phase Array, donde las fases son alteradas y permanece constante la magnitud.



**Figura 4.16. Beamformer Analógico**

Existen dos tipos de desfasadores:

- Continuamente variables
- Control digital



## **CAPÍTULO 5**

### **SDMA PARA SISTEMAS MÓVILES**

#### **5.1 INTRODUCCIÓN**

La técnica conocida como acceso múltiple por división de espacios, SDMA, permite incrementar la capacidad de un sistema celular. El incremento de la capacidad puede ser una realidad debido a la explotación de la separación espacial entre usuarios. Este enfoque puede ser integrado con varias formas de acceso al medio como son: FDMA, TDMA y CDMA.

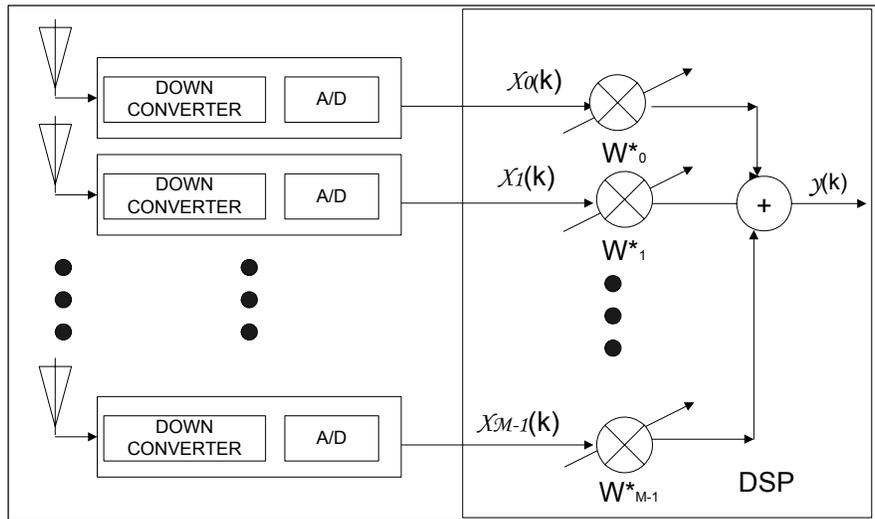
Dentro de un sistema SDMA, la estación base no transmite en todas las zonas del área de cobertura, como es el caso de las demás formas de acceso al medio, ya que la potencia de transmisión se concentra únicamente en la dirección del móvil de interés, reduciendo así la potencia en las demás direcciones; el mismo principio es aplicado para la recepción.

Como se mencionó, a consecuencia que la estación tenga que radiar y emplear su potencia en todas las direcciones para cubrir su área, los sistemas tradicionales no conocen o no tienen información de la posición de las unidades móviles. Esto desemboca en una pérdida de potencia y de transmisión en las direcciones donde no hay celulares que alcanzar. Normalmente una estación radio base tradicional está compuesta de un arreglo de monopolos o dipolos. Cada monopolo maneja la comunicación entre la estación base y los terminales móviles. En general cada monopolo trabaja uno independiente del otro.

Debido a esto los sistemas SDMA explotan la información de la posición espacial de los terminales móviles. Para la transmisión y recepción, nulos profundos serán posicionados en las direcciones de interferencia. Este

comportamiento se lo conoce como “null-steering”. Además el patrón de radiación de la estación base es adaptado para cada diferente usuario, la ganancia mayor será para el cliente deseado.

Toda la capacidad de optimización de este sistema depende del filtrado espacial, el cual es ilustrado en la figura 5.1, de la misma manera se lo hace para la transmisión.



**Figura 5.1. Estructura de un arreglo de antenas adaptativas para recepción**

El sistema se compone de un arreglo de antenas y un procesador digital de señales que trabaja las señales recibidas o enviadas a las antenas, en tiempo real. Se puede observar de la figura lo siguiente: la señal llega al arreglo de antenas, pasa por el bloque de RF en donde es demodulada y filtrada; quedando la señal en banda base. Después de esto se procede a muestrearla y convertirla a señal digital. Las  $N$  señales obtenidas son luego enviadas a la entrada del DSP, el cual multiplica cada señal de la antena con un factor  $W^*$ , los métodos utilizados para esto son diferentes, dependiendo de los casos y circunstancia que el diseñador tome en consideración. La salida del proceso es la siguiente:

$$y(t) = \sum_{i=1}^N W_i^* X_i(t) \quad \text{Ecuación 5.1}$$

Las características deseadas del patrón de radiación van a depender de los valores que tome  $W$ , estos coeficientes son actualizados periódicamente, dependiendo de la técnica, con datos recibidos. Para que el sistema opere correctamente es necesario que la adaptación de la tasa compense las variaciones del ambiente, esto debido a la movilidad que tienen las fuentes y la presencia de los múltiples caminos.

Una gran ventaja del sistema SDMA es el descenso de la interferencia co-canal, reduciendo la ganancia en la dirección de interferencia de las unidades móviles. A los sistemas SDMA se los compara con SFIR, (Spatial Filtering for Interference Reduction) ya que permite la reducción de del re-uso de frecuencias, de este modo en cada celda se puede asignar un mayor número de canales.

## 5.2 TEORÍA DEL ACCESO MÚLTIPLE POR DIVISIÓN DE ESPACIO

Dentro de la perspectiva del acceso al medio por división de espacio cada usuario ocupa un lugar específico en el espacio. Las características de los canales de cada usuario de una estación base con propiedades SDMA son asumidas como descorrelacionadas y los diversos caminos a la estación base que puede tomar el usuario son considerados independientes.

Un modelo de sistema SDMA asume un canal “flat fading” cuando se tiene  $M$  antenas y  $k$  señales donde cada usuario es independiente del otro, de donde existen  $k-1$  interferencias para dicho terminal. Para cancelar estas  $k-1$  interferencias el sistema necesita cumplir con la condición  $M=k$ .

Para que el sistema sea considerado ideal, éste necesita de al menos  $k+1$  antenas para llevar a cabo la meta de cancelar todas las interferencias y añadir

una antena extra para la diversidad, siendo cada antena extra una fuente de mayor diversidad.

### 5.2.1 Ortogonalidad espacial

El tema de la ortogonalidad cuando se trata de acceder al medio va a depender de las distintas técnicas; así, en FDMA es por bandas de frecuencia, en TDMA por slots de tiempo y en CDMA con secuencias de código.

Al asignar el mismo canal físico a diferentes unidades móviles los ángulos con los cuales se fijan las señales deben estar lo suficientemente separados. Como consecuencia, hay un incremento en el número de canales disponibles, por ejemplo en FDMA el mismo portador o en TDMA el mismo slot, cada uno de ellos puede ser dividido en múltiples canales espaciales y así ser asignado a un diferente usuario.

Es posible explotar la ganancia más alta ofrecida por un arreglo de antenas con respecto a una antena omnidireccional, permitiendo así a los terminales móviles transmitir una reducida potencia y por ende se consumiría menos batería. Además para la estación base, se puede extender el tamaño del área de cobertura, siendo beneficioso al cubrir grandes extensiones las cuales son implementadas en áreas rurales debido a su baja densidad de tráfico.

Existe también una reducción de los efectos del desvanecimiento por multicamino, escogiendo correctamente el vector  $W$ . Es posible seleccionar solo uno o más multicaminos, los cuales son añadidos coherentemente, evitando así la interferencia destructiva y limitando la reducción de la potencia recibida.

## 5.3 SDMA EN SISTEMAS MÓVILES CELULARES

### 5.3.1 SDMA en FDMA y TDMA

Dentro de los sistemas de acceso al medio que lo hacen por frecuencia y tiempo, existen dos factores que limitan la capacidad de los mismos, y son:

- El número limitado de canales disponibles (portadoras y slots de tiempo).
- La interferencia co-canal limita el re-uso de canales.

Como se ha descrito, la solución a estos problemas pueden tomar dos caminos:

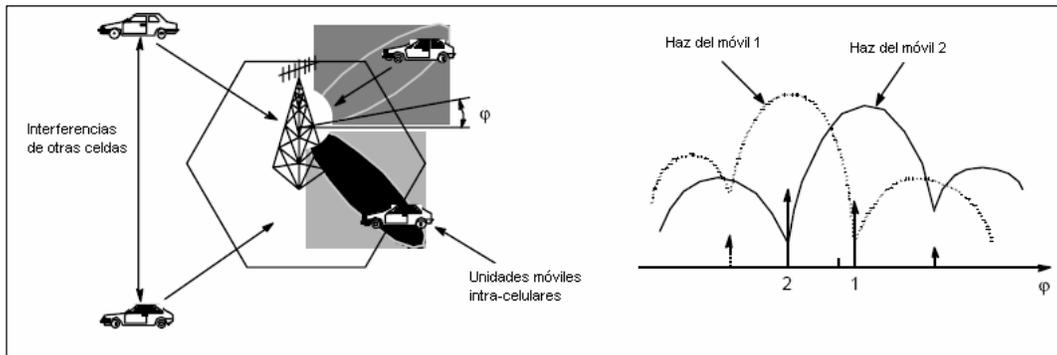
- Con la técnica SFIR en donde el nivel de interferencia es reducido y la distancia del re-uso de canales es comprimido.
- SDMA se asigna el mismo canal a varios usuarios separados espacialmente.

El enfoque SFIR requiere de un nuevo plan de frecuencias asociado a diferentes celdas, las cuales no son requeridas para acceder al medio de forma espacial; sin embargo, una gran ventaja de este enfoque es que puede ser introducido en celdas donde el tráfico es crítico sin necesidad de modificar los límites de la celda o modificar la estructura del área de cobertura.

Los sistemas que emplean SDMA requieren de un arreglo de sensores compuesto con un mayor número de antenas que las que emplea el enfoque SFIR. El nivel de potencia con la cual la estación base recibe las señales transmitidas por los móviles, es comparable con la señal útil. Por lo tanto es

necesario que el patrón de radiación asociado con el usuario deseado tenga nulos bien profundos.

Para obtener una respuesta selectiva es necesario para el arreglo de antenas estar altamente directivo y por tanto el número de antenas debe ser alto. En la figura 5.2 el patrón de radiación para dos móviles es compartido por el mismo canal. El hecho que el número de antenas sea alto no solo es un problema para la implementación, sino también para el algoritmo de control y con un alto gasto computacional, el cual desemboca en una baja velocidad de adaptación y por ello en dificultades en el manejo de los subscriptores cuando estos se mueven rápido.



**Figura 5.2. Patrón de radiación asociado a dos usuarios que comparten el mismo canal**  
**Nulos profundos son dirigidos en la dirección de interferencia intra-celular**

Cuando dos terminales comparten el mismo canal físico, moviéndose cerca el uno del otro, es necesario forzar a uno de ellos, mediante una adecuada señalización, a abandonar el canal y usar otro disponible. El sistema SDMA puede tomar fuerza si existe la suficiente separación angular entre los usuarios, así, el ángulo mínimo depende del número de antenas.

El número de canales espaciales que pueden ser colocados en el mismo canal físico es llamado Spatial Multiplexing Gain SMG.

### 5.3.2 SDMA en CDMA

En los sistemas de acceso al medio por división de código todos los usuarios comparten todo el espectro de frecuencias disponible y el mismo ancho de banda es usado en todas las celdas con el re-uso eficiente de frecuencias.

En los sistemas que manejan tecnología FDMA Y TDMA existe un número limitado de terminales que causan interferencia, pero con SDMA puede ser controlada cuidadosamente al crear nulos correspondientes en las direcciones de arribo que no son las deseadas.

Como dentro de los sistemas CDMA todos los terminales móviles comparten la misma banda, así mismo existe un alto número de interferencias, evidentemente más grande que el número de antenas del arreglo. Las unidades que causan interferencia pueden ser consideradas uniformemente distribuidas alrededor de la estación base

El comportamiento del sistema de adaptación del patrón de radiación ya no es tan certero en el direccionamiento de los nulos pero el haz principal es simplemente dirigido hacia la dirección deseada. De acuerdo a esto la interferencia es cegada de forma parcial.

Desde otro punto de vista como no es tan necesario poner nulos profundos en las direcciones de causan interferencia la complejidad computacional va a tener una reducción considerable. La Figura 5.3 demuestra el funcionamiento:



**Figura 5.3. Patrón de radiación del sistema SDMA para sistemas CDMA. No existe “null steering”**

Dentro del uso de antenas adaptativas es necesario utilizar una señal de referencia, de aquí que esta señal es generada a partir de los códigos OSVF, Orthogonal Variable Spreading Factor, empleados por el sistema CDMA. De aquí se puede reducir la interferencia provocada por los usuarios no deseados.

Se generará una señal de error cuya potencia se minimizará con el proceso adaptativo, esto debido a la ortogonalidad de los códigos empleados por los usuarios; el ruido y la interferencia serán las que formen esta señal  $e(t)$ .

El proceso empieza multiplicando la señal de cada móvil por un código, luego se filtra la interferencia que genera el resto de usuarios y se vuelve a multiplicar la señal filtrada por el mismo código, el resultado de esto es la ansiada señal de referencia. Una vez hecho esto el vector de pesos está completo, siendo este el encargado de minimizar la potencia del error en un número de iteraciones específico. Si esto llegare a suceder el haz principal será conformado adecuadamente apuntando al usuario deseado y maximizando la relación señal a interferencias.

## 5.4 SDMA EN WIMAX

### 5.4.1 Introducción a WiMAX

WiMAX cuyas siglas en inglés significan Worldwide Interoperability for Microwave Access contiene las especificaciones para los siguientes casos:

- LOS, line of sight, que trabaja en el rango de 10-66 GHz con el estándar 802.16c.
- Non-Los, trabaja en el rango de 2-11 GHz con el estándar 802.16a y 802.16d
- Define la comunicación inalámbrica para móviles a una velocidad de 125 Km/h en el rango de 2 – 6 GHz con el estándar 802.16e.

Soporta duplex por división de tiempo y frecuencia, ambas usando un formato de transmisión de ráfagas, cuyo mecanismo de apoyo soporta ráfagas de adaptación de perfiles en cuyos parámetros de transmisión se incluye la modulación y esquemas de codificación.

### 5.4.2 802.16c

WirelessMAN-SC PHY, Wireless metropolitan area network – single carrier physical layer. Opera en la banda de 10-66 GHz. Su estación base es en esencia un radiador isotrópico el cual transmite datos a todos los usuarios. Los SS usarán antenas altamente direccionales dirigidas hacia la BS.

Las aplicaciones que caben dentro de este estándar son las comunicaciones microonda punto a punto y punto a multipunto, interconexión entre estaciones remotas y servicios de backhaul.

### **5.4.3 802.16a**

Soporta TDD y FDD y trabaja con una sola portadora que enfrenta un ambiente de multitrayectos, debido a esto el receptor necesita alcanzar una estimación eficiente del canal y técnicas de ecualización para superar los efectos del multicamino. Es un estándar similar al 802.16c con la única diferencia que trabaja con frecuencias por debajo de los 11 GHz.

Puede dar servicios empresariales ya que sus dispositivos pueden ser usados para proporcionar E1 y T1. Además se puede emplear para proporcionar datos en los puntos de acceso a ser atendidos por 802.11. El estándar puede ser utilizado para proveer el servicio de conexión de Internet con banda ancha en zonas residenciales.

### **5.4.4 802.16d**

802.16d se orienta a brindar el servicio de Internet de banda ancha para usuarios cerrados. Los SS operan con una antena interna que les permitirá una limitada movilidad. Este estándar usa OFDM, orthogonal frequency division multiplexing. El tamaño de la variable de la FFT y la duración del símbolo son especificados, pudiendo ser fijados dependiendo del tipo de ambiente y el ancho de banda designado.

### **5.4.5 802.16e**

Estas especificaciones permiten la movilidad de los SS a 125 Km/h, dando acceso inalámbrico a Internet de banda ancha. Usa como sistema de capa física OFDMA, Orthogonal frequency division multiple access. Emplea los códigos del sistema CDMA con una longitud de ventana randómica basada en un algoritmo de control de contención para un rango inicial, rango periódico, requerimiento de ancho de banda y handoff.

Los SS usan todas las subportadoras disponibles para lo previsto en OFDM, pero para OFDMA el usuario es situado en una región definida en frecuencia y tiempo. La estimación del canal en 802.16d es complejo, pero hecho en menos ocasiones; en 802.16e la estimación del canal es simple pero más frecuente.

## **5.5 ANTENAS INTELIGENTES EN WIMAX**

### **5.5.1 Introducción**

Las comunicaciones inalámbricas proporcionaran a los usuarios móviles datos a grandes velocidades y con el consumo menos consumo de ancho de banda con el empleo de este enfoque, de igual modo provoca que el espectro se use adecuadamente.

La eficiencia del sistema se puede incrementar con diferentes esquemas de codificación de canal y esquemas de diversidad. Por esta razón el estándar WiMAX provee de técnicas eficientes como las FEC y con complementos adicionales como las antenas inteligentes AAS, codificación de tiempo espacio STC Y sistemas MIMO, múltiples entradas, múltiples salidas.

Es una desventaja el tener una antena que cubra toda una celda, de ahí que se utilizan antenas sectorizadas las cuales reducen la interferencia, incrementan la relación señal a ruido y la complejidad de implementación en la radio base es aceptable. Una fase más compleja se encuentra con la técnica conocida como beamforming, la cual utiliza antenas inteligentes para explotar la diversidad espacial con el enfoque en SDMA.

Para el enlace de bajada la estación base utiliza varias antenas para enviar múltiples señales a los usuarios con pequeñas variaciones de fase y amplitud, determinadas por las condiciones del canal y las variables del ambiente de ese instante de tiempo. En el proceso del enlace de subida las múltiples versiones de la señal son recibidas y combinadas por la estación base para dar con la señal de

más potencia. Cada nuevo haz es formado en un tiempo de 5 milisegundos, trama de un sistema basado en 802.16e.

Las estaciones base HiperMax pueden ser beneficiadas con el empleo de antenas inteligentes, diversidad de transmisión, recepción multicanal y con SDMA, ya que estas estaciones cuentan con una plataforma que la soporta.

Las estaciones antes mencionadas operan en grandes redes, tráfico, con un sistema altamente escalable y redundante. Su configuración puede ser hecha para brindar aplicaciones tradicionales con TDM u optimizadas con aplicaciones VoIP.

En redes implementadas<sup>17</sup>, los beamformer presentan más de 18 dB de aumento en potencia entregada en más del 92% de todos los lugares en los que se hizo las pruebas, con un promedio de ganancia de 21 dB. La ganancia alcanzada puede ser utilizada para ofrecer:

- Velocidades de datos más altas, asumiendo el mismo tamaño de área de cobertura celular.
- Prestar servicios en zonas más amplias.
- Transmitir a través de gruesos muros.

En los enlaces de subida el promedio de ganancia es de 12 dB, siendo ésta muy importante ya que permite ofrecer, con el mismo nivel de potencia, velocidades de transmisiones más altas. Los terminales móviles también se benefician, puesto que, pueden transmitir con menor potencia, haciendo a los dispositivos más pequeños, livianos y de menor costo.

---

<sup>17</sup> Ejemplo y datos tomados de Naviti Networks.

Al partir de la premisa que dos usuarios separados lo suficiente pueden transmitir en la misma frecuencia y al mismo tiempo, pero el camino de retorno debe ser diferente; un sistema MIMO puede separar las dos señales, duplicando la capacidad. Al aplicar el sistema de múltiples entradas múltiples salidas en SDMA, el sistema puede usar la misma subportadora o mismo canal, más de una vez en uplink.

Debido a que la técnica SDMA necesita de una interferencia reducida, se requiere que de al menos 5 dB de aislamiento para alcanzar una correcta separación entre las múltiples señales del canal de subida. En fines prácticos la separación es de 9 dB.

Con el empleo de 2 antenas se logra un aislamiento de 3 dB con lo que el sistema SDMA tenderá al caos, es por eso se propone<sup>18</sup> el empleo de ocho elementos en el arreglo de sensores para alcanzar al menos 9 dB de separación en el canal de subida.

### **5.5.2 Sistema de antenas inteligentes para OFDMA en 802.16e**

Este estándar de la IEEE brinda especificaciones opcionales para sistemas de antenas inteligentes, manteniendo la compatibilidad entre los usuarios con este sistema de antenas y los usuarios tradicionales tanto en sistemas TDD como FDD.

Una de las dificultades más grandes que afronta el sistema es cuando un nuevo suscriptor ingresa a la red por primera vez, ya que la estación base no lo reconoce ni a él ni a su ubicación y por ende el haz directivo no llega a la localización.

---

<sup>18</sup> Datos tomados de Naviti Networks.

La BS debe transmitir hacia el usuario, pero previamente éste debe estar sincronizado para establecer la conexión con el canal ascendente y para ello es necesario que adquiera los parámetros de uplink de los mensajes de broadcast<sup>19</sup>.

La trama de las antenas inteligentes empieza con un preámbulo, seguido de los mensajes de broadcast que dan información acerca de la sincronización y posibles variaciones de los slots de contención.

La información es transmitida en todas las direcciones y por tal motivo los datos no pueden llegar a los límites de la celda, pero los esquemas de modulación y la codificación de redundancia hace posible que sea detectable para los móviles.

La ganancia de procesamiento en el preámbulo ayuda a la sincronización a pesar que el haz no apunte hacia el nuevo terminal. En este momento el usuario es capaz de detectar y codificar los mensajes con lo que podrá adquirir su información correctamente.

En un supuesto en el que todavía el nuevo usuario no se encuentre sincronizado, éste no podrá decodificar los mensajes, debiendo utilizar los slots de contención del sistema de antenas inteligentes para que la estación base se de cuenta de su presencia. El MSS deberá utilizar todos los slots de contención disponibles para que le permitan a la BS adaptarlo. Luego de este procedimiento el móvil esperará por los mensajes DL-MAP y DCD enviados por la base para continuar con el ingreso de la red.

---

<sup>19</sup> DL-MAP, DCD, UL-MAP y UCD

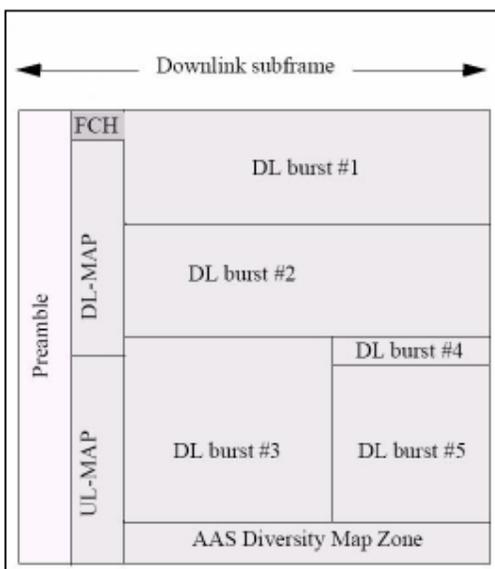


Figura 5.4. Estructura de la trama de un sistema de antenas inteligentes para downlink

Opcionalmente la estación base puede transmitir un prefijo de trama para el enlace de bajada del sistema denominado AAS DLFP, el cual contiene información como el DL-MAP necesario para obtener parámetros de downlink e información de uplink.

Dentro de un mapa de zona de diversidad de ASS, varios haces pueden ser usados dentro de esta zona. Los AAS DLFPs no necesitan transportar la misma información. La única condición del sistema es que tanto el preámbulo del enlace de bajada como los AAS DLFPs deben ser transmitidos en el mismo haz.

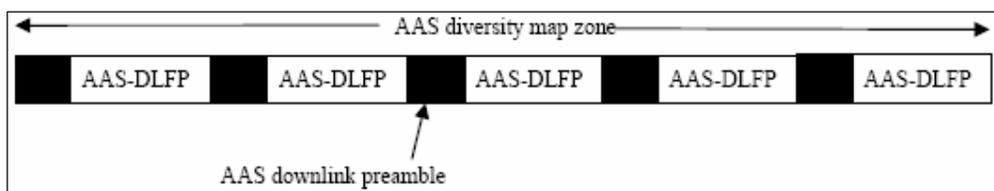


Figura 5.5. Mapa de zona de diversidad de ASS<sup>20</sup>

<sup>20</sup>M SHAKELL, Baig, Signal Processing Requirements for WiMAX (802.16e) Base Station, Chalmers University of Technology, Göteborg Sweden 2005

Una solicitud se pierde cuando el arreglo de antenas no puede dirigir su haz hacia el suscriptor, de modo que, un usuario nuevo no está en condiciones de solicitar un ancho de banda con el mecanismo habitual de contención.

Un usuario de un sistema de antenas inteligentes está dirigido por la BS como si se usara o no asignaciones de multidifusión para el requiriendo de ancho de banda. Si la respuesta es positiva, la estación base puede cambiar su dirección dinámicamente hacia el terminal y esperar por la petición del ancho de banda, caso contrario la BS necesita encuestar al móvil a fin de conocer periódicamente sus necesidades de ancho de banda.

## **5.6 ALGORITMO PARA EL BEAMFORMING MULTIFUENTE Y SEGUIMIENTO MULTITRAYECTO<sup>21</sup>**

### **5.6.1 Introducción**

Dos estructuras de beamforming se proponen. El primer beamformer es adaptativo y óptimo para fuentes no correlacionadas y ruido correlacionado. El segundo es convencional y óptimo para fuentes correlacionadas y ruido blanco no correlacionado.

Se propone un Beamformer robusto adaptativo basado en el algoritmo del subespacio LMS para el seguimiento de una sola fuente permitiendo que el vector director de un beamformer clásico sea adaptado al tiempo en el array manifold.

Este algoritmo prueba ser lo suficientemente robusto para errores de localización fuertes sin necesidad de introducir pérdidas de SNR y para tener seguimiento eficiente cuando están en presencia de fuentes móviles, para hacer esto se asume que el número de puntos deseados y su localización están inicializadas por una técnica de localización aproximada y simplemente dada por errores.

---

<sup>21</sup> Algoritmo propuesto en: Sofiène Affes, Saced Gazor y Yves Grenier, An algorithm for Multisource Beamforming and Multitarget tracking, IEEE transaction on signal processing, vol 44, No 6. June 1996.

Otra clase de técnicas adaptativas se proponen con algoritmos basados en los procedimientos de seguimiento basados en el subespacio. Por tanto con  $m$  sensores, el método de seguimiento del subespacio requiere por lo menos  $mp$  operaciones por cada actualización donde  $p$  es el número de todas las fuentes presentes sin la búsqueda del parámetro de localización, y al igual que la mayoría de las técnicas no requiere conocer la matriz de covarianza del ruido ni el número de todas las fuentes presentes.

### 5.6.2 Formulación Matemática

Consideramos el siguiente modelo de señales recibidas por un arreglo lineal:

$$X_t = G_t S_t + N_t \quad \text{Ecuación 5.2}$$

$$G_t = [F(\kappa_{1,t}), \dots, F(\kappa_{p,t})] \quad \text{Ecuación 5.3}$$

Donde  $X_t$  es el vector de observación  $m$  dimensional,  $S_t = [s_{1,t}, \dots, s_{p,t}]^T$  es el vector de  $p$  señales de banda angosta deseadas,  $N_t$  es el vector de ruido aditivo y  $G_t$  es la función de transferencia entre  $S_t$  y el arreglo de antenas de  $m$  sensores.  $F$  es una función de modelamiento paramétrico que determina la propagación de la ley y  $\theta_t = [\kappa_{1,t}, \dots, \kappa_{p,t}]^T$  es la ubicación del parámetro de interés.  $\kappa_{i,t}$  representa el DOA.  $t$  representa en el tiempo.

### 5.6.3 Algoritmo Propuesto

El propósito es corregir el número estimado de ondas y adaptar en el tiempo a los beamformers a la nueva dirección.

### 5.6.4 Beamforming Multifuente

El beamformer adaptativo propuesto puede detectar la fuente deseada y adaptativamente cancelar los jammers presentes, cuando existe la presencia de de interferencias de fuentes no coherentes y de ruido espacial correlacionado. La idea es adaptar en el tiempo el vector director con una proyección separada de cada vector en el array manifold.

A pesar de que las fuentes no localizadas no se cancelan, el rendimiento permanece invariable asumiendo que esas fuentes son ruido blanco.

En la iteración  $t$ , suponemos que  $\hat{G}_{t-1}$  es la estimación de  $G_{t-1}$  está disponible a partir de la iteración anterior o inicializado por  $\hat{G}_0 = F(\hat{\theta}_0)$ .  $G$  varía lentamente en el tiempo, por tanto es posible estimar  $S_t$  con la matriz del vector director  $G_t$  aproximado por  $\hat{G}_{t-1}$  en el tiempo  $t$ .

*Beamformer Adaptativo con la estructura GSC:* Para la estimación de  $S_{i,t}$  con  $\hat{G}_{i,t-1}$  como el vector director, beamformers adaptativos se puede utilizar para cancelar las otras fuentes emitidas con óptima reducción del ruido blanco. Por cada fuente deseada, se considera un beamformer adaptativo con la estructura GSC basado en el algoritmo LMS.

*Beamforming Convencional:* El beamformer convencional está definido por

$$S_i = \hat{W}_i^H X_i = \left( \hat{G}_{t-1}^H \hat{G}_{t-1} \right)^{-1} \hat{G}_{t-1}^H X_i \quad \text{Ecuación 5.4}$$

Este método es óptim para minimizar la distorsión de la salida en la presencia de fuentes localizadas y ruido blanco espacial.  $W_t$  denota la matriz de beamforming  $m \times p$ .

Al contrario de los beamformers adaptativos muestra un mejor rendimiento que los beamformers GSC en la presencia de objetivos móviles, pero no es óptimo para la reducción de ruido blanco.

Cuando SNR es alto una modificación en la fórmula del beamformer convencional se debe introducir para reducir la complejidad a  $m(p+1)$  a expensa de tener una pérdida de SNR en la salida

$$S_t = \hat{G}_{t-1}^H \Omega X_t \quad \text{Ecuación 5.5}$$

Donde  $\Omega$  es la diagonal de la matriz representando una ventana de pesos.

Este no puede reducir la interferencia de jammers en el arreglo del lóbulo principal.

### 5.6.5 Identificación del Canal

El resultado de la estimación de  $S_t$  obtenida por uno de los métodos descritos es  $\hat{S}_t$ , se lo puede utilizar en el procedimiento del tipo LMS para el seguimiento y la identificación de la matriz del vector director por

$$\tilde{G}_t = \hat{G}_{t-1} + \left( X_t - \hat{G}_{t-1} \hat{S}_t \right) \left( \mu \hat{S}_t \right)^H \quad \text{Ecuación 5.6}$$

Donde  $\tilde{G}_t = [\tilde{G}_{1,t} \dots \tilde{G}_{p,t}]$  y  $\tilde{G}_{i,t}$  no pertenece al array manifold por tanto se les conocerá como  $\hat{G}_t$ . El tamaño de los pasos  $\mu$  es un escalar pero puede ser en general la matriz diagonal para regularizar las constantes del tiempo de las fuentes separadamente. Esta ecuación combinada con el Beamformer multifuente representa el algoritmo de seguimiento del subespacio de la señal. Esto puede representar como el resultado del procedimiento LMS obtenido por la minimización de la energía de las señales observadas después de la proyección en el subespacio del ruido ortogonal a  $\hat{G}_{t-1}$

### 5.6.6 Estimación del DOA y Seguimiento de la Fuente

El estimador de  $\tilde{G}_{i,t}$  de  $G_{i,t}$  puede ser mejorado ajustando el DOA con respecto a la proyección sobre el array manifold, hecho separadamente por cada fuente. El parámetro iésimo de localización  $\hat{k}_{i,t}$ , es actualizada por  $1 \leq i \leq p$ :

$$\hat{k}_{i,t} = \hat{k}_{i,t-1} - \frac{\sum_{q=1}^m x_q \operatorname{Im} \left\{ \log \left( \hat{G}_{q,i,t} e^{jx_q \hat{k}_{i,t-1}} \right) \right\}}{\sum_{q=1}^m x_q^2} \quad \text{Ecuación 5.7}$$

Donde  $\hat{G}_{q,i,t}$  es el q ésimo componente de la pésima columna del vector  $\tilde{G}_{i,t}$  de la matriz  $\tilde{G}_t$  en el tiempo t en donde Im denota la parte imaginaria. Por ultimo se reconstruye la matriz del vector director:

$$\hat{G}_t = \Delta \left[ F(\hat{\kappa}_{1,t}), \dots, F(\hat{\kappa}_{p,t}) \right] \quad \text{Ecuación 5.8}$$

### 5.6.7 Estimación de la velocidad y Seguimiento de Objetivos cruzados

Esta sección se presenta un paso adicional para mejorar el algoritmo sin importar la localización de los parámetros. Este paso es basado en la predicción de los parámetros, como se ve en la figura 5.6.

Al predecir los ángulos la estimación de la velocidad de los objetivos mejora el rendimiento del algoritmo.

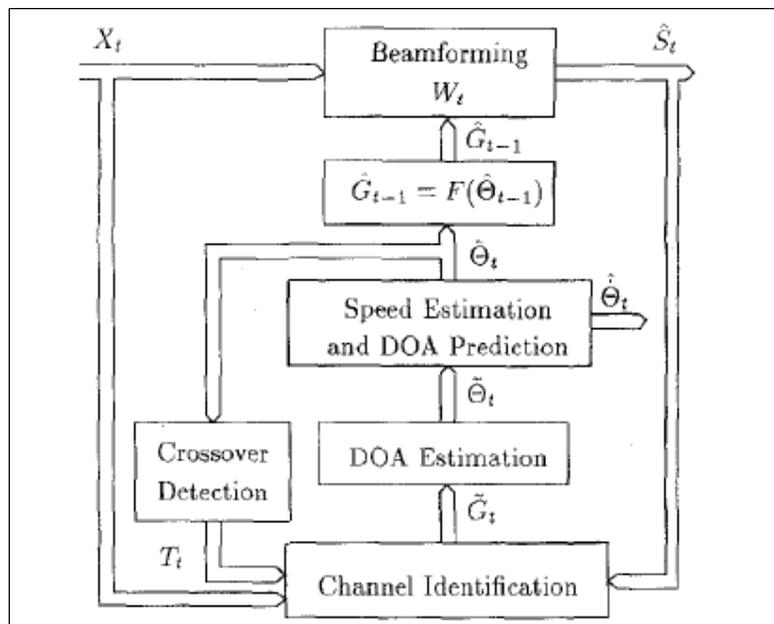


Figura 5.6. Diagrama de bloque del Algoritmo para el beamforming multifuente y seguimiento multitrayecto<sup>22</sup>

## 5.7 Celdas basadas en SDMA

Para dar cobertura a una gran extensión de terreno con un número grande de usuarios, el área se divide en varias celdas celulares. Esto permite que la misma

<sup>22</sup> Sofiène Affes, Saced Gazor y Yves Grenier, An algorithm for Multisource Beamforming and Multitarget tracking, IEEE transaction on signal processing, vol 44, No 6. June 1996.

frecuencia de portadora se reutilizada en diferentes celdas. Esta es una manera poco ortodoxa de SDMA.

Las señales que son transmitidas en la misma portadora pero en diferentes celdas, son separadas por una distancia espacial para reducir el nivel de interferencia de co-canal. Dentro de un sistema de frecuencias, el término capacidad de radio es empleado en la densidad de tráfico. De este modo la capacidad queda definida como:

$$C_r = \frac{M}{K.S} \quad \text{Ecuación 5.9}$$

Donde M es el número de canales de frecuencias, S es el número de sectores de la celda y K es el factor de re-uso que puede ser expresado por:

$$K = \frac{1}{3} \left( \frac{D}{R} \right)^2 \quad \text{Ecuación 5.10}$$

Donde D es la distancia entre dos celdas y R es el radio de la celda. Cuando existe el caso en el que S=1 y K=7 la capacidad de radio es  $C_r=M/7$ , el cual es independiente del número total de las celdas del sistema.

Se puede plantear dos diferentes formas de un sistema celular: siete celdas con tres sectores de  $120^\circ$  (K=7, S=3) y cuatro celdas con seis sectores de  $60^\circ$  (K=4, S=6). En estos sistemas cada sector tiene un conjunto único de canales designados. La capacidad de radio y la relación señal interferencia para el sector de  $120^\circ$  esta dado por:

$$C_r = \frac{M}{K.S} = \frac{M}{21} \quad \text{Canales/sector} \quad \text{Ecuación 5.11}$$

$$SIR = 24,5 \text{ dB} \quad \text{Ecuación 5.12}$$

Para el sistema donde el sector es de 60°, se tiene

$$C_r = \frac{M}{K.S} = \frac{M}{24} \quad \text{Canales/sector} \quad \text{Ecuación 5.13}$$

$$SIR = 26 \text{ dB} \quad \text{Ecuación 5.14}$$

En base a esto se elabora la Tabla 5.1 en donde la capacidad y la relación señal interferencia esta dado para varios sistemas. Se puede ver que las celdas sectoriales con handoffs intracelular no incrementan su capacidad de radio, pero si su relación señal interferencia.

	K	S	Capacidad	C/I
Omnicells	7	1	M/7 (Ch/cell)	18 dB
120° sectorial cells	7	3	M/21 (Ch/sector)	24.5 dB
60° sectorial cells	4	6	M/24 (Ch/sector)	26 dB
60° sectorial beams	7	6	3M/7 (Ch/cell)	20 dB (en el peor caso)
N adaptive beams	7	1	MN/7 (Ch/cell)	18 dB (en el peor caso)

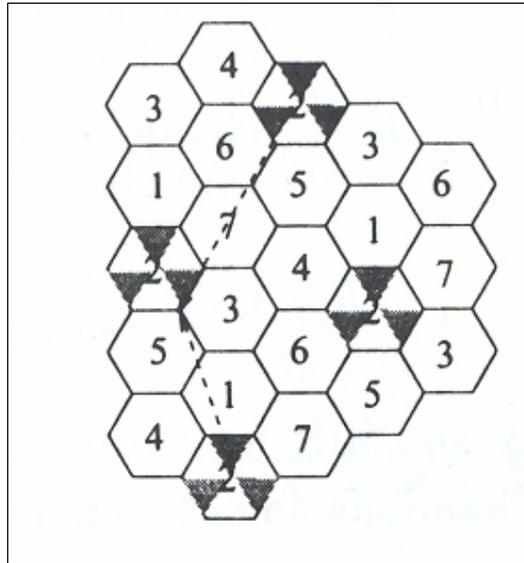
**Tabla 5.1. Capacidad en SDMA<sup>23</sup>**

Como se muestra en la figura 5.7, cuando se usa antenas direccionales, la capacidad del sistema que las emplea se incrementa. Para el caso en el que se tenga un factor igual a 7, cada celda tendrá un set de canales de frecuencias de M/K. Se puede usar seis antenas direccionales para cubrir los 360° dentro de la celda y dividir el conjunto de canales de frecuencia que son asignadas a la celda en dos subgrupos los cuales alternan de un sector a otro. Con esto existen tres sectores usando cada subgrupo en la celda; su capacidad de radio esta dada por:

<sup>23</sup> John Litva y Titus Kwok-Yeung Lo, Digital Beamforming in Wireless Communications, 1996 Artech House INC, 685 Conton Street, Norwood, MA 02062.

$$C_r = \frac{3M}{7.6} = \frac{M}{14} \text{ Canales/Sector} \quad \text{Ecuación 5.15}$$

Es decir de tiene  $3M/7$  canales/celda, lo que nos da un incremento de tres veces la capacidad de una celda. Con lo que respecta al SIR, existen solo dos interferencias para cada sector, teniendo en el peor caso un valor de 20dB.



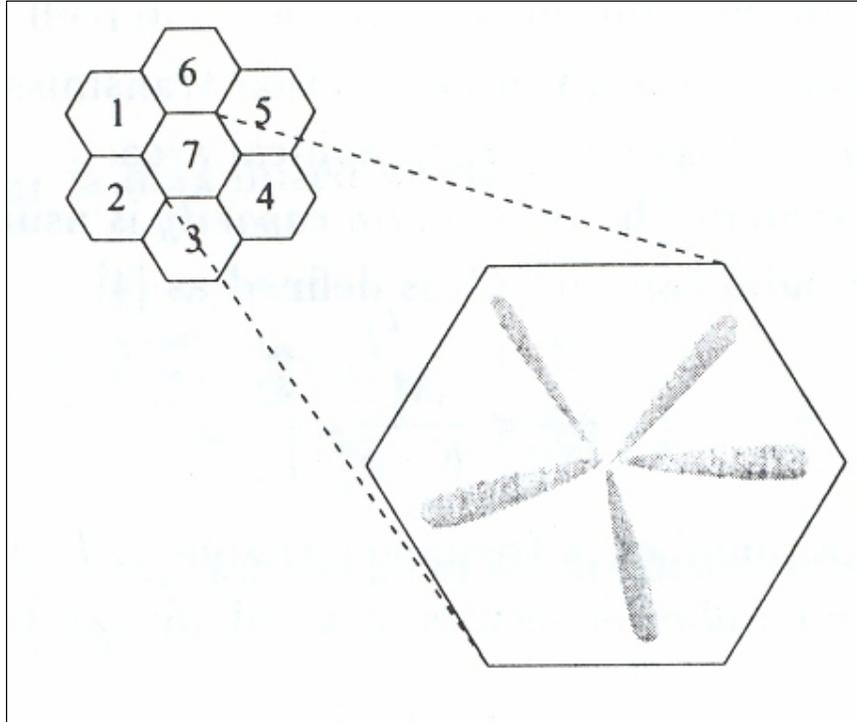
**Figura 5.7. Sistema de siete celadas con haces sectoriales**

Para emplear el recurso del re-uso de frecuencias es necesario poseer un cierto nivel de separación espacial para que la relación portadora a interferencia sea aceptable. Un beamforming adaptativo opera con la separación espacial al apuntar un haz hacia el usuario móvil deseado y anulando a los demás. Si la misma frecuencia o el mismo slot de tiempo puede ser usado por N usuarios en una celda, la capacidad puede ser expresada por:

$$C_r = \frac{NM}{7} \text{ canales/celda} \quad \text{Ecuación 5.16}$$

En la figura 5.8 se puede ver que el sistema incrementa su capacidad en N veces y en el peor caso la SIR es igual al de una celda tradicional es decir 18 dB.

En una situación común, la probabilidad para un usuario de ser interferido por seis haces es mucho menor que la unidad y el control de potencia es usado para los haces.



**Figura 5.8. Beamforming adaptativo para SDMA**

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Dentro del sistema SDMA se puede cancelar las interferencias dentro de la misma celda y utiliza la diversidad de antenas para reducir el desvanecimiento de la señal.
- Se recomienda aplicar la técnica SDMA ya que apunta a encontrar nuevas soluciones para incrementar la capacidad de los sistemas celulares debido al continuo aumento de usuarios y de la limitada disponibilidad del espectro de frecuencias.
- Cada antena revive una señal separada y definida, este es el principio básico de funcionamiento de las antenas inteligentes. Dependiendo como está configurado el sistema, el receptor puede usar una señal para mejorar la calidad de otra señal o podría combinar los datos de señales múltiples para ampliar el ancho de banda.
- La ventaja de concentrar la potencia en un haz principal es que interferencia a otros usuarios se puede reducir debido al alto grado de libertad del beamforming.
- En receptores que operan con usuarios en movimiento la utilización de un a solución determinística limita la capacidad del sistema de rastrear los móviles con un diagrama de radiación. Esta limitación puede ser minimizada por medio del empleo de algoritmos estocásticos que realizan la adaptación del arreglo a través de estimaciones y actualización de pesos, buscando converger sus salidas a una solución óptima.
- Para resolverse los frentes de onda planas en sistemas bidimensionales, solo es necesario una variable, pero falla totalmente al estimar la dirección del usuario cuando los emisores están próximos al arreglo, es decir, en

este caso los frentes de onda deberían ser considerados circulares debido a la proximidad que tendría la fuente emisora de la señal con el arreglo de sensores.

- En los frentes de onda circulares se puede detectar el usuario con solo encontrar la dirección de la señal. Esto puede hacerse utilizando dos elementos del arreglo y hacer dos búsquedas unidimensionales para cada par, sin embargo el sistema requiere un alto costo computacional debido a la tenencia de dos variables independientes.
- Cuando se disminuye el tamaño de las celdas, para lograr una mejor reutilización del espectro de frecuencias, el sistema se ve afectado, ya que la densidad de tráfico puede salirse de los límites y así provocar un colapso de la celda. La alternativa propuesta es la diversidad espacial con el empleo de un arreglo de antenas.
- El sistema es capaz de realizar la separación espacial de los usuarios y la recuperación de las señales transmitidas, solo conociendo las secuencias de espaciamento aplicadas a la codificación de fuentes.
- Una señal se deteriora en un mayor porcentaje cuando existe interferencia de celdas vecinas, sin embargo este inconveniente puede ser compensado si los lóbulos se encuentran más cercanos.
- La diversidad espacial está directamente relacionada con el número de elementos que posee el sistema de antenas inteligentes, por este motivo a mayor número, mayor será la capacidad espacial, sin embargo por el costo computacional que requiere procesar más variables, es conveniente establecer una cantidad adecuada de sensores.
- El ancho del lóbulo en un patrón de radiación tiene influencia directa con la cantidad de sensores, teniendo un lóbulo más angosto cuando el

número de antenas es mayor, es decir cuando sucede esta condición el sistema gana en directividad.

- Los métodos MUSIC y ESPRIT tienen un desempeño óptimo en ambientes ruidosos, es decir son más tolerables a las interferencias. Sin embargo la técnica ESPRIT no puede ser utilizada para el caso en que exista más de dos señales deseadas.
- Para el caso en que el sistema reciba varias señales que sean consideradas de interés, los métodos MUSIC y Delay – Sum son los más eficientes debido a su bajo error en la detección del ángulo de arribo.



```
azdr=(pi/180)*azd;

% Construir la línea principal para formar la matriz con manifold
fi=[az_ir:(az_fr-az_ir)/(npt-1):az_fr];
for i=1:5
alfak=-((0:1:M-1)')*ones(1,npt))*2*pi*dist*i*sin(azdr);
betak=(0:1:M-1)*(2*pi*i*dist)*sin(fi);
A=exp(j*(betak+alfak));
f=sum(A);
f_abs=abs(f);
f_abs=f_abs/max(f_abs);
a(i,:)=f_abs;
end
x=[az_i:(az_f-az_i)/(npt-1):az_f];

subplot(2,1,1),plot(x,a(1,:),'g',x,a(2,:),'b',x,a(3,:),'m',x,a(4,:),'c',x,a(5,:),'r');
xlabel('Azimuth (grados)');
ylabel('Amplitud');
msg=sprintf('Diagrama de Radiación ULA con espaciamento variado (M=%d\naz=%2.2d)',M,azd);
title(msg);
grid
```

### A.1.3 FIGURAS

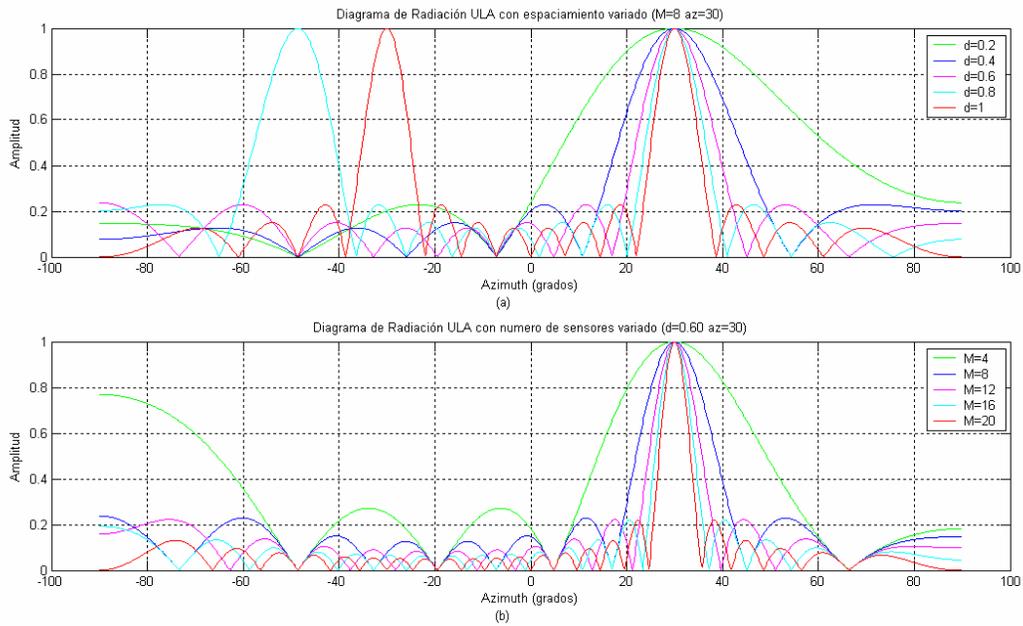


Figura A.1. Patrón de Radiación del Arreglo Lineal Uniforme para los casos: (a) espaciamento variado, (b) número de sensores variado

## A.2 ARREGLO CIRCULAR UNIFORME

### A.2.1 CONDICIONES

Condiciones	Figura A.1.(a)	Figura A.1.(b)
Número de sensor	8	Variable
Distancia	Variable	0.6
Azimuth	30	30

Tabla A.2. Condiciones para el Arreglo Circular Uniforme

## A.2.2 PROGRAMA

% Generar el diagrama de radiación para un arreglo circular

```
fprintf(2, '\n>>>>>>>>>> Diagrama de Radiación Plano de un Arreglo Circular
Uniforme <<<<<<<<<<\n');
```

```
M=input('Cantidad de sensores que desea ingresar ? ');
raio=input('Cual es el radio, en comprimentos de onda? ');
azd=input('Cual es el azimuth deseado ? ');
```

```
az_i=-180;
az_f=180;
npt=1000;
az_ir=(pi/180)*az_i;
az_fr=(pi/180)*az_f;
azdr=(pi/180)*azd;
```

% Construir la línea principal para formar la matriz con manifold

```
fi=ones(M,1)*[az_ir:(az_fr-az_ir)/(npt-1):az_fr];
auxk=([0:1:M-1])*(2*pi/M)*ones(1,npt);
alfak=(2*pi*raio)*cos(azdr-auxk);
betak=(2*pi*raio)*cos(fi-auxk);
A=exp(j*(alfak-betak));
```

```
f=sum(A);
f_abs=abs(f);
f_abs=f_abs/max(f_abs);
```

```
x=[az_i:(az_f-az_i)/(npt-1):az_f];
plot(x,f_abs);
```

```
xlabel('Azimute (grados)');
ylabel('Amplitud');
```

```

msg=sprintf('Diagrama Arreglo Circular (M=%d raio=%2.2f
az=%3.2f)',M,raio,azd);
title(msg);
grid

```

### A.2.3 FIGURAS

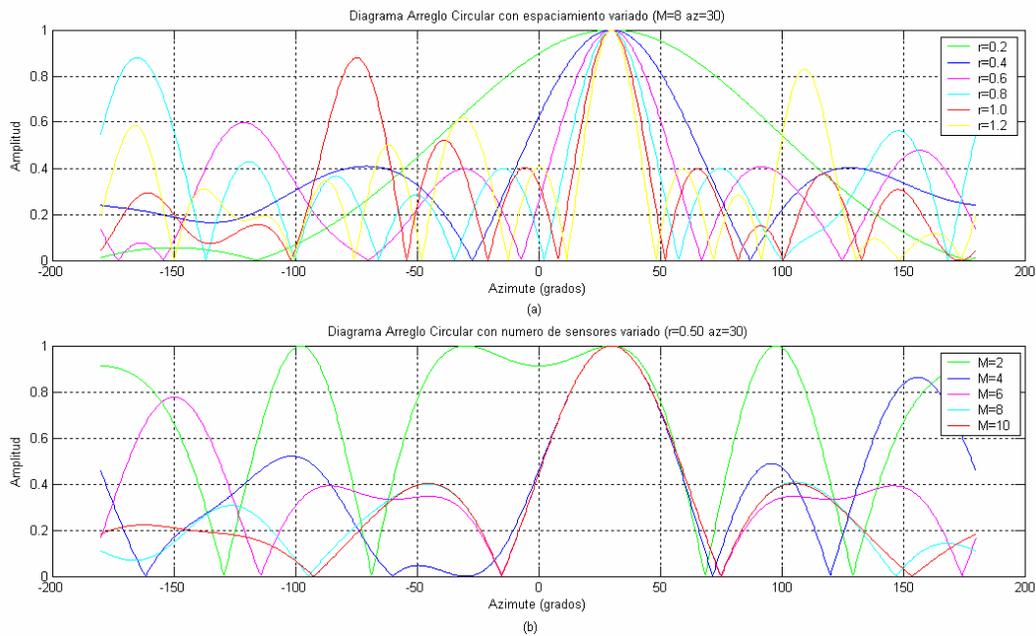


Figura A.2. Patrón de Radiación del Arreglo Circular Uniforme para los casos: (a) espaciamento variado, (b) número de sensores variado

## A.3. ARREGLO PLANAR UNIFORME

### A.3.1 CONDICIONES

Condiciones	Figura A.3.	Figura A.4.	Figura A.5.	Figura A.6.
Número de sensores	8	8	Variable	Variable
Distancia	Variable	Variable	0.6	0.6
Azimuth		30		30
Elevación	40		40	

Tabla A.3. Condiciones para el Arreglo Rectangular Uniforme

**A.3.2 PROGRAMA:**

% Diagrama de Radiación para un Arreglo Rectangular Uniforme

```
fprintf(2,\n>>>>>> Diagrama de Radiación para un Arreglo Rectangular  
Uniforme <<<<<<\n');
```

%Condiciones Iniciales

```
Mx=input('Cantidad de sensores en el eje X ');  
dx=input('Comprimiento de onda en el eje X ');  
My=input('Cantidad de sensores en el eje Y ');  
dy=input('Comprimiento de onda en el eje y ');  
fid=input('Azimute deseado ');  
tetad=input('Elevacion deseada ');
```

% Rango de ángulos de azimute y elevación

% y número de puntos para el eje X y Y

```
fi_j=-90;  
fi_f=90;  
npt_fi=200;  
teta_j=-90;  
teta_f=90;  
npt_teta=200;
```

% Rango de ángulos de azimute y elevación en radianes

```
fi_ir=(pi/180)*fi_j;  
fi_fr=(pi/180)*fi_f;  
fidr=(pi/180)*fid;  
teta_ir=(pi/180)*teta_j;  
teta_fr=(pi/180)*teta_f;  
tetadr=(pi/180)*tetad;
```

```

% Resolución de los ejes X y Y
fi=[fi_ir:(fi_fr-fi_ir)/(npt_fi-1):fi_fr];
teta=[teta_ir:(teta_fr-teta_ir)/(npt_teta-1):teta_fr];

% Se trata al eje X como un ULA independiente
% y se construye la ecuación básica
alfak=-([0:1:Mx-1])*ones(1,npt_fi)*2*pi*dx*sin(fidr);
betak=( [0:1:Mx-1] )*(2*pi*dx)*sin(fi);
A=exp(j*(betak+alfak));
f1=sum(A);

% Se trata al eje Y como un ULA independiente
% y se construye la ecuación básica
alfak=-([0:1:My-1])*ones(1,npt_teta)*2*pi*dy*sin(tetadr);
betak=( [0:1:My-1] )*(2*pi*dy)*sin(teta);
A=exp(j*(betak+alfak));
f2=sum(A);

% Se multiplican las dos funciones y se normaliza
% la función resultante

f=f1.*f2;
f_abs=abs(f);
f_abs=f_abs/max(max(f_abs));

% Grafica en tres dimensiones del ángulo de azimute y elevación

x=[fi_i:(fi_f-fi_i)/(npt_fi-1):fi_f];
y=[teta_i:(teta_f-teta_i)/(npt_teta-1):teta_f];
figure(1);
mesh(x,y,f_abs);
grid;
ylabel('Azimute (graus)');
xlabel('Elevação (graus)');

```

```
zlabel('Amplitude');  
msg=sprintf('Diagrama URA (Mx=%d dx=%2.2f My=%d dy=%2.2f Az=%2.2d  
Elev=%2.2d)',Mx,dx,My,dy,fid,tetad);
```

```
title(msg);
```

```
grid;
```

```
%Grafica del ángulo de azimute
```

```
figure(3)
```

```
plot(x,f1)
```

```
ylabel('Azimute');
```

```
xlabel('Amplitud');
```

```
msg=sprintf('Diagrama URA (Az=%2.2d )',fid);
```

```
title(msg);
```

```
grid;
```

```
%Grafica del angulo de elevacion
```

```
figure(4)
```

```
plot(y,f2)
```

```
ylabel('Elevacionn');
```

```
xlabel('Amplitud');
```

```
msg=sprintf('Diagrama URA (Elev=%2.2d)',tetad);
```

```
title(msg);
```

```
grid;
```

### A.3.3 FIGURAS

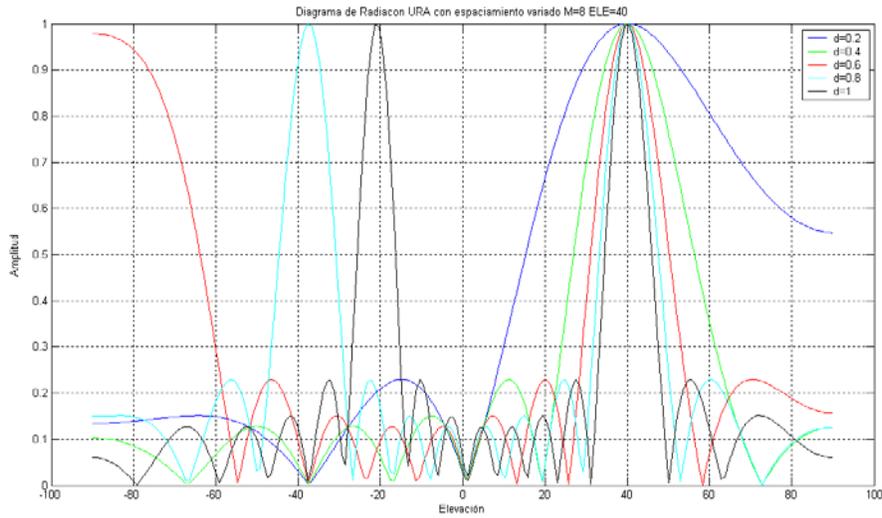


Figura A.3. Patrón de Radiación del Arreglo Planar Uniforme para el espaciamento variado con Elevación

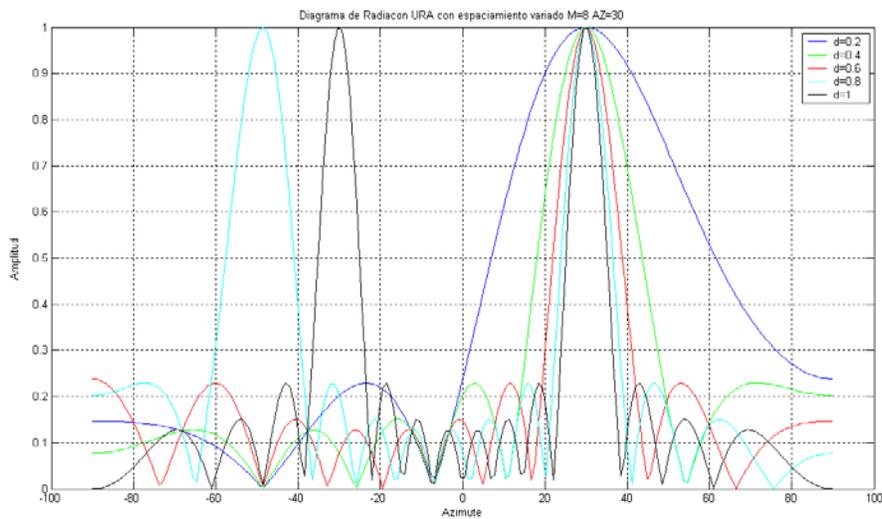
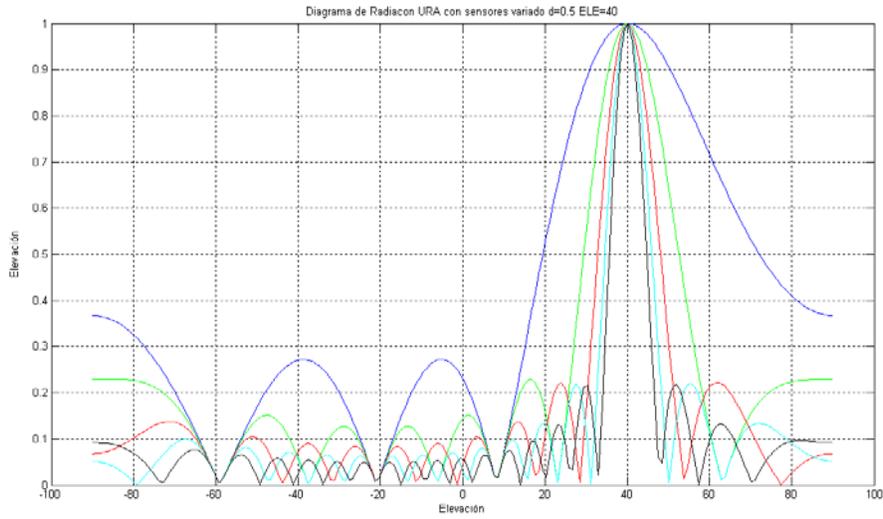
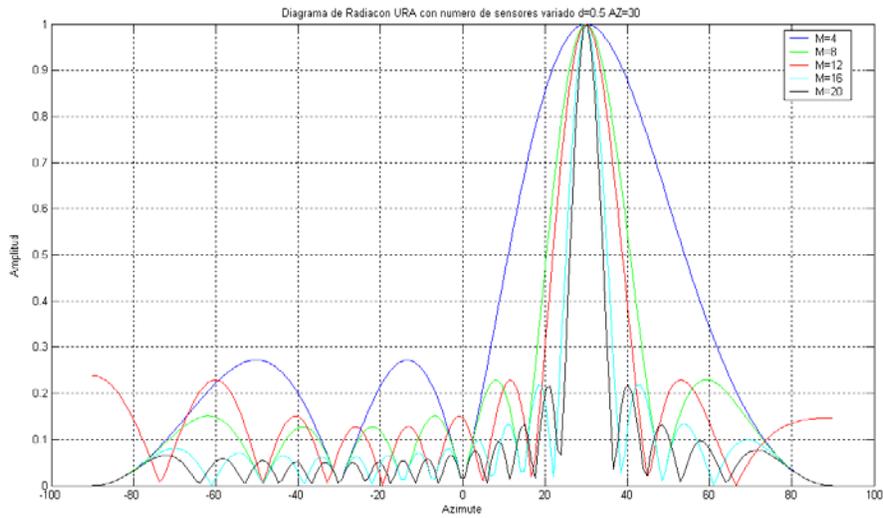


Figura A.4. Patrón de Radiación del Arreglo Planar Uniforme para el espaciamento variado con Azimuth



**Figura A.5. Patrón de Radiación del Arreglo Planar Uniforme para el número de sensores variable con Elevación**



**Figura A.6. Patrón de Radiación del Arreglo Planar Uniforme para el número de sensores variable con Azimuth**

#### **A.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Como se puede ver en la figura A.1.(a), A.2.(a), A.3(a). A.4, A.5, cuando el espaciamiento es mayor el lóbulo principal es más estrecho, más directivo, pero se distorsiona la señal, en cambio si vamos reduciendo la distancia entre los sensores el lóbulo principal se va ensanchando por tanto lo que se necesita es una distancia intermedia para tener el haz mejor representado.

Si se mantiene constante la distancia mientras el azimuth y el número de sensores es variable, y se aumenta el número de sensores el lóbulo principal se aproxima al haz que deseamos ya que este es más estrecho, lo contrario sucede si disminuimos el número de sensores, pero por cuestión costos no es posible utilizar un número de sensores mayor por tanto también se debe buscar un valor intermedio como puede ser 8 sensores, como vemos en la figura posee un lóbulo principal utilizable

## ANEXO B

Este Anexo pertenece al Capítulo 3 “Estimación de la cantidad de señales y su respectivo Ángulo de Arribo”

### B.1 METODO DE CAPON

#### B.1.1 CONDICIONES

Condiciones	Figura B.1.	Figura B.2.
Número de sensores	Variable	8
Distancia	0.5	0.5
SNR	10	Variable
DOA	30	30

Tabla B.1. Condiciones para el Método CAPON

#### B.1.2 PROGRAMA

```
%Método de CAPON
```

```
f=input('Frecuencia: ');%1000
fs=input('Frecuencia de muestreo: ');%10000
N=input('Cantidad de muestras: ');%30
A=input('Amplitud: ');%1
d=input('Distancia de antenas: ');%0.5
SNR=input('Relación Señal a Ruido: ');%10
M=input('Numero de sensores: ');%8
DOA=input('Dirección del ángulo de Arribo: ');%30

t=[0:N-1]*(1/fs);
fase=0;
```

```
az_i=-90;
az_f=90;
npt=361;
%Generar Muestras
xx=A*sin(2*pi*f*t+(pi/180)*fase);

%Vector director
azr=(pi/180)*DOA;
b=[0:1:M-1]';
fi=2*pi*d*sin(azr);
v=exp(-j*b*fi);
x=v*xx;

%Generación del ruido
vars=A*A*0.5;
varn=vars*10^(-SNR/10);
n=sqrt(varn)*randn(M,N);
x=x+n;

%Autovectores
Rxx=(x*x')/N;

%Construcción del array manifold
az_ir=(pi/180)*az_i;
az_fr=(pi/180)*az_f;
vet=2*pi*d*sin([az_ir:(az_fr-az_ir)/(npt-1):az_fr]);
base=[0:1:M-1]';
MF=exp(-j*(base*vet));

%Estimador CAPON
IRxx=inv(Rxx);
esp=1./abs(diag(MF'*IRxx*MF));
```

```
%Normalización
paso=(az_f-az_i)/(npt-1);
eje=[-90:paso:90];
[valor,onda]=max(esp);
DOA_CAPON=eje(onda);
esp=esp/valor;

%Figura
figure(1)
plot(eje,esp);
msg=sprintf('CAPON=%5.2f', DOA_CAPON)
title(msg);
grid;
```

### B.1.3 FIGURAS

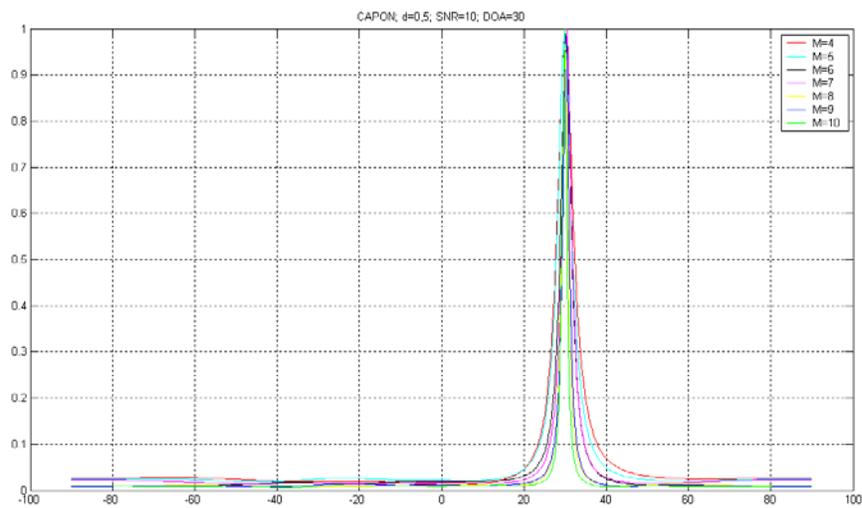
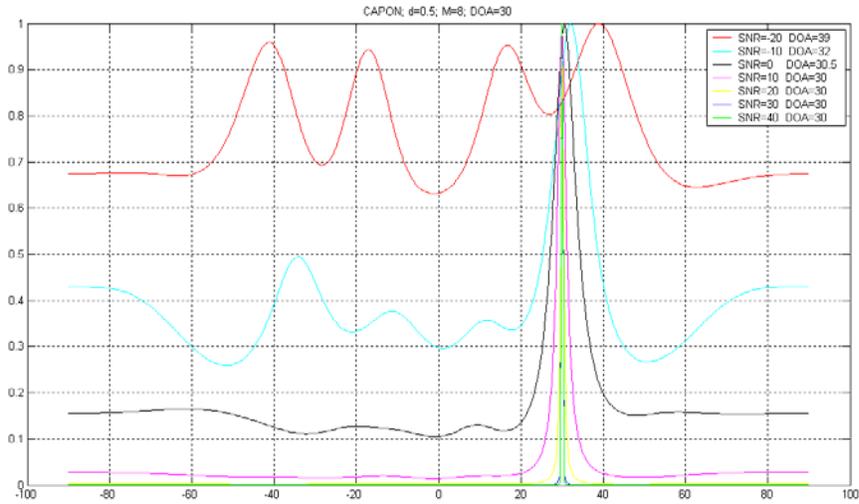
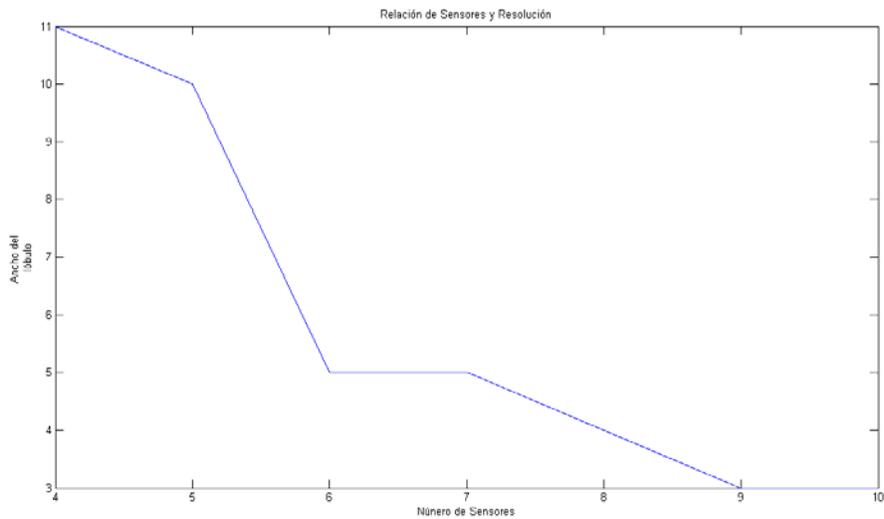


Figura B.1. Patrón de Radiación para el Método CAPON con número de sensores variable



**Figura B.2. Patrón de Radiación para el Método CAPON con relación señal a ruido variable**



**Figura B.3. Relación ancho del lóbulo versus el número de sensores**

## B.1.4 PROGRAMA PARA VARIAS SEÑALES

%Se ingresa la amplitud y El ángulo de arribo, para este ejemplo 2 señales

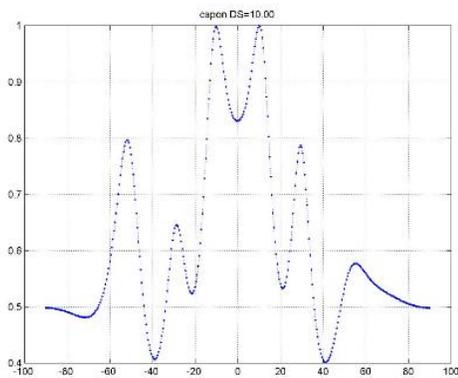
```
ADOA=[ 1.0 -50; 1.0 30];
```

```
DOA=ADOA(1,2); %referenciar com o primeiro sinal
```

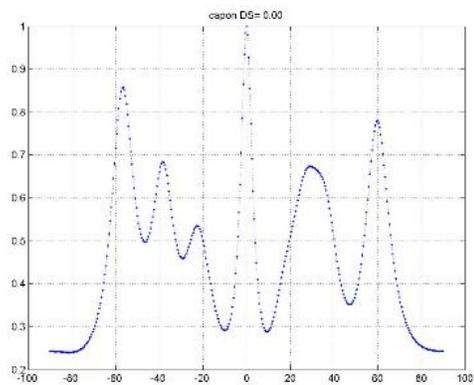
%El cambio se dio en la generación de muestras y vector director, de este modo se cambia la  
%las líneas de dicha parte por las siguientes líneas

```
[lin,col]=size(ADOA);
x=zeros(M,N);

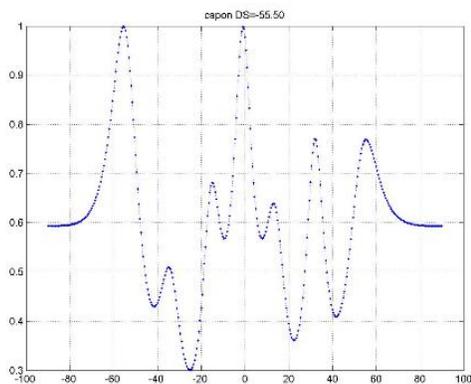
for i=1:lin
    xx=ADOA(i,1)*sin(2*pi*f*t+(pi/180)*fase);
    azr=(pi/180)*ADOA(i,2);
    b=[0:1:M-1]';
    fi=2*pi*d*sin(azr);
    v=exp(-j*b*fi);
    x=x+v*xx;
end
```



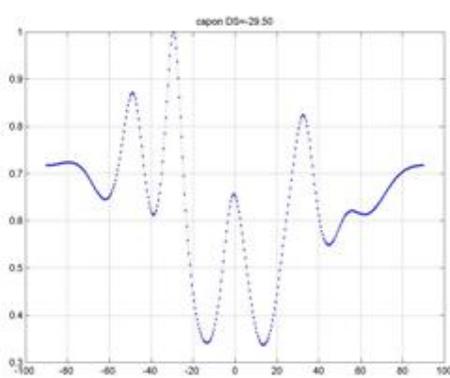
**Figura B.4. Patrón de radiación del método CAPON para dos señales**



**Figura B.6. Patrón de radiación del método CAPON para cuatro señales**



**Figura B.5. Patrón de radiación del método CAPON para tres señales**



**Figura B.7. Patrón de radiación del método CAPON para cinco señales**

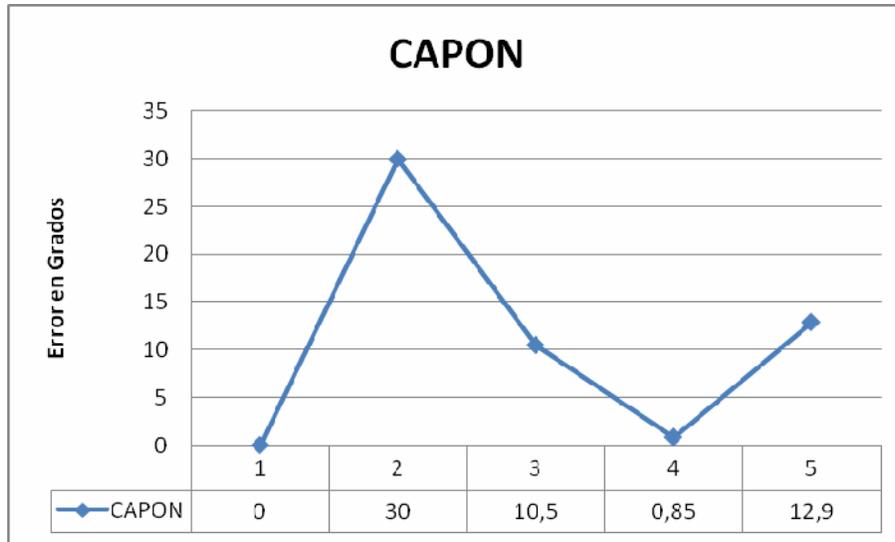


Figura B.8. Error en grados versus el número de señales para el método CAPON

## B.2 METODO MUSIC

### B.2.1 CONDICIONES

Condiciones	Figura B.8	Figura B.9
Número de sensores	Variable	8
Distancia	0.5	0.5
SNR	10	Variable
DOA	30	30

Tabla B.2. Condiciones para el Método MUSIC

### B.2.2 PROGRAMA

```
%Método MUSIC
```

```
f=input('Frecuencia: ');%1000
```

```
fs=input('Frecuencia de muestreo: ');%10000
```

```
N=input('Cantidad de muestras: ');%30
```

```
A=input('Amplitud: ');%1
```

```
d=input('Distancia de antenas: ');%0.5
SNR=input('Relación Señal a Ruido: ');%10
M=input('Numero de sensores: ');%8
DOA=input('Dirección del ángulo de Arribo: ');%30
```

```
t=[0:N-1]*(1/fs);
fase=0;
az_i=-90;
az_f=90;
npt=361;
```

```
%Generar Muestras
xx=A*sin(2*pi*f*t+(pi/180)*fase);
```

```
%Vector director
azr=(pi/180)*DOA;
b=[0:1:M-1]';
fi=2*pi*d*sin(azr);
v=exp(-j*b*fi);
x=v*xx;
```

```
%Generación del ruido
vars=A*A*0.5;
varn=vars*10^(-SNR/10);
n=sqrt(varn)*randn(M,N);
x=x+n;
```

```
%Autovectores
Rxx=(x*x')/N;
```

```
%Construcción del array manifold
az_ir=(pi/180)*az_i;
```

```
az_fr=(pi/180)*az_f;
vet=2*pi*d*sin([az_ir:(az_fr-az_ir)/(npt-1):az_fr]);
base=[0:1:M-1]';
MF=exp(-j*(base*vet));
```

```
%Estimador MUSIC
[umat,smat,vmat]=svd(Rxx);
En=vmat(:,2:M);
EEEn=En*En';
esp=1./abs(diag(MF'*EEEn*MF));
```

```
%Normalización
paso=(az_f-az_i)/(npt-1);
eje=[-90:paso:90];
[valor,onda]=max(esp);
DOA_MUSIC=eje(onda);
esp=esp/valor;
```

```
%Figura
figure(1)
plot(eje,esp);
msg=sprintf('MUSIC=%5.2f, DOA_MUSIC)
title(msg);
grid;
```

### B.2.3 FIGURAS

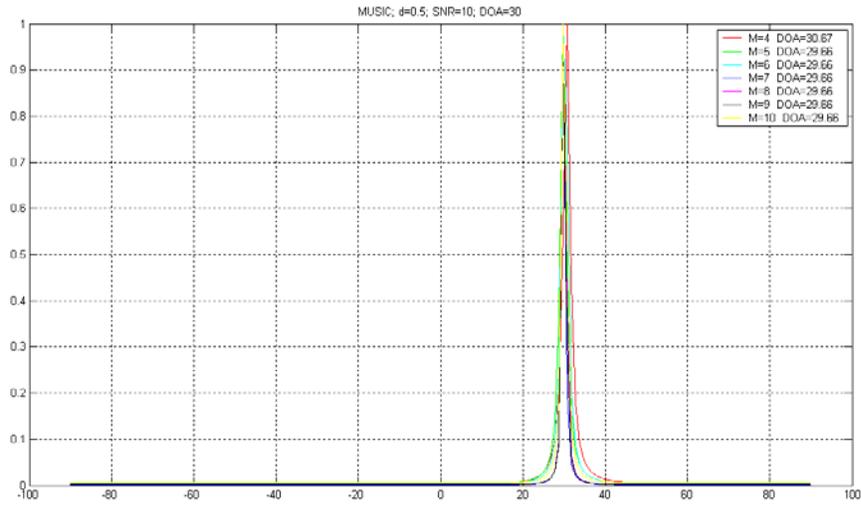


Figura B.9. Patrón de Radiación para el Método MUSIC con número de sensores variable

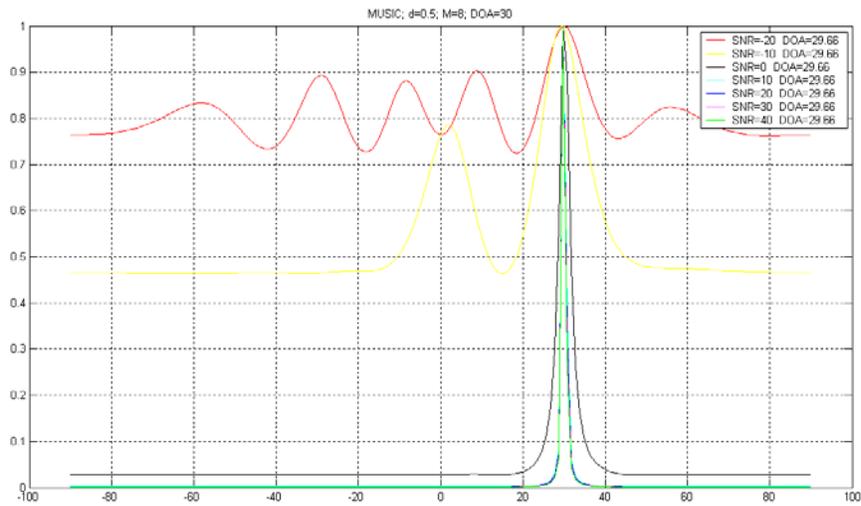
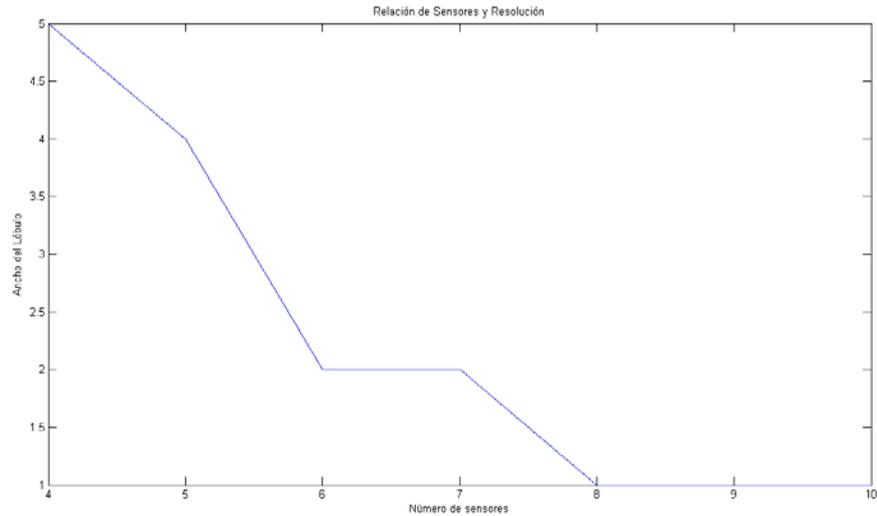


Figura B.10. Patrón de Radiación para el Método MUSIC con relación señal a ruido variable



**Figura B.11. Relación ancho del lóbulo versus el número de sensores**

## B.2.4 PROGRAMA PARA VARIAS SEÑALES

%Se ingresa la amplitud y El ángulo de arribo, para este ejemplo 2 señales

```
ADOA=[ 1.0 -50; 1.0 30];
```

```
DOA=ADOA(1,2); %referenciar com o primeiro sinal
```

%El cambio se dio en la generación de muestras y vector director, de este modo se cambia la

%las líneas de dicha parte por las siguientes líneas

```
[lin,col]=size(ADOA);
```

```
x=zeros(M,N);
```

```
for i=1:lin
```

```
    xx=ADOA(i,1)*sin(2*pi*f*t+(pi/180)*fase);
```

```
    azr=(pi/180)*ADOA(i,2);
```

```
    b=[0:1:M-1]';
```

```
    fi=2*pi*d*sin(azr);
```

```
    v=exp(-j*b*fi);
```

```
    x=x+v*xx;
```

```
end
```

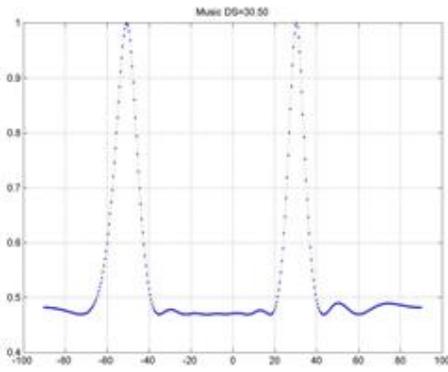


Figura B.12. Patrón de radiación del método MUSIC para dos señales

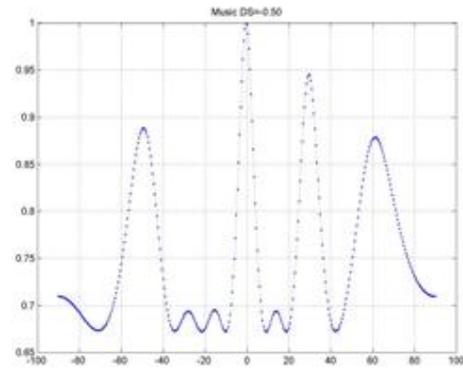


Figura B.14. Patrón de radiación del método MUSIC para cuatro señales

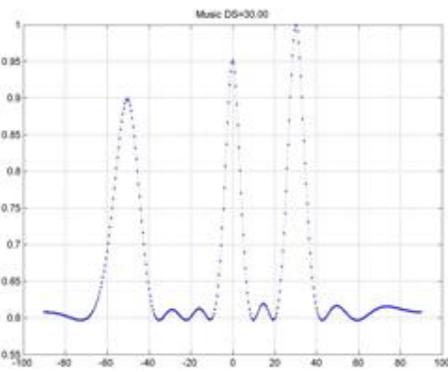


Figura B.13. Patrón de radiación del método MUSIC para tres señales

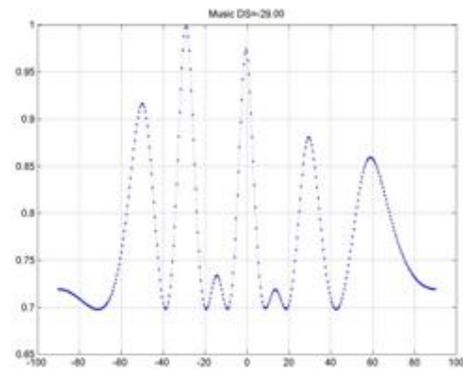


Figura B.15. Patrón de radiación del método MUSIC para cinco señales

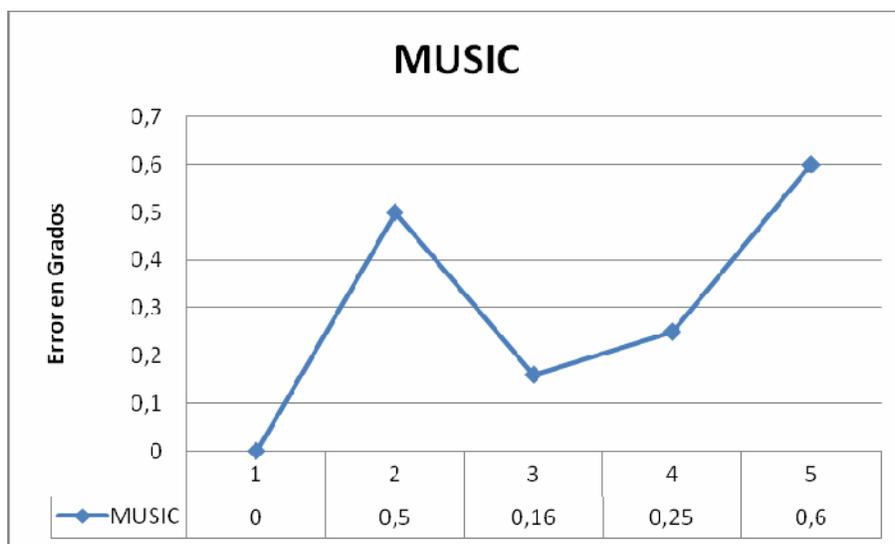


Figura B.16. Error en grados versus el número de señales para el método MUSIC

## B.3 METODO DELAY AND SUM

### B.3.1 CONDICIONES

Condiciones	Figura B.15	Figura B.16
Número de sensores	Variable	8
Distancia	0.5	0.5
SNR	10	Variable
DOA	30	30

Tabla B.3. Condiciones para el Método DELAY AND SUM

### B.3.2 PROGRAMA

```
%Método DELAY AND SUM
```

```
f=input('Frecuencia: ');%1000  
fs=input('Frecuencia de muestreo: ');%10000  
N=input('Cantidad de muestras: ');%30  
A=input('Amplitud: ');%1  
d=input('Distancia de antenas: ');%0.5  
SNR=input('Relación Señal a Ruido: ');%10  
M=input('Numero de sensores: ');%8  
DOA=input('Dirección del ángulo de Arribo: ');%30
```

```
t=[0:N-1]*(1/fs);  
fase=0;  
az_j=-90;  
az_f=90;  
npt=361;
```

```
%Generar Muestras
xx=A*sin(2*pi*f*t+(pi/180)*fase);
%Vector director
azr=(pi/180)*DOA;
b=[0:1:M-1]';
fi=2*pi*d*sin(azr);
v=exp(-j*b*fi);
x=v*xx;

%Generación del ruido
vars=A*A*0.5;
varn=vars*10^(-SNR/10);
n=sqrt(varn)*randn(M,N);
x=x+n;

%Autovectores
Rxx=(x*x')/N;

%Construcción del array manifold
az_ir=(pi/180)*az_i;
az_fr=(pi/180)*az_f;
vet=2*pi*d*sin([az_ir:(az_fr-az_ir)/(npt-1):az_fr]);
base=[0:1:M-1]';
MF=exp(-j*(base*vet));

%Estimador Delay-Sum
esp=abs(diag(MF'*Rxx*MF));

%Normalización
paso=(az_f-az_i)/(npt-1);
eje=[-90:paso:90];
[valor,onda]=max(esp);
```

```
DOA_DS=eje(onda);  
esp=esp/valor;  
%Figura  
figure(1)  
plot(eje,esp);  
msg=sprintf('DS=%5.2f', DOA_DS)  
title(msg);  
grid;
```

### B.3.3 FIGURAS

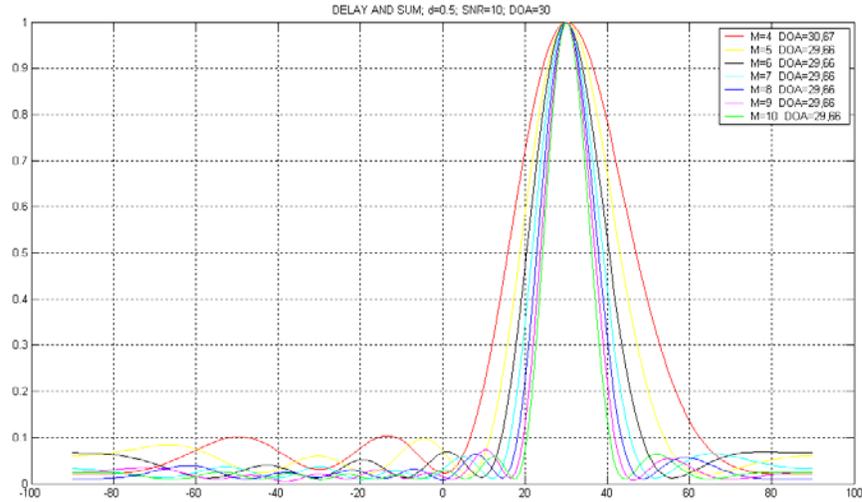
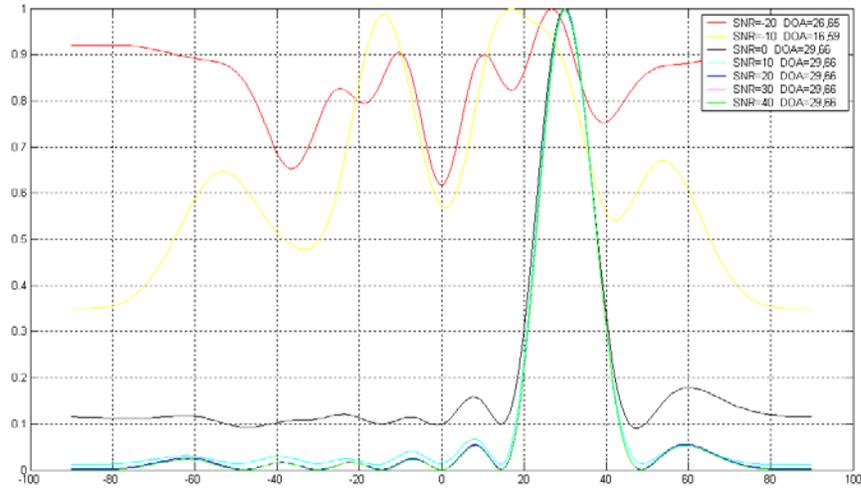
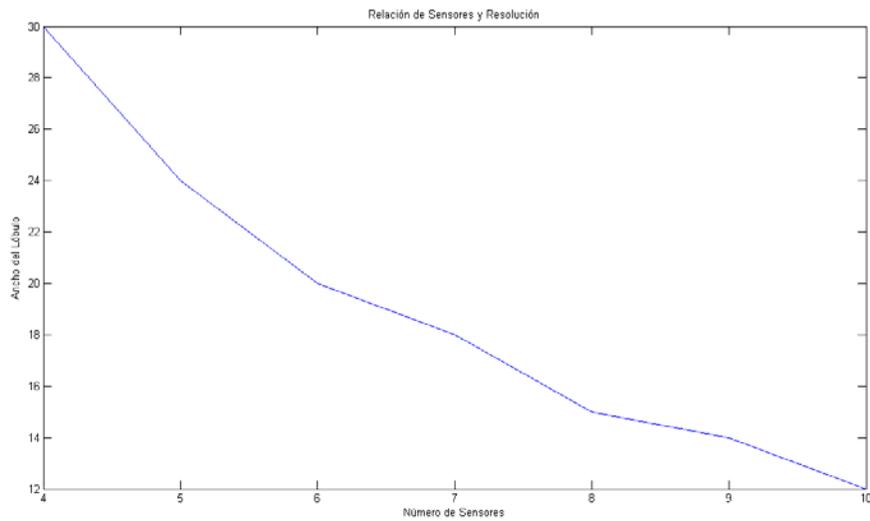


Figura B.17. Patrón de Radiación para el Método DELAY AND SUM con número de sensores variable



**Figura B.18. Patrón de Radiación para el Método DELAY AND SUM con relación señal a ruido variable**



**Figura B.19. Relación ancho del lóbulo versus el número de sensores**

### B.3.4 PROGRAMA PARA VARIAS SEÑALES

```
%Se ingresa la amplitud y El ángulo de arribo, para este ejemplo 2 señales
ADOA=[ 1.0 -50; 1.0 30];
DOA=ADOA(1,2); %referenciar com o primeiro sinal
```

%El cambio se dio en la generación de muestras y vector director, de este modo se cambia la  
%las líneas de dicha parte por las siguientes líneas

```
[lin,col]=size(ADOA);
x=zeros(M,N);

for i=1:lin
    xx=ADOA(i,1)*sin(2*pi*f*t+(pi/180)*fase);
    azr=(pi/180)*ADOA(i,2);
    b=[0:1:M-1]';
    fi=2*pi*d*sin(azr);
    v=exp(-j*b*fi);
    x=x+v*xx;
end
```

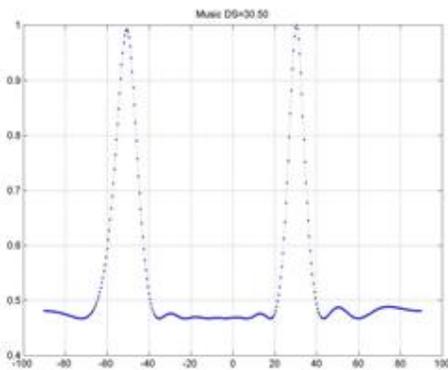


Figura B.20. Patrón de radiación del método DS para dos señales

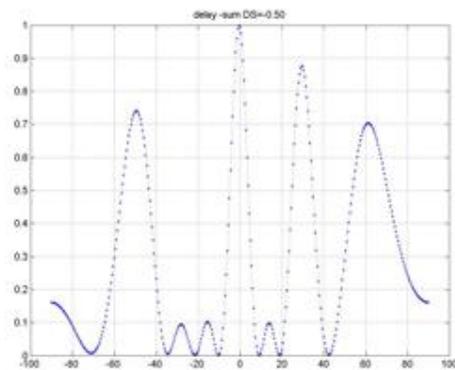


Figura B.22. Patrón de radiación del método DS para cuatro señales

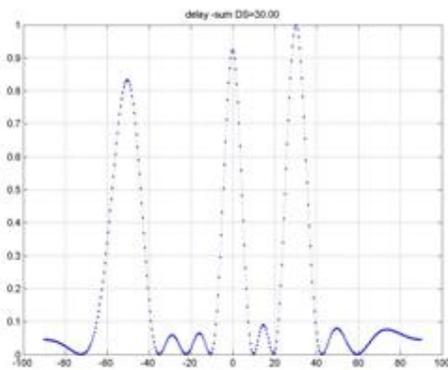


Figura B.21. Patrón de radiación del método DS para tres señales

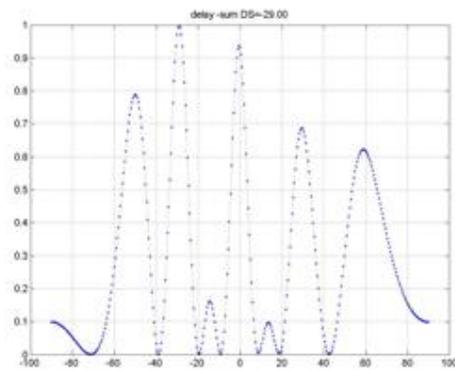


Figura B.23. Patrón de radiación del método DS para cinco señales

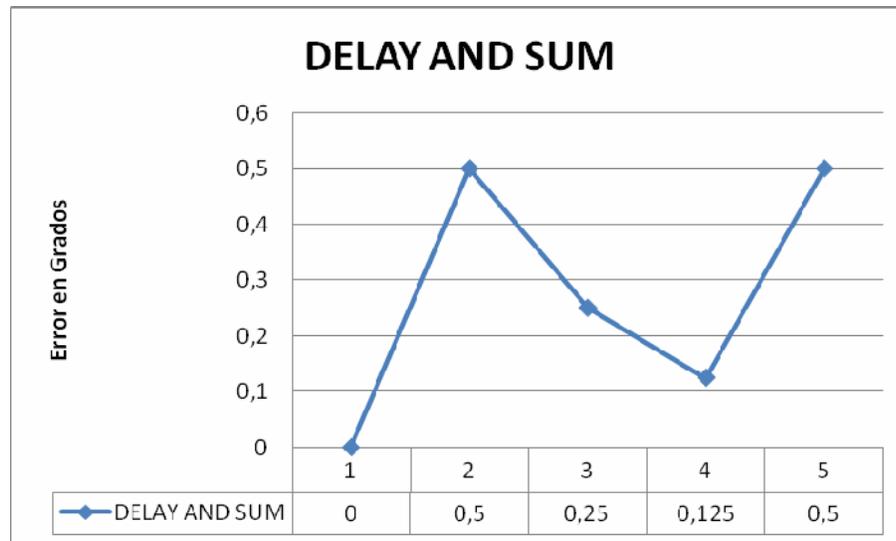


Figura B.24. Error en grados versus el número de señales para el método DELAY AND SUM

## B.4 METODO ESPRIT

### B.4.1 CONDICIONES

Condiciones	Tabla B.5.	Tabla B.6
Número de sensores	Variable	8
Distancia	0.5	0.5
SNR	10	Variable
DOA	30	30

Tabla B.4. Condiciones para el Método ESPRIT

### B.4.2 PROGRAMA

```
%Método ESPRIT
```

```
f=input('Frecuencia: ');%1000
```

```
fs=input('Frecuencia de muestreo: ');%10000
```

```
N=input('Cantidad de muestras: ');%30
```

```
A=input('Amplitud: ');%1
```

```
d=input('Distancia de antenas: ');%0.5
```

```
SNR=input('Relación Señal a Ruido: ');%10
M=input('Numero de sensores: ');%8
DOA=input('Dirección del ángulo de Arribo: ');%30
```

```
t=[0:N-1]*(1/fs);
fase=0;
az_j=-90;
az_f=90;
npt=361;
```

```
%Generar Muestras
xx=A*sin(2*pi*f*t+(pi/180)*fase);
```

```
%Vector director
azr=(pi/180)*DOA;
b=[0:1:M-1]';
fi=2*pi*d*sin(azr);
v=exp(-j*b*fi);
x=v*xx;
```

```
%Generación del ruido
vars=A*A*0.5;
varn=vars*10^(-SNR/10);
n=sqrt(varn)*randn(M,N);
x=x+n;
```

```
%Autovectores
Rxx=(x*x')/N;
```

```
%Construcción del array manifold
az_ir=(pi/180)*az_j;
az_fr=(pi/180)*az_f;
```

```

vet=2*pi*d*sin([az_ir:(az_fr-az_ir)/(npt-1):az_fr]);
base=[0:1:M-1]';
MF=exp(-j*(base*vet));

```

```

%Método ESPRIT
Rxx=(x*x')/npt;
[umat,smat,vmat]=svd(Rxx);
nsource=1;
delta=1;
K=M-delta;
ind1=1:K;
ind2=ind1+delta;
uxx=umat(ind1,1:nsource);
vyy=umat(ind2,1:nsource);
dvec=eig((uxx')*vyy);
dvec=angle(dvec)/(2*pi*d*delta);
az=asin(dvec)*180/pi;

```

<b>ESPRIT : d=0.5; SNR=10; DOA=30</b>		
<b>SENSORES</b>	<b>DOA</b>	<b>ERROR</b>
M=4	$\theta=30.3906$	0.3906
M=5	$\theta=29.990$	0,01
M=6	$\theta=29.9722$	0,0278
M=7	$\theta=30.0538$	0.0538
M=8	$\theta=30.0567$	0.0567
M=9	$\theta=29.9703$	0.0297
M=10	$\theta=30.0304$	0.0304

**Tabla B.5. Dirección de Arribo para el método ESPRIT con número de sensores variable**

<b>ESPRIT : d=0.5; M=8; DOA=30</b>		
<b>SNR</b>	<b>DOA</b>	<b>ERROR</b>
SNR=-20	$\theta=18.2800$	11.72
SNR=-10	$\theta=33.7839$	3.7839
SNR=0	$\theta =30.0350$	0.0350
SNR=10	$\theta =30.0630$	0.0630
SNR=20	$\theta =30.0445$	0.445
SNR=30	$\theta =30.0057$	0.0057
SNR=40	$\theta =30.0025$	0.0025

**Tabla B.6. Dirección de Arribo para el método ESPRIT con relación señal a ruido variable**

### **B.5. Análisis de Resultados**

- Al analizar la cantidad de sensores, se conoce que al aumentar la cantidad de sensores el ancho del lóbulo es menor, para el método de CAPON como se muestra en las figura B.1.y B.3., a partir del noveno sensor tenemos un lóbulo más directivo, comparando con las figuras B.9. B.11. del método MUSIC, no es necesario un número de sensores mayor a 8, para el caso de Delay and sum, figuras B.17 y B.19. el ancho del lóbulo es mucho mayor en comparación a los otros dos además que a partir del décimo sensor tiene un ancho de lóbulo estable, y el método de ESPRIT tiene errores mínimos a partir de 5 sensores. Lamentablemente el costo necesario para aumentar el número de sensores, el mejor método a utilizar es MUSIC y ESPRIT para una señal.
- Al analizar la cantidad de SNR, se conoce que al aumentar la relación señal a ruido existe menor interferencia, para el método de CAPON en la figura B.2., a partir de 10 dB podemos ver una señal estable, lo cual es muy aceptable, en la figura B.10. el método MUSIC a partir de 0 dB, en la figura B.18. para el método Delay and Sum a partir de 10 dB y en la tabla B.6. a partir de 0 dB, esto nos permite determinar que los métodos MUSIC y ESPRIT trabajan mejor en ambientes con interferencias por tanto son más tolerables al ruido.

- Al analizar los métodos con varias señales, el método de CAPON no tiene un lóbulo definido, en la figura se muestra una fluctuación de error entre 30 y 0.85, lo cual es inaceptable. Para el método MUSIC, se puede distinguir los lóbulos de cada señal claramente además en la figura el error es máximo un grado. Para el método Delay and Sum también se pueden distinguir los lóbulos y posee un error máximo de 0.6. Por tanto se puede utilizar los métodos MUSIC y Delay and Sum para varias señales.
- En definitiva el mejor método para una y varias señales es el MUSIC debido que para una señal el método de ESPRIT posee alta carga computacional.



```
    sprintf(2,'El programa será interrumpido.');
```

```
    break;
```

```
end
```

```
e1=[1 zeros(1,gl-1)];
```

```
A=zeros(M,gl);
```

```
for i=1:gl
```

```
    azr=(pi/180)*az(i);
```

```
    b=[0:1:M-1]';
```

```
    fi=2*pi*d*sin(azr);
```

```
    v=exp(-j*b*fi);
```

```
    A(:,i)=v;
```

```
end
```

```
if gl==M
```

```
    W=e1*inv(A);
```

```
else
```

```
    W=e1*A'*inv(A*A');
```

```
end
```

```
W=W';
```

```
passo=1;
```

```
az_f=90;
```

```
az_i=-90;
```

```
npt=1+(az_f-az_i)/passo;
```

```
%Construcción del array manifold
```

```
az_ir=(pi/180)*az_i;
```

```
az_fr=(pi/180)*az_f;
```

```
vet=2*pi*d*sin([az_ir:(az_fr-az_ir)/(npt-1):az_fr]);
```

```
base=[0:1:M-1]';
```

```
MF=exp(-j*(base*vet));
```

```

f=W'*MF;
func=abs(diag(f*f));
[valor,onde]=max(f);
f=f/valor;

x=[az_i:(az_f-az_i)/(npt-1):az_f];

plot(x,abs(f));
axis([-90 90 0 1]);
line([az(1) az(1)], [0 1],'Color','g');
for i=2:length(az)
    line([az(i) az(i)], [0 1],'Color','r');
end

xlabel('Azimute (grados)');
ylabel('Amplitud');
msg=sprintf('Diagrama de Radiación BFC con Nulos (M=%d d=%2.2f)',M,d);
title(msg);
grid

```

### C.1.3 FIGURAS

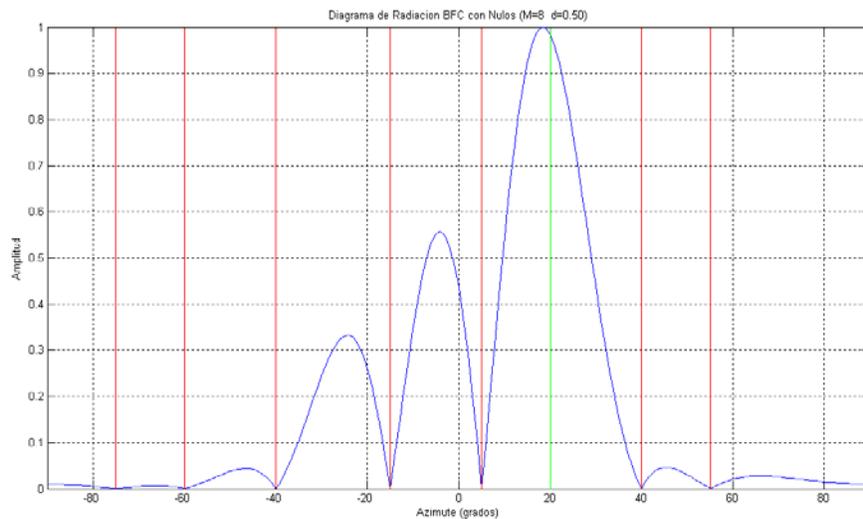


Figura C.1. Patrón de Radiación del Beamformer Convencional con Nulos

### C.3 BEAMFORMER CONVENCIONAL ÓPTIMO

#### C.3.1 CONDICIONES

Condiciones	Figura C.2.
Señal deseada	20
Señales de interferencia	-75 -60 -40 -15 5 40 55

Tabla C.2. Condiciones para el Beamformer Convencional Óptimo

#### C.2.2 PROGRAMA

% Calcular pesos para BFC Óptimo (MVRD)

fprintf(2, '\n>>>>>>>>> Solución para BFC Óptimo (MVRD) <<<<<<<<<<\n');

azd=20;

azi=[-75 -60 -40 -15 5 40 55];

az=[azd azi];

gl=length(az);

A=1;

f=1000;

fase=0;

fs=3000;

N=100;

M=8;

d=0.5;

az\_f=90;

az\_i=-90;

res=1;

SNR=20;

npt=1+(az\_f-az\_i)/res;

```
t=[0:N-1]*(1/fs);

% Generación snapshot
x=zeros(M,N);
for i=1:length(az)
    xx=sin(2*pi*f*t+(pi/180)*fase);
    azr=(pi/180)*az(i);
    b=[0:1:M-1]';
    fi=2*pi*d*sin(azr);
    v=exp(-j*b*fi);
    x=x+v*xx;
end

%Generación de ruido
vars=A*A*0.5;
varn=vars*10^(-SNR/20);
n=sqrt(varn)*randn(M,N);
x=x+n;

%Construcción del array manifold
az_ir=(pi/180)*az_i;
az_fr=(pi/180)*az_f;
vet=2*pi*d*sin([az_ir:(az_fr-az_ir)/(npt-1):az_fr]);
base=[0:1:M-1]';
MF=exp(-j*(base*vet));

Rxx=(x*x')/N;
IRxx=inv(Rxx);

%Vector director
azr=(pi/180)*azd;
b=[0:1:M-1]';
fi=2*pi*d*sin(azr);
v=exp(-j*b*fi);
```

```
a0=v;
```

```
W=(IRxx*a0)/(a0*IRxx*a0);
```

```
f=W'*MF;
```

```
f=abs(diag(f*f));
```

```
[valor,onde]=max(f);
```

```
f=f/valor;
```

```
x=[az_i:(az_f-az_i)/(npt-1):az_f];
```

```
plot(x,abs(f));
```

```
line([az(1) az(1)], [0 1], 'Color','g');
```

```
for i=2:length(az)
```

```
    line([az(i) az(i)], [0 1], 'Color','r');
```

```
end
```

```
xlabel('Azimute (grados)');
```

```
ylabel('Amplitud');
```

```
msg=sprintf('Diagrama de Radiación BFC Óptimo (MVDR) (M=%d
```

```
d=%2.2f)',M,d);
```

```
title(msg);
```

```
grid
```

### C.2.3 FIGURAS

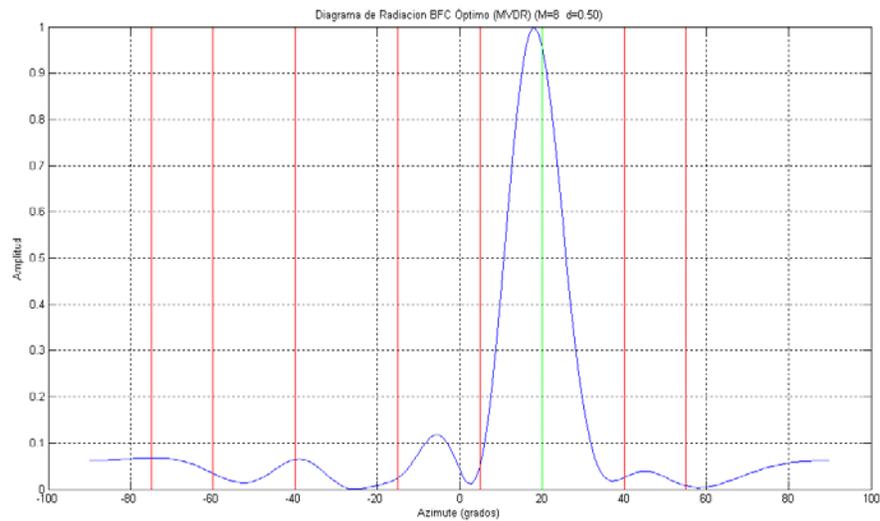


Figura C.2. Patrón de Radiación del Beamformer Convencional Óptimo

## C.3 BEAMFORMER ADAPTATIVO RLS

### C.3.1 CONDICIONES

Condiciones	Figura C.3.
Señal deseada	20
Señales de interferencia	-75 -60 -40 -15 5 40 55

Tabla C.3. Condiciones para el Beamformer Adaptativo RLS

### C.3.2 PROGRAMA

```
%RLS
```

```
azd=40; %Señal deseada
```

```
azi=[-75 -60 -40 -15 5 40 55]; %señales que causan interferencia
```

```
az=[azd azi];
```

```
gl=length(az);
```

```
A=1;
f=1000;
fase=0;
fs=3000;
N=100;
M=8;
d=0.5;
az_f=90;
az_i=-90;
res=1;
SNR=20;
npt=1+(az_f-az_i)/res;
t=[0:N-1]*(1/fs);

% Gerar snapshot
x=zeros(M,N);

%Se crean todas las señales con los 8 ángulos de llegada

for i=1:length(az)
    xx=sin(2*pi*f*t+(pi/180)*fase);
    azr=(pi/180)*az(i);
    b=[0:1:M-1];
    fi=2*pi*d*sin(azr);
    v=exp(-j*b*fi);
    x=x+v*xx;
end
tam=length(x);
sum2=zeros(tam,1)
sum=0;

%se hacen 10 realizaciones para suavizar el aprendizaje de los pesos
for kk=1:10
    disp(kk)
```

```
%Gerar o ruído
vars=A*A*0.5; %variancia do sinal
varn=vars*10^(-SNR/20);
n=sqrt(varn)*randn(M,N);
%20*log10(vars/varn)
x=x+n;

%Construccion del array manifold
az_ir=(pi/180)*az_i;
az_fr=(pi/180)*az_f;
vet=2*pi*d*sin([az_ir:(az_fr-az_ir)/(npt-1):az_fr]);
base=[0:1:M-1]';
MF=exp(-j*(base*vet));

%Vector director, Señal deseada
azr=(pi/180)*azd;
b=[0:1:M-1]';
fi=2*pi*d*sin(azr);
v=exp(-j*b*fi);
a0=v*xx+n;
%a0=conj(a0);

%RLS
tam=length(xx);
% kk=tam;
% NN=M/2;
delta=0.004;
delta=1/delta;
X=zeros(M,1);
invR=delta*eye(M);
wRLS=zeros(1,M);
lambda=0.99;
MSE=zeros(tam,1);
```

```
for k=1:tam
    X=a0(:,k);
    ek=a0(1,k)-wRLS*X
    vectork=invR*X;
    qn=vectork/(lambda+X'*vectork);
    invR=(1/lambda)*(invR-qn*vectork');
    wRLS=wRLS+ek*qn';
    MSE(k)=MSE(k)+ek^2;

end

%
sum=sum+wRLS;
sum2=sum2+MSE;
end
wRLS=sum/10;
MSE=sum2/10;

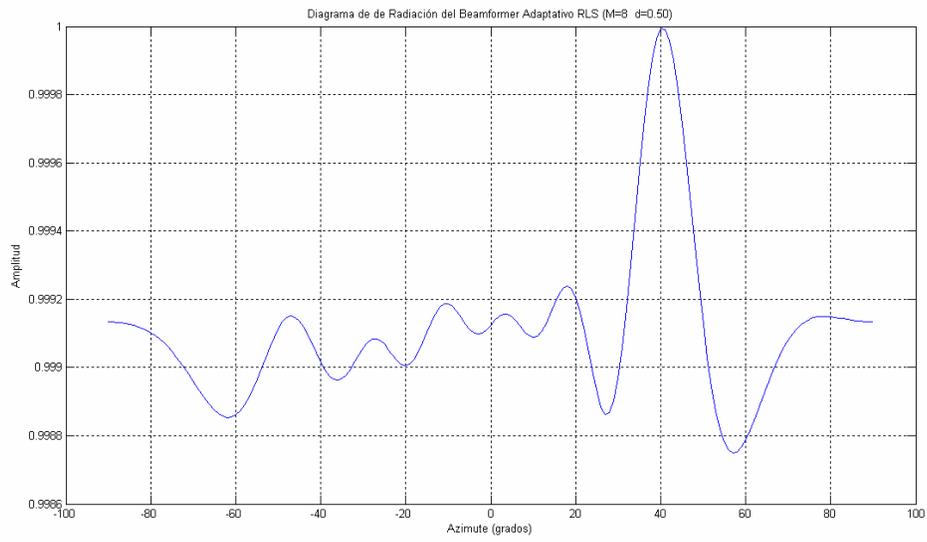
%se comprueba si los pesos funcionan

f=wRLS*MF;
f=abs(diag(f*f));
[valor,onde]=max(f);
% f=f/valor;

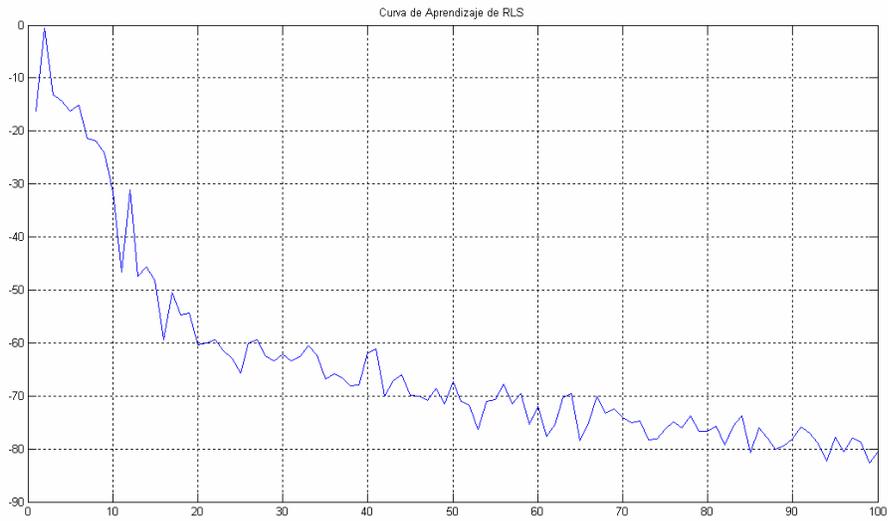
x=[az_i:(az_f-az_i)/(npt-1):az_f];
figure(1)
plot(x,abs(f));
grid on

figure(2)
plot(10*log10(abs(MSE)))
grid on
```

### C.3.3 FIGURAS



**Figura C.3. Patrón de Radiación del Beamformer Adaptativo RLS**



**Figura C.4. Curva de Aprendizaje de RLS**

#### **C.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Como se puede ver en la figura A.1.(a), A.2.(a), A.3(a). A.4, A.5, cuando el espaciamiento es mayor el lóbulo principal es más estrecho, más directivo, pero se distorsiona la señal, en cambio si vamos reduciendo la distancia entre los sensores el lóbulo principal se va ensanchando y también por tanto lo que se necesita es una distancia intermedia para tener el haz mejor representado.

Si se mantiene constante la distancia mientras el azimuth y el número de sensores es variable, y se aumenta el número de sensores el lóbulo principal se aproxima al haz que deseamos ya que este es más estrecho, lo contrario sucede si disminuimos el número de sensores, pero por cuestión costos no es posible utilizar un número de sensores mayor por tanto también se debe buscar un valor intermedio como puede ser 8 sensores, como vemos en la figura posee un lóbulo principal utilizable

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- 1) AFFES, Sofikne, GAZOR, Saeed, GRENIER, Yves, *Transactions of signal processing*, vol 44, No. 6, june 1996.
- 2) VISOTSKY, Eugene, MADHOW, Upamariyu, *Optimum beamforming using transmit antenna arrays*, 1999 IEEE.
- 3) TIIROLA, Esa, YLITALO, Juha, *Performance Evaluation of Fixed-Beam Beamforming in WCDMA Downlink Nokia Networks, Radio Access Systems, Finlandia 2000 IEEE*.
- 4) WARD, Darren B, KENNEDY Rodney A, WILLIAMSONT, Robert C, *An adaptive algorithm for broadband frequency invariant beamforming*, Australia 1997 IEEE.
- 5) HUANG, Wen-Jye, DOHERTY, John F. *A special clustering scheme for downlink beamforming in SDMA mobile radio*, Pennsylvania 2000 IEEE.
- 6) CZYLWIK, Andreas, *Downlink beamforming for mobile radio systems with frequency division duplex*, Darmstadt, Germany 2000 IEEE.
- 7) ZELENOVSKY, Ricardo, *Emprego de arranjo de antenas na recuperação de dados digitais em ambiente CDMA*, Ríó de Janeiro 02-06-2001. .
- 8) MANDARINO, Fabio, *Estimação de dados em ambiente CDMA usando o conformador de feixes bayesiano*, Brasilia julio 2006.
- 9) CARVALHO LUSTOSA DA COSTA, Joao Paulo, *Desenvolvimento de modelos, técnicas e aplicações para arranjo de sensores*, Brasilia enero 2006.

- 10) PUTTINI Saulo Benigno, *Emprego de antenas adaptativas para estimação de dados em ambiente CDMA*, Brasilia marzo 2006.
- 11) CAMPANELLA H., COMAS A., ALBA Y., *Antenas inteligentes con aplicación en SDMA*, Barranchilla-Colombia.
- 12) HARTMANN, Christian, *Wireless Access with Smart Antennas and SDMA*, München, Germany.
- 13) MANSILLA, Cristian Guital, BRANDAU, Eduardo Muñoz, MORINEAUD, Néstor Fierro, *Antenas inteligentes y su desempeño en redes wireless*.
- 14) BURACCHINI Enrico, *SDMA in mobile radio systems: capacity enhancement in GSM & IS-95*, Turin, ITALY.
- 15) SUBRAMANIAN, Sai, RANGARAJAN, Karthik, SERGEANT, Paul, *Smart WiMAX: Delivering personal broadband*, noviembre 2006, Navini Network.
- 16) COOPER, Martin, GOLDBURG, Marc, *Intelligent Antennas: Spacial Division Multiple Access*, Annual Review of Communications ArrayCom Inc 1996.
- 17) KING WAI LO, Anthony, *A Broadband Multiport Antenna for a SDMA System*, Calgary- Alberta, julio, 2000.
- 18) SHAKEEL BAIG M., *Signal Processing Requirements for WiMAX (802.16e) Base Station*, Göteborg, Sweden 18/2005.
- 19) LIBERTI, Joseph C, RAPPAPORT, Theodore S, *Smart Antennas for Wireless Communications IS-95 and Third Generation CDMA Application*, primera edición, New Jersey 1999,

- 
- 20) LITVA, John, YEUNG-LO, Titus Kwok, *Digital Beamforming in Wireless Communications*, primera edición, Artech House Inc, Norwood MA 1996.

La presente documentación correspondiente al Proyecto de Tesis de Grado: “Técnicas de Conformación del Lóbulo de Irradiación de un Arreglo de Sensores y su Aplicación en el Acceso Múltiple por División de Espacio” ha sido presentada el día 23 del mes de mayo del 2008. Quedando como constancia de esta entrega firman los involucrados

Autores del documento

---

Jessica P. Cerna M.

---

Juan F. Morejón P.

---

Ing. Gonzalo Olmedo  
Coordinador de Carrera