



# **ESCUELA POLITECNICA DEL EJÉRCITO**

**CARRERA DE INGENIERIA GEOGRAFICA**

**Y DEL MEDIO AMBIENTE**

**PROYECTO DE GRADO PREVIO A LA  
OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERIA**

**“AJUSTE DE LA RED DE CONTROL BASICO VERTICAL  
EN FUNCION DE NUMEROS GEOPOTENCIALES”**

**REALIZADO POR:**

**CAPT. DE E. COYAGO R. RICARDO D.**

**Sangolquí - Ecuador**

**Julio - 2010**

Certificamos que el presente Proyecto de Grado fue realizado en su totalidad por el Sr. Capt. de E. Coyago Remache Ricardo David y que ha cumplido con los requerimientos establecidos para un Proyecto de Tesis como documento previo a la obtención del título de Ingeniero Geógrafo y del Medio Ambiente.

Sangolquí, 23 de Julio de 2010

---

Dr. Alfonso Tierra

Director

---

Ing. Alexander Robayo

Codirector

## **RESUMEN**

El Instituto Geográfico Militar, como encargado de la actualización de la cartografía Nacional y dentro de sus políticas como miembro de SIRGAS\_GTIII, tiene la necesidad de calcular los números geopotenciales de la Red de Control Básico Vertical del País. Ante esta necesidad el Instituto Geográfico Militar y la Escuela Politécnica del Ejército a través del Centro de Investigaciones Espaciales ESPE, brindan las facilidades para el cálculo de los números geopotenciales del Ecuador Continental.

El número geopotencial de cualquier punto es la diferencia de potencial negativo entre el geoide con respecto a una superficie equipotencial de referencia para ese punto.

Al realizar los cálculos, se obtiene el ajuste por el método de mínimos cuadrados (Correlatos) y luego de realizar la prueba estadística de Chi-cuadrado se concluye que el ajuste se encuentra a un nivel de confianza del 95%, lo cual indica que el trabajo que se realizó se lo puede mejorar, siempre y cuando se tengan mayores puntos de gravedad observada, en vez de valores de gravedad interpolada.

Con el cálculo de los números geopotenciales se puede determinar un ajuste Nacional de números geopotenciales, sistemas de alturas y generar un geoide para nuestro país.

## **SUMMARY**

The Military Geographical Institute, in charge of updating the National Mapping and in its policies as a member of SIRGAS\_GTIII, you need to calculate the geopotential numbers of Basic Vertical Control Network in the country. Given this need the Military Geographic Institute and the Army Polytechnic through the Space Research Centre ESPE, provide facilities for the calculation of geopotential numbers of mainland Ecuador. The geopotential number of any point is the negative potential difference between the geoid with respect to a reference equipotential surface to that point. The calculations, we obtain the adjustment by the method of least squares (correlates) and then the test Chi-square statistic is concluded that the setting is a confidence level of 95%, indicating that the work was carried out it can improve, if more is observed gravity points, rather than interpolated gravity values.

In calculating the geopotential numbers can determine a National setting geopotential numbers, systems and generate a geoid heights for our country.

## **DEDICATORIA**

Dedico este proyecto a Dios por ser quien ha estado a mi lado en todo momento dándome las fuerzas para continuar luchando día tras día y confrontar todos los obstáculos que se presenten. Le dedico a mi mamá Margarita y mi papá Alfonso ya que gracias a su sacrificio y esfuerzo de horas de trabajo han confiado en mí, a mi amada esposa Leonor y a mis dos grandes tesoros Sebastián y Kerly quienes me han soportado las horas que yo no estuve a su lado pero siempre están en mi corazón en todo momento y a mis hermanos Luis, Diego y Margarita que siempre estuvieron pendientes de mi.

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a la Fuerza Terrestre quien me dio la oportunidad de poder estudiar en la mejor Universidad del país, quien me ha formado como un líder siempre encaminado hacia la excelencia la cual es mi querida Escuela Politécnica del Ejercito, al Instituto Geográfico Militar en especial a todos los integrantes del Departamento de Geodesia quienes me han colaborado de una manera desinteresada, a todos los docentes de la Carrera de Ingeniería Geográfica y del Medio Ambiente quienes me dieron el material necesario para poder ser lo que soy hoy en día, y a todos mis compañeros de clase que me soportaron en las buenas y en las malas.

Agradezco al Dr. Alfonso Tierra quien con sus consejos, acotando ideas, dando la información valiosa, supervisando los programas y experiencia me ha dado la luz para poder terminar con éxito este proyecto.

Agradezco al Ing. Alexander Robayo quien siempre estuvo pendiente de todo, supervisando, corrigiendo, dando ideas y que los contenidos estén perfectos.

Agradezco al Ing. Cesar Leiva quien me propuso y dio la idea de que se trabaje con los Números geopotenciales.

## INDICE DE CONTENIDO

Resumen.....	iii
Summary.....	iv
Dedicatoria.....	v
Agradecimiento.....	vi
Índice de Tablas.....	xi
Índice de Figuras.....	xii
Índice de Anexos.....	xiv
Glosario de términos.....	xv

## CAPITULO I

Introducción.....	1
1.1 OBJETIVOS.....	2
1.1.1 Objetivo general.....	2
1.1.2 Objetivos específicos.....	2
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	2
1.3 METAS.....	2
1.4 ÁREA DE ESTUDIO.....	3

## CAPITULO II

2. MARCO TEÓRICO.....	4
2.1 GEODESIA.....	7
2.2 CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA.....	8
2.2.1 Potencial de gravedad.....	10
2.2.2.Campo de gravedad de la Tierra Real.....	11
2.2.2.1 Geopotencial Tierra real.....	11
2.2.3 Campo de gravedad de la Tierra Normal.....	13
2.2.3.1 Esferopotencial Tierra normal.....	15
2.2.4 Potencial Perturbador o anómalo.....	16

2.3 GRAVIMETRIA.....	17
2.3.1 Ley de gravitación de Newton 1687.....	19
2.3.2 Determinaciones absolutas.....	20
2.3.3 Métodos de medición de la gravedad.....	20
2.3.3.1 Método pendular.....	20
2.3.3.2 Método de caída libre.....	21
2.3.4 Determinaciones relativas.....	22
2.3.5 Corrección por mareas.....	22
2.3.6 Corrección por deriva instrumental.....	23
2.3.7 Anomalías gravimétricas.....	24
2.3.8 Corrección de aire libre.....	24
2.3.9 Anomalía de aire libre.....	24
2.3.10 Corrección del Terreno.....	24
2.3.11 Corrección del Efecto de la Lámina De Bouguer.....	25
2.3.12 Anomalía de Bouguer completa.....	25
2.3.13 Estaciones Base de gravedad.....	26
2.3.13.1 IGS 71.....	26
2.4 SUPERFICIES DE REFERENCIA.....	27
2.4.1 Superficie topográfica.....	27
2.4.2 Elipsoide.....	27
2.4.3 Geoide.....	31
2.5 NIVELACION GEOMETRICA.....	33
2.5.1 Nivelación geométrica simple desde el medio.....	34
2.5.2 Nivelación geométrica compuesta desde el medio.....	36
2.5.3 Tolerancia de nivel de cierre.....	36
2.6 NUMERO GEOPOTENCIAL.....	36
2.6.1 Número geopotencial verdadero.....	39
2.6.2 Número geopotencial Normal.....	44
2.6.3 Interpolación de valores de $g_{int}$ para el cálculo de números geopotenciales.....	46
2.7 SISTEMAS DE ALTURA.....	46
2.7.1 Alturas de tipo geométrico.....	47
2.7.1.1 Alturas niveladas.....	47
2.7.1.2 Alturas elipsoidales.....	48



2.7.2 Alturas de tipo físico.....	48
2.7.2.1 Alturas dinámicas.....	49
2.7.2.2 Alturas normales.....	49
2.7.2.3 Alturas ortométricas.....	50
2.8 DATUM.....	51
2.8.1 Datum Geodésico.....	51
2.8.2 Datum horizontal.....	51
2.8.3 Datum vertical.....	52
2.9 CONTROL HORIZONTAL.....	52
2.10 CONTROL VERTICAL.....	56
2.11 CONTROL GRAVIMETRICO.....	58
2.12 PRINCIPIO DEL METODO DE MINIMOS CUADRADOS.....	59
2.13 AJUSTE DE LAS OBSERVACIONES POR EL MÉTODO CORRELATIVO	62
2.14 PRUEBA DE HIPOTESIS.....	65
2.14.1 Prueba estadística chi-cuadrado.....	67
2.15 SISTEMA DE INFORMACION GEOGRAFICA.....	68
2.15.1 Análisis espacial.....	68
2.15.2 Interpolación.....	68
2.15.3 Clasificación de los métodos de interpolación.....	69
2.15.3.1 Métodos de interpolación globales.....	69
2.15.3.1.1 Interpolador kriging.....	70
2.15.3.2 Métodos de interpolación locales.....	70
2.15.3.2.1 Interpolador IDW.....	71
2.15.3.2.2 Interpolador spline.....	72
2.15.3.2.3 Interpolador natural neighbor.....	73

### **CAPITULO III**

3 METODOLOGIA PARA EL CALCULO DE NUMEROS GEOPOTENCIALES...	74
3.1 Descripción de los datos.....	74
3.1.1 Datos de gravedad observada.....	74
3.1.2 Datos de nivelación y años de nivelación.....	74
3.1.3 Resumen de los Anillos de la Red de Control Básico Vertical.....	74
3.2 Procesamiento de los datos.....	76

3.3 Ajuste de la red de control básico vertical.....	76
3.3.1 Ajuste.....	76
3.3.2 Prueba de hipótesis chi-cuadrado.....	81
3.4 Ajuste de la Red de nivelación en función de números geopotenciales.....	83
3.4.1 Interpolación de los valores de gravedad.....	83
3.4.2 Errores de cierre para números geopotenciales.....	85
3.4.3 Ajuste con números geopotenciales.....	90
3.4.4 Prueba de hipótesis chi-cuadrado.....	94
CONCLUSIONES.....	96
RECOMENDACIONES.....	98
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	99
ANEXOS.....	102

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: Parámetros del GRS80

Tabla 2.2: Errores de Nivelación

Tabla 3.1: Resumen de los Anillos de la Red de Control Básico Vertical

Tabla 3.2: Valores de Tolerancia de Anillos

Tabla 3.3: errores de cierre de los anillos

Tabla 3.4: multiplicadores de Lagrange

Tabla 3.5: Matriz de residuos

Tabla 3.6: Valores ajustados

Tabla 3.7: Diferencias entre Interpoladores

Tabla 3.8: Valores de gravedad interpolados

Tabla 3.9: Errores de cierre de las diferencias de desnivel y las diferencias de incrementos de potencial de los anillos seleccionados

Tabla 3.10: errores de cierre de las diferencias de potencial

Tabla 3.11: multiplicadores de Lagrange de las diferencias de potencial

Tabla 3.12: Matriz residuos de las diferencias de potencial

Tabla 3.13: Matriz de valores ajustados de las diferencias de potencial

Tabla 3.14: Valores de Número geopotencial en los nodos

## ÍNDICE DE FIGURAS

- Figura 1.1: Red de Control Básico Vertical Nivelación geométrica de primer orden
- Figura 2.1: El francés Jean Picard, fundador de la geodesia moderna, junto a Isaac Newton
- Figura 2.2: Fuerzas dinámicas que modifican a la Tierra
- Figura 2.3: Representación de la Fuerza de Gravedad
- Figura 2.4: Se compara la tierra normal forma de pera y el elipsoide.
- Figura 2.5: Tierra achatada y Tierra alargada
- Figura 2.6: Elipsoide de revolución
- Figura 2.7: Distintos tipos de achatamiento
- Figura 2.8: El Geoide
- Figura 2.9: Elevación o altitud en un punto
- Figura 2.10: Nivelación geométrica desde el medio
- Figura 2.11: Nivelación geométrica desde el medio
- Figura 2.12: Nivelación geométrica Compuesta desde el medio
- Figura 2.13: Ruta de Nivelación
- Figura 2.14: Numero Geopotencial
- Figura 2.15: Integración Numérica
- Figura 2.16: Configuración única de nivelación
- Figura 2.17: Número Geopotencial Normal
- Figura 2.18: Tipo de alturas sobre la Tierra
- Figura 2.19: Altura nivelada
- Figura 2.20: Alturas Elipsoidales
- Figura 2.21: Alturas Normales
- Figura 2.22: Alturas Ortométricas
- Figura 2.23: Coordenadas Geodésicas y Cartesianas
- Figura 2.24: Estación mareográfica y marcas de referencia
- Figura 2.25: Punto base BM3
- Figura 2.26: Prueba bilateral

Figura 2.27: Prueba unilateral izquierda

Figura 2.28: Prueba unilateral derecha

Figura 3.1: Anillos, Líneas, Nodos y Direcciones

Figura 3.2: Prueba de Hipótesis Chi-cuadrado (región de rechazo dos colas)

Figura 3.3: Prueba de Hipótesis Chi-cuadrado (región de rechazo una cola)

Figura 3.4: Interpolador Kriging

Figura 3.5: Interpolador Distancia Inversa Ponderada

Figura 3.6: Interpolador curvatura Mínima (Spline)

Figura 3.7: Interpolador Vecino Natural

Figura 3.8: Características del interpolador Curvatura Mínima

Figura 3.9: puntos de nivelación y gravedad

Figura 3.10: Gravedad Observada en la nivelación

Figura 3.11: Nivelación y gravedad en la Sierra

Figura 3.12: Anillos, incrementos de potencial, los números geopotenciales y las direcciones para el ajuste con números geopotenciales.

Figura 3.13: Prueba de Hipótesis Chi-cuadrado (región de rechazo dos colas) para números Geopotenciales

## **ÍNDICE DE ANEXOS**

Anexo 1: Red GPS del Ecuador-SIRGAS (ITRF94 Época 1995.4)

Anexo 2: Red de Control Básico Vertical Nivelación Geométrica de Primer Orden

Anexo 3: Proyecto Gravimétrico del Ecuador

Anexo 4: Puntos de Nivelación del Ecuador por años

Anexo 5: Mapa de Anillos y Nodos de la Nueva Red de Control Básico Vertical

## GLOSARIO DE TÉRMINOS

IGM	Instituto Geográfico Militar
SIRGAS	Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas
GTIII	Grupo de Trabajo III
GNSS	(Global Navigation Satellite System) Sistema Mundial de Navegación por Satélite.
IUGG	Unión Internacional de Geodesia y Geofísica
CEPGE	Centro de Procesamiento de datos GNSS del Ecuador
GNSS	Sistema Global de Navegación por satélite
REGME	Red GNSS de monitoreo continuo del Ecuador
ITRF	Marco de Referencia Terrestre Internacional
IGSN71	Red Internacional de Estandarización de la Gravedad de 1971.
GPS	Global Positioning System
GRS80	Geodetic Reference System de 1980
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografía y Estadística
REGFE	Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador
RENEGA	Red Nacional de Estaciones de Gravedad Absoluta de la República de Brasil
<i>u. g. p.</i>	Unidades geopotenciales
$\vec{f}$	Fuerza de gravedad
$\vec{g}$	Vector de la aceleración de la gravedad o Fuerza de gravedad
$\vec{F}$	Fuerza de atracción gravitacional
G	Constante de gravitación universal
$m_1, m_2$	Objetos atrayentes
r	Distancia entre los dos objetos
$\vec{c}$	Fuerza Centrifuga
$\omega$	Velocidad angular de rotación de la Tierra.

$\vec{d}$	Separación entre el punto y el eje de rotación
$W$	El potencial gravitatorio o geopotencial
$V$	Atracción gravitatoria
$\Phi$	Potencial de la fuerza centrífuga
$X, Y, Z$	Coordenadas geocéntricas del punto
$l$	Distancia entre el elemento de masa atraída y el punto atraído
$dx'dy'dz' = dv$	Elemento de volumen de masa atraída
$\rho$	Densidad de la masa
$GM$	Constante gravitacional geocéntrica
$a$	Semieje mayor del elipsoide de referencia
$C_{nm}$	Coefficientes plenamente normalizados de grado $n$ y orden $m$ , del potencial desenvuelto en armónicos esféricos
$Y_{nm}$	Armónicos esféricos de superficie plenamente normalizados.
$f$	Achatamiento
$a$	Radio ecuatorial
$c$	Radio polar
$\varphi$	Latitud de un punto determinado
$U$	Esferopotencial
$Z$	Potencial gravitacional del elipsoide
$dv$	Elemento de volumen
$a$	Semieje mayor
$b$	Semieje menor.
$e$	Excentricidad principal
$A, C_1$	Momentos de inercia de la Tierra en relación a los ejes X y Z.
$M$	Masa de la Tierra (incluida la masa atmosférica).
$\vec{Y}$	Vector gravedad normal
$Y_p$	Gravedad normal en el polo
$Y_e$	Gravedad normal en el Ecuador
$k_{gn}$	Constante de la gravedad normal
$e_1^2$	Primera excentricidad al cuadrado
$Y_{SGR80}$	Gravedad normal del GRS80
$T$	Potencial perturbador



$\mathcal{T}$	Período
$l$	Longitud de la cuerda
$\alpha$	Amplitud máxima.
$Dis$	Distancia vertical de caída
$t$	Tiempo de desplazamiento vertical
$\Delta g$	Anomalía de Gravedad
$CAL_E$	Corrección al aire libre para el Ecuador
$Hn$	Altura nivelada del punto
$\Delta g_{AL}$	Anomalía de aire libre
$\Delta g_B$	Anomalía de Bouguer
$e_2^2$	Segunda excentricidad al cuadrado
$p$	Radio del paralelo
$N$	Normal
$Sp$	Arco de paralelo
$S$	Arco de meridiano
$T_{ol}$	Tolerancia en (mm)
$m$	Valor dependiente de los instrumentos, método y tipo de nivelación requerida.
$k_k$	Longitud de la nivelación en km
$dn$	Desnivel
$g_{obs}$	Gravedad observada
$g_{int}$	Gravedad interpolada
$CB$	Reducción por efecto de la placa infinita de Bouguer ( $2\pi G\rho H \approx 0,1119 H$ )
$\gamma$	Gravedad teórica derivada del WGS84
$C$	Número geopotencial
$W_0$	Potencial sobre el geoide
$W_A$	Potencial sobre la superficie
$H_{(din)}$	Altura dinámica
$H_{(norm)}$	Altura normal
$H_{(ortom)}$	Altura ortométrica
$L_b$	Valores observados

$L_a$	Valores de las observaciones corregidas
$S_l$	Grados de libertad
$r_c$	Número de ecuaciones de condición
$n_l$	Número de líneas
$u$	Número de nodos.

# CAPITULO I

## INTRODUCCION

Entre los problemas actuales de la densificación de la Red de Nivelación de Primer Orden, que el Instituto Geográfico Militar (IGM) se encuentra realizando, está el poder determinar los valores de alturas conocidos y confiables, puesto que la orientación de la línea de colimación de los niveles depende de la dirección de la gravedad local, es evidente que el resultado de la nivelación diferencial entre las superficies geopotenciales de referencia y el punto sobre el terreno, depende del camino seguido por la nivelación. Esto es debido a la forma elipsoidal de la tierra y a las irregularidades en la distribución de las masas, las superficies equipotenciales a diferentes distancias del geoide no son paralelas entre sí. En algunos casos la diferencia puede ser del orden de varios milímetros por kilómetro de distancia.

“Una de las actividades fundamentales de SIRGAS-GTIII es la elaboración del diagnóstico de los datum verticales existentes, el nivel de referencia de los datum verticales latinoamericanos corresponde con el nivel medio del mar registrado en diferentes mareógrafos, durante diferentes períodos de tiempo, es decir, dichos niveles varían en función de la posición geográfica y están asociados a diferentes épocas de referencia, las redes verticales han sido extendidas en los diferentes países mediante nivelación geométrica de alta precisión.

Pero en general, los desniveles medidos no han sido corregidos por los efectos del campo de gravedad, estos sistemas no tienen en cuenta la variación de las alturas y del nivel de referencia con respecto al tiempo, es decir son estáticos, y por todo esto, los sistemas de alturas existentes en América Latina presentan discrepancias considerables entre países vecinos, no permiten el intercambio consistente de información geográfica y no están en capacidad de ser la referencia para la determinación de alturas a partir de técnicas GNSS

en combinación con modelos geoidales de alta resolución” (información proyecto SIRGAS-GTIII (Datum vertical)).

## **1.1 OBJETIVOS**

### **1.1.1.- Objetivo General**

Metodología para el cálculo de los números geopotenciales en los nodos de la Red de Control Básico Vertical mediante el ajuste por mínimos cuadrados.

### **1.1.2.- Objetivos Específicos**

- 1.- Recopilar los datos de gravedad, latitud, longitud y desnivel de todos los puntos que fueron observados en las líneas de la Red de Control Básico Vertical.
- 2.- Desarrollar la metodología que permita realizar el ajuste de la Red de Control Básico Vertical.
- 3.- Realizar el ajuste por el método correlativo.

## **1.2 JUSTIFICACIÓN**

El IGM, al estar involucrado dentro de SIRGAS, tiene la necesidad de obtener los números geopotenciales en cada uno de los nodos de la Red de Control Básico Vertical en vista que el GIII, requiere se determine el sistema de alturas. Otros países miembros del proyecto SIRGAS se encuentran trabajando en el cálculo de los números geopotenciales y definiendo sus sistemas de alturas físicas, por tal motivo se desea comparar los resultados.

Los datos de gravedad depurados se los podría utilizar para la generación de un geoide gravimétrico de alta resolución, también estas diferencias de incremento de potencial obtenidas servirán en gran parte para un ajuste Continental de números geopotenciales.

Con estos datos generados del estudio se daría un gran paso para poder determinar el sistema de alturas que será adoptado para el Ecuador.

## **1.3 METAS**

- 1.- Obtener los valores de gravedad, latitud, longitud y desnivel de por lo menos 10 anillos de nivelación.
- 2.- Realizar un programa en Matlab para el ajuste de números geopotenciales.

## 1.4 EL ÁREA DE ESTUDIO

El área de estudio corresponde al Ecuador Continental que se encuentra situado en la parte noroeste de América del Sur, sus límites son al norte la República de Colombia, al sur y este la República del Perú y al oeste el Océano Pacífico. El territorio ecuatoriano tiene una área Territorial de 256.370 km<sup>2</sup>, con más de 13 millones de habitantes, cuenta con 24 provincias, su temperatura oscila entre 20 °C y 33 °C en la región costa y oriente, mientras que en la sierra ésta entre los 8 °C y 23 °C.

En el Territorio Ecuatoriano se encuentra la Red de Control Básico Vertical, la misma que esta materializada con placas de nivelación geométrica de primer orden, en las principales vías del país, la Red cuenta con 62 líneas, 20 anillos y 38 nodos, como se puede apreciar en la Figura (1.1).

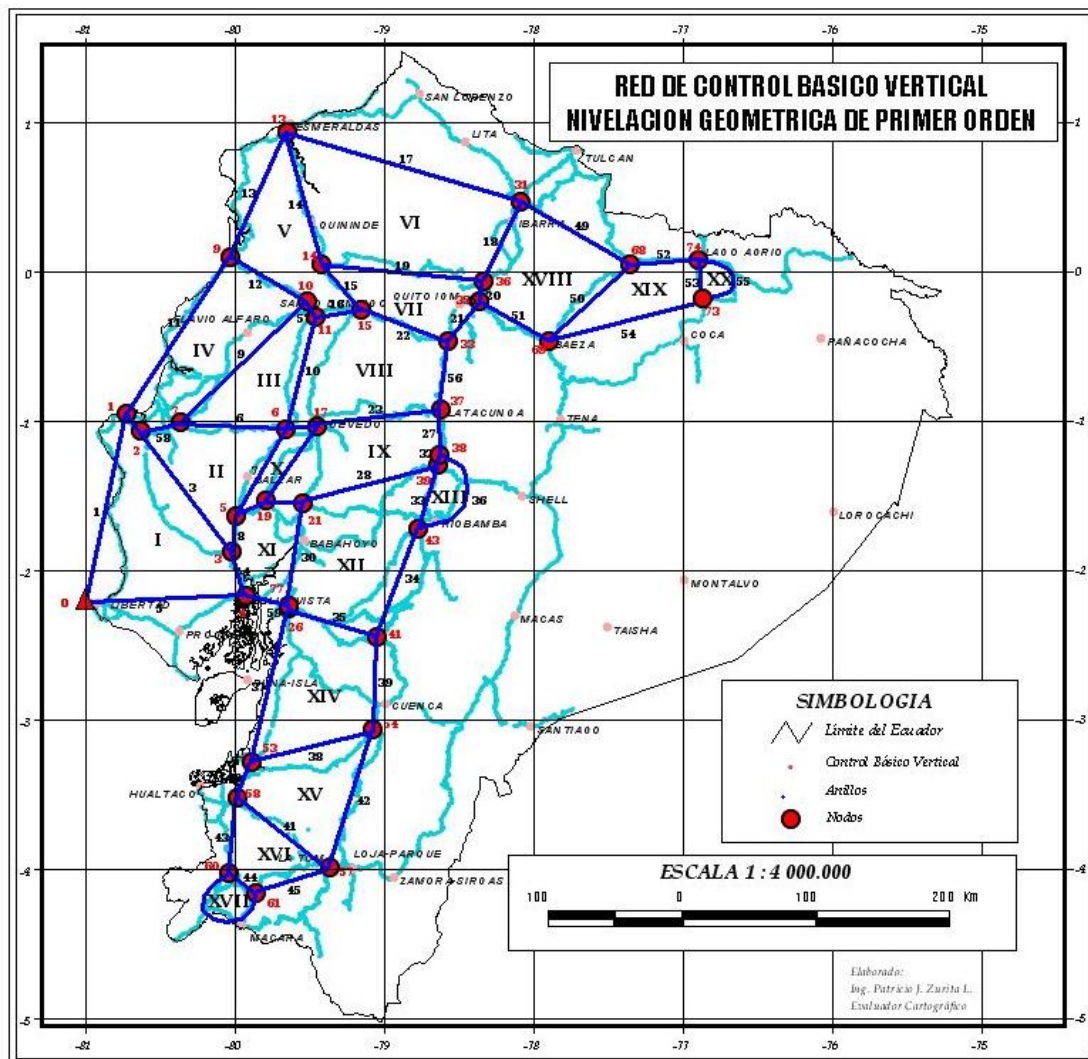


Figura1.1: Red de Control Básico Vertical Nivelación Geométrica de Primer Orden  
Fuente: IGM-2010

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEORICO

#### INTRODUCCION

Cuando se habla de la Tierra viene a la mente como fue evolucionando de acuerdo a las más variadas supersticiones, mitos, ritos, cultos y estudios de los fenómenos naturales, en culturas muy antiguas y cuyas evidencias hasta nuestros tiempos son los templos, ciudades, monumentos, estadios de cierta forma relacionados con las dimensiones, forma y el campo de gravedad terrestre, hasta llegar a lo que es hoy, un elipsoide de revolución.

El hombre evoluciona como una criatura pensante, dibuja la forma del planeta en el cual vivía, seguía creencias religiosas, otras por su cultura y civilización (Cogô De Sá, 2000?).

Como es el caso, en el antiguo Egipto se imaginaban a la tierra como un enorme huevo protegido en las noches por la Luna.

Mientras que los gnósticos cristianos de los siglos I y II veían el cielo y a la Tierra como un huevo en el útero del universo en cuyo exterior se encontraba enroscada una gigantesca serpiente que se alimentaba de la energía del mismo, más tarde en el siglo VII el sabio Beda el Venerable, manteniendo la idea que la Tierra era el centro del mundo como la yema de un huevo y la clara era el agua.

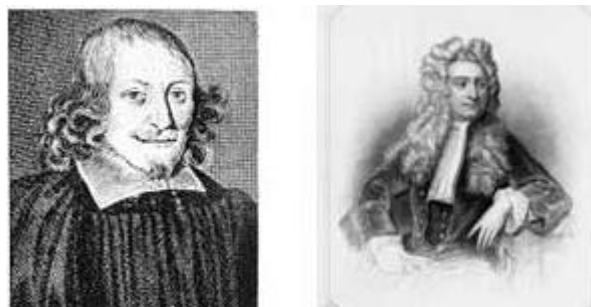
En un inicio los Griegos aseguraban que la Tierra era un inmenso disco rodeado por el río y los océanos, de acuerdo a Homero en la Iliada. Pero, Herodoto, afirmó que la Tierra era un disco, pero rodeada por un gran desierto, otros escritores Griegos indicaban que era un proporcionado paralelogramo, los incas y los aztecas tenían la idea de la Tierra cuadrada, los pueblos del norte de Europa la idea de una forma de disco rodeado por el océano (Núñez, 2006).

Se atribuye a Pitágoras quien planteo la idea de la Tierra esférica, luego Aristóteles explicó la existencia de una esfera que atraía a los cuerpos, así mismo es el primer autor que habla de la medida de la Tierra, quien dice que los matemáticos de aquella época fijaron en 400000 estadios la circunferencia terrestre. Seguramente se refiere a Eudoxio, a quien se le atribuye la invención del astrolabio, Eudoxio, gran geómetra Griego, vivió en el siglo IV a.C (www.udape.gov.bo).

Existen versiones sobre el valor del “estadio”, Baylly adopta el valor de 166 m para el estadio náutico, Dreyes lo fija en 157.5 m, el estadio Egipcio tenía 260 m y el Romano 185.15m. El primer geómetra cuyo procedimiento de medida de la Tierra es conocido, fue Eratóstenes, quien nació en Syrena, África septentrional, 275 a.C. El método empleado por este geógrafo para la medida de la circunferencia terrestre, es la medida lineal y angular de un arco terrestre. Eratóstenes fijó la circunferencia máxima de la Tierra en 252000 estadios. Más tarde Posidonio (134 a.C.) midió otro arco de meridiano entre Rhodas y Alejandría y obtuvo 80000 estadios, de igual manera lo hizo Ptolomeo quien obtuvo una medida para su circunferencia 180000 estadios.

En el siglo VIII el califa Árabe, Al-Mamoun midió un grado de meridiano en el desierto de Arabia, obteniendo según Dreyes, 119000 metros para el grado de circunferencia terrestre. Estas medidas lineales se hacían a pasos y para la medida de amplitud angular del arco terrestre se siguieron los métodos celestes de donde sobresalía el ingenio, dada la carencia de instrumento de observación (www.udape.gov.bo).

El primero que utilizó un antejo provisto de retícula para hacer Las observaciones, fue Picard que se encuentra en la Figura (2.1), nacido en Francia en 1620. Midió un arco de meridiano entre Amiens y Malvoisine, obteniendo la distancia lineal entre estos para el radio de la tierra, el valor:  $P=6372000m$ .



**Figura 2.1: El francés Jean Picard, fundador de la geodesia moderna, junto a Isaac Newton**  
Fuente: www.mappinginteractivo.

Con los estudios de Newton que se encuentra en la Figura (2.1, parte derecha), sobre la gravitación universal existieron resultados opuestos a los previstos por él. Newton establecía que la longitud de grado debería aumentar del Ecuador al Polo en el mismo sentido y en el mismo sentido que la intensidad de la pesantez, y los resultados obtenidos por Picard, comparados con los obtenidos en otras latitudes, indicaban lo contrario. Con esto se decía que la tierra debería ser un elipsoide alargado en el sentido del eje polar, en lugar de un elipsoide aplanado en los polos ([www.udape.gov.bo](http://www.udape.gov.bo)).

La disputa científica se prolongó hasta 1735, cuando la Academia de Ciencias de París decidió hacer la medida de 2 arcos de meridiano en latitudes muy diversas, uno al Ecuador y el otro en plena región Polar. La primera misión, en la que figuraban Maupertuis y Clairaut, operó entre Finlandia y Suecia, en donde corre el río Torrea. Sus investigaciones duraron un año y medio, de 1736 a 1737 ([www.udape.gov.bo](http://www.udape.gov.bo)).

La segunda misión, con Godín, Bouguer y la Condamine, midieron dos cadenas de amplitudes poco diferentes en 1736 a 1751 en Ecuador y Perú con una duración 7 años cada una. En 1736 año de llegada de la Misión Geodésica Francesa a Tierra de la Audiencia de Quito.

Los científicos llegaron al Ecuador con el fin de poder comprobar la figura de la tierra, medición de suma importancia para la confirmación de la teoría newtoniana, y aportes que desplegaron los académicos a lo largo 7 años de permanencia en Quito, los trabajos comenzaron en Caraburo y Oyambaro, en la provincia del Pichincha y terminaron en Cuenca y en Tarquí, cuyos trabajos fueron observaron y describieron eclipses de sol y luna, la refracción de la luz, trazaron la carta geográfica de diversas regiones de la Audiencia, levantaron los planos de algunas ciudades, describieron su flora y su fauna, recogieron innumerables plantas desconocidas en Europa como el cacao, la vainilla, la simaruba y diversas gomas, resinas y bálsamos. Con esto despertó el interés por la Cartografía, Astronomía, Geografía, Botánica, Hidrografía, Geología, Zoología, Flora, Lingüística, Arqueología, Etnografía, ciencias a las que aportaron en una u otra medida (Paladines, 2007).

Los resultados de estas dos misiones, confirmaron plenamente las teorías de Newton, la longitud del grado crece del ecuador al polo y, por lo tanto, la tierra es un elipsoide alargado en el sentido del ecuador, sustituyéndose a la esfera por el elipsoide de



revolución, con esto sirve para que en los siglos XVII y XVIII los franceses calculen los elipsoides de Besel (1841), de Clarke (1866) y de Hayford (www.udape.gov.bo).

Con el pasar del tiempo y con mayor conocimiento de la dinámica terrestre se entiende que se trata de una superficie dinámica la misma que varía con el tiempo, por esto su definición corresponde a una determinada época y no corresponde a ninguna superficie definible matemáticamente.

Por todo esto para poder definir la forma de la Tierra se deben hablar de componentes geométricas y todos los aspectos dinámicos que intervienen en ella, esto es las fuerzas que la modifican de acuerdo a la figura (2.2) como son: actividad sísmica y tectónica, erupciones volcánicas, retroceso de las capas de hielo, mareas oceánicas y terrestres, vientos solares, entre otras (Núñez, 2006).



**Figura2.2: Fuerzas dinámicas que modifican a la Tierra**

## 2.1 GEODESIA

A fines del siglo XX, la definición de la geodesia ha tenido una evolución científica y tecnológica en el mundo moderno. Hasta la década de 1950, permaneció en la terminología de Helmert (1880), que definió la Geodesia como la ciencia que estudia la forma y las dimensiones de la Tierra. Pero con la llegada de la era espacial, que dio inicio con el lanzamiento del primer satélite artificial en 1957, el suministro de información sobre el campo de gravedad global hasta ahora desconocido, marcó una nueva fase de Geodesia, que incluye en su definición el estudio del campo de gravedad. Así, en los años sesenta a la Geodesia se define como la ciencia que estudia la forma, tamaño y campo de gravedad de la Tierra (Cogô De Sá, 2000?).

Pero esta definición no mide las variaciones temporales del campo de gravedad los métodos modernos podrían detectar estas variaciones conduciendo a una nueva definición de la Geodesia:

**“Geodesia es la ciencia que estudia la forma, dimensiones, campo de gravedad de la Tierra y sus variaciones temporales”** (Cogô De Sá, 2000?).

La Geodesia es la base de la topografía y la Cartografía, por lo que se requiere de un estudio y conocimiento más riguroso. Al igual que con otras ciencias, la geodesia ha abarcado un campo muy amplio, la misma que se la puede dividir en:

Geodesia Geométrica, Geodesia Física, Geodesia matemática y Geodesia dinámica. Pero existen, nuevas aplicaciones y nuevas metodologías, con especificaciones distintas de Geodesia, por ejemplo, Geodesia Satelital, Geodesia inercial, Geodesia Marina y Geodesia Espacial. Esta idea (Vanicek & Krakiwsky, 1986) conduce a una subdivisión de tres disciplinas fundamentales según los contenidos en la definición de Geodesia:

- 1.-Posicionamiento
- 2.-El campo de gravedad.
- 3.-Las variaciones temporales de ambas.

Con esta división conceptual de Geodesia evita la aparición de subdivisiones artificiales inútiles en el contexto de la geodesia primaria como una ciencia (Cogô De Sá, 2000?).

## **2.2 CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA**

Existen cuatro interacciones básicas que ocurren en la naturaleza, puede ser encontrado en ([www.ign.es/.../A1.pdf](http://www.ign.es/.../A1.pdf)).

- Fuerza gravitatoria<sup>1</sup>
- Fuerza electromagnética<sup>2</sup>
- Fuerza nuclear fuerte<sup>3</sup>
- Fuerza nuclear débil<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup> Es la fuerza que experimentan entre sí los objetos con masa.

<sup>2</sup> Es la interacción que ocurre entre las partículas con carga eléctrica.

<sup>3</sup> Es la responsable de mantener unidos a los nucleones (protón y neutrón) que subsisten en el núcleo atómico.

<sup>4</sup> Esta se debe al intercambio de los bosones W y Z (son las partículas mediadoras de la interacción nuclear), que son muy fuertes

Por tal razón la fuerza gravitatoria es la más débil de todas ellas, siendo despreciable en las interacciones entre partículas elementales (moléculas, átomos, núcleos, etc.), o entre objetos del tamaño de las personas, pero siendo de gran importancia en las interacciones entre cuerpos muy grandes como satélites, planetas, estrellas, entre otras.

El campo de gravedad terrestre no solo se entiende a la fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra, sino a la suma de todas aquellas fuerzas que actúan sobre un cuerpo en reposo sobre la superficie de la terrestre.

El geoide es una superficie de nivel de campo de gravedad. La distribución de los valores de gravedad en superficie junto con otras medidas geodésicas permite determinar la forma de la superficie terrestre. La gravimetría tiene como objetivo principal el estudio del campo de gravedad terrestre debido a que las medidas de gravedad en las superficie dan información sobre la estructura y las características del interior de la Tierra y la variación temporal del campo de gravedad revela fenómenos como las oscilaciones de los polos terrestre, la redistribución de la masa de la Tierra entre otras.

Las principales fuerzas que actúan sobre un cuerpo en reposo que se encuentran en un punto fijo sobre la superficie terrestre son:

- \* Fuerza gravitatoria terrestre
- \* Fuerza centrífuga debido a la rotación de la tierra
- \* Fuerza de atracción de otros cuerpos celestes como el sol y la luna
- \* Fuerza de atracción de la atmosfera terrestre.

La suma de todas estas fuerzas se denomina fuerza de gravedad y se caracteriza por ser función de la posición y del tiempo. Por esto para estudios no muy precisos se tiene en cuenta las dos primeras fuerzas ya que la influencia de las demás sobre el valor de la gravedad es muy pequeña y se suelen despreciar.

La fuerza de gravedad (2.1) se obtiene multiplicando la aceleración de la gravedad ( $\vec{g}$ ) por la masa del cuerpo ( $m_{as}$ ).

$$\vec{f} = \vec{g} * m_{as} \quad (2.1)$$

El vector  $\vec{g}$  es el campo de gravedad terrestre y se define como la fuerza por unidad de masa ejercida por la tierra por cualquier objeto, ([www. ign.es/.../A1.pdf](http://www.ign.es/.../A1.pdf)).

### 2.2.1 POTENCIAL DE GRAVEDAD

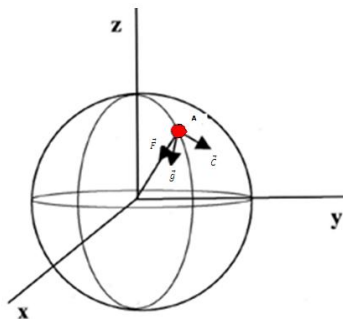
Newton en 1687 publica la Ley de Gravitación, la misma que indica que existe una fuerza de atracción entre dos objetos (de masa  $m_1, m_2$ ) que es proporcional al producto de las masas de los objetos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los aparta. La fuerza que conecta a estos dos objetos se denomina fuerza de atracción gravitacional ecuación (2.2).

$$\vec{F} = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (2.2)$$

- $\vec{F}$  Fuerza de atracción gravitacional
- $G$  Constante de gravitación universal, que se aplica a todos los objetos, ya sean estos terrestres o celestes y es  $= 6,673 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$ .
- $m_1, m_2$  Objetos atrayentes
- $r$  Distancia entre los dos objetos

Para un punto de masa A sobre la superficie de la tierra el vector gravedad, en este punto actúan dos fuerzas, la fuerza de atracción terrestre ( $\vec{F}$ ) y la fuerza centrífuga ( $\vec{C}$ ) que surge por la consecuencia de la rotación de la Tierra y la fuerza resultante de dichas fuerzas se llama fuerza de gravedad de acuerdo a la formula (2.3), representada en la figura (2.3) que se expresa como la suma vectorial de ambas fuerzas.

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{C} \quad (2.3)$$



**Figura 2.3: Representación de la Fuerza de Gravedad**

La fuerza centrífuga y su dirección es siempre perpendicular al eje de rotación se expresa por la formula (2.4).

$$\vec{C} = \omega^2 * \vec{d} \quad (2.4)$$

$\omega$  Velocidad angular de rotación de la Tierra cuyo valor es = 7292115.1467  $10^{-11} rad/s$ .

$\vec{d}$  Separación entre el punto y el eje de rotación

La fuerza de gravedad se caracteriza por la aceleración que adquiere el cuerpo que cae libremente. Como unidad de aceleración se toma el gal, que está determinado por la relación (Zakatov, 1981):

$$1 \text{ gal} = 1 \text{ cm/s}^2$$

En el Ecuador la fuerza centrífuga es de 3392  $cm/s^2$ , además se puede acotar que en los Polos no hay fuerza centrífuga, ya que por ellos pasa el eje de giro terrestre por esto en estos puntos la fuerza es nula y por otra parte se deduce que su radio polar es mínimo. Por ambas razones la gravedad es máxima en el Polo y mínima en el Ecuador (Tierra, 2003).

El potencial gravitatorio o geopotencial (2.5) es la suma del potencial gravitacional (atracción gravitatoria) ( $V$ ) y el potencial de la fuerza centrífuga ( $\Phi$ ).

$$W = V + \Phi \quad (2.5)$$

Y la fuerza centrífuga está dada por la formula (2.6)

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2) \quad (2.6)$$

$X, Y$  Coordenadas geocéntricas del punto

## 2.2.2 CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA REAL

### 2.2.2.1 GEOPOTENCIAL TIERRA REAL (GEOIDE)

El geopotencial ( $W$ ) es proveniente de las masas terrestres y de la rotación del planeta. El geopotencial en cualquier punto en coordenadas cartesianas geocéntricas en la rotación de la Tierra verdadera se expresa mediante (2.7), (Tierra, 2003):

$$W(X, Y, Z) = V(X, Y, Z) + \Phi(X, Y, 0) \quad (2.7)$$

El potencial gravitacional (2.8) de un cuerpo solido:

$$V(X, Y, Z) = G \iiint \frac{\rho(x', y', z') \cdot dx' dy' dz'}{l} \quad (2.8)$$

- $l$  distancia entre el elemento de masa atraída y el punto atraído
- $dx' dy' dz' = dv$  es el elemento de volumen de masa atraída
- $\rho$  Densidad de la masa atraída

Aplicando el operador gradiente de la formula (2.6), se obtiene el vector de gravedad:

$$\vec{g} = \text{grad}(W) \quad (2.9)$$

En el sistema cartesiano se obtiene:

$$\vec{g} = \frac{\partial W}{\partial X} i + \frac{\partial W}{\partial Y} j + \frac{\partial W}{\partial Z} k \quad (2.10)$$

Para que el potencial gravitatorio sea mas manejable y sea una función armónica aplicando el operador de Laplace ( $\Delta$ ) al potencial gravitacional ( $V$ ) en el exterior de la superficie terrestre, se cumple que:  $\Delta V = 0$ , ( $V$ ) es una función armónica, y puede ser desarrollada en términos de armónicos esféricos, por esto el potencial gravitatorio es definido por un punto  $P$  mediante coordenadas polares por la distancia geocéntrica ( $r$ ), la co-latitud geocéntrica  $\theta$ , y longitud  $\lambda$  (Tierra, 2003):

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n C_{nm} Y_{nm}(\theta, \lambda) \right] \quad (2.11)$$

- $GM$  Constante gravitacional geocéntrica
- $a$  Semieje mayor del elipsoide de referencia
- $C_{nm}$  Coeficientes plenamente normalizados de **grado  $n$  y orden  $m$** , del potencial desenvuelto en **armónicos esféricos**
- $Y_{nm}$  Armónicos esféricos de superficie plenamente normalizados.

Con esto el potencial centrífugo es, (Tierra, 2003).

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{sen}^2 \theta \quad (2.12)$$

### 2.2.3 CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA NORMAL

Las irregularidades que presenta la superficie física de la Tierra, se hace necesario asimilarla a una cierta superficie ideal que reproduzca ciertas magnitudes físicas obteniendo modelos los cuales se indica a continuación y se lo encuentra en (<http://www.publicacion.ud.es/liberweb/astro>).

#### a) Modelo Geométrico

La Tierra puede considerarse, primero, como una esfera de radio 6.371km y, segundo, como un elipsoide de revolución. La esfera y el elipsoide son equivalentes, tanto en área como en volumen y el radio de la esfera, llamado radio medio de la Tierra, es la media aritmética de los tres semiejes del elipsoide.

Los elementos del elipsoide de revolución que fue adoptado como "elipsoide internacional" por la Asamblea General de la Unión Geodésica y Geofísica Internacional (U.G.G.I.), celebrada en Madrid en 1924, son:

*radio ecuatorial:*  $a = 6.378,388 \text{ km}$

*achatamiento:*  $f = (a-c)/a = 1/297$

*radio polar:*  $c = 6.356,912 \text{ km}$

Elipsoide de HAYFORD
-------------------------

La asamblea general de Estocolmo adoptó para este elipsoide la formula de gravedad internacional establecida por G. Cassinis correspondiente a la formula de la gravedad normal (2.13), esencial para la adopción de un elipsoide de nivel (Mourón, 2008):

$$Y_{\sigma} = 9.78049(1 + 0.0052884 \text{sen}^2 \varphi - 0.0000059 \text{sen}^2 2\varphi) \frac{m}{s^2} \quad (2.13)$$

$\varphi$  Latitud de un punto determinado

Como consecuencia de los resultados obtenidos mediante la observación de satélites artificiales, en la Asamblea General de la Unión Astronómica Internacional (U.A.I.), celebrada en Hamburgo en 1964, se recomendó trabajar con los siguientes elementos:

$$a = 6.378,160 \text{ km}$$

$$f = 1/298,25$$

Últimamente, en la Asamblea General de la Unión Astronómica Internacional que se celebró en Grenoble en 1976, se adoptó un nuevo sistema de constantes astronómicas, designado por IAU (1976), que entró en vigor el 1 de enero de 1984. En él se toma:

$$a = 6.378,140 \text{ km}$$

$$f = 1/298,257$$

### b) Modelo Dinámico

El potencial creado por la Tierra no es de revolución. Ello se intenta explicar considerando que la Tierra, desde un punto de vista dinámico, se aproxima mediante un elipsoide de tres ejes cuyos elementos son:

$$a = 6.378,2 \text{ km}$$

$$f = (a-c)/a = 1/298,3$$

$$f_e = (a-b)/a = 1/30.000$$

f y  $f_e$  son el achatamiento polar y el achatamiento ecuatorial.

a semieje mayor

b semiejes menor.

Desde 1958, por observación de las anomalías orbitales del satélite artificial (Vanguard 1958  $\beta$  2), se sabe que, en cuanto se refiere a la distribución de masas, la Tierra tiene forma de pera figura (2.4) (<http://www.publicacion.ud.es/liberweb/astronomia>).

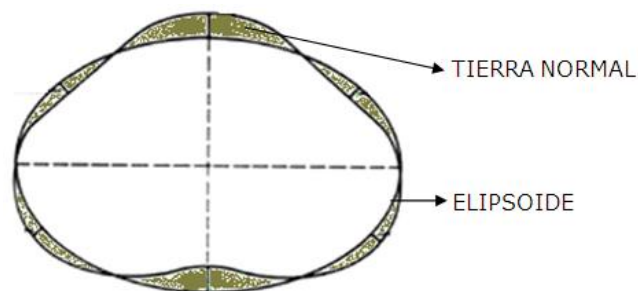


Figura 2.4: Se compara la Tierra normal, forma de pera y el elipsoide.



El elipsoide de revolución es una sencilla figura geométrica de referencia, pero que se aparta algo de la forma real de la Tierra. Este elipsoide de revolución o Tierra normal, tiene el centro que coincide con el geocentro, tiene la misma velocidad angular de rotación y masa de la tierra real, el semieje menor coincide con el eje de rotación de la tierra.

Vinculado con la Tierra Normal esta el potencial de gravedad de Tierra Normal o Esferopotencial de acuerdo a la formula (2.14), el cual está dado por la suma de los potenciales de atracción de la Tierra normal ( $Z$ ) y el potencial centrífugo ( $\Phi$ ), (Tierra, 2003):

$$U = Z + \Phi \quad (2.14)$$

$Z$  Potencial gravitacional del elipsoide

### 2.2.3.1 ESFEROPOTENCIAL O TIERRA NORMAL (ELIPSOIDE)

El esferopotencial ( $U$ ) es el potencial de la Tierra Normal; el valor de  $U$  en cada punto depende de las dimensiones del elipsoide que se tome como referencia (que aparecen en la expresión de  $U$  en los límites de integración y en el radio del paralelo  $r$ ), (Tierra, 2003).

$$U = G \iiint_{elips} \rho \frac{dv}{r} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \quad (2.15)$$

$dv$  Elemento de volumen

Como el potencial gravitacional ( $Z$ ) en el exterior de las masas, cumple con la ecuación de Laplace  $\Delta Z = 0$ , entonces se lo puede representar al esferopotencial ( $U$ ) de la forma (Gemael, 1999):

$$U = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left( \frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\theta) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{sen}^2 \theta \quad (2.16)$$

$J_{2n}$  Son los coeficientes zonales pares igual a:

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \left[ 1 - n + \frac{5n(C_1 - A)}{Mc^2} \right] \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \quad (2.17)$$

$c$	semidistancia focal
$e$	excentricidad principal
$A, C_1$	momentos de inercia de la Tierra en relación a los ejes X y Z.
$M$	masa de la Tierra (incluida la masa atmosférica).

Aplicando el operador gradiente a  $U$ , se tiene el vector gravedad normal de acuerdo a (2.18).

$$\vec{\gamma} = \text{grad}(U) \quad (2.18)$$

La magnitud de este vector se denomina como gravedad normal ( $\gamma$ ), y puede ser calculada por la denominada fórmula de Somigliana (Tierra et. Al, 2007):

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k_{gn} \cdot \text{sen}^2 \varphi}{\sqrt{1 - e_1^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi}} \quad (2.19)$$

Con:

$$k_{gn} = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1 \quad (2.20)$$

$\gamma_p$	Gravedad normal en el polo
$\gamma_e$	Gravedad normal en el Ecuador
$k_{gn}$	Constante de la gravedad normal
a,b	semiejes del elipsoide
$e_1^2$	Primera excentricidad al cuadrado

Por lo tanto la formula más precisa de la gravedad normal del Geodetic Reference System 1980 (GRS80).

$$\gamma_{\text{GRS80}} = 0.97803267715 \left[ 1 + 0.0052790414 \text{sen}^2 \varphi + 0.0000232718 \text{sen}^4 \varphi + 0.0000001262 \text{sen}^6 \varphi + 0.0000000007 \text{sen}^8 \varphi \right] \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (2.21)$$

Con una precisión de  $0,1 \text{ mgal} = 1 \text{ } \mu\text{ms}^{-2}$  de acuerdo a (<http://www.ign.es/ign/aig/D.pdf>).

## 2.2.4 POTENCIAL PERTURBADOR O ANÓMALO

El Potencial perturbador o potencial anómalo, (T) es la diferencia entre el potencial (W) de la gravedad real y (U) de gravedad normal en el mismo punto.

$$T(X,Y,Z) = W(X,Y,Z) - U(X,Y,Z) \quad (2.22)$$

Matemáticamente, este potencial puede ser considerado como el potencial generado por las “masas anómalas”, estas masas transforman a la Tierra Normal en Tierra Verdadera. La suma de masas anómalas, positivas y negativas es nula; pues se admite que la tierra normal y la verdadera poseen masas iguales.

Tanto el geopotencial (W) cuanto el esferopotencial (U) tiene el mismo potencial centrífugo ( $\Phi$ ), por lo que (T) (potencial anómalo) es también la diferencia entre los potenciales gravitacionales, según la forma, (Tierra, 2007):

$$T_p = V_p - Z_p \quad (2.23)$$

Como ambas son funciones armónicas fuera de las masas que se atraen, por ende  $T_p$  es también armónico y cumple la ecuación de Laplace, esto es:

$$\Delta T_p = 0$$

Por lo cual puede ser expresado de la siguiente manera:

$$T_p(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n C_{nm} Y_{nm}(\theta, \lambda) \right] \quad (2.24)$$

### 2.3 GRAVIMETRÍA

Es la ciencia que estudia las variaciones del campo de la gravedad debido a una desigual distribución de masas en el interior de la Tierra. Consiste en medir y explicar las anomalías que las variaciones de la densidad<sup>5</sup> en el subsuelo se generan sobre el campo gravitatorio terrestre (Chelotti, 2010).

Los primeros valores de la longitud del péndulo fueron realizados por Richer en La Cayenne en 1672. En las misiones para la determinación que la Tierra es un elipsoide, Maupertuis 1736-37 y Bouguer 1735-44 efectuaron estas medidas pendulares. Marinós Españoles como Malaspina y Bustamante 1789 realizaron experiencias con 1 péndulo invariable.

---

<sup>5</sup> Es la relación entre el peso (masa) de un cuerpo y el volumen que ocupa (el mismo cuerpo).

En la actualidad el método de caída libre es el método absoluto más exacto y preciso para la determinación de la componente vertical de la gravedad. En las medidas relativas se pueden distinguir dos casos ([www.ign.es/.../A1.pdf](http://www.ign.es/.../A1.pdf)):

- Espaciales cuando se determina el incremento de la aceleración de la gravedad del sensor del gravímetro relativo en un punto con respecto a la posición del sensor en otro punto de referencia, en el cual se conoce el valor absoluto de la fuerza de gravedad.
- Temporales se determinan los valores de la fuerza de la gravedad en instantes de tiempos distintos, como ocurre en el caso de la medida de las mareas terrestres (variaciones de largo período) ([www.ign.es/.../A1.pdf](http://www.ign.es/.../A1.pdf)).

Los Gradiómetros son los más antiguos, desde fines del siglo XIX, fueron las Balanzas de Torsión, modificadas de la balanza original de Cavendish, siendo la más utilizada la desarrollada por Lorand von Eötvös (1886), para medir directamente la pendiente o gradiente de la gravedad (Chelotti, 2010).

Las medidas relativas realizadas por Sterneck 1881 y se extienden por el mundo para una mayor densificación de los valores de gravedad hasta el desarrollo de los gravímetros relativos en 1940 ([www.ign.es/.../A1.pdf](http://www.ign.es/.../A1.pdf)).

A partir de 1970 empieza a usarse Gradiómetros Modernos, conformados por tres pares de gravímetros ensamblados en las direcciones x, y, z, inicialmente para navegación submarina, reemplazando al sonar durante la Guerra Fría. Los primeros trabajos de prospección fueron realizados con balanzas de torsión, como la de Eötvös, de los cuales el más utilizado fue el del inglés Henry Katter (1817), (Chelotti, 2010).

En 1915 y 1916 se emplea la balanza de torsión de EÖTVÖS en el levantamiento de la estructura de un campo petrolífero ubicado en Egbell en la Checoslovaquia antigua. En 1917 SCHWEIDAR levantó un domo de sal ya conocido ubicado cerca de Hanigsen en Alemania por medio de una balanza de torsión y la estructura deducida y predicha a partir de esos estudios fue confirmada luego por sondeos ([www.geovirtual.cl](http://www.geovirtual.cl)).

Existen diseños de gravímetros adaptados para ser bajados a fondos marinos (La Coste, 1952, con mando remoto), también para trabajar desde barcos o también desde aviones (ya desde 1960), o para pozos petroleros (Gilbert, Edcon, etc., que se mantienen verticales sin

importar la inclinación del pozo), todos construidos según el principio de los gravímetros estáticos. Existen asimismo versiones avanzadas para mediciones satelitales, y hasta fue enviado a la Luna un diseño especial de La Coste, en 1972 (Chelotti, 2010).

### 2.3.1 LEY DE GRAVITACIÓN DE NEWTON 1687

Si cualquier cuerpo inicialmente estando en reposo cae sin ser estorbado después un segundo tendrá una velocidad de 9,80m/s en la dirección vertical. Después de un segundo más su velocidad será: 19,60m/s. El aumento de la velocidad vertical de 9,80m/s de un cuerpo cayendo sin ser estorbado durante cada segundo se denomina aceleración de gravedad o sólo gravedad y se la expresa como  $9,80\text{m/s}^2$ . El primer término por segundo indica la velocidad medida como distancia pasada durante un segundo, el otro por segundo indica la variación de la velocidad de 9,80m/s, que corresponde a un intervalo de 1s (www.geovirtual.cl).

La unidad de la aceleración es  $1 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 1 \text{ Gal}$  (según Galilei) y  $0,001 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 1 \text{ mgal} = 10\text{u.g.}$  (unidades de gravedad).

La unidad de la variación de la aceleración o del gradiente de la aceleración es  $1\text{s}^{-2}, 10^{-8}\text{s}^{-2} = 1 \frac{\text{mgal}}{\text{km}}$  y  $10^{-9}\text{s}^{-2} = 1\text{E}$  (Eötvös), (www.geovirtual.cl).

La aceleración resultante de  $m_1$  es:

$$\frac{F}{m_1} = g = G \frac{m_2}{r^2} \quad (2.25)$$

La masa de un cuerpo se relaciona por su volumen ( $v$ ) y por su densidad ( $\delta$ ):

$$m = v\delta \quad (2.26)$$

Como la Tierra no es un cuerpo uniforme en densidad, la atracción que ejerce sobre los demás cuerpos es:

$$g = G \int \left( \frac{\delta r}{r^3} \right) v \delta \quad (2.27)$$

La medición de la atracción gravitacional de la tierra puede proveer información acerca de la geología en la zona de estudio (Seigel, 1995), (Sánchez R., 2007).

### 2.3.2 DETERMINACIONES ABSOLUTAS

El método absoluto consiste en obtener un valor directo de la aceleración de la gravedad en el lugar donde se ha instalado el equipo de medición, a través de la medición directa sus cantidades fundamentales: distancia y tiempo.

Se presentan las siguientes características:

- \* Se emplean sistemas pendulares o dispositivos en los cuales la caída libre o el lanzamiento de un objeto son observados.
- \* Se necesita de instrumentos de medición precisa de las magnitudes en función de las cuales la gravedad es calculada: la longitud de los péndulos y el tiempo o períodos de los mismos, por ejemplo.
- \* Se requiere de un tiempo de observación bastante largo.
- \* El manejo y transporte de instrumental son incómodos por su tamaño y cuidado.

Estas determinaciones permiten el establecimiento de puntos absolutos o “datum” distribuidos por todo el mundo, constituyéndose en una referencia para los trabajos de densificación (Torres, 2005).

### 2.3.3 MÉTODOS DE MEDICIÓN DE LA GRAVEDAD

#### 2.3.3.1 MÉTODO PENDULAR

El movimiento pendular fue utilizado para efectuar determinaciones absolutas de la aceleración de la gravedad en el observatorio de Postdam, Alemania. Es considerado como un método clásico de medición de gravedad.

En este caso el período  $\mathcal{T}$  de un péndulo matemático está expresado en función de su longitud  $l$  y da el valor local de aceleración de gravedad. Dicho péndulo permite la oscilación de una masa en un hilo (considerado sin masa) alrededor de un punto sin fricción. La ecuación de este movimiento es la siguiente (Torres, 2005):

$$\mathcal{T} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{sen}^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \text{sen}^4 \frac{\alpha}{2} \dots + \frac{2n-1}{2n} \text{sen}^{2n} \frac{\alpha}{2} + \dots \right] \quad (2.28)$$

Donde:

$T$	Período
$l$	Longitud de la cuerda
$g$	Aceleración de la gravedad
$\alpha$	Amplitud máxima.

Vale aclarar que el periodo de la oscilación de un péndulo de una longitud dada se considera independiente de su amplitud, es decir, de la distancia máxima que se aleja el péndulo de la posición de equilibrio. No obstante, cuando la amplitud es muy grande, el periodo del péndulo sí depende de ella (Torres, 2005).

Asumiendo que el período de oscilación es independiente de ( $\alpha$ ), se puede obtener el valor de  $g$  de la ecuación (2.28):

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} * l \quad (2.29)$$

Entonces basta con medir el período de oscilación del péndulo durante cierto intervalo de tiempo para obtener el valor de  $g$  a través de un método de ajuste de observaciones.

### 2.3.3.2. MÉTODO DE CAÍDA LIBRE

De acuerdo a (Torres, 2005) en los últimos 20 años se ha desarrollado una avanzada tecnología para lograr una objetiva determinación absoluta a través de la caída libre de los cuerpos. La ecuación de este movimiento es la siguiente:

$$Dis = \frac{gt^2}{2} \quad (2.30)$$

Donde:

$Dis$	Distancia vertical de caída (m)
$g$	Aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ )
$t$	Tiempo de desplazamiento vertical (s)

Si de esta ecuación se despeja el valor de  $g$  se tiene:

$$g = \frac{2Dis}{t^2} \quad (2.31)$$

Será necesario, entonces, medir el tiempo de caída del cuerpo desde una altura determinada para obtener el valor de gravedad. Obviamente se requerirá de más de una observación para lograr, a través de un método de ajuste de observaciones, el valor más confiable, a pesar de que actualmente las distancias entre las superficies de medición  $x_1, x_2 \dots x_i$  y los tiempos de paso a través de ellas se obtienen mediante interferometría láser.

Drewes manifiesta que la precisión lograda por el método de caída libre va desde aproximadamente  $1\mu\text{Gal}$  hasta  $10\mu\text{Gal}$ , mientras que mediante el método pendular va desde alrededor de  $10\text{ mGal}$  hasta  $1\text{ mGal}$ .

#### **2.3.4 DETERMINACIONES RELATIVAS**

De acuerdo a (Torres, 2005) este método, también llamado “diferencial”, mediante la medición directa o indirecta de la gravedad una de las cantidades fundamentales de la aceleración (distancia o tiempo), se obtienen las diferencias de gravedad en relación a una estación gravimétrica conocida (punto fijo de la superficie terrestre) donde el valor fue previamente determinado.

En estas determinaciones se presentan las siguientes características:

- Según el caso, se requiere la medida de magnitudes como: longitud (prolongación de resortes), ángulos (desplazamiento angular de un péndulo de torsión) o tiempo (período de oscilación de una lámina o cuerda vibrante);
- El instrumental es de fácil manejo y transporte.
- El tiempo de observación es bastante corto (5 a 10 minutos aproximadamente); y,
- Se puede obtener una gran precisión de sensibilidad.

Según Drewes, la precisión lograda por determinaciones relativas va desde aproximadamente  $10\mu\text{Gal}$  hasta  $30\mu\text{Gal}$  (Torres, 2005).

#### **2.3.5 CORRECCION DE MAREAS**

También se llama “corrección por atracción luni-solar”. Es la corrección que minimiza el efecto causado (perturbación) en el campo gravitacional terrestre por la atracción que la Luna y el Sol ejercen sobre la Tierra para un cierto día y para una determinada hora. Dicho efecto que cada uno de estos astros ejerce sobre la Tierra está calculado en función



de los datos  $(\varphi, \lambda, h)$  del punto de medición y de las efemérides del Sol y la Luna referentes a este punto (Torres, 2005).

### **2.3.6 CORRECCIONES POR DERIVA INSTRUMENTAL**

Los gravímetros sufren los efectos de la denominada “deriva instrumental” que provoca distintas lecturas en un mismo punto en diferentes instantes sin que cambie su valor de gravedad. Por ello es importante considerar la presencia de las condiciones ideales de operación de manera constante a fin de obtener resultados homogéneos y coherentes.

Esta deriva es una variación de las indicaciones instrumentales (no causada directamente por alteraciones gravitacionales, térmicas, barométricas y demás), la cual puede ser expresada en función del tiempo y tiene su origen en deformaciones plásticas (y por lo tanto irreversibles) del sistema elástico (resortes) de los gravímetros, causadas por un “acomodamiento” molecular, vibraciones y movimientos durante el transporte, entre otros motivos.

Para lograr una corrección de la deriva es imprescindible que se retorne al punto de partida del circuito, o a otra estación de referencia, en un lapso no mayor a 24 horas (en el peor de los casos hasta 48 horas), ya que en este periodo se asume que, para los gravímetros LCR, la deriva tiene un comportamiento lineal y puede ser compensada (Torres, 2005). Incluso notas obtenidas de la UFPR afirman que se puede asumir que la deriva se comporta linealmente a hasta un lapso máximo de 72 horas.

La deriva instrumental se traduce en dos inconvenientes principales que afectan las medidas ofrecidas por los instrumentos que usan resortes o hilos de torsión para generar un movimiento antagónico, impidiendo así, que tales aparatos puedan realizar medidas absolutas de gravedad (Torres, 2005).

- a) Deriva estática.- Ocurre cuando el instrumento se halla en reposo por un tiempo superior a una hora.
- b) Deriva Dinámica.- Ocurre cuando el instrumento se halla en movimiento, lo que produce cambios en el comportamiento del sistema elástico.

### 2.3.7 ANOMALÍAS GRAVIMÉTRICAS

El material rocoso no se encuentra distribuido uniformemente sino aleatoriamente en el planeta, por tal razón se producen variaciones laterales como en profundidad de la gravedad y estos son los que producen cambios en la densidad del subsuelo facilitando así la ubicación de cuerpos intrusos de gran interés o el estudio detallado de cuencas sedimentarias (Sánchez R., 2007).

La anomalía de gravedad ( $\Delta g$ ) es definida como la diferencia entre la gravedad real ( $g$ ) (observada) en el punto de estudio (sobre el Geoide) y la gravedad normal de acuerdo a (2.19) (teórica) calculada en el punto (sobre el elipsoide de referencia). Además se puede definir que la distancia que existe entre el geoide y el elipsoide se llama altitud del geoide u ondulación geoidal (N). La expresión que se utiliza para definir la anomalía de gravedad se la representa mediante la siguiente fórmula (Tierra, 2007).

$$\Delta g = g - \gamma \quad (2.32)$$

### 2.3.8 CORRECCIÓN DE AIRE LIBRE (CAL)

Es la reducción o corrección de aire libre, consiste en la reducción de la estación de la superficie topográfica (valores receptados por gravímetro) al geoide, usando un gradiente teórico de gravedad, sin considerar el efecto gravitacional de las masas entre las dos superficies. Considerando de esta manera solamente el efecto de la diferencia de altura entre el punto de observación y el Geoide. Para el Ecuador el valor aproximado para este cálculo se desprende de la siguiente expresión (Ordoñez, 2007), (Kirby, 2007):

$$CAL_E \cong 0.307716Hn - 7.21 * 10^{-8}(Hn)^2 \quad (2.33)$$

$CAL_E$  Corrección al aire libre para el Ecuador (Tierra, 2007)

$Hn$  Altura nivelada del punto (m)

### 2.3.9 ANOMALÍA DE AIRE LIBRE

La anomalía de aire libre ( $\Delta g_{AL}$ ) es la resultante obtenida después de la aplicación de la corrección de aire libre ( $CAL_E$ ), al valor de gravedad ( $g$ ) para poder reducirla al geoide, la cual está dada por la fórmula (2.34) (Tierra, 2007):

$$\Delta g_{AL} = g + CAL_E - \gamma \quad (2.34)$$

### 2.3.10 CORRECCIÓN DEL TERRENO

Esta corrección debe ser aplicada a las anomalías gravimétricas. También es conocida como corrección por relieve, toma en cuenta las irregularidades de la topografía. Así como la corrección atmosférica, esta corrección se aplica a fin de satisfacer las condiciones del problema del valor del contorno.

Según Forsberg (1994), la corrección de terreno se calcula considerando la irregularidad de las masas topográficas para coordenadas cartesianas de acuerdo a (2.35):

$$C_T = G\bar{\rho} \iiint_{\tau} \frac{(z-Hn_p)}{[(x_p-x)^2+(y_p-y)^2+(Hn_p-z)^2]^{3/2}} dx dy dz \quad (2.35)$$

Donde:

- $\tau$  indica el área de integración,
- $Hn_{(p)}$  Altura del punto  $P$  donde se realiza el cálculo de  $C_T$ ,
- $Hn$  Altura del punto móvil (punto que se traslada a lo largo de  $\tau$ )
- $\bar{\rho}$  Valor medio de densidad,
- $x, y, z$  Coordenadas del punto móvil,
- $x_p, y_p$  Coordenadas del punto  $P$ .

Para la evaluación acerca de la influencia del terreno en las observaciones gravimétricas existen varios métodos como el de plantillas o el de prismas; en este estudio se planteo la utilización de integración de prismas en la corrección generada por Forsberg (Tierra, 2007).

### 2.3.11 CORRECCION DEL EFECTO DE LA LÁMINA DE BOUGUER

Es la que tiene en cuenta la atracción que ejerce el material situado entre la estación de medida y el elipsoide de referencia. De esta manera se calcula la atracción de este material que constituye una lámina de densidad, con una altura igual al de la estación de medida y de extensión infinita, la misma que se detalla a continuación en (2.36) (Álvarez, 2002), (Joao, 2000).

$$CB = 2\pi\rho GHn = 0.1119Hn \quad (2.36)$$

- $CB$  Corrección de Bouguer

### 2.3.12 ANOMALÍA DE BOUGUER COMPLETA

Es la que considera los cambios de altitud por medio de la corrección de Bouguer, tomando en cuenta la densidad propia del suelo, y a su vez el cambio que sufre la atracción gravitacional por la presencia de valles o colinas cercanas corrigiéndola por medio de la suma de la corrección topográfica.

$$\Delta g_B = g_{obs} + CAL_E - \gamma + CT + CB \quad (2.37)$$

Este cálculo se lo realiza para corregir la medida de la componente vertical de la fuerza gravitacional terrestre, la misma que sufre distintas variaciones, como las mencionadas (Sánchez R., 2007).

### 2.3.13 ESTACIONES BASE DE GRAVEDAD

El objeto de cualquier medición gravimétrica es resolver el valor de la gravedad en los puntos de observación. La forma general de resolver el valor de la gravedad en un punto es obtener el  $\Delta g$  existente entre un punto observado y un punto fijo o base (PC) donde se conoce el valor de la gravedad. Esta estación debe ser una de las estaciones de la red de trabajo IGSN71 (International Gravity Standardization Net 1971) de acuerdo a ([www.personales.upv.es/jpadin/tema%25208](http://www.personales.upv.es/jpadin/tema%25208)).

#### 2.3.13.1 IGSN 71

Los valores de la gravedad de la Red IGSN 71 se hallan definidos o referidos a puntos con un valor absoluto de la gravedad, en concreto son 10 puntos los que establecen el nivel (con precisiones de  $0.1 \dots 1 \frac{\mu m}{s^2}$ ) de los valores de la gravedad. A partir de estos valores de gravedad absoluta y valores relativos de la gravedad entre puntos se va obteniendo el nivel o valor de la gravedad de estos puntos sin requerir la medida de los valores absolutos de la gravedad en ellos y además estos mismos puntos (puntos de control) sirven como puntos de control entre los puntos de valor absoluto, los cuales actualmente muestran valores parejos.

En la actualidad la IGSN 71 se halla conformada por 24000 medidas de la gravedad, las cuales en su mayoría han sido realizadas por gravímetros de diversas marcas, de acuerdo a cada continente donde se realizan las medidas (Western, Norte América; Askania, Europa-

Africa y Lacoste & Romberg). Estas medidas de la gravedad mantienen la coherencia de 1854 puntos que conforman la red. Los valores de la gravedad de estos puntos se han resuelto por ajuste y la precisión promedio de estos puntos se estima no mayor a  $1 \frac{\mu m}{s^2}$ . Torge 1991, observa que las líneas de calibración Americana, Euro-Africana y del oeste del Pacífico las cuales presentan una configuración N-S, han sido mejor determinadas que el resto y que el error de calibración se encuentra en torno a un orden de  $10^{-4}$  (www.personales.upv.es/jpadin/tema%25208).

## 2.4 SUPERFICIES DE REFERENCIA

### 2.4.1 SUPERFICIE TOPOGRÁFICA

La superficie topográfica tiene variedad de formas geomorfológicas e hidrográficas, en la que se realizan los levantamientos topográficos y debido a su forma irregular no es adecuada para cálculos matemáticos exactos.

La superficie topográfica es más utilizada para topógrafos e hidrógrafos.

El concepto esférico de Pitágoras ofrece una superficie simple y fácil de tratar matemáticamente por eso se usa en muchos cálculos astronómicos y de navegación. Aunque la esfera es una buena aproximación a la verdadera imagen de la Tierra, y es útil en diversas aplicaciones, no es cuando se desea medir distancias grandes.

Por esto se requiere de una figura más exacta.

La determinación de la forma de la tierra puede ser vista de dos perspectivas:

- **Geodesia geométrica**, mediante el establecimiento de cadenas de triangulación; implica la medición de longitudes de arcos de meridianos y paralelos.
- **Geodesia física**, de carácter dinámico, mediante la determinación de su campo gravitacional; involucra, la observación del campo gravitacional (Benoit, 2000?).

### 2.4.2 ELIPSOIDE

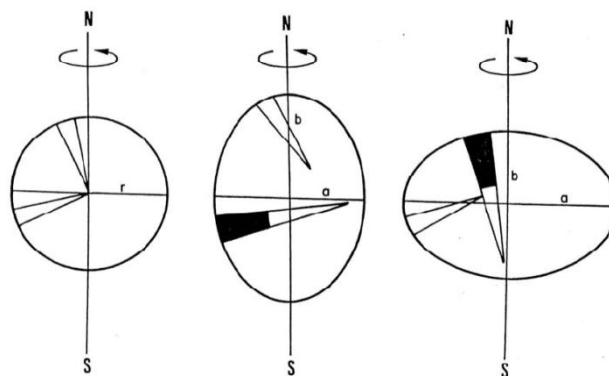
El período comprendido entre Eratóstenes y Picard es la pelota de la geodesia, ya que la Tierra era considerada una esfera y la determinación de su tamaño era el de determinar el radio de las observaciones.

La nueva era comenzó con las investigaciones teóricas de Newton (1642 - 1727) y su contemporáneo Huygens (1629 - 1695) sobre la forma de equilibrio hidrostático de un

fluido en la rotación. Ambos estaban convencidos de achatamiento polar de la Tierra debido a su rotación. Uno de los argumentos experimentales de Newton, en favor de sus conclusiones teóricas, se aumento en el tiempo de trayecto en los relojes al disminuir la latitud, observado por Richter (1630 - 1696) y otros astrónomos de la época (Cogô De Sá, 2000?).

El achatamiento polar, tal como se propone en la Teoría de Newton, se contradijo con el trabajo de Cassini (1625 - 1712) en la medición de un arco de meridiano, lo que indica el alargamiento polar. Cassini continuó con la triangulación al norte de Dunkerque, y al sur de los Pirineos. Los resultados mostraron que la longitud disminuyo a lo largo del arco del meridiano al aumentar la latitud, que indica una Tierra alargada en los polos.

La contradicción entre la teoría de Newton y los resultados de la Cassini llevó a la controversia histórica entre las escuelas de Europa: los partidarios de una tierra achatada en los polos y de los partidarios de una Tierra alargada en los polos de acuerdo a la figura (2.5). Para aclarar esta contradicción la Academia de Ciencias de París patrocinó la medida de dos arcos de meridianos: uno cerca del ecuador y el otro cerca del Ártico.



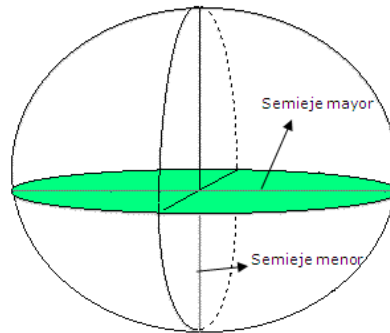
**Figura 2.5: Tierra achatada y Tierra alargada**  
Fuente: Cogô De Sá

La expedición Ecuatorial (1735 - 1744), compuesta de Bouguer, Godin, La Condamine y dos jóvenes oficiales españoles los mismos que fueron enviados a Perú  $1^{\circ} 30'$  de latitud S. Este grupo mide dos arcos del meridiano de aproximadamente  $3^{\circ}$  de amplitud que tiene uno de ellos, para el arco de  $1^{\circ}$  O con una longitud de 110.614m.

La expedición polar (1736 - 1737), formada inicialmente por Maupertuis, Camus, Clairaut Celsius y luego fue enviado a Laponia,  $66^{\circ} 20'$  de latitud N. Después de completar el trabajo, este equipo tiene que  $1^{\circ}$  de arco de la longitud de 111.948m que confirmó la teoría de Newton en una Tierra achatada en los polos (Cogô De Sá, 2000?).

Puesto que la Tierra es ligeramente aplastada en los polos y algo abultada en el Ecuador, la figura geométrica que más se le asemeja es un elipsoide de revolución figura (2.6).

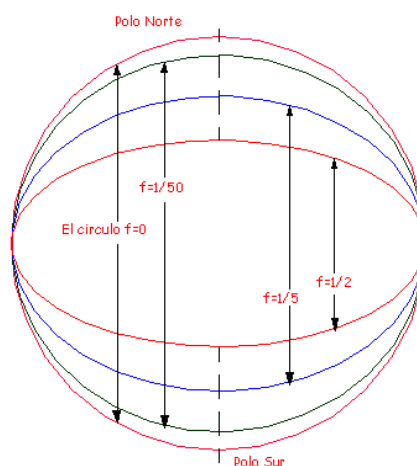
Dicho elipsoide se obtiene haciendo girar una elipse alrededor de su eje menor. Un elipsoide de revolución queda entonces definido si se especifican su forma y tamaño.



**Figura 2.6: Elipsoide de revolución**

El tamaño está dado por el radio en el Ecuador por el semieje mayor, designado por la letra (a). La forma del elipsoide está dada por el achatamiento  $f$  (o aplastamiento), en la figura (2.7) se puede ver distintos tipos de achatamiento, el cual indica la diferencia que existe entre el elipsoide y la esfera. Esta diferencia es muy pequeña.

El elipsoide internacional fue desarrollado en 1910 por Hayford y recomendado en 1924 por la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica, (IUGG) para uso internacional. Sin embargo, los elipsoides han sido empleados indistintamente dependiendo de los parámetros particulares y las áreas de aplicación (Benoit, 2000?).



**Figura 2.7: Distintos tipos de achatamiento**  
Fuente: Benoit, 2000?

Luego de obtenidas las dimensiones de los semiejes del elipsoide,  $a$  (semieje mayor) y  $b$  (semieje menor), se definen los parámetros geométricos:

$$\text{Achatamiento} \quad f = \frac{a-b}{a} \quad (2.38)$$

$$\text{Primera excentricidad al cuadrado} \quad e_1^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2} \quad (2.39)$$

$$\text{Segunda excentricidad al cuadrado} \quad e_2^2 = \frac{a^2-b^2}{b^2} \quad (2.40)$$

$$\text{El radio del paralelo } p \text{ es:} \quad p = \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1-e_1^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.41)$$

Normal (N) radio de curvatura del primer vertical que pasa por el punto.

$$N = \frac{a}{\sqrt{1-e_1^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.42)$$

$$\text{Arco de Paralelo} \quad Sp = N \cos \varphi \cdot \Delta \lambda \quad (2.43)$$

Arco de Meridiano: (**S**)

$$S = a(1 - e_1^2) [A \Delta \varphi - B \cos 2\varphi m + C/2 \cos 4\varphi m \cdot \text{sen} 2\Delta \varphi - D/3 \cos 6\varphi m \cdot \text{sen} 3\Delta \varphi + E/4 \cos 8\varphi m \cdot \text{sen} 4\Delta \varphi - F/5 \cos 10\varphi m \cdot \text{sen} 5\Delta \varphi + \dots] \quad (2.44)$$

Los parámetros del sistema WGS84 son:

- $\gamma_e$  978032.53359 mgal, es la gravedad normal en el Ecuador.
- $\gamma_p$  983218.49378 mgal, es la gravedad normal en el Polo.
- $e_1^2$  0.0066943799901862 el valor de la primera excentricidad al cuadrado.
- a 6.378,137 km semieje mayor de la elipse
- b 6.356,752314245 km semieje menor de la elipse

### **Sistema Geodésico de Referencia (GRS80).**

La Asociación Internacional de Geodesia en 1979, introdujo el Sistema Geodésico de Referencia 1980 (GRS80), Torge (1989), es un elipsoide geocéntrico con su campo de gravedad normal y cuenta con sus parámetros de acuerdo a la tabla (2.1), (<http://www.semarnat.gob.mx>):



**Tabla 2.1: Parámetros del GRS80**

<b>CONSTANTES FUNDAMENTALES</b>	
$a = 6\,378\,137\text{ m}$	radio ecuatorial de la Tierra
$GM = 398\,600.5 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$	constante geocéntrica gravitacional
$J_2 = 1\,08264 \times 10^{-8}$	Factor dinámico de la Tierra, excluyendo la deformación permanente provocada por la marea.
$\omega = 7292115 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$	velocidad angular de la Tierra
<b>CONSTANTES GEOMÉTRICAS Y FÍSICAS DERIVADAS</b>	
$b = 6\,356\,752.314\text{ m}$	semieje menor del elipsoide
$\alpha = 0.003352810681$ o $1:298.257222101$	aplanamiento geométrico
$U_0 = 6263686.085 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$	potencial normal del elipsoide
$J_4 = -0.000002370912$ $J_6 = 0.00000006083$ $J_8 = -0.00000000014$	Coefficientes de los armónicos esféricos
$\gamma_e = 9.780\,326776 \text{ m s}^{-2}$	Gravedad normal en el Ecuador
$\gamma_p = 9.832\,186368 \text{ m s}^{-2}$	Gravedad normal en el Polo
$\beta = 0.005\,302\,440$	aplanamiento gravimétrico
$E = 521854.0097\text{ m}$	excentricidad lineal

### 2.4.3 GEOIDE

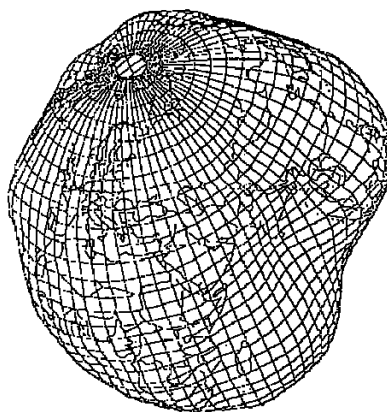
#### LA ERA DE LA FORMA DEL GEOIDE

En el siglo XIX varios científicos eminentes, de manera que Clairaut (1713 - 1765), Laplace (1749 - 1827), Gauss (1777 - 1855) y Bessel (1784 - 1846) sentó las bases de la nueva teoría que atribuye a la Tierra más irregular y compleja que la adoptada por el modelo elipsoidal. Inicialmente, no fue el concepto de superficies equipotenciales y de trabajo de Clairaut y Laplace, luego vino la superficie equipotencial la de cero (origen de altitud) llama la superficie del geoide, propuesto por Listing (1872). Los fundamentos teóricos para la presentación del geoide fueron desarrollados por Stokes (1819 - 1903) en su famosa obra "La variación de la gravedad y la superficie de la Tierra", que presenta la fórmula para el cálculo del geoide de anomalías la gravedad (Cogô De Sá, 2000?).

El trabajo de Bruns (1878) llama "la figura de la Tierra" representa el primer esfuerzo concertado en la integración de las medidas de posicionamiento geodésico y destinadas a la representación del campo la gravedad. En ese momento, Helmert (1843 - 1917) se refería a la representación formal de la geodesia matemática y física el que publicó en su libro

"Matemáticas y Física Teoría de Geodesia. En 1927, publicado Vening Meinesz fórmulas para el cálculo de los componentes desplazamiento vertical de anomalías de gravedad. En 1945 llegó el trabajo destacado de Molodenskii geodesta Soviético llamado "Básico Problemas de Geodesia Gravimétrica", el establecimiento de un nuevo medio de referencia, denominada cuasi-geoide (Cogô De Sá, 2000?).

Con el advenimiento de la era espacial en 1957 empezó a correr a la geodesia observaciones resultantes de la selección de los satélites artificiales colocados en la órbita de la Tierra para la colocación de ambos y para la representación de campo de gravedad. El uso intensivo de posicionamiento por satélite para la sustitución de las técnicas convencionales, que comenzó con los primeros resultados obtenidos con el NAVSTAR Global Position System (GPS) proporcionaron nuevas perspectivas para diversas aplicaciones de posicionamiento por satélite y la alta precisión alcanzada sustituyó a las astrométricas técnicas en el control de la rotación de la Tierra, el polo y la corteza terrestre (Cogô De Sá, 2000?).



**Figura 2.8: El Geoide**  
**Fuente: Benoit, 2000?**

En las mediciones geodésicas es el Geoide figura (2.8), que corresponde a la superficie o nivel equipotencial del campo de gravedad terrestre. Esta superficie, en promedio, coincide con el **nivel medio del mar** (NMM) en océano abierto tranquilo, o su hipotética extensión bajo las masas continentales (Benoit, 2000?).

El campo de gravedad de la tierra es el resultado neto de la atracción gravitacional newtoniana de las masas de la Tierra y la rotación de la Tierra. Para una primera aproximación, la Tierra tiene una forma elipsoidal y un campo de gravedad. Por

consiguiente, la forma y el campo de gravedad de la Tierra es comúnmente expresado como la desviación con respecto al campo de referencia de un elipsoide bien definido.

Concluyendo se puede decir:

**Geoide.-** Superficie equipotencial de la Tierra que coincide con el nivel medio del mar sin perturbaciones y que se extiende de manera continua por debajo de los continentes. Es una aproximación a la forma actual de la Tierra la cual es difícil de describir matemáticamente debido a las irregularidades de las superficies locales y las variaciones en el lecho marino. El geoide constituye la verdadera forma de la Tierra, donde en cada uno de sus puntos, el vector gravedad es perpendicular a su superficie.

### **Nivel Medio del Mar (NMM)**

La superficie del nivel medio del mar se la conoce como superficie altimétrica de referencia la misma que es empleada como origen altimétrico de cualquier sistema.

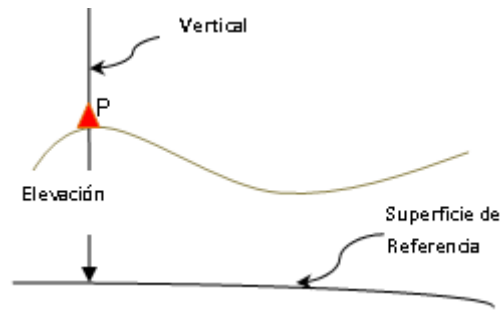
Para que el Geoide sea una superficie de referencia para alturas, se registra el nivel del mar usando mareógrafos y se promedia para eliminar las variaciones periódicas del nivel del mar con el tiempo, pero este no es fácil de determinar ya que se conocen las principales ondas armónicas y para obtener un nivel correcto se hace en un periodo comprendido de 18 años y 8 meses de registro, según la teoría vigente de mareas ([www.ign.es/.../A1.pdf](http://www.ign.es/.../A1.pdf)).

En si existen otras causas que influyen los resultados principalmente los meteorológicos, y que no se pueden controlar, por esto la definición de nivel medio toma un carácter puramente supuesto, el mismo que corresponde a una época y un lugar dado, con esto se puede decir que en dos puntos distintos el nivel cero no tiene que coincidir por que el sentido del desnivel observable entre ellos puede ser diferente de cero.

El nivel medio del mar obtenido es el que representa una aproximación al Geoide, por esto no se puede hablar de una superficie de nivel ya que puede tener discrepancias de  $\pm 1 m$  a  $\pm 2 m$  respecto de ella ([www.ign.es/.../A1.pdf](http://www.ign.es/.../A1.pdf)).

## **2.5 NIVELACION GEÓMETRICA**

Primero se entiende que **Nivelación** es el proceso de medir elevaciones o altitudes de puntos sobre la superficie de la tierra, entendiéndose que elevación o altitud es la distancia vertical medida desde la superficie de referencia hasta el punto considerado (P). La distancia vertical es medida a lo largo de la línea vertical definida como la línea que sigue la dirección de la gravedad o dirección de la plomada figura (2.9) (Casanova, 2002).



**Figura 2.9: Elevación o altitud en un punto**

A la nivelación geométrica se la conoce como nivelación de precisión la misma que en la Conferencia de la Asociación Geodésica internacional desarrollada en Hamburgo 1912, se acuerda clasificar como “Nivelación de alta precisión” a toda línea o red de líneas, niveladas dos veces en sentidos opuestos, con un operador en cada sentido y en fechas distintas y cuyo error accidental sea  $e \leq 1.5mm\sqrt{K_k}$ , siendo  $K_k$  la distancia en km de la línea (www. ign.es/.../D.pdf, 2007). Para el Ecuador la tolerancia de alta precisión es  $T_{ol} = 4mm\sqrt{K_k}$ , par la nivelación de primer orden.

La nivelación geométrica es la encargada de medir la diferencia de nivel entre dos puntos a partir de la visual horizontal, observando desde el nivel, hacia las miras colocadas en dichos puntos (Casanova, 2002).

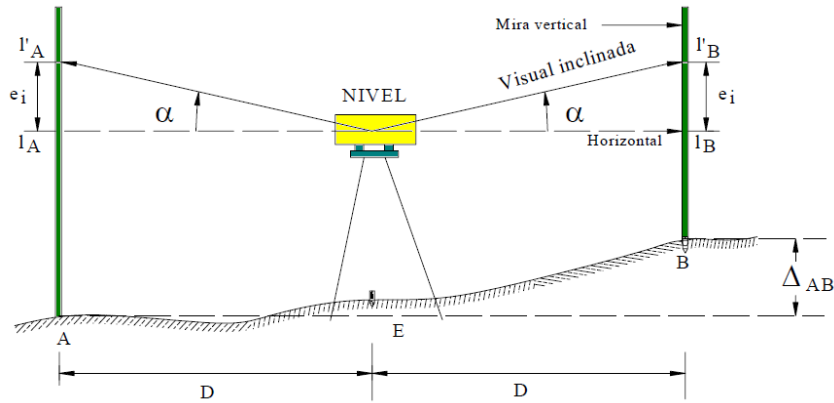
Existen dos tipos de nivelación geométrica o llamada también de precisión:

- *Nivelación geométrica simple* es cuando los puntos a nivelar se encuentran dentro de los límites del campo topográfico y el desnivel se lo puede estimar con una sola estación.
- *Nivelación geométrica compuesta* es cuando los puntos están separados a una distancia mayor que el límite del campo topográfico o el alcance de la visual, en esto es necesario la colocación de estaciones intermedias.

### 2.5.1 NIVELACIÓN GEOMÉTRICA SIMPLE DESDE EL MEDIO

Este método consiste en estacionar el nivel en medio de dos puntos figura (2.10), de tal forma que la distancia sea equidistante y se calcula el desnivel entre dos puntos ( $dn_{AB}$ ) mediante la fórmula (2.45) (Casanova, 2002):

$$dn_{AB} = lA_{espaldas} - lB_{frente} \quad (2.45)$$



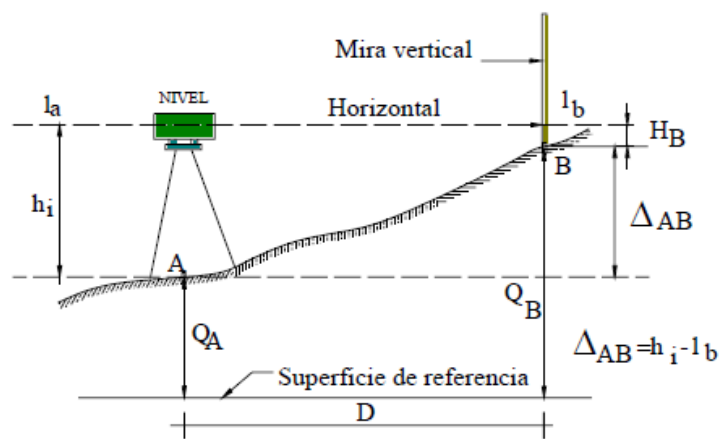
**Figura 2.10: Nivelación geométrica desde el medio**  
**Fuente: Casanova, 2002**

Como el instrumento tiene un error residual y al hacer la diferencia de lectura, esta se elimina, debido a la igualdad de distancia, este método elimina la corrección por esfericidad y refracción, y el límite de estas distancias es de 80 a 100m, de la estación a la mira, para poder obtener una precisión en mm (<http://www.ign.es/ign/aig/A3.pdf>).

**Nivelación Geométrica desde el extremo.**

En este caso es necesario medir la altura del instrumento en el punto donde se encuentra el nivel y tomar la lectura a la mira del otro extremo figura (2.11) de tal forma que el desnivel será (2.46) (Casanova, 2002):

$$dn_{AB} = h_i - l_{B_{frente}} \tag{2.46}$$



**Figura 2.11: Nivelación geométrica desde el medio**  
**Fuente: Casanova, 2002**

Teniendo en claro que en este método no se elimina el error del instrumento, esfericidad y refracción.

### 2.5.2 NIVELACIÓN GEOMÉTRICA COMPUESTA DESDE EL MEDIO

En esta se aplica la nivelación geométrica simple desde el medio figura (2.12) sucesivamente, tomando como base un punto conocido llamado Base de Medición (BM), de esto se puede obtener de todo l tramo de la formula (2.48) (Casanova, 2002):

$$dn_{AB} = dn\Delta_1 + dn\Delta_2 + dn\Delta_3 \quad (2.47)$$

$$dn_{AB} = \sum l_{atras} - \sum l_{adelante} \quad (2.48)$$

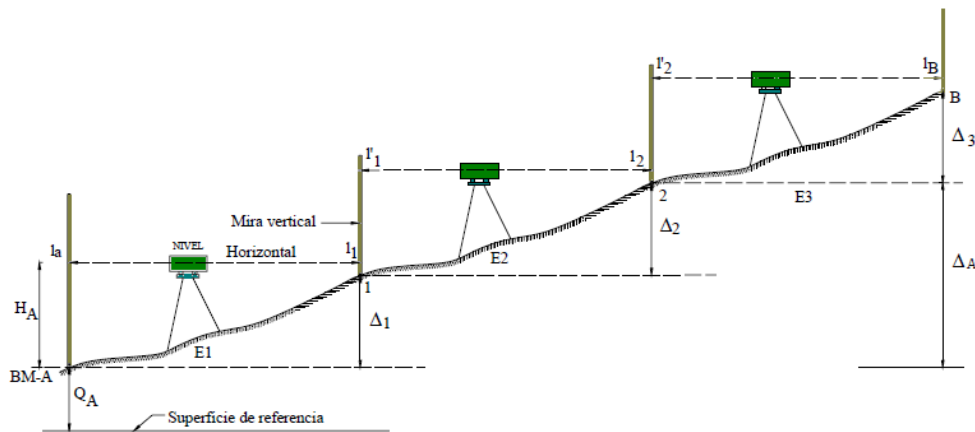


Figura 2.12: Nivelación geométrica Compuesta desde el medio  
Fuente: Casanova, 2002

### 2.5.3 TOLERANCIA DE NIVEL DE CIERRE

Este depende de la importancia del trabajo que se esté realizando, de igual forma de la precisión de los instrumentos y las normativas que se esté empleando.

Las nivelaciones pueden ser de primer, segundo y tercer orden respectivamente siendo estas últimas de uso común en los trabajos de ingeniería, y esta tolerancia es (Casanova, 2002):

$$T_{ol} = m\sqrt{k_k} \quad (2.49)$$

$T_{ol}$  Tolerancia en (mm)

$m$  Valor dependiente de los instrumentos, método y tipo de nivelación requerida.

$k_k$  Longitud de la nivelación en km.

### 2.6 NÚMERO GEOPOTENCIAL

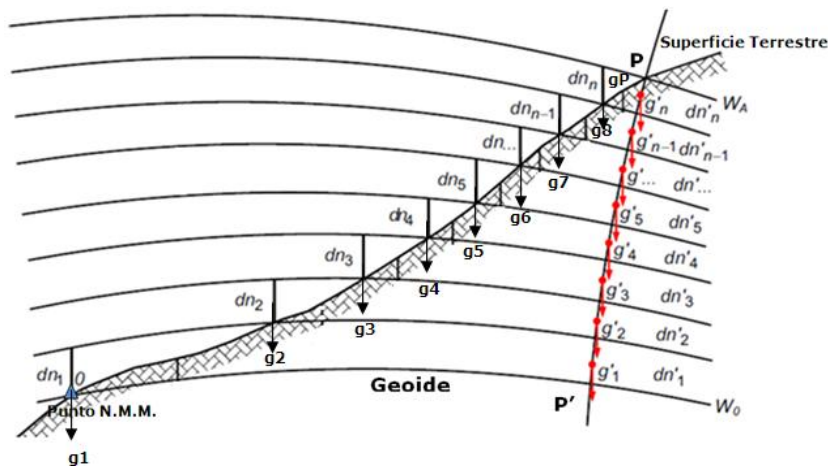
El número geopotencial o cota geopotencial de cualquier punto es la diferencia de potencial negativo entre el geode con respecto a una superficie equipotencial de referencia para ese punto (Krakiwsky, 1965).

En topografía para resolver el incremento de cota existente entre dos puntos con cierta precisión se suele utilizar la nivelación geométrica, la cual consiste en la obtención de incrementos de altitud sucesivos, la suma de estos incrementos sucesivos resolvería el desnivel existente entre dos puntos, por tal razón la definición de la altitud, la distancia debe ser medida a lo largo de la normal al geode, con lo cual al realizar un itinerario los incrementos de altura no se van a tomar sobre la normal al geode si no sobre las diferentes normales sobre las cuales se va desarrollando la ruta de acuerdo a la Figura (2.13), esto en principio no presentaría mayor problema si las superficies equipotenciales(W) fueran paralelas, quiere decir que en cada estación se mide incrementos de cota en una dirección diferente a la normal del punto del cual se quiere conocer la cota, además los (W) no corresponden con los desniveles ( $dn$ ).

En definitiva los incrementos de potencial permanecen constantes mientras que los incrementos de cota o ( $dn$ ) dependen del camino elegido, de acuerdo a (<http://personales.upv.es/jpadin/tema32>).

$$\Delta W = cte. \quad y \quad dn_x \neq dn_{xp} \quad (2.50)$$

Siendo ( $dn_{xp}$ ) los incrementos obtenidos sobre la normal del punto P.



**Figura 2.13: Ruta de Nivelación**  
Fuente: Gonçalves F. 2008

El procedimiento de nivelación topográfica permitirá obtener lo que se conoce como ‘altitud de desniveles sin corregir’ (ASC) según (<http://personales.upv.es/jpadin/tema32>).

$$ASC = \sum_{x=1}^N dn_x \quad (2.51)$$

Siendo N el número de niveladas.

Esta ASC no suele coincidir con la altitud, aunque en algunas zonas la diferencia de estas sean tan pequeñas que se halle por debajo de la precisión del instrumental utilizado. Esto quiere decir que cuando se realice una nivelación cerrada para obtener ASC el valor de cierre no será igual a 0, independientemente del instrumental utilizado, si no que estará en función de la ruta utilizada (<http://personales.upv.es/jpadin/tema32>).

Concluyendo no es posible obtener altitudes H propiamente dichas mediante la observación de incrementos de cota, con lo cual se requiere la ayuda de observables dinámicos para poder resolver la cota, la altitud se resuelve mediante la ecuación (2.52) en la cual es necesario resolver en primera instancia  $W_A$ , que se lo puede encontrar en (<http://personales.upv.es/jpadin/tema32>).

$$W_A = W_0 + \sum_{x=1}^N dW_x \quad (2.52)$$

Siendo  $dW_x$  los incrementos de potencial entre el Geoide y el punto P.

Por lo tanto:

$$dW = -gdn \quad (2.53)$$

Una vez resuelto el potencial de P. Este valor no depende de la trayectoria escogida para llegar a P, el valor  $W_A$  Figura (2.13) es independiente del camino, esta propiedad es la que debería poseer la altitud. El potencial o el incremento de potencial se puede utilizar como cota, se define la cota geopotencial o número geopotencial como la diferencia de potencial entre el punto y el geoide (<http://personales.upv.es/jpadin/tema32>).

Si el punto inicial de la medición 0 esta sobre el geoide ( $W_0$ ), la diferencia de potencial se conoce como *número o cota geopotencial* y se define mediante (Sanchez, 2004):

$$-\int_0^P dW = \int_0^P g \cdot \delta n = \tilde{g}(H_P - H_0) = W_0 - W_A \quad (2.54)$$



Si (0) es el geoide, ( $\delta n$ ) incremento infinitesimal y ( $\bar{g}$ ) el valor medio de la gravedad, la ecuación queda de esta manera:

$$C_P = W_0 - W_A = \int_0^P g \cdot \delta n \cong \sum_0^P \bar{g} \cdot dn \quad (2.55)$$

Se tiene entonces que:

$$C = W_0 - W_A = \int_0^P \bar{g} \cdot dn \quad (2.56)$$

Si se mide la gravedad en dos puntos del terreno de cota conocida, el producto de la gravedad promedio por el desnivel entre ambos puntos da por resultado la diferencia de cota geopotencial entre ambos y el valor hallado representa el trabajo que debe realizar el vector de gravedad para pasar de un punto al otro.

Siendo  $\bar{g}$  el valor promedio de la gravedad a lo largo de la línea de nivelación entre las equipotenciales, esto es:

$$\bar{g}_{(1,2)} = \frac{g_1 + g_2}{2} \quad (2.57)$$

Para poder calcular el número geopotencial se requiere la gravedad y la diferencia de alturas, pero se debe aclarar que el número geopotencial no es una medida de altura (Sanchez, 2004).

Existen dos tipos de números geopotenciales

1. El número geopotencial verdadero que se deriva del campo de gravedad verdadera y tiene el geoide como superficie de referencia
2. El número geopotencial normal que se deriva del campo de gravedad normal y tiene el elipsoide como la superficie de referencia.

### 2.6.1 EL NÚMERO GEOPOTENCIAL VERDADERO

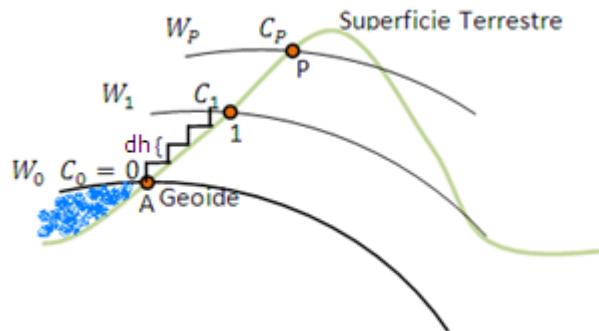
En (Krakiwsky, 1965) se afirma que el número geopotencial, fue propuesto por el Sr. P. Tardi. En la Asamblea General de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica 1954, se aprueba la unidad del número geopotencial la cual es u.g.p. (unidades geopotenciales) que son derivadas de las unidades de la gravedad y la altura, mediante la relación:

$$1 \text{ u.g.p.} = 1 \text{ kgal.m}$$

$$= 1000 \text{ gal.m}$$

$$= 10^5 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}$$

Se concreta que el número geopotencial de un punto en unidades u.g.p. será aproximadamente igual a la altura sobre el nivel del mar en metros para un mismo punto (Krakiwsky, 1965).



**Figura 2.14: Numero Geopotencial Verdadero**  
Fuente: (Krakiwsky, 1965) adaptada por el autor

El número geopotencial  $C_1$  en la figura (2.14) en cualquier punto de la superficie terrestre, parte de la diferencia de potencial negativo, con respecto al geoide en ese punto, es decir:

$$C_1 = -(W_1 - W_0) \quad (2.58)$$

Donde  $W_1$  y  $W_0$  son los valores de potencial en el geoide y el punto 1 respectivamente. La diferencia de potencial se puede expresar como un integrante de la gravedad:

$$W_1 - W_0 = - \int_0^1 g dh \quad (2.59)$$

Sustituyendo

$$C_1 = \int_0^1 g dh \quad (2.60)$$

Con esto se puede obtener el número geopotencial entre dos puntos de la superficie siendo ( $dh$ ) un incremento infinitesimal a lo largo de diferentes líneas de plomada, se puede decir que el número geopotencial o la diferencia de los números geopotenciales de dos puntos de la superficie será (Krakiwsky, 1965):

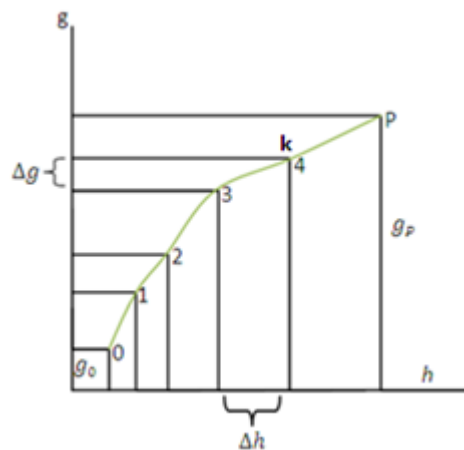
$$\Delta C_{P1} = \int_1^P g dh \quad (2.61)$$

Donde la integración se especifica que se seguirá los caminos entre los dos puntos en cuestión.

En la práctica, la gravedad es función de la altura y la distancia horizontal no se conoce, por lo tanto, (2.61) no puede ser rigurosamente integrada. Sin embargo, una solución aproximada y adecuada es posible gracias a la integración numérica (Krakiwsky, 1965).

Esta integración numérica figura (2.15) fue realizada por Helmert 1884, la diferencia de potencial o diferencia de número geopotencial entre dos puntos, contempla dos cantidades, las diferencias de altura y los valores de la gravedad. En la ecuación (2.61), el incremento infinitesimal ( $dh$ ), se sustituye por el desnivel  $\Delta h$ , obtenido un único nivel, y la gravedad, se sustituirá por los valores de la gravedad,  $\Delta g$  en los puntos de nivelación o puntos de inflexión a lo largo del ruta de nivelación.

$\Delta h$  y  $\Delta g$  están representados en un sistema bi-dimensional de coordenadas rectangulares .



**Figura 2.15: Integración Numérica**  
**Fuente: (Krakiwsky, 1965) adaptada por el autor**

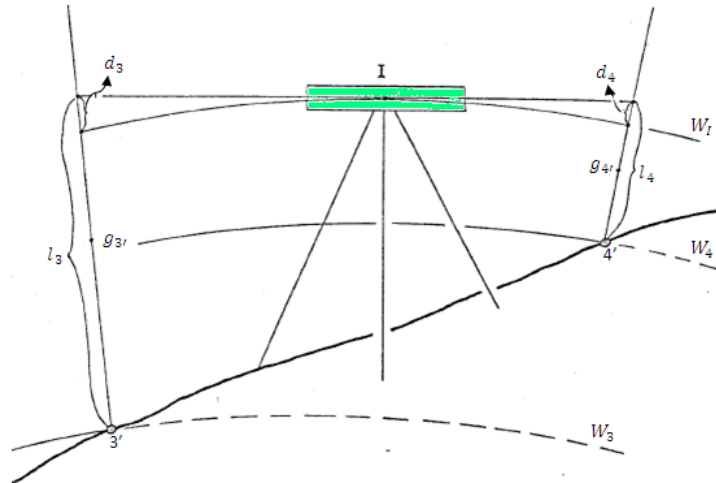
En cada punto nivelado debe existir valores de la gravedad y la altura nivelada, los puntos 2 y P (figura 2.15) son puntos arbitrarios en que el número geopotencial o entre los que la diferencia o número geopotencial se quiere establecer (Krakiwsky, 1965).

Esta integración se la realiza en dos pasos:

1. La diferencia geopotencial  $\Delta C$ , esta determinado en dos puntos consecutivos de inflexión 3 y 4.

2. Las diferencias entre el número geopotencial en los puntos de inflexión 0, 1, 2 .. P, son integrados numéricamente para obtener el número geopotencial o la diferencia de número geopotencial.

Para lograr el paso dos es necesario determinar cómo la diferencia de número geopotencial en una configuración única de nivelación figura (2.16).



**Figura 2.16: Configuración única de nivelación**  
Fuente: (Krakiwsky, 1965) adaptada por el autor

Se debe considerar con un nivel las lecturas adelante y atrás en los puntos 3' y 4', en los cuales existen tres diferentes superficies geopotenciales fundamentales.

En la superficie geopotencial,  $W_3$  y  $W_4$ , pasan por el pie, de espaldas del nivel por los puntos 3' y 4' (figura 2.16). Entendiéndose que la varilla de nivel es perpendicular a la superficie geopotencial en estos puntos.

El nivel de burbuja se alinea tangente a la superficie geopotencial  $W_1$  donde  $d_3$  y  $d_4$ , estas separaciones son las que influyen en las lecturas de  $l_3$  y  $l_4$ , mientras que  $g_3$  y  $g_4$  son los valores de gravedad media de  $\frac{l_3}{2}$  y  $\frac{l_4}{2}$ .

La diferencia de potencial  $C_{4'} - C_{3'}$ , ( $\Delta C_{4',3'}$ ) se define:

$$\Delta C_{4',3'} = g_{3'}(l_3 - d_3) - g_{4'}(l_4 - d_4) \quad (2.62)$$

Reorganizando los resultados de la ecuación anterior queda:

$$\Delta C_{4',3'} = (l_3 - l_4) \frac{g_{3'} + g_{4'}}{2} + (l_4 + l_3) \frac{g_{4'} - g_{3'}}{2} + (d_3 - d_4) \frac{g_{3'} + g_{4'}}{2} + (d_3 + d_4) \frac{g_{3'} - g_{4'}}{2} \quad (2.63)$$

Como  $d_3$  es prácticamente igual a  $d_4$ , el tercer término en la ecuación anterior se convierte en cero.

La diferencia entre  $(g_3)$  y  $(g_4)$  para las vistas regular es del orden de 2mgal, mientras que  $(l_4 + l_3)$  y  $(d_3 + d_4)$  son menos de 3m. De esta manera la magnitud en los términos segundo y cuarto no superará (Krakiwsky, 1965):

$$\begin{aligned} 2mgal * 3m &= 0.000002kgal * 3000mm \\ &= 0.006 kgal.mm \end{aligned}$$

*Ya que los errores superiores a 0.1 o 0.2 kgal.mm se consideran intolerables* tienen esta diferencia, de esta manera el segundo y cuarto término de la ecuación (2.63) se los puede despreciar, quedando la ecuación siguiente (Krakiwsky, 1965):

$$\Delta C_{4,3'} = (l_3 - l_4) \frac{g_{3'} + g_{4'}}{2} \quad (2.64)$$

Para obtener el número geopotencial  $C_p$ , en cualquier punto por encima del geoide, la suma de la diferencia de número geopotencial para cada nivel de configuración, tal como se determina por la ecuación (2.64), es necesaria. Si se parte desde el punto de nivelación en el geoide hasta el punto requerido (figura 2.15), entonces la fórmula de integración numérica se convierte en:

$$C_p = \sum \Delta C_{0,1} + \Delta C_{1,2} + \Delta C_{2,3} + \Delta C_{3,4} + \Delta C_{4,P} \quad (2.65)$$

La integración numérica se puede realizar con la suficiente precisión mediante la utilización de valores de gravedad en los puntos de pie de los puntos de inflexión de nivelación. La fórmula definitiva de la de integración numérica es la siguiente:

$$C = \sum \bar{g} \Delta h \quad (2.66)$$

Donde:

$$\bar{g}_k = \frac{g_3 + g_4}{2} \quad (2.67)$$

y:

$$\Delta h_k = l_3 - l_4 \quad (2.68)$$

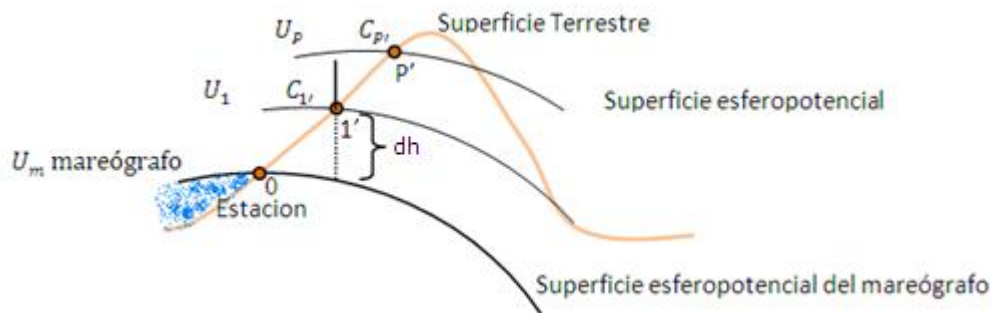
En consecuencia, el incremento de número geopotencial entre dos puntos de superficie es:

$$\Delta C_{4,3} = \sum \bar{g}_k \Delta h_k \quad (2.69)$$

*Además, es importante decir que la gravedad no tiene que ser observada en todos los puntos de inflexión, por lo que se explicara con mayor detalle en la sección (3.4.2)*

### 2.6.2 EL NÚMERO GEOPOTENCIAL NORMAL

El número geopotencial normal  $C_{1'}$ , para cualquier punto del terreno  $1'$ , es la diferencia negativa esferopotencial para ese punto con respecto a la superficie esferopotencial del mareógrafo según lo definido por el nivel del mar en el origen de la nivelación, como se puede ver en la figura (2.17):



**Figura 2.17: Número Geopotencial Normal**  
Fuente: (Krakiwsky, 1965) adaptada por el autor

$$C_{1'} = -(U_1 - U_m) \quad (2.70)$$

Donde  $U_1$  es el esferopotencial de la superficie esferopotencial de  $1'$ , por lo tanto  $U_m$  es el esferopotencial de la superficie esferopotencial del mareógrafo.

Entiéndase que el esferopotencial en el esferoide<sup>6</sup> no es igual al esferopotencial en la superficie esferopotencial del mareógrafo, es decir (Krakiwsky, 1965):

$$U_0 \neq U_m \quad (2.71)$$

<sup>6</sup>esferoide .- Cuerpo sólido que tiene forma semejante a la de la esfera

La diferencia de  $(U_1 - U_m)$ , en la ecuación anterior se puede caracterizar por la cantidad de trabajo que se requiere para el transporte de una unidad de masa de ensayo, a lo largo de la superficie de la Tierra a través del campo de gravedad normal, desde un punto (o), a nivel del mar a un punto del terreno 1'. Teniendo en cuenta este trabajo como un integrante de la gravedad normal, la ecuación (2.70) se puede escribir como:

$$C_{1'} = \int_0^{1'} \gamma dh \quad (2.72)$$

Donde  $dh$  es un incremento en altura infinitesimal a lo largo de la línea de plomada normal, y  $\gamma$  es la gravedad normal:

El número geopotencial normal también se puede expresar en una forma de integración numérica, simplemente sustituyendo ( $g$ ) por ( $\gamma$ ) en la ecuación (2.66):

$$C_1 = \sum \bar{\gamma} \Delta h \quad (2.73)$$

Donde:

$$\bar{\gamma}_k = \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{2} \quad (2.74)$$

$\Delta h$  es la diferencia de altura para la configuración de nivel uno.

La diferencia del número geopotencial normal  $\Delta C_{P'1'}$ , entre dos puntos cualesquiera del terreno 1' y P', es (Krakiwsky, 1965):

$$\Delta C_{P'1'} = \sum \bar{\gamma} \Delta h \quad (2.75)$$

El uso del número geopotencial normal se ha limitado a la obtención de las alturas ortométricas, dinámicas y normal. La superficie esferopotencial como la superficie geopotencial, podrían ser designados por los números geopotenciales. Sin embargo, geodestas, como G. Bomford han dividido el número geopotencial normal por un valor de gravedad a fin de poner su valor numérico más cercano al de la altura normal ortométricas o nivelado (Krakiwsky, 1965).

### 2.6.3 INTERPOLACIÓN DE VALORES DE GRAVEDAD PARA EL CÁLCULO DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES

Es fundamental que los procesos de nivelación geométrica vayan acompañados de mediciones de gravedad para facilitar el cálculo posterior de los números geopotenciales o las correcciones gravimétricas correspondientes. Sin embargo, la densidad de puntos gravimétricos es menor (por. ej. en una proporción de ~1:3) que la de los nivelados y, por tanto, se requiere de la interpolación de los valores de gravedad faltantes (Sánchez, 2004).

Con esto, aquellos puntos de nivelación cuyo valor de gravedad no ha sido observado directamente, pueden ser interpolados a partir de sus coordenadas geográficas, su altura aproximada y las anomalías Bouguer de los puntos de gravedad disponibles en la región. El procedimiento básico es:

- a) Determinación de las anomalías de Bouguer de los puntos de gravedad existentes en cada país, para Ecuador el trabajo fue realizado por (Tierra, 2007), (Kirby, 2007) y (Ordoñez, 2007) de acuerdo a la ecuación (2.37)

- b) Estimación del valor de gravedad interpolado

Una vez se han interpolado los valores de anomalía Bouguer para los puntos de nivelación correspondientes, se efectúa el cálculo inverso de la ecuación (2.37), es decir:

$$g_{int} = \Delta g_E - CAL_E - CB - CT + \gamma \quad (2.76)$$

$g_{int}$  Representa los valores de gravedad interpolados, respectivamente. Se debe tener cuidado en utilizar las mismas especificaciones ( $CAL, CB, \gamma$ ) aplicadas en cálculo de las anomalías Bouguer iniciales (Sánchez, 2004).

### 2.7 SISTEMAS DE ALTURAS

Existen alturas de tipo geométrico llamadas también (niveladas y elipsoidales) y alturas de tipo físico como son (dinámicas, normales y ortométricas). (SIRGAS, 2002).

Primero se explicará el tipo de alturas sobre la Tierra figura (2.18), las cuales son:

Altura Geoidal ( $N$ ), es la distancia entre la superficie del geoide y la del elipsoide.

Altura Elipsoidal ( $h$ ), es la distancia entre la superficie de la Tierra y el elipsoide.



Altura Ortométrica ( $H$ ), es la distancia vertical entre la **superficie física** de la Tierra y la del geoide. Estas alturas están representadas en la ecuación (2.77):

$$H = h - N \quad (2.77)$$

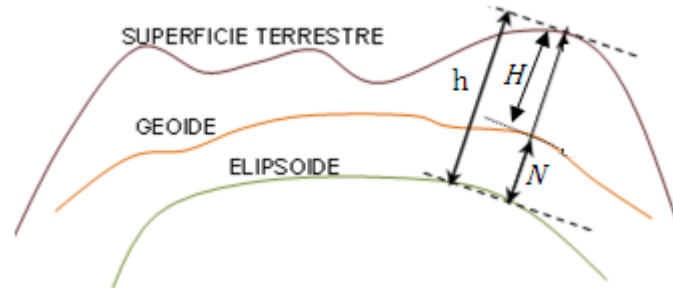


Figura 2.18: Tipo de alturas sobre la Tierra

## 2.7.1 ALTURAS DE TIPO GEOMÉTRICO

### 2.7.1.1 ALTURAS NIVELADAS

Son las obtenidas bajo el proceso de nivelación geométrica con métodos ópticos de medición figura (2.19). Las diferencias de nivel observadas varían de acuerdo con el campo de gravedad propio al sitio en consideración.

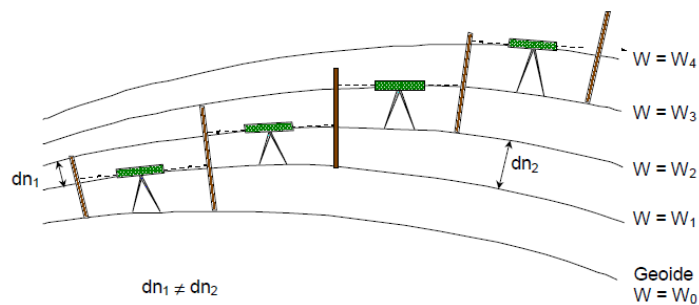


Figura 2.19: Altura nivelada

Fuente: Proyecto SIRGAS Boletín Informativo No 6

El desnivel ( $dn$ ) es el que permite conocer la diferencia de altura entre los puntos de interés, por tanto los valores de desnivel entre éstas, varían de acuerdo con el trayecto de medición.

Estas dependen del camino realizado por la nivelación, fácilmente pueden obtenerse diferentes valores de altura para un mismo punto, estas alturas son prácticas en aéreas pequeñas aproximadamente de 10 km, en las cuales no se consideran ni el campo de gravedad ni la figura elipsoidal de la tierra. (SIRGAS, 2002).

### 2.7.1.2 ALTURAS ELIPSOIDALES

Estas alturas son obtenidas a partir de las coordenadas geocéntricas cartesianas (X, Y, Z) definidas sobre un elipsoide de referencia y determinadas a partir del posicionamiento GPS Figura (2.20).

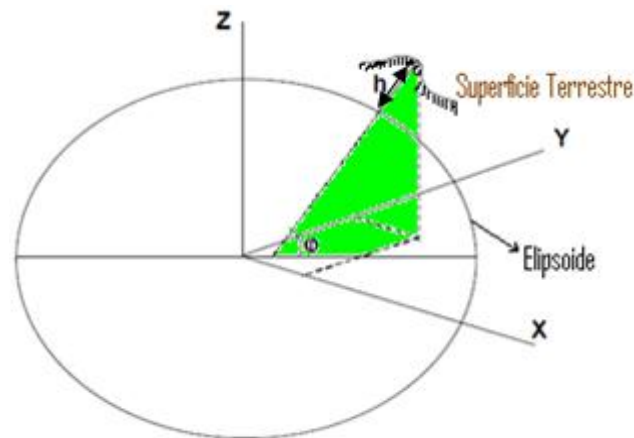


Figura 2.20: Alturas Elipsoidales

Debido a la utilización masiva de la técnica GPS, es indispensable considerar este tipo de alturas en los registros oficiales de las cantidades directamente medidas. Sin embargo, como éstas no consideran el campo de gravedad terrestre en su determinación, pueden presentar valores iguales en puntos con niveles diferentes, o viceversa, haciendo que su aplicación en la práctica sea mínima. Tal circunstancia exige que éstas sean complementadas con otro tipo que sí considere el campo de gravedad terrestre (SIRGAS, 2002).

### 2.7.2 ALTURAS DE TIPO FÍSICO

Es aquí donde se determinan las distancias reales entre las superficies de nivel, cuantificando sus diferencias de potencial, las cuales al ser sumadas en un circuito cerrado siempre serán cero y por diferentes trayectorias, serán iguales.

Esto debido a que los valores de potencial son unívocos y dependen solamente de la posición. La diferencia de potencial entre cada punto de cálculo y el geoide se conoce como número geopotencial:

$$\int_0^A g \, dn = W_0 - W_A = C \quad (2.78)$$

- $C$             Número geopotencial
- $W_0$           Potencial sobre el geoide

La dimensión de los números geopotenciales es u.g.p, la cual no representa una longitud, los mismos que pueden ser expresados en unidades de distancia al ser divididos por algún valor de gravedad (SIRGAS, 2002):

$$H = \frac{\text{número geopotencial } C}{\text{valor de gravedad } G} \quad (2.79)$$

Esta altura dependerá del tipo de gravedad que se utilice, ya sea este el valor medio de gravedad teórica, será normal, si la gravedad equivale a un valor constante de gravedad teórica para un punto cualesquiera, la altura es dinámica y si la gravedad es igual al valor medio de gravedad real la altura es la ortométrica. (SIRGAS, 2002).

### 2.7.2.1 ALTURAS DINÁMICAS

Las alturas dinámicas se calculan al dividir los números geopotenciales por un valor constante de gravedad ( $\gamma_{cte}$ ):

$$H_{(din)} = \frac{C}{\gamma_{cte}} \quad (2.80)$$

Estas alturas se obtienen a partir de los desniveles de altura, mediante la aplicación de correcciones que expresan los incrementos o decrementos, en altura, generados por involucrar un valor constante de gravedad, (SIRGAS, 2002).

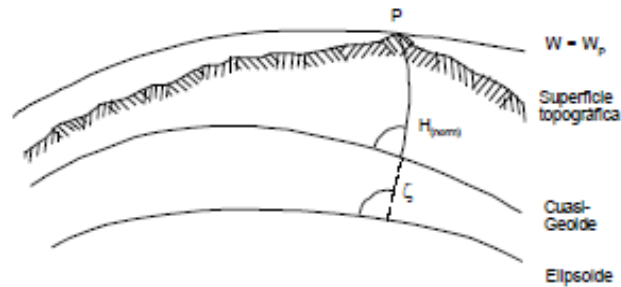
### 2.7.2.2 ALTURAS NORMALES

En las alturas normales Figura (2.21) se calculan dividiendo los números geopotenciales por el valor medio de la gravedad normal entre la superficie de referencia (denominada cuasi-geoide) y el punto en consideración ( $\gamma'$ ).

$$H_{(norm)} = \frac{C}{\gamma'} \quad (2.81)$$

$\gamma'$  se obtiene a partir de la fórmula de la gravedad normal terrestre, la cual está sólo en función de la latitud geográfica del punto y es generada por el elipsoide de referencia utilizado.

Las correcciones normales que se aplican a las alturas niveladas son más pequeñas que las de las alturas dinámicas, ya que  $\gamma'$  considera la convergencia de las superficies equipotenciales.



**Figura 2.21: Alturas Normales**  
Fuente: SIRGAS, 2002

También estas alturas pueden obtenerse a partir de las elipsoidales si se les descuenta la ondulación del cuasi-geoide, la cual es conocida como anomalía de altura o altura anómala ( $\zeta$ ).

$$H_{(norm)} = h - \zeta \quad (2.82)$$

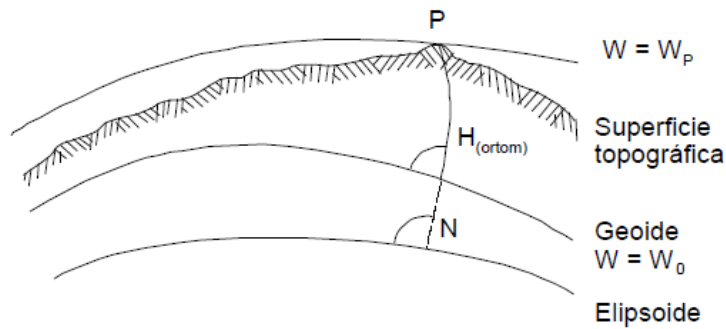
$\zeta$  se obtiene a partir de los cálculos geoidales realizados por métodos gravimétricos o satelitales (SIRGAS, 2002).

### 2.7.2.3 ALTURAS ORTOMÉTRICAS

En las alturas ortométricas se calculan dividiendo los números geopotenciales por el valor medio de la gravedad verdadera ( $g'$ ) entre el punto evaluado y el geoide.

$$H_{(ortom)} = \frac{C}{g'} \quad (2.83)$$

El inconveniente es que no es posible conocer el valor de  $g'$ . Normalmente, la gravedad real es medida sobre la superficie topográfica y continuarla, hacia abajo, a lo largo de la línea de la plomada, requiere de la formulación de modelos sobre la distribución de densidad de las masas terrestres. Los métodos más comunes en calcular su valor corresponden a las hipótesis de Helmert, Vignal, Baranov y Aire Libre (Free Air) (SIRGAS, 2002).



**Figura 2.22: Alturas Ortométricas**  
**Fuente: Proyecto SIRGAS Boletín Informativo No 6**

Las alturas ortométricas también pueden obtenerse de esta manera Figura (2.22):

$$H_{(ortom)} = h - N \quad (2.84)$$

Tanto en la determinación de  $N$ , como en el cálculo de  $g'$  y en la estimación de las correcciones ortométricas, se requiere de una hipótesis sobre la distribución de densidades de las masas terrestres, lo cual; a pesar de ser la misma en los tres cálculos, no garantiza la obtención de un conjunto homogéneo de alturas ortométricas y dificulta su combinación con las alturas obtenidas a partir de las elipsoidales (SIRGAS, 2002).

## 2.8 DATUM

Es la superficie de referencia la misma que se utiliza para el cálculo y determinación de coordenadas ya sean estas geodésicas o cartesianas, donde se obtienen los datos iniciales y de ahí se deriva el resto.

### 2.8.1 DATUM GEODÉSICO

Es la superficie de referencia con una definición geométrica exacta, el cual es un elipsoide de revolución, el mismo que consta de un punto Fundamental, en el cual coinciden las verticales al geoide y al elipsoide, con lo que también coinciden las coordenadas astronómicas y geodésicas.

### 2.8.2 DATUM HORIZONTAL

Es la superficie de referencia que permite el valor de la latitud y longitud, en los cuales se elige un punto en el cual las superficies del elipsoide de referencia y del geoide sean tangentes, para el Ecuador el Datum horizontal esta en Venezuela, La Canoa (Latitud  $8^{\circ} 34' 17''N$  Longitud  $63^{\circ} 51' 34''E$ ) (Jauregui, 2000?).

### **2.8.3 DATUM VERTICAL**

Es la superficie de referencia que permite el cálculo de alturas, a la misma que se le conoce como superficie de altura nula, para el Ecuador el Datum vertical se encuentra en el mareógrafo de La Libertad (Latitud 02° 12'S, Longitud 80° 55'W) (Paredes, 1986).

### **2.9 CONTROL HORIZONTAL**

Es el conjunto de puntos que se encuentran distribuidos dentro del Territorio Nacional, los cuales están establecidos físicamente mediante hitos y placas permanentes, en los cuales se han realizado observaciones directas y continuas, con el propósito de obtener parámetros físicos que permitan la interconexión y determinación de la posición horizontal, de acuerdo al sistema de referencia escogido y cuyo propósito consiste en determinar las coordenadas geodésicas horizontales de puntos que se encuentran sobre el elipsoide.

A partir de 1956 se toma para el Ecuador el Datum horizontal del punto La Canoa Venezuela (PSAD56) y se refiere al elipsoide internacional todos los trabajos de cartografía.

En el Ecuador el control horizontal da sus primeros pasos cuando el IGM realiza investigaciones sobre los movimientos de las placas tectónicas en el Cordón de Sudamérica en 1988 realizando las primeras observaciones GPS para lo cual llega una delegación de Estados Unidos de Norte América de "UNAVCO" conformada por Micheel Jackson y Karl Cross, mismo que traen equipos Texas Instrumen TI-4000, en la cual se realizan dos grupos de trabajo para realizar las mediciones en Jerusalén (Guallabamba) y Baltra (Galápagos), esta información fue llevada a EEUU para su posterior procesamiento.

En 1990 regresa el personal de "UNAVCO" para realizar la segunda medición GPS en la cual se realiza la monumentación de las estaciones de Jerusalén, Esmeraldas, Lago Agrio, Baltra y Latacunga, con instrumentos Texas y Trimble modelo 4000, la información fue llevada a EEUU para su procesamiento.

En 1991 se hace una tercera misión en la cual intervienen estudiantes de la Escuela Politécnica Nacional. En 1994 el IGM por intermedio de la División Técnica, el Departamento de Geodesia se programa realizar la Red GPS en el Ecuador, en la cual se determinó 101 puntos. En el año de 1995 se realiza la observación de 3 puntos principales del proyecto SIRGAS ubicados en Latacunga, Zamora, Baltra, durante observaciones GPS continuas durante 10 días, en el 2000 se realiza la reobservación de los puntos

anteriormente citados y además las observaciones en los nuevos puntos de Libertad y Tulcán, en este mismo año se hace el ajuste en Alemania de los 101 puntos del proyecto Casa a los puntos principales de SIRGAS.

La Red GNSS (Sistema Global de Navegación por satélite) de Monitoreo Continuo del Ecuador (REGME), es un proyecto que nace en primera instancia por la necesidad de mantener un Marco Geodésico de Referencia moderno y consistente a través del tiempo y brindar a la comunidad de usuarios GPS, un servicio de posicionamiento satelital acorde a la nueva generación de equipos de posicionamiento GNSS.

El establecimiento y materialización de la REGME, fue realizado siguiendo los estándares y recomendaciones técnicas emitidas por el International GNSS Service (IGS) y el Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS). Mediante la celebración de un convenio entre el DGFI, la Universidad de Berna y el IGM, se instaló en el CEPGE el software de procesamiento científico BERNESE versión 5.0, en Diciembre del 2008.

El CENTRO DE PROCESAMIENTO DE DATOS GNSS DEL ECUADOR (CEPGE), ha sido declarado y reconocido por SIRGAS como Centro de Procesamiento Experimental “ECU”, a partir del 27 de Enero de 2009. A partir de esta fecha, el CEPGE, ajustó sus estrategias de cálculo a las definidas por SIRGAS; cumpliendo con el procesamiento semanal de 30 estaciones y reportando regularmente soluciones libres (loosely constrained) para las coordenadas de las estaciones en formato SINEX. Estas soluciones son evaluadas por los centros de combinación SIRGAS (DGFI e IBGE) para establecer la confiabilidad y calidad de los cálculos realizados. A partir del 1 de enero del 2010 el CEPEGE es considerado como Centro Oficial por parte del Comité Ejecutivo de SIRGAS, constituyéndose en el Cuarto Centro de Procesamiento Oficial de SIRGAS en América.

Para mantener actualizado un marco geodésico nacional de referencia es necesario disponer de estaciones GPS (GNSS) de monitoreo continuo, para considerar en los cálculos la cuarta dimensión geodésica, el tiempo; sin considerar esta coordenada el marco de referencia va perdiendo consistencia en los años, por lo que puede aparecer diferencias significativas en las coordenadas de un punto medido en dos épocas distintas.

Actualmente, la REGME está conformada por 7 estaciones que son parte de la red continental SIRGAS-CON: S061 (QUITO), RIOP (RIOBAMBA), GLPS (GALAPAGOS), CUEC (CUENCA), PTEC (PORTOVIEJO), GYEC (GUAYAQUIL), LJEC (LOJA). En el Ecuador todo punto perteneciente a un control horizontal, está referido al Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF) definido por el Servicio Internacional de Rotación de la Tierra (IERS) para el año (1994), con datos de la época 1995.4 denominado ITRF94 época 1995.4 y relacionado con el Elipsoide de Referencia Geodésico 1980 (GRS80) por sus siglas en inglés (Geodetic Reference System). La REGME se encuentra en el ANEXO 1.

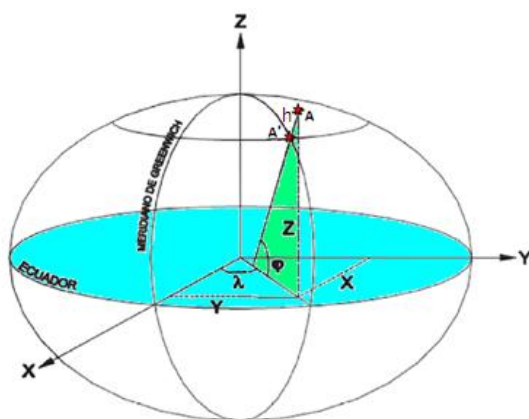
Para poder entender cómo se obtienen las coordenadas ya sean geodésicas o cartesianas de un punto cualesquiera en la superficie Terrestre se indican en la Figura (2.23).

El punto A está representado por:

( $\varphi$ ) latitud geodésica que es el ángulo formado por la normal al elipsoide que pasa por el punto deseado y el Ecuador

( $\lambda$ ) longitud geodésica que es el ángulo diedro formado por el plano del meridiano de Greenwich y el plano del meridiano que contiene al punto.

Cuando existen levantamientos tridimensionales se puede contar con la altura elipsoidal ( $h$ ).



Coordenadas Geodésicas

$$A = (\varphi, \lambda, h)$$

Coordenadas Cartesianas

$$A = (X, Y, h)$$

**Figura 2.23: Coordenadas Geodésicas y Cartesianas**

También se debe tener en cuenta como convertir de coordenadas geodésicas (geográficas) latitud, longitud y altura geodésica a coordenadas cartesianas tridimensionales (X, Y, Z), las mismas que se calculan de acuerdo a las siguientes fórmulas.

De coordenadas geodésicas a cartesianas (Franco, 2000?).



$$X = (N + h). \cos\varphi. \cos\lambda \quad (2.85)$$

$$Y = (N + h). \cos\varphi. \operatorname{sen}\lambda \quad (2.86)$$

$$Z = [(1 - e_1^2).N + h]. \operatorname{sen}\varphi \quad (2.87)$$

$$N = \frac{a}{(1 - e_1^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^{1/2}} \quad (2.88)$$

$$e_1^2 = 2f - f^2 \quad (2.89)$$

$$h \cong N + H \quad (2.90)$$

De coordenadas cartesianas a geodésicas

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{Y}{X} \quad (2.91)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{[Z + e_2^2 b \operatorname{sen}^3 \theta]}{(p - e_2^2 a \operatorname{cos}^3 \theta)} \quad (2.92)$$

$$h = \frac{p}{\operatorname{cos}\varphi} - N \quad (2.93)$$

$$p = \sqrt{(X^2 + Y^2)} \quad (2.94)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[ \frac{Z \cdot a}{(p \cdot b)} \right] \quad (2.95)$$

$$e_2^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{b^2} \quad (2.96)$$

## 2.10 CONTROL VERTICAL

Es el conjunto de puntos situados a lo largo de las principales vías de comunicación terrestre dentro del Territorio Nacional, establecidos mediante placas de cota fija, en los mismos que se han realizado observaciones directas, con el fin de obtener alturas físicas las mismas que permiten la interconexión y determinación de la posición vertical y estos puntos se encuentran referenciados con el nivel medio del mar y los valores relacionados al campo de gravedad terrestre.

A partir de la segunda guerra mundial los países involucrados en ella se dan cuenta de la necesidad de contar con mapas topográficos y cartas de navegación para sus tropas.

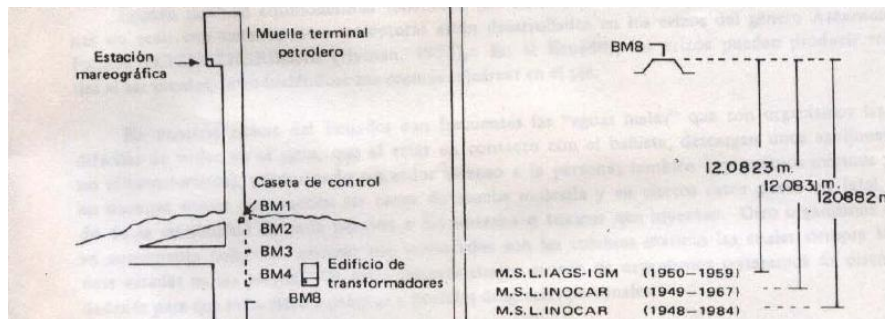
En el Ecuador el Servicio Geográfico Militar hoy IGM, era la oficina encargada de los levantamientos geodésicos, topográficos y la producción de mapas terrestres desde el año de 1928 y para los levantamientos hidrográficos y la edición de cartas náuticas se crea el servicio Hidrográfico de Faros y Boyas hoy INOCAR desde el año de 1932.

Para determinar el Datum vertical del Ecuador el IGM, con asesoramiento y colaboración del IAGS (Interamerican Geodetic Survey), instalan en 1948 un mareógrafo estándar en el terminal petrolero La Libertad provincia del Guayas, hoy provincia de Santa Elena Figura (2.24) (Paredes, 1986).

En 1960 y 1961 se calcula el nivel medio del mar, utilizando los datos de los mareogramas del periodo de 1950 y 1959, con este dato se refirieron las cotas que el IGM transporto a casi todas las ciudades, mediante nivelación geométrica.

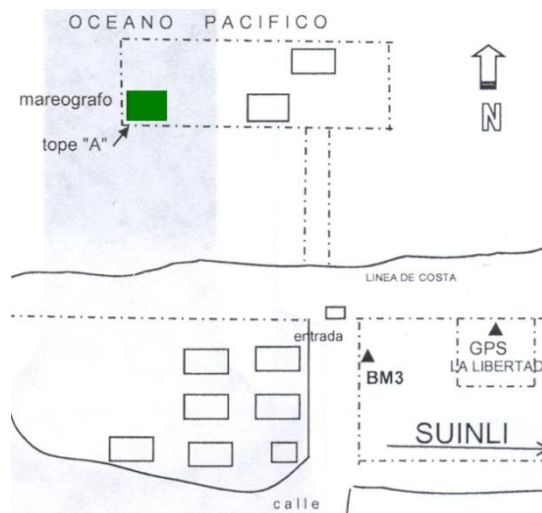
Con esto el INOCAR desde 1970 hasta la fecha, se encuentra efectuando las debidas inspecciones mareográficas, cambio y nivelamiento de regla de mareas a hitos establecidos en tierra y especialmente, dar instrucciones al observador, a fin de que los datos tengan la exactitud requerida.

El BM8 es la única marca de referencia que se ha mantenido desde 1948 y está referida a la regla de mareas y es una placa estándar con la inscripción de (Interamerican Geodetic Survey, BME 48), la misma que esta empotrada en una plataforma de cemento (Paredes, 1986).



**Figura 2.24: Estación mareográfica y marcas de referencia**  
Fuente: INOCAR

El IGM, tomó como base el BM3 Figura (2.25), del cual inicia la nivelación geométrica y nace la Red de Control Básico Vertical del Ecuador la misma que esta materializada por aproximadamente 6000 puntos de nivelación geométrica de primer orden espaciados cada 1.5km en 11000km de distancia en las principales vías del país.



**Figura 2.25: Punto base BM3**  
Fuente: INOCAR

El IGM inicia colocando sus primeros puntos de nivelación en los años de 1950 realizando el tramo de la línea, Progreso-Libertad, Guayaquil-Progreso, Balzar-Guayaquil, entre otras, en los cuales se utilizaron niveles wild- N3, estos datos fueron llevados a Panamá donde fueron procesados sus datos y alturas, de esta manera se van formando las líneas de nivelación y se continúan las líneas de nivelación formando anillos alrededor del país hasta la actualidad que se continúa re-nivelando y actualizando las líneas antiguas.

Existen nivelaciones de primer orden que son los circuitos principales que tienen una tolerancia de  $\pm 4mm\sqrt{k_k}$ , de segundo orden que son los anillos secundarios con una tolerancia de  $\pm 8,4mm\sqrt{k_k}$  y nivelación geométrica de tercer orden que son radiales que ayudan de apoyo de puntos de control vertical (puntos de fotocontrol vertical), que tienen una tolerancia de  $\pm 12mm\sqrt{k_k}$ .

El IGM en la actualidad cuenta con equipos digitales con lecturas a la mira de códigos de barras de la misma manera se cuenta con equipos electrónicos como estaciones totales para realizar nivelaciones trigonométricas de cuarto orden. La Red de Control Básico Vertical se encuentra en el ANEXO 2.

## 2.11 CONTROL GRAVIMÉTRICO

Es aquel que comprende la medida de valores absolutos o relativos del valor de la gravedad en puntos que pueden o no estar en la superficie terrestre, cuyo propósito consiste

básicamente en determinar el campo gravimétrico existente y su relación con los controles horizontales y verticales respectivamente.

En lo relativo a la gravedad, todo punto perteneciente a un levantamiento gravimétrico de propósito geodésico deberá estar referido a la Red Internacional de Estandarización de la Gravedad de 1971 (IGSN71).

El Ecuador forma parte del IGSN71 con un punto de gravedad que se encuentra en el Observatorio Astronómico, del cual se tomó como referencia para iniciar los trabajos geodésicos y topográficos para nuestra cartografía y del mismo punto inician a colocar los puntos de gravedad absolutos en el País, los mismos que se realizaron en tres zonas, Quito (IGM), que es una parte alta, en las faldas de la Cordillera de los Andes, Guayaquil que es la zona más baja del territorio y Quevedo que es la zona de transición.

La Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador fue determinada en tres campañas de campo: abril del 2002, septiembre del 2002 y septiembre del 2003, con apoyo técnico del Instituto Brasileiro de Geografía y Estadística (IBGE) y la Universidad de Sao Paulo (USP), en la persona del Profesor Denizar Blitzkow. Las mediciones de terreno se realizaron utilizando como mínimo 4 gravímetros La Coste & Romberg en cada estación y el procesamiento de datos fue realizado en el IBGE de Brasil con el software GRAVI 96.

Para Agosto del 2003 se realizó la calibración de 3 gravímetros del IGM en la Red Nacional de Estaciones de Gravedad Absoluta de la República de Brasil (RENEGA) con apoyo técnico y logístico del IBGE y la USP.

Según (Leiva, 2008) indica que una vez establecida la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador y con los gravímetros calibrados, se procedió a realizar la densificación gravimétrica a lo largo de las líneas de nivelación del país, poniendo énfasis en aquellas líneas que conectan las estaciones SIRGAS 2000 (Tulcán -Latacunga -Libertad -Zamora) y en zonas sin información gravimétrica, hasta el 2002 (aproximadamente 1200 puntos). El software que se está utilizando, para procesar los circuitos gravimétricos generados en la densificación es el GRAVI 96 (IBGE -USP).

La Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador (REGFE) se encuentra materializada con 37 estaciones alrededor del Territorio Nacional, referidas a la estación IGSN-71 de Quito,



Por esta razón siguiendo el camino indicado por Gauss y Legendre, aceptan como la mejor estimación de  $X$  a un valor que haga mínima a la suma de los cuadrados de los residuos, de tal forma que (Gemael, 1994):

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \min \quad (2.100)$$

Asimismo, cuando las observaciones no ofrecen un mismo grado de confianza se las homogeniza con pesos ( $p_i$ ), quedando de esta manera la ecuación:

$$\sum_{i=1}^n p_i v_i^2 = \min \quad (2.101)$$

Estas dos ecuaciones se determinan en forma de matriz de la siguiente manera (Gemael, 1994):

$$V^T V = \min \quad (2.102)$$

Donde  $V$  es el vector columna de los residuos:

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T \quad (2.103)$$

Y en el caso con los pesos:

$$V^T P V = \min \quad (2.104)$$

La matriz de pesos  $P$  es una matriz cuadrada y diagonal.

La aplicación de mínimos cuadrados para un sistema de ecuaciones lineales es de la siguiente manera (Gemael, 1994):

$L$  representa las observaciones ( $L_b$ ), y en geodesia las observaciones son mayores que las incógnitas:

$$n A u \quad u X 1 = L_{n+1}^b \quad (2.105)$$

$$n > u$$

De este modo, en este modelo matemático las observaciones no son compatibles por lo que hay que introducir las correcciones o residuos  $V = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T$  de lo expuesto anteriormente.

La ecuación lineal queda de esta manera:

$$A\hat{X} = L_b + V = L_a \quad (2.106)$$

$L_b$  Valores observados

$L_a$  Valores de las observaciones corregidas

Y si aplicamos el mejor estimador  $X$  y  $\hat{X}$  que satisface la condición:

$$V^T V = \min \quad (2.107)$$

$$\emptyset = (A\hat{X} - L_b)^T (A\hat{X} - L_b) = \min \quad (2.108)$$

$$\frac{d\emptyset}{dx} = 2A^T A\hat{X} - A^T L_b - A^T L_b = 0 \quad (2.109)$$

$$A^T A\hat{X} - A^T L_b = 0 \quad (2.110)$$

Esta última ecuación matricial representa un conjunto de ecuaciones u incógnitas, quedando como solución única la siguiente:

$$\hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T L_b \quad (2.111)$$

Los pesos se dan para la precisión de las mediciones y se utilizan de acuerdo al trabajo que se requiere realizar.

$$\sum L_b = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \cdot & \\ & & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (2.112)$$

Al dividir  $\sum L_b$  para  $\sigma_1^2$  se obtiene la matriz de coeficiente de pesos

$$Q = \frac{1}{\sigma_0^2} \cdot \sum L_b \quad (2.113)$$

Y de esta fórmula se tiene la matriz de pesos:

$$Q^{-1} = \sigma_0^2 \cdot \sum L_b^{-1} = P \quad (2.114)$$

$$P = Q^{-1} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_i^2} & & \\ & \cdot & \\ & & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i & & \\ & \cdot & \\ & & P_n \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

Se aplica la ecuación matricial única y se obtiene:

$$V^T P V = \min \quad (2.116)$$

Que es la forma cuadrática fundamental y se aplica la ecuación normal:

$$(A^T P A) \hat{X} - A^T P L_b = 0 \quad (2.117)$$

Da como solución (Gemael, 1994):

$$\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L_b \quad (2.118)$$

### 2.13 AJUSTE DE LAS OBSERVACIONES POR EL METODO CORRELATIVO

El modelo matemático que caracteriza a las observaciones de condición que puede aplicarse en un ajuste por mínimos cuadrados en este método esta dado por: (Gemael, 1994):

$$F(L_a) = 0 \quad (2.119)$$

Esta ecuación indica que presenta “r” ecuaciones naturales de condición ligado a “n” incógnitas ( $L_a$ ), las mismas que son independientes.

Esta ecuación puede ser procesada con incógnitas (residuos,  $v_i$ ), que es el vector de las ecuaciones ajustadas la cual es:

$$L_a = L_b + V \quad (2.120)$$

Quedando de esta manera:

$$F(L_b + V) = 0 \quad (2.121)$$

Aplicando una linealización de serie de Taylor en forma matricial se tiene:

$$F(L_a) = F(L_b + V) \cong F(L_b) + \frac{\partial F}{\partial L_a} \Big|_{L_b} (L_a - L_b) = 0 \quad (2.122)$$



La ecuación de los valores observados  $F(L_b)$  que es la del error de cierre se la denomina mediante W.

$$W = F(L_b) \quad (2.123)$$

A la matriz de las derivadas parciales  $\left| \frac{\partial F}{\partial L_a} \right|_{L_b}$  por B.

$$B = \left| \frac{\partial F}{\partial L_a} \right|_{L_b} \quad (2.124)$$

Quedando de esta manera

$$BV + W = 0 \quad (2.125)$$

Con las dimensiones queda de esta manera:

$$rBn \quad nV1 + rW1 = r01 \quad (2.126)$$

Normalización de ecuaciones.- indica que las incógnitas se subordinen y que satisfagan los mínimos cuadrados, de igual forma que los residuales sean mínimos y para que se cumplan estos dos criterios se utiliza un artificio conocido como el método de Lagrange.

$$\emptyset = V^T PV - 2K^T (BV + W) = \text{mínimo} \quad (2.127)$$

Entendiéndose de que  $K$  son los multiplicadores de Lagrange o “correlatos”.

Igualando a cero las derivadas precisas en relación a V y a K para que esta función otorgue un valor mínimo es (Gemael, 1994):

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial V} = 2PV - 2B^T K = 0 \quad (2.128)$$

$$1. - PV - B^T K = 0 \quad (2.129)$$

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial K} = -2(BV + W) = 0 \quad (2.130)$$

$$2. - BV + W = 0 \quad (2.131)$$

Despejando (V) de la ecuación (2.129) se obtiene, que es la ecuación de los residuos:

$$V = P^{-1}B^TK \quad (2.132)$$

Y esta ecuación se reemplaza en (2.131) se obtiene:

$$BP^{-1}B^TK + W = 0 \quad (2.133)$$

Se obtiene una ecuación matricial con los multiplicadores de Lagrange:

$$K = -(BP^{-1}B^T)^{-1}W = 0 \quad (2.134)$$

Simplificándole un poco más queda la ecuación:

$$K = -M^{-1}W \quad (2.135)$$

Siendo:

$$M = BP^{-1}B^T \quad (2.136)$$

Las precisiones de los resultados se obtienen mediante una matriz varianza-covarianza de los valores ajustados:

$$\sum L_\alpha = \sum L_b [I - B^T M^{-1} B P^{-1}] \quad (2.137)$$

Donde:

$$I = -P^{-1}B^T M^{-1} \frac{\partial W}{\partial L_b} \quad (2.138)$$

Y para los residuos de esta forma:

$$\sum V = \sigma_0^2 P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1} \quad (2.139)$$

Comparando resulta (Gemael, 1994):

$$\sum L_\alpha = \sum L_b - \sum V \quad (2.140)$$

La varianza de observación de peso unitario a posteriori, indica (Gemael, 1994):

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T PV}{s_l} \quad (2.141)$$

$s_l$  Grados de libertad

$s_l = r_c$  Número de ecuaciones de condición

Para obtener de una manera más simple:

$$V^T PV = -K^T W \quad (2.142)$$

## 2.14 PRUEBA DE HIPÓTESIS

Primero se debe tener claro que ciertos criterios de acuerdo a (Ray, 2000?) como:

Hipótesis es una suposición tentativa que se la hace para explicar ciertos hechos y llevarlos a la investigación.

La prueba de hipótesis es un procedimiento estadístico que comienza con una suposición que se hace con respecto a un parámetro de población, luego se recolectan datos de muestra, se producen estadísticas de muestra y se usa esta información para decidir qué tan probable es que sean correctas nuestras suposiciones acerca del parámetro de población en estudio.

**Hipótesis nula ( $H_0$ )** es la suposición tentativa sobre un parámetro que va a prevalecer hasta que exista una suficiente evidencia para refutarla.

**Hipótesis alternativa ( $H_a$ )** es la hipótesis opuesta de la  $H_0$ , esta se la acepta cuando existen suficientes pruebas para refutar la  $H_0$ .

**Error tipo I** es rechazar la hipótesis nula cuando esta es realmente cierta.

**Error de tipo II** es no rechazar la hipótesis nula cuando esta es realmente falsa.

**Nivel de significancia ( $\alpha$ )** es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando esta es realmente cierta.

Entendiéndose, mientras más alto sea el nivel de significancia que se utiliza para probar una hipótesis, mayor será la probabilidad de rechazar una hipótesis nula.

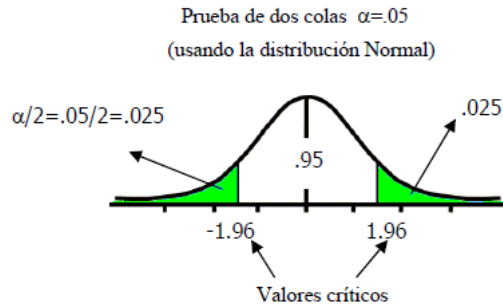
Los valores más utilizados son de ( $\alpha$ ) 0.1, 0.05, 0.01 o 0,005.

Existen dos Tipos de pruebas:

- a) Prueba de hipótesis de 2 extremos o bilaterales figura (2.26).

$$H_0: u = u_1$$

$$H_a: u \neq u_1$$

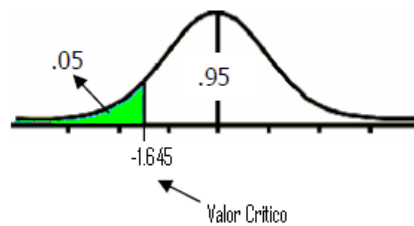


**Figura 2.26: Prueba bilateral**  
Fuente: Ray

b) Pruebas de hipótesis de un extremo o unilateral izquierda figura (2.27) y unilateral derecha figura (2.28).

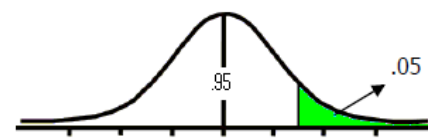
1.  $-H_0: u \geq u_1$

$$H_a: u < u_1$$



**Figura 2.27: Prueba unilateral izquierda**  
Fuente: Ray

$$H_a: u > u_1$$



2.  $-H_0: u \leq u_1$

**Figura 2.28: Prueba unilateral derecha**  
Fuente: Ray

### 2.14.1 PRUEBA ESTADÍSTICA DE CHI – CUADRADO ( $\chi^2$ )

Ayuda a rechazar o aceptar la hipótesis de la existencia de errores groseros en un conjunto de datos obtenidos.

Si existe diferencia entre  $\sigma_0^2$  y  $\hat{\sigma}_0^2$ , se debe aplicar un test de hipótesis basados en la distribución ( $\chi^2$ ) para constatar si la diferencia es significativa a un cierto nivel de confianza, generalmente fijado en el 95%. Una respuesta positiva indica que existen problemas en ajuste.

La forma cuadrática  $V^T \Sigma L_b^{-1} V$  tiene una distribución ( $\chi^2$ ) con  $S_l = v$  grados de libertad, entendiéndose (Gemael, 1994):

$$V^T \Sigma L_b^{-1} V \approx \chi^2(v) \tag{2.143}$$

Luego:

$$\frac{v^T P v}{\sigma_0^2} \approx \chi^2(v) \quad (2.144)$$

Utilizando la ecuación (2.141) se tiene:

$$\frac{\hat{\sigma}_0^2 * s_l}{\sigma_0^2} \approx \chi^2(v) \quad (2.145)$$

El valor estimado de  $\hat{\sigma}_0^2$  puede ser diferente del valor asignado de  $\sigma_0^2$ . Esta discrepancia puede ser un indicador de la calidad del ajuste (Gemael, 1994).

Por lo tanto se aplica una prueba de hipótesis estadística para determinar si la diferencia es significativa a un cierto nivel de confianza.

Si la diferencia es significativa, se puede decir que hay problemas en el ajuste. La ecuación (2.141), hay que tener en cuenta que los altos niveles de residuos de elevar el valor de la varianza a posteriori de un peso determinado de la matriz P, se sospecha a primera vista, la presencia de valores groseros.

Con todo, otros factores pueden ser responsables por el alto valor de  $\hat{\sigma}_0^2$ , y debe ser investigados ya sea en que el sistema este mal acondicionado; en el modelo matemático observaciones erróneas insuficientes; errores de cálculo, la ponderación; problema la linealización (Rafael, 2008).

Esta se hace sobre la base de la hipótesis de nula ( $H_0$ ) e hipótesis alternativa ( $H_a$ ):

$$H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 \quad (2.146)$$

$$H_a: \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2 \quad (2.147)$$

Este valor de ( $\chi^2$ ) calculado deben de compararse con los valores teóricos  $\chi_{v, \frac{\alpha}{2}}^2$  y  $\chi_{v, 1 - \frac{\alpha}{2}}^2$  para probar una prueba de hipótesis bilateral, bajo un nivel de significancia ( $\alpha$ ), se calcula mediante:

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \cdot v \quad (2.148)$$

Los valores teóricos se pueden obtener de una tabla o programas de computación. Se Rechaza la hipótesis nula que sustenta el nivel de significación ( $\alpha$ ) si:

$$\chi^2_{v,1-\frac{\alpha}{2}} > \chi^2 > \chi^2_{v,\frac{\alpha}{2}} \quad (2.149)$$

Se acepta la hipótesis nula si (Rafael, 2008):

$$\frac{\chi^2_{v,1-\frac{\alpha}{2}}}{v} \leq \hat{\sigma}_0^2 \leq \frac{\chi^2_{v,\frac{\alpha}{2}}}{v} \quad (2.150)$$

Cuando la hipótesis nula es rechazada, se puede inferir una menor calidad de ajuste, que tiene la búsqueda y detección de errores groseros (valores atípicos) en observaciones en caso de sospecha acerca de otros factores (Rafael, 2008).

## 2.15 SISTEMA DE INFORMACIÓN GEOGRÁFICA (SIG)

Es una colección organizada de hardware, software y datos geográficos diseñados para la eficiente captura, almacenamiento, integración, actualización, modificación, **análisis espacial**, y despliegue de todo tipo de información geográficamente referenciada (GCP, 2003).

### 2.15.1 SPATIAL ANALYST

(GCP, 2003), indica que Análisis espacial es el procesamiento de datos espaciales generando nueva información acerca del mundo y que sirve para el apoyo a la toma de decisiones. Una buena decisión tomada depende de la calidad de los datos utilizados y el modelo usado en el estudio.

### 2.15.2 INTERPOLACIÓN

Es un procedimiento matemático utilizado para predecir el valor de un atributo en un lugar preciso a partir de valores del atributo obtenido de puntos vecinos ubicados al interior de la misma región. Esta se utiliza para transformar un número finito de observaciones, obtenidas en base a ubicaciones geográficas precisas, a un espacio continuo de manera que el patrón espacial presentado por las observaciones puntuales pueda ser comparado con los patrones espaciales de otras variables bajo consideración.

La interpolación tiene como objetivo estimar, a partir de una muestra, valores de Z para un set de puntos (X,Y). La interpolación puede utilizarse para cumplir tres funciones:

- (a) estimar valores de Z para ubicaciones particulares (X,Y);
- (b) estimar valores de Z para una cuadrícula rectangular;
- (c) cambiar la resolución de la cuadrícula en un archivo raster (método conocido como re muestreo) (Fallas, 2007).

### **Interpolación a partir de puntos**

Una de las fuentes de datos para elaborar modelos digitales son ubicaciones (X,Y) con sus respectivos atributos (Elevación, precipitación, temperatura, presión, etc). A partir de estos valores las rutinas de interpolación crean una superficie en la cual cada punto tiene un valor estimado. Tanto IDRISI, Surfer como 3DAnalyst y Spatial Analyst de ArcGis proveen rutinas para la interpolación basados en puntos. Cuanto mayor sea el número de puntos y mejor distribuidos se encuentren, mejores serán los resultados (Fallas, 2007).

### **2.15.3 CLASIFICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN**

Los interpoladores que operan puntos se clasifican en:

**Exactos:** Cuando preservan los valores originales de los puntos de muestreo.

**No exactos:** No mantienen los valores originales de los puntos de muestreo.

**Globales:** La interpolación está basada en todos los puntos de muestreo.

**Locales:** La interpolación está basada en un subset de los puntos de muestreo.

#### **2.15.3.1 MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN GLOBALES**

Es el que utiliza todo los datos disponibles para efectuar una estimación válida para toda la región de interés; en cambio los métodos locales operan dentro de una pequeña zona alrededor de la ubicación donde se desea obtener un valor interpolado. Los métodos globales son utilizados más bien para examinar y eliminar posibles tendencias presentes en los datos tanto más que para efectuar una interpolación. Una vez que los efectos globales han sido eliminados, los valores residuales de las variaciones globales son interpolados usando un método local.

Como ejemplos de este grupo se puede citar la clasificación usando información externa, superficies que poseen una tendencia en sus coordenadas, modelos de regresión y métodos de análisis espectral.

Otra aproximación al problema de interpolación viene dado por la teoría de los métodos geo-estadísticos. Esta metodología se basa en la correlación espacial de los datos geográficos. Es usada principalmente cuando la variación del atributo es tan irregular y la densidad de puntos es tan grande que los dos métodos mencionados anteriormente no se pueden aplicar. La geo-estadística proporciona estimaciones probabilísticas de la calidad de la interpolación. Permite también hacer predicciones por superficies o volúmenes más grandes. Pueden también incorporar en el cálculo datos livianos con el fin de mejorar la precisión de la interpolación (GCP, 2003).

#### **2.15.3.1.1 INTERPOLADOR KRIGING**

El método geo-estadístico o kriging, describe la correlación tanto espacial como temporal que existe entre los valores de un atributo. Tradicionalmente se le ha utilizado en las llamadas geo-ciencias (geofísica, hidrogeología, etc.), sin embargo, sus principios se aplican cada vez más en una amplia variedad de campos científicos como pesqueras, silvicultura, ingeniería civil, procesamiento de imágenes, cartografía, meteorología, etc.

En la estadística clásica, se manejan variables independientes, donde se asume cero continuidad (correlación) entre los datos. La Geo-estadística por su parte, asume lo contrario, señalando que los datos están correlacionados y que esta continuidad se puede medir para puntos, bloques o volúmenes. Por lo tanto, en esta disciplina, se utiliza el concepto de variable regional que describe fenómenos, atributos con una distribución geográfica y con una cierta continuidad espacial (GCP, 2003).

#### **2.15.3.2 MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN LOCALES**

Usan la información proveniente de los vecinos para calcular el valor de un punto.

Los polígonos de Thiessen o Voronoi, métodos basados en un peso lineal e inversamente proporcional a la distancia y métodos basados en cuñas (splines). Estos tipos de métodos de interpolación se encuentran disponibles en la mayoría de los programas S.I.G.

Tipos de interpolación local que incluye la extensión Spatial Analyst:



1.- peso proporcional al inverso de la distancia "**Inverse Distance Weighting (IDW)**"

2.- generación de cuña "**Splines**".

El Método Splines estima valores usando una función matemática que reduzca al mínimo la curvatura superficial total, dando por resultado una superficie lisa que pasa exactamente a través de los puntos de la entrada (GCP, 2003).

#### **2.15.3.2.1 INTERPOLADOR IDW (Gravitacional o Inverso de la Distancia)**

Combina la idea de vecindad con la idea de un cambio gradual de las superficies con una tendencia. Se supone que el valor del atributo Z en una posición donde el valor del atributo no es conocido es un promedio de los valores de sus vecinos pero donde los vecinos más cercanos tienen más peso, importancia que los más alejados (GCP, 2003).

IDW se presenta en Spatial Analyst con dos opciones: Con un radio de búsqueda fijo y un radio de búsqueda variable. Para el primero de ellos el radio del círculo usado para buscar entradas de puntos es igual para cada celda interpolada. Para especificar una cantidad mínima se puede asegurar que dentro del radio fijo, al menos un número mínimo de puntos de entrada será usado en el cálculo de cada celda interpolada (GCP, 2003).

Un "Poder" más alto pone más énfasis sobre los puntos cercanos, creando una superficie que tiene más detalle, pero es menos suave.

Un "poder" bajo tiene más influencia para rodear puntos de aquellas áreas más lejanas, creando una superficie suave.

Utilice una barrera para limitar la búsqueda para los puntos de la muestra de entrada al lado de la barrera en la cual el píxel interpolado se ubique, por ejemplo en un acantilado.

Con un radio variable, la cantidad representa el número de puntos usados en calcular el valor de la celda interpolada. Esto hace variable la búsqueda del radio para cada píxel interpolado, dependiendo de cómo tenga que estirarse para alcanzar el número especificado de los puntos de la entrada (GCP, 2003).

Especifique una distancia máxima para limitar el tamaño potencial del radio del círculo. Si el número de puntos no se alcanza antes de que la distancia máxima del radio se alcance, pocos puntos serán utilizados en el cálculo del punto interpolado. Utilizando la herramienta de medición (measure) de la barra de herramientas para medir distancias entre puntos

obteniendo así una idea de la distancia y del número de puntos antes de fijar el radio de la búsqueda (GCP, 2003).

Utilice un radio de búsqueda fijo si sus puntos en la muestra de entrada son abundantes y se ubican de manera más uniforme. Utilice un radio de búsqueda variable si sus puntos en la muestra son escasos y se ubican aleatoriamente (GCP, 2003).

#### **2.15.3.2.2 INTERPOLADOR SPLINE**

Estima valores usando una función matemática que reduce al mínimo la curvatura de la superficial total, dando como resultado una superficie lisa que pasa exactamente a través de los puntos muestreados.

Este método es el mejor para con cuidado variar superficies como la elevación, alturas de superficie del agua, o concentraciones de contaminación.

Hay dos métodos Spline: Regularizado y Tensión

*Regularizado:* crea una superficie suave, de manera gradual cambiando la superficie con los valores que pueden estar fuera de la gama de datos de la muestra. Crea una superficie más suavizada, el interpolador tiende a comportarse como no exacto (Fallas, 2007)

*Tensión:* suaviza la rigidez de la superficie según el carácter del fenómeno modelado. Crea una superficie menos suavizada que tiende a mantener el valor de los puntos de insumo (Fallas, 2007).

*Weight:* Para Regularizado, el Weight define el peso de la tercera derivada de la superficie en la expresión de minimización de curvatura. Más alto el peso, más lisa la superficie. Los valores que participan en este parámetro deben ser iguales o mayores que cero. Los valores típicos que pueden ser usados son 0; 0.001; 0.01; 0.1, y 0.5. Para la Tensión, el Weight define el peso de tensión. A más alto el peso, la superficie pierde suavidad. Los valores ingresados tienen que ser iguales o mayores que cero. Los valores típicos son 0; 1; 5; y 10.

*Number of points:* El número de puntos identifica el número de puntos usados en el cálculo de cada célula o píxel interpolado. Más puntos de entrada especificados, mayor será la influencia de los puntos distantes y más suave será la superficie (GCP, 2003).

### **2.15.3.3 INTERPOLADOR NATURAL NEIGHBOR**

Al igual que IDW, este tipo de interpolación utiliza un método de ponderación promediada. Sin embargo, en vez de generar un valor de interpolación basado en el promedio ponderado de sus distancias, la interpolación de tipo Natural Neighbor (“cercanía” o “proximidad natural”) genera una *triangulación de Delauney* a partir de las locaciones medidas y selecciona los nodos más cercanos para crear polígonos o escudos convexos alrededor de las locaciones que los conforman. Luego, pondera sus valores en base a un área proporcionada.

Este método es el más adecuado cuando los valores se encuentran distribuidos de manera desigual. Es una técnica de interpolación muy adecuada para propósitos genéricos y posee la ventaja de no tener parámetros específicos y complejos como radio, cercanía, etc (Barrientos, 2000?).

## **CAPÍTULO III**

### **3. METODOLOGIA PARA EL CÁLCULO DE LOS NÚMEROS GEOPOTENCIALES**

#### **3.1 DESCRPCION DE LOS DATOS**

##### **3.1.1 DATOS DE GRAVEDAD OBSERVADA**

Los datos de gravedad observada fueron proporcionados por el IGM, se cuenta con 2.888 puntos, los cuales tienen su nominativo, código, latitud, longitud y gravedad.

##### **3.1.2 DATOS DE NIVELACIÓN Y AÑOS DE NIVELACIÓN.**

Los datos de nivelación fueron proporcionados por el IGM, se cuenta con 3.732 puntos, los mismos que están distribuidos en 62 líneas y cada línea cuenta con placa inicial, placa final, desnivel, distancia, cota y años en los que se realizó la nivelación.

La cota de marca de nivel “BM3” la misma que es considerada como punto departida para el arrastre de la nivelación de toda la Red de Control Básico Vertical del País, es de 6,2747m desde el nivel medio del mar, el mismo que corresponde al periodo de 1948-2002.

##### **3.1.3 RESUMEN DE LOS ANILLOS DE LA RED DE CONTROL BASICO VERTICAL**

De acuerdo al ANEXO 2 entregado por el Instituto Geográfico Militar, se puede apreciar en la Tabla (3.1) un resumen de los anillos de la Red de Control Básico Vertical que indica el número de línea, los nodos que intervienen en cada una de las líneas, la distancia con la que cuenta cada uno de los nodos y el desnivel que existe entre cada uno de los nodos.

En la columna 4 se encuentra la distancia entre nodos, la misma que se utiliza para los pesos en el ajuste de la red de nivelación y en el ajuste con números geopotenciales, de la misma manera en la columna 5 se encuentran los desniveles que sirven para verificar la tolerancia de cada uno de los anillos de la Red de Control Básico Vertical.

**Tabla 3.1: Resumen de los Anillos de la Red de Control Básico Vertical**

ORD	# LINEA	NODO	DISTANCIA (KM)	DESNIVEL(m)
1	L1	00-01	220,21	95,1282
2	L2	01-02	4,23	22,5525
3	L3	02-03	150,64	-118,4327
4	L4	03-04	29,37	4,8121
5	L5	04-00	136,15	-4,0726
6	L6	06-07	127,79	-32,9005
7	L7	05-06	85,98	59,2006
8	L8	03-05	38,67	8,7244
9	L9	07-10	178,79	194,8450
10	L10	11-06	123,32	-176,5091
11	L11	09-01	262,65	72,2653
12	L12	10-09	88,45	-206,2622
13	L13	09-13	185,39	-9,5953
14	L14	13-14	115,76	183,1055
15	L15	14-15	48,12	335,0201
16	L16	15-11	33,82	-287,6366
17	L17	31-13	280,03	-1563,3843
18	L18	28-31	109,64	-953,4157
19	L19	14-36	181,44	2487,7479
20	L20	36-35	11,71	-57,4197
21	L21	35-33	42,08	175,4288
22	L22	33-15	104,89	-2270,8086
23	L23	17-37	182,91	2697,7148
24	L24	06-17	17,96	-2,3710
25	L25	19-17	89,93	54,5254
26	L26	19-05	23,53	-2,3387
27	L27	37-38	43,22	-216,1803
28	L28	39-21	205,54	-2734,4623
29	L29	21-19	44,81	6,7176
30	L30	21-77	78,53	3,7524
31	L31	77-04	39,05	-3,2268
32	L32	38-39	5,70	191,7069
33	L33	43-39	54,97	-8,2017
34	L34	41-43	173,58	-61,9007
35	L35	26-41	118,19	2795,8606
36	L36	38-43	95,26	199,9781
37	L37	53-26	141,38	-4,9470
38	L38	54-53	140,23	-2623,9525
39	L39	41-54	111,80	-176,9067
40	L40	53-58	34,25	19,9066
41	L41	58-57	133,92	2320,1819
42	L42	57-54	256,76	283,9486
43	L43	60-58	123,72	-2024,1539
44	L44	61-60	26,39	1306,6646
45	L45	57-61	89,89	-1602,6182
46	L46	60-61	144,61	-1306,6316
47	L49	68-31	249,33	1160,0415
48	L50	69-68	120,15	-1397,2124
49	L51	34-69	77,88	-761,0387
50	L52	68-74	53,51	-127,1139
51	L53	74-73	32,68	-14,2801
52	L54	73-69	244,63	1538,5620
53	L55	73-74	81,16	14,2670
54	L56	37-33	58,30	-39,6858
55	L57	10-11	3,00	14,5258
56	L58	07-02	41,09	83,3513
57	L59	77-26	2,27	4,9209
58	L60	36-28	31,30	-153,9907
59	L61	28-34	28,00	44,8834
60	L62	34-35	19,96	-51,6579

### 3.2 PROCESAMIENTO DE LOS DATOS.

Luego de obtener toda la información requerida se realizó una depuración de la información en vista que la Red de Control Básico Vertical no está ajustada hasta el

momento, se puede observar en el ANEXO 4, que la nivelación en algunos lugares consta desde 1977, por lo tanto algunos anillos tienen una nivelación de hace 33 años. También se puede apreciar que de las 24 provincias del Ecuador, existen 3 provincias (Pastaza, Morona Santiago y Zamora Chinchipe), a las cuales no ha llegado la nivelación y si existe no hay cierre de los anillos, por lo cual se debe extender la red a estas provincias.

Para el cálculo de los números geopotenciales en los nodos, se debe contar con gravedad observada en los mismos, pero se cuenta con 19 nodos con gravedad observada de los 38 nodos que cuenta la Red de Control Básico Vertical, en vista de esto se realiza una planificación de nuevos anillos con estos 19 valores de gravedad, teniendo siempre en cuenta que cada uno de los anillos nuevos estén dentro de la tolerancia.

De las 62 líneas, 20 anillos y 38 nodos que cuenta la Red de Control Básico Vertical se ha reducido a 28 líneas, 10 anillos y 19 nodos ANEXO 5, con los cuales se trabajará de aquí en adelante con esta nueva Red.

### **3.3 AJUSTE DE LA RED DE CONTROL BÁSICO VERTICAL.**

#### **3.3.1 AJUSTE**

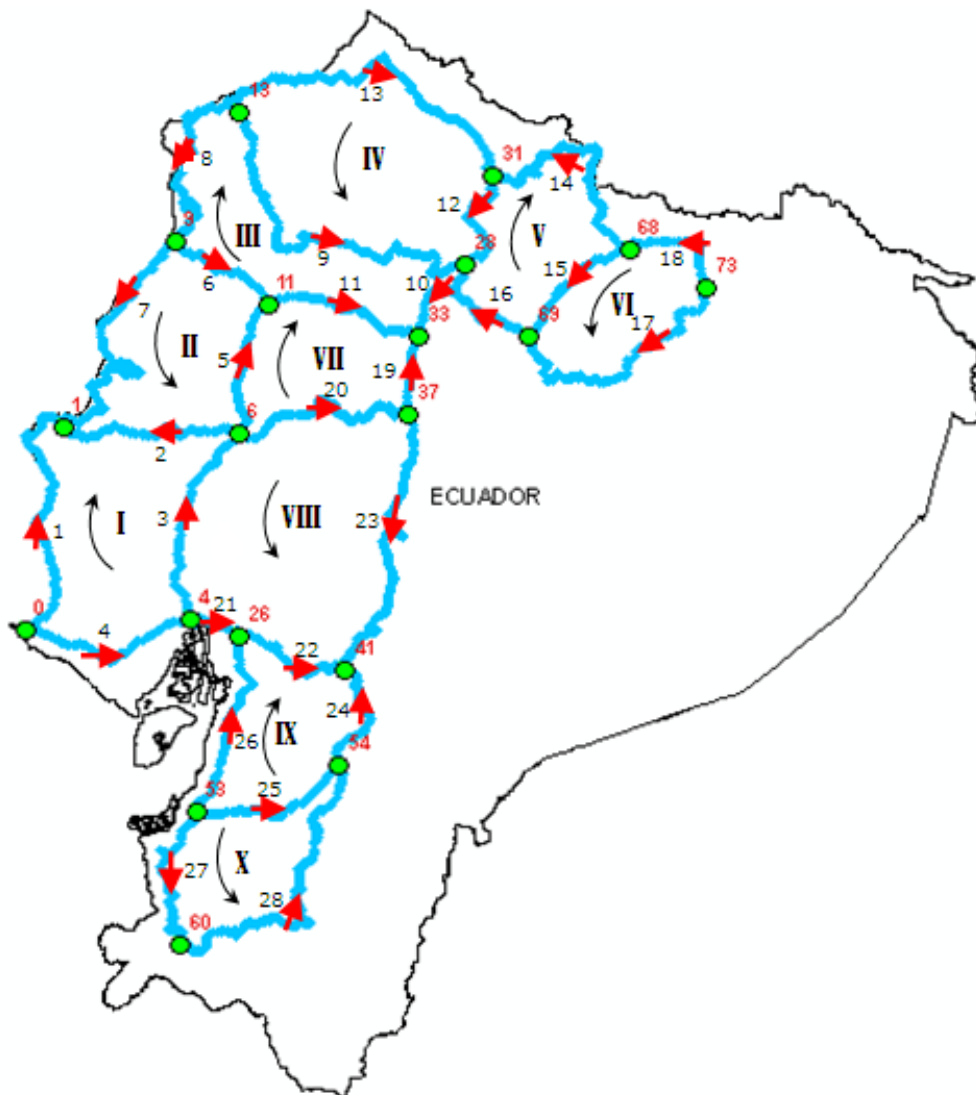
El método escogido para el ajuste es el método correlativo, por lo tanto se requiere de ecuaciones de condición. Para poder iniciar con el ajuste de la nueva Red de Control Básico Vertical, los 10 anillos deben estar dentro de la tolerancia, en la Tabla (3.2), se puede apreciar los valores de tolerancia de cada anillo, requerida para una nivelación geométrica de primer orden que es  $T_{oi} = \pm 4mm\sqrt{k_k}$ .

En la Tabla (3.2), en la columna 1 se encuentran los anillos de la nueva Red, en la columna 2 se describe la sumatoria de los desniveles de cada uno de los anillos, en la columna 3 se encuentra la distancia de cada anillo la misma que se utiliza para calcular la tolerancia de estos anillos que se encuentran en la columna 4, se puede ver claramente que los anillos no presentan problema alguno para iniciar con el ajuste.

**Tabla 3.2: Valores de Tolerancia de Anillos**

ANILLOS	$\Sigma$ Desnivel(m)	Distancia (Km)	Tolerancia(m)
I	0,0445	683,49	0,1046
II	0,0881	650,53	0,1020
III	0,0043	834,09	0,1155
IV	0,0627	718,17	0,1072
V	-0,0895	585,00	0,0967
VI	0,0444	450,97	0,0849
VII	-0,0753	521,20	0,0913
VIII	-0,0774	791,87	0,1126
IX	-0,0516	511,60	0,0905
X	0,0102	671,24	0,1036

Luego de obtener los anillos dentro de lo esperado se realiza un gráfico (Figura 3.1), en el cual se identifica claramente los anillos, las líneas, los nodos y las direcciones, las mismas que ayudan a formar las ecuaciones de condición para el ajuste.



**Figura 3.1: Anillos, Líneas, Nodos y Direcciones**  
Fuente: IGM 2010

Se realizan las ecuaciones de condición las mismas que se detalla a continuación, para obtener el número adecuado de ecuaciones de condición se debe restar del número de líneas menos el número de nodos que intervienen en los anillos, de acuerdo a la ecuación (3.1), inicialmente hay 28 líneas y 19 nodos. Hay que tener presente que el nodo cero Figura (3.1), no se lo cuenta como nodo en el ajuste en vista que este punto entra como dato ya conocido, y partiendo de la ecuación (2.119) se obtiene.

$$\Gamma_c = n_1 - u \quad (3.1)$$

$$\Gamma_c = 28 - 18$$

$$\Gamma_c = 10 \text{ ecuaciones}$$

$\Gamma_c$  número de ecuaciones de condición

$n_1$  número de líneas

$u$  número de nodos (menos el nodo cero que es dato conocido).

$$\begin{array}{l} 1.- \quad L1 - L2 - L3 - L4 = 0 \\ 2.- \quad -L2 + L5 - L6 + L7 = 0 \\ 3.- \quad L9 - L8 + L10 - L11 - L6 = 0 \\ 4.- \quad L9 - L12 - L13 = 0 \\ 5.- \quad -L14 + L15 + L16 - L12 = 0 \\ 6.- \quad L15 - L17 + L18 = 0 \\ 7.- \quad L5 + L11 - L19 - L20 = 0 \\ 8.- \quad -L20 - L3 + L21 + L22 - L23 = 0 \\ 9.- \quad L22 - L24 - L25 + L26 = 0 \\ 10.- \quad -L25 + L27 + L28 = 0 \end{array}$$

Con las ecuaciones de condición se determinan las derivadas parciales (B), y se obtiene la transpuesta de la misma ( $B^T$ ).

Se obtiene el vector de errores de cierre de la nivelación geométrica de primer orden de acuerdo a la ecuación (2.123) (W), los mismos que se encuentran en la Tabla (3.3), que se calcula en función a la tolerancia de los anillos:

**Tabla 3.3: Errores de Cierre de los anillos**

ANILLOS	W(cm)
I	4,45
II	8,81
III	0,43
IV	6,27
V	-8,95
VI	4,44
VII	-7,53
VIII	-7,74
IX	-5,16
X	1,02



Los pesos se obtienen de acuerdo a lo expuesto en la matriz de pesos (Gemael, 1994) en las ecuaciones (2.114) y (2.115), se utilizó el inverso de la distancia para este trabajo, esto es:

$$P = \frac{1}{K_k} \quad (3.2)$$

Luego que se obtienen las matrices de peso y derivadas parciales se obtiene el vector de los multiplicadores de Lagrange (K) Tabla (3.4), de acuerdo a la ecuación (3.3)

$$K = -(BP^{-1}B^T)^{-1}W \text{ (cm)} \quad (3.3)$$

**Tabla 3.4: multiplicadores de Lagrange**

<i>K</i>	-0,0026
	-0,0184
	0,0118
	-0,0175
	0,0218
	-0,0156
	0,0206
	0,0036
	0,0101
	-0,0037

Con este valor calculamos el vector de residuos (V) Tabla (3.5) de acuerdo a la ecuación (3.4):

$$V = P^{-1}B^TK \text{ (cm)} \quad (3.4)$$

**Tabla 3.5: Matriz de residuos**

<i>V</i>	-0,5826
	3,6425
	-0,1404
	0,3602
	0,2679
	0,6037
	-4,8317
	-2,1867
	-1,8581
	1,0620
	1,2169
	-0,4750
	4,8869
	-5,4314
	0,7371
	2,3065
	3,8283
	-1,3488
	-1,1991
	-4,8461
0,1470	
1,6196	
-0,9870	
-1,4228	

-0,9184
1,1992
-0,5767
-1,3617

Con estos valores se obtienen los valores de elvector de los valores ajustados ( $L_a$ ) Tabla (3.6), que es la suma de las observaciones mas los valores de los residuos, de acuerdo a la ecuación (3.5).

$$L_a = L_b + V \text{ (cm)} \quad (3.5)$$

**Tabla 3.6: Valores ajustados**

	9512,237
	2793,473
	6311,150
	407,615
	17651,178
	22079,404
	7221,698
	957,343
	251684,412
	27198,072
	255845,737
	95341,095
	156343,317
$L_a$	115998,719
	139721,977
	71617,836
	153860,028
	14138,051
	3967,381
	269529,534
	814,917
	279587,680
	4561,913
	17689,247
	262394,332
	495,899
	204405,473
	57988,858

Con los datos obtenidos se comprueban en las ecuaciones de condición, las cuales deben ser igual a cero, caso contrario el ajuste está mal realizado.

1.  $L1 - L2 - L3 - L4 = 0$  ;  $9512,237 - 2793,473 - 6311,150 - 407,615 = 0,000$
2.  $-L2 + L5 - L6 + L7 = 0$  ;  $-2793,473 + 17651,178 - 22079,404 + 7221,698 = 0,000$
3.  $-L8 + L9 + L10 - L11 - L6 = 0$  ;  $-957,343 + 251684,412 + 27198,072 - 255845,737 - 22079,404 = 0,00$
4.  $L9 - L12 - L13 = 0$  ;  $251684,412 - 95341,095 - 156343,317 = 0,00$
5.  $-L14 + L15 + L16 - L12 = 0$  ;  $-115998,719 + 139721,977 + 71617,836 - 95341,095 = 0,00$
6.  $L15 - L17 + L18 = 0$  ;  $139721,977 - 153860,028 + 14138,051 = 0,00$
7.  $L5 + L11 - L19 - L20 = 0$  ;  $17651,178 + 255845,737 - 3967,381 - 269529,534 = 0,00$
8.  $-L20 - L3 + L21 + L22 - L23 = 0$ ;  $-269529,534 - 6311,150 + 814,917 + 279587,680 - 4561,913 = 0,00$
9.  $L22 - L24 - L25 + L26 = 0$  ;  $279587,680 - 17689,247 - 262394,332 + 495,899 = 0,00$
10.  $-L25 + L27 + L28 = 0$  ;  $-262394,332 + 204405,473 + 57988,858 = 0,00$

Se calcula la varianza a posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ ) de acuerdo a la ecuación (2.141), la misma que me indica la calidad del ajuste:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{S_l}$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = 0,07811154$$

### 3.3.2 PRUEBA DE HIPOTESIS CHI-CUADRADO

Se determina la hipótesis nula y alternativa:

$$H_o: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$$

$$H_a: \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2$$

Para una prueba de chi-cuadrado se sabe que la varianza a priori ( $\sigma_0^2$ ) es igual a 1 para la ecuación (2.148)

$$x^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \cdot v$$

Se remplazan los valores, sabiendo que  $\Gamma_c = S_l = v = 10$  que son los grados de libertad:

$$x^2 = \frac{0,07811154}{1} \cdot 10 = 0,78$$

De acuerdo a la ecuación (2.149) de chi-cuadrado, se obtiene:

$$x_{v, \frac{\alpha}{2}}^2 < x^2 < x_{v, 1 - \frac{\alpha}{2}}^2$$

La hipótesis nula debe ser aceptada a un nivel de significancia de  $\alpha = 5 \%$

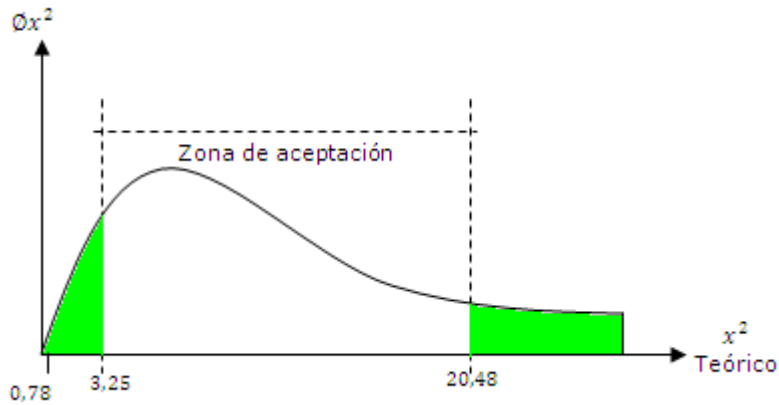
Por lo tanto:

$$\frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad y \quad 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$$

Y de acuerdo a las tablas para el cálculo de chi-cuadrado los valores de  $(\frac{\alpha}{2})$  y  $(1 - \frac{\alpha}{2})$  es para cada condición el valor de:

$$\chi_{10, 0.025}^2 = 3,25 \quad y \quad \chi_{10, 0.975}^2 = 20,48$$

$$3,25 < 0,78 < 20,48$$



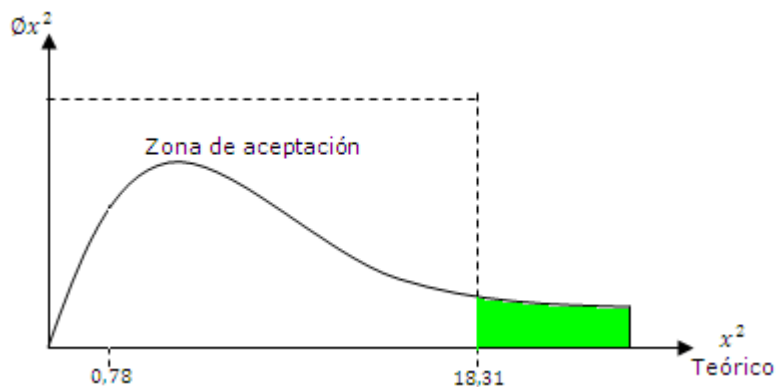
**Figura 3.2: Prueba de Hipótesis Chi-cuadrado (región de rechazo dos colas)**

Se puede apreciar en la Figura (3.2) que la hipótesis nula no ha sido aceptada a un nivel de confianza del 95%, para dos colas, pero en este caso la hipótesis básica ha sido aceptada a un nivel de significancia ( $\alpha= 5\%$ ) del lado derecho si:

$$x^2 < x^2_{v, 1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$1 - \alpha = 0,95$$

$$\chi^2_{10, 0,95} = 18,31$$



**Figura 3.3: Prueba de Hipótesis Chi-cuadrado (región de rechazo una cola)**

Con lo cual la hipótesis nula es aceptada de acuerdo a la Figura (3.3) a un nivel de significancia de 5% en un rango de aceptación del 95% esto es cola derecha.

### 3.4 AJUSTE DE LA RED DE CONTROL BASICO VERTICAL EN FUNCION DE NUMEROS GEOPOTENCIALES

Antes del ajuste se debe hacer un trabajo previo en vista que se cuenta con 3.732 puntos de nivelación geométrica de primer orden y 2.888 puntos de gravedad observada, en algunos lugares donde existe nivelación no hay gravedad observada por lo cual se debe interpolar en estos puntos de nivelación y también es importante tener la gravedad en cada uno de los nodos del la red.

#### 3.4.1 INTERPOLACIÓN DE VALORES DE GRAVEDAD PARA EL CÁLCULO DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES.

Este trabajo se lo realiza en vista que los nodos 4, 11, 26, 28, 33, 41, 73 y en algunas líneas no cuentan con valores de gravedad observados, por lo tanto, de acuerdo a lo expuesto por (Sánchez 2004), se debe calcular las anomalías de Bouguer de los puntos de gravedad existentes en cada país. Los datos de las anomalías de Bouguer Completo para el Ecuador fueron calculados por (Tierra, 2007), (Kirby, 2007) y (Ordoñez, 2007), de acuerdo a la ecuación (2.37) y gracias a la Universidad de Sao Paulo Brasil, quien facilito los datos de gravimetría del Ecuador.

Los datos de anomalía de Bouguer Completo fueron proporcionados por el Centro de Investigaciones Espaciales ESPE que son 11.123 puntos, más 19 puntos de gravedad observada proporcionados por el IGM. Con los datos de anomalías de Bouguer y gravedad, se realiza un estudio en ArcGis 9.2, de acuerdo a sus interpoladores como son: Kriging Figura (3.4), Distancia Inversa Ponderada Figura (3.5), Curvatura Mínima (Spline) Figura (3.6), y Vecino Natural Figura (3.7).

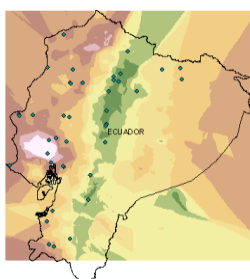


Figura 3.4: Kriging

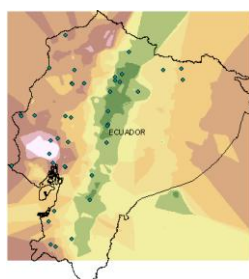


Figura 3.5: Distancia Inversa Ponderada

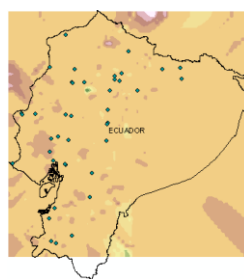


Figura 3.6: Curvatura Mínima (Spline)

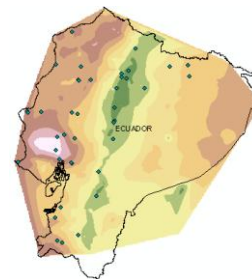


Figura 3.7: Vecino Natural

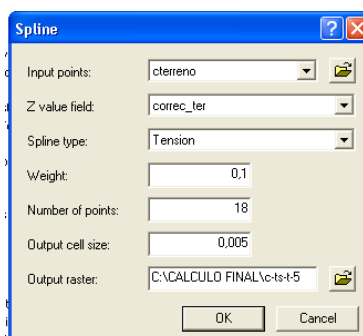
De este estudio se obtuvo la Tabla (3.7), en las columnas 1, 2, 3 y 4 se encuentran los valores de gravedad interpolada de los interpoladores Kriging ( $g_{int. KRG}$ ), Distancia Inversa

Ponderada ( $g_{int. DIP}$ ), Curvatura Minina ( $g_{int. CM}$ ) y Vecino Natural ( $g_{int. VN}$ ). En las columnas 5, 6, 7 y 8 se encuentran las diferencias entre la gravedad interpolada menos la gravedad observada de los 19 puntos de estudio. Analizando la media y a la desviación estándar en las diferencias entre gravedad interpolada y gravedad observada, el interpolador Curvatura Mínima (Spline) es el que mejor da los resultados, para poder ser utilizados en este trabajo.

**Tabla 3.7: Diferencia entre Interpoladores**

GRAVEDADES INTERPOLADAS ( mgal)				DIFERENCIAS ENTRE $g_{int}$ y $g_{ob}$			
$g_{int. KRG}$	$g_{int. DIP}$	$g_{int. CM}$	$g_{int. VN}$	dif1	dif2	dif3	dif4
977990,4755	977992,3566	977989,6113	977990,7315	1,4555	3,3366	0,5913	1,7115
978080,8096	978080,7992	978080,9586	978077,6196	-2,7604	-2,7708	-2,6114	-5,9504
978025,2363	978020,4586	978036,5408	978019,7687	-11,1937	-15,9714	0,1108	-16,6613
978047,7507	978050,6552	978049,6971	978047,9430	2,1807	5,0852	4,1271	2,3730
977991,3191	977997,7151	977994,9246	977991,0860	9,0691	15,4651	12,6746	8,8360
977953,5436	977953,7831	977951,1282	977949,8281	5,6136	5,8531	3,1982	1,8981
977974,9632	977976,3903	977976,9072	977975,8334	1,1232	2,5503	3,0672	1,9934
978019,0268	978017,0292	978019,5282	978021,6236	13,7268	11,7292	14,2282	16,3236
977272,4401	977272,6682	977272,3181	977272,4329	5,3001	5,5282	5,1781	5,2929
977292,6862	977291,1739	977288,8675	977292,0799	12,9062	11,3939	9,0875	12,2999
977222,2838	977223,0118	977222,7411	977223,8704	5,7638	6,4918	6,2211	7,3504
977983,6854	977983,4776	977983,9916	977983,9557	1,2454	1,0376	1,5516	1,5157
977294,7792	977293,5860	977291,1704	977294,3299	12,3792	11,1860	8,7704	11,9299
978005,9643	978003,8563	978011,6720	978004,6875	-3,6257	-5,7337	2,0820	-4,9025
977642,8581	977641,4729	977635,8808	977641,9994	6,5781	5,1929	-0,3992	5,7194
977447,8972	977456,0312	977453,1632	977455,6326	-15,9128	-7,7788	-10,6468	-8,1774
977964,1702	977964,6927	977966,6050	977967,5853	-2,2498	-1,7273	0,1850	1,1653
977856,7892	977858,6222	977855,4468	977854,3066	1,0392	2,8722	-0,3032	-1,4434
978098,5548	978097,8067	978098,0532	978097,2936	1,7598	1,0117	1,2582	0,4986
<b>Media</b>				2,34	2,88	3,07	2,20
<b>Desviación estándar</b>				7,6050	7,5308	5,6500	7,7714
<b>Min</b>				-15,9128	-15,9714	-10,6468	-16,6613
<b>Max</b>				13,7268	15,4651	14,2282	16,3236

Al interpolador Curvatura Mínima (Spline), se le da las siguientes características como se puede apreciar en la Figura (3.8) en el cual se indica en un ejemplo, la utilización del interpolador con las correcciones del terreno, el método que se utiliza es tensión, el peso es de 0.1, el número de puntos más cercanos es 18 y en el tamaño de la celda de salida es de 0.005, con estos valores se utiliza el interpolador tanto para las anomalías de Bouguer como para las correcciones del terreno.



**Figura 3.8: Características del interpolador Curvatura Mínima**

Ya definido el método de interpolación y los valores ideales, se obtienen los valores de gravedad interpolados que se requiere para nuestro estudio, aquí un ejemplo de los valores interpolados en la Tabla (3.8), donde se puede mirar en la columna 1 son los nodos que no cuentan con gravedad observada y en la columna 2 se encuentra la gravedad interpolada de estos nodos.

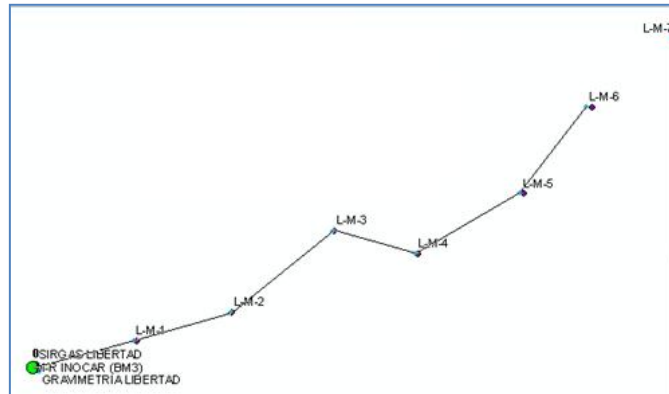
**Tabla 3.8: Valores de gravedad Interpolados**

Nodo	$g_{int}$ (mgal)
4	978112,6552
11	977962,6653
26	978055,4337
28	977293,1325
33	977242,1535
41	977287,3523
73	977929,8257

### 3.4.2 ERRORES DE CIERRE PARA NUMEROS GEOPOTENCIALES

Es importante primero ver la tolerancia de los valores geopotenciales como indica (Krakiwsky, 1965), *que los errores superiores a 0.1 o 0.2 kgal.mm se consideran intolerables, además, demostró que la gravedad no tiene que ser observada en todos los puntos de inflexión.* De acuerdo a lo expuesto se hace un estudio previo en la costa y sierra para tener una referencia de los datos con los cuales se está trabajando.

En la Figura (3.9) se puede apreciar una línea de nivelación geométrica de primer orden con gravedad observada en cada punto de nivelación, la misma que se ha escogido para calcular la tolerancia de los valores geopotenciales y tener en cuenta hasta que distancias se puede obviar la gravedad en un punto de nivelación, esto se lo realiza en la costa en la Provincia de Santa Elena, anillo I, línea L1.



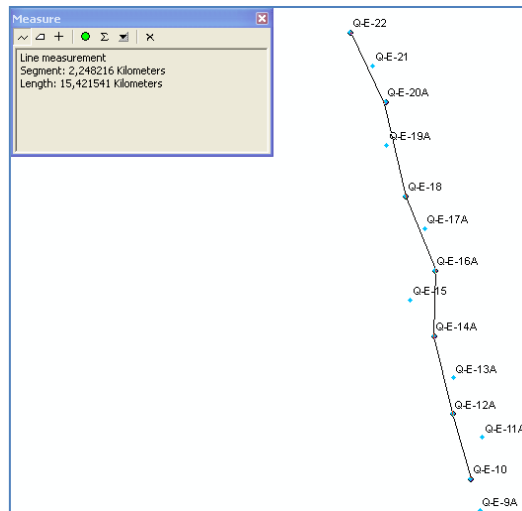
**Figura 3.9: Puntos de nivelación y gravedad**  
**Fuente: IGM 2010**

De acuerdo a la Figura (3.9) se toman 7 puntos nivelados como son el BM3, L-M-1, L-M-2, L-M-3, L-M-4, L-M-5 y L-M-6, los cuales cuentan con gravedad observada y su respectivo desnivel entre puntos, se calcula multiplicando el promedio de la gravedad por el desnivel de uno en uno, luego de 2 en 2, de 3 en 3 y de 1 a 6, los valores de tolerancia son de 0.02, 0.04, 0.05(kgal\*mm). Esto indica que solo se puede tomar el BM3 y el L-M-6, y no necesariamente en cada uno de los puntos de nivelación, esto es a una distancia máxima de 12 Km de punto a punto, tomando en cuenta que las distancias de punto a punto van de 1,4km, 1,7km y 2km.

Esto se realiza por que en algunos lugares donde no hay gravedad observada, se colocan los valores de gravedad interpolada, saltándose cada 5 puntos de nivelación esto es cada 10km máximo de separación de punto a punto teniendo en cuenta que la gravedad interpolada también no es un valor exacto, también se sabe que la cota en este ejemplo va de 6m a 40m, esto es en un terreno relativamente plano.

Los valores de gravedad observados entregados por el Instituto Geográfico Militar, en algunos lugares se saltan un punto de nivelación como se puede apreciar en la Figura (3.10), donde los valores de gravedad y nivelación son los puntos de color negro que se encuentran dentro de la línea como (Q-E-22, Q-E20A, ...), mientras que los puntos de color celeste son puntos de nivelación y no cuentan con gravedad y están fuera de la línea como (Q-E-21, Q-E-19A, ...), visto este problema, se hace otro estudio ya que las distancias de punto a punto no es la misma en unos lugares. Con el cálculo que se realice se puede determinar hasta cuantos puntos de nivelación puedo obviar la gravedad.

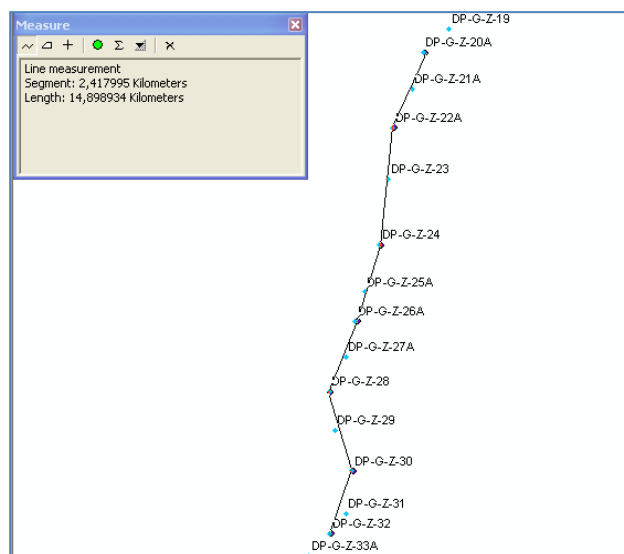




**Figura 3.10: Gravedad Observada en la nivelación**  
**Fuente: IGM 2010**

Los puntos para este estudio son de la provincia de Esmeraldas, anillo III, línea L14, las distancias entre puntos que cuentan con nivelación y gravedad son de 2,6km a 3,5km, se calcula y los valores de tolerancia son de 0.1, -0.04, 0.2(kgal\*mm), en cotas que van desde los 66m a 200m, esto indica que se puede tomar puntos que cuenten con gravedad saltándonos hasta 7 puntos de nivelación no mas por que existen errores intolerables, es decir hasta 14km de punto a punto.

En el Figura (3.11) se puede apreciar puntos de nivelación con gravedad saltándose un punto de nivelación como (DP-G-Z-20A, DP-G-Z-22A, ...), en la sierra, en la provincia de Chimborazo, anillo VIII, línea 34, esto se lo realiza en vista que los valores de gravedad en partes planas no varían mucho, mientras que en la parte montañosa como es nuestro país, se debe tener cuidado.



**Figura 3.11: Nivelación y gravedad en la sierra**  
**Fuente: IGM 2010**

Los resultados de la Figura (3.11), están en distancias que van desde los 2,3km a 3,5km de punto a punto y los valores de tolerancia son de 0.08, 0.15, 0.46 (kgal\*mm), en una cota que va desde los 3100m a 3250m, esto indica que se puede tomar puntos con gravedad saltándose hasta 6 puntos de nivelación no mas por que existen errores intolerables, esto es hasta 12km de punto a punto.

Con estas condiciones antes mencionadas en este trabajo se realiza el cálculo de las diferencias de potencial de cada línea de nivelación, saltándose hasta 5 puntos de nivelación como máximo, en una distancia de 10km, para no tener errores intolerables.

De acuerdo a (Sánchez, 2004) como punto de partida para el cálculo de números geopotenciales se toma el más cercano al mareógrafo. Para el Ecuador el punto más cercano al mareógrafo de la Libertad, es el BM3, de donde parte la nivelación de nuestro País, este se encuentra en la provincia de Santa Elena, el número geopotencial (0) se define multiplicando el desnivel entre el (mareógrafo y el punto BM3) y la gravedad en el punto BM3, y este es el número geopotencial para el nodo (0), que se lo toma como dato conocido para el ajuste con números geopotenciales.

$$BM3 = 2,4150 * 9,78096795 = 2,362103759925 \text{ (kgal * m)} \quad (3.6)$$

En la Tabla (3.9), en la columna 1 se encuentra el numero de anillos de la nueva Red, en la columna 2 se encuentran los nodos que intervienen en cada uno de los anillos, en la columna 3 se encuentran las diferencias de desnivel de nodo a nodo, en la columna 4 se encuentran las distancias de nodo a nodo y en la columna 5 se encuentran los incrementos de potencial de nodo a nodo, estas se las obtiene de acuerdo a la ecuación (2.69) de punto a punto de nivelación, luego se obtiene la sumatoria de nodo a nodo de los incrementos de potencial.

Las distancias y los incrementos de potencial son valores que se toman para el ajuste de la nueva Red, también en la columna 2 los nodos que tienen color verde son aquellos nodos que no cuentan con gravedad observada, por lo tanto tienen gravedad interpolada.

Concluyendo de la Tabla (3.9), los errores de cierre de la de los desniveles y los errores de incremento de potencial deben ser similares como es el caso del anillo VI, pero esto no ocurre en los anillos I y II, en los cuales el error de cierre obtenido con los incrementos de potencial es menor que su equivalente derivado de las diferencias de desnivel, esto puede ser porque el perfil topográfico en estos anillos es relativamente plano, pese a tener cotas hasta 460m. Mientras que los errores de cierre de los incrementos de potencial son

mayores que los errores de cierre de los desniveles en los anillos III, IV, V, VII, VIII, IX y X, esto puede ser por que contienen variaciones de cota (entre 2m y 4060m) en sus anillos y la influencia de la gravedad generada por el fuerte contraste de densidad en la cordillera de los Andes.

**Tabla 3.9: Errores de cierre de las diferencias de desnivel y las Diferencias de incrementos de potencial de los anillos seleccionados**

ANILLOS	NODOS	DESNIVEL $\Sigma$ dn (m)	DISTANCIA (km)	$\Sigma\Delta C$ (u.g.p.)
I	M-R INOCAR (BM3)			
	M-M-B-65	95,1282	220,21	93,0413
	MOJON EMPALME	-27,8983	173,1100	-27,3075
	XIV-L7-1A	-63,1130	154,0200	-61,7280
	M-R INOCAR (BM3)	-4,0725	136,15	-3,9862
	$\Sigma$	<b>0,0443</b>	<b>683,49</b>	<b>0,0196</b>
II	M-M-B-65			
	MOJON EMPALME	-27,8983	173,1100	-27,3075
	VII-L1-21	176,5091	123,32	172,6253
	P-E-4	-220,7879	91,4500	-215,9415
	M-M-B-65	72,2653	262,6500	70,6792
	$\Sigma$	<b>0,0882</b>	<b>650,53</b>	<b>0,0555</b>
III	P-E-4			
	VII-L3-50B	-9,5953	185,3900	-9,3856
	IV-L3-26	2516,8627	328,5000	2460,7450
	IX-L3-16B	271,9701	90,0400	265,7960
	VII-L1-21	-2558,4452	138,71	-2501,1274
	P-E-4	-220,7879	91,4500	-215,9415
	$\Sigma$	<b>0,0043</b>	<b>834,09</b>	<b>0,0864</b>
IV	VII-L3-50B			
	IV-L3-26	2516,8627	328,50	2460,7450
	I-SG-14B	-953,4157	109,6400	-931,8887
	VII-L3-50B	-1563,3843	280,0300	-1528,6536
	$\Sigma$	<b>0,0627</b>	<b>718,17</b>	<b>0,2026</b>
V	I-SG-14B			
	XXIX-L2-49A	-1160,0415	249,3300	-1134,1774
	XXIX-L1-56A	1397,2124	120,1500	1365,9618
	IV-L3-26	716,1553	105,88	699,9672
	I-SG-14B	-953,4157	109,6400	-931,8887
	$\Sigma$	<b>-0,0895</b>	<b>585,0000</b>	<b>-0,1372</b>
VI	XXIX-L2-49A			
	XXIX-L1-56A	1397,2124	120,15	1365,9618
	XXX-L1-18A	-1538,5619	244,63	-1504,2740
	XXIX-L2-49A	141,3940	86,1900	138,2675
	$\Sigma$	<b>0,0445</b>	<b>450,97</b>	<b>-0,0448</b>
VII	MOJON EMPALME			
	VII-L1-21	176,5091	123,32	172,6253
	IX-L3-16B	2558,4452	138,7	2501,1274
	C-2	-39,6858	58,3000	-38,7806
	MOJON EMPALME	-2695,3437	200,87	-2635,0857
	$\Sigma$	<b>-0,0753</b>	<b>521,2000</b>	<b>-0,1136</b>
VIII	C-2			
	MOJON EMPALME	-2695,3437	200,8700	-2635,0857
	XIV-L7-1A	-63,1130	154,02	-61,7280
	T-N-01	8,1477	41,3200	7,9686
	XVI-L-5-71A	2795,8606	118,19	2733,2686
	C-2	-45,6288	277,47	-44,5848
	$\Sigma$	<b>-0,0772</b>	<b>791,8700</b>	<b>-0,1611</b>
IX	T-N-01			
	XVI-L-5-71A	2795,8606	111,80	2733,2686
	XVIII-L6-1A	-176,9067	140,23	-172,8793
	M-H-H-2	-2623,9525	141,38	-2565,0593
	T-N-01	4,9470	118,19	4,8401
	$\Sigma$	<b>-0,0516</b>	<b>511,60</b>	<b>0,1703</b>
X	XVIII-L6-1A			
	M-H-H-2	-2623,9525	140,23	-2565,0593
	XXII-C-1A	2044,0604	157,9700	1998,7317
	XVIII-L6-1A	579,9023	373,0400	566,7097
	$\Sigma$	<b>0,0102</b>	<b>671,24</b>	<b>0,3822</b>

### 3.4.3 AJUSTE CON NÚMEROS GEOPOTENCIALES

El ajuste se lo realiza de la misma forma como en la nivelación, teniendo en cuenta que los valores de desnivel ya estén ajustados, para el estudio se consideran los valores sin el ajuste ya que la Red de Control Básico vertical no está ajustado.

En el Figura (3.12), se observan los anillos, los incrementos de potencial, los números geopotenciales de cada uno de los nodos y las direcciones con los cuales se trabajará para el ajuste con números geopotenciales.

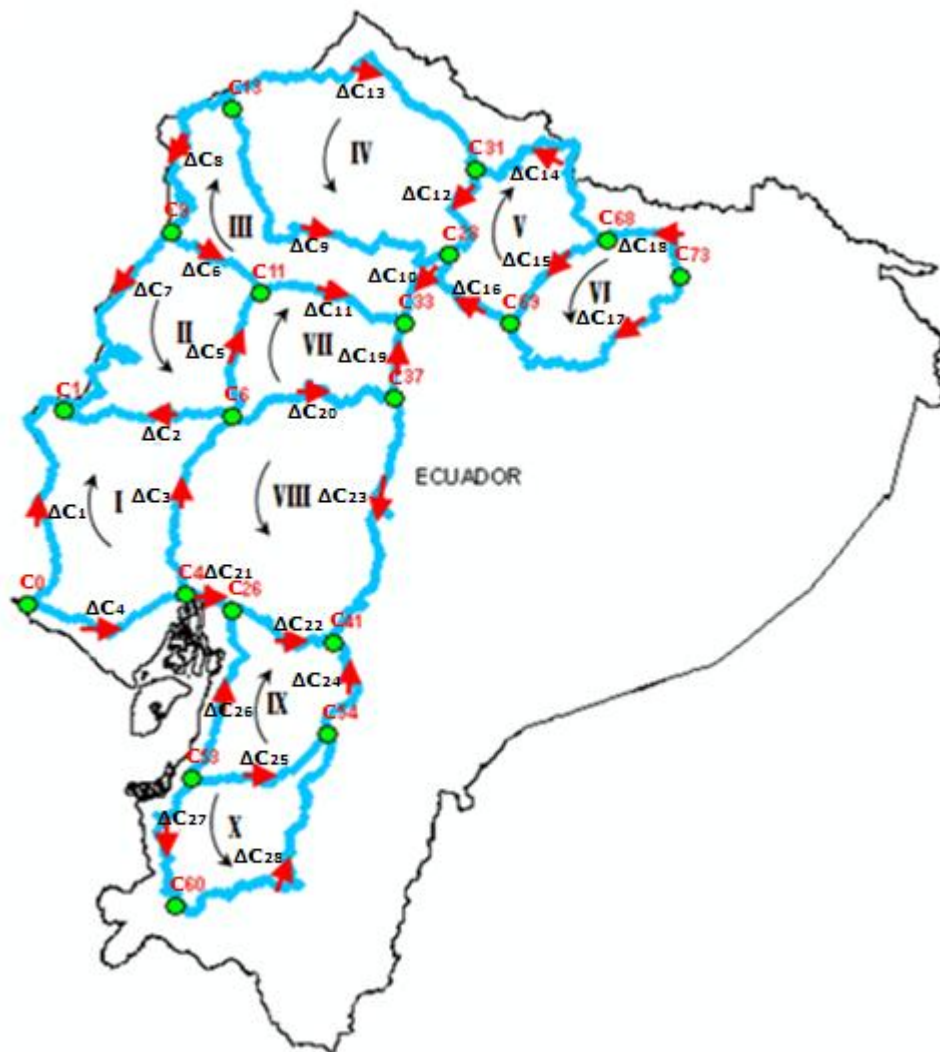


Figura 3.12: Anillos, incrementos de potencial, los números geopotenciales Y las direcciones para el ajuste con números geopotenciales.  
Fuente: IGM 2010

Para obtener las ecuaciones de condición se resta del número de incrementos de potencial menos el número de nodos o número geopotencial de cada nodo que intervienen en los anillos, de acuerdo a la ecuación (3.1), inicialmente hay 28 incrementos de potencial ( $\Delta C$ ) y

19 números geopotenciales o nodos. Hay que tener presente que el número geopotencial del nodo cero (**C0**) Figura (3.12), no se lo cuenta como número geopotencial o nodo en el ajuste, en vista que este punto entra como dato ya conocido ecuación (3.6), y partiendo de la ecuación (2.119) se obtiene.

$$\begin{aligned} r_c &= n_1 - u & (3.1) \\ r_c &= 28 - 18 \\ r_c &= 10 \text{ ecuaciones} \end{aligned}$$

- 1.-  $\Delta C_1 - \Delta C_2 - \Delta C_3 - \Delta C_4 = 0$
- 2.-  $-\Delta C_2 + \Delta C_5 - \Delta C_6 + \Delta C_7 = 0$
- 3.-  $-\Delta C_8 + \Delta C_9 + \Delta C_{10} - \Delta C_{11} - \Delta C_6 = 0$
- 4.-  $\Delta C_9 - \Delta C_{12} - \Delta C_{13} = 0$
- 5.-  $-\Delta C_{14} + \Delta C_{15} + \Delta C_{16} - \Delta C_{12} = 0$
- 6.-  $\Delta C_{15} - \Delta C_{17} + \Delta C_{18} = 0$
- 7.-  $\Delta C_5 + \Delta C_{11} - \Delta C_{19} - \Delta C_{20} = 0$
- 8.-  $-\Delta C_{20} - \Delta C_3 + \Delta C_{21} + \Delta C_{22} - \Delta C_{23} = 0$
- 9.-  $\Delta C_{22} - \Delta C_{24} - \Delta C_{25} + \Delta C_{26} = 0$
- 10.-  $-\Delta C_{25} + \Delta C_{27} + \Delta C_{28} = 0$

Con las ecuaciones de condición se realiza la matriz de derivadas parciales (B) y se obtiene la transpuesta de la misma ( $B^T$ ).

Se calcula el vector de errores de cierre de los incrementos de potencial Tabla (3.10), de acuerdo a la ecuación (2.123) (W), que se los obtiene de la sumatoria de los incrementos de potencial de cada uno de los anillos.

**Tabla 3.10: Errores de cierre de Los incrementos de potencial**

ANILLOS	W(kgal*cm)
I	1,957
II	5,549
III	8,640
IV	20,264
V	-13,722
VI	-4,479
VII	-11,355
VIII	-16,113
IX	17,026
X	38,221

Los pesos se obtienen de la misma manera que en (3.3.1 Ajuste) de acuerdo a la ecuación (3.2).

Se determina la matriz de los multiplicadores de Lagrange Tabla (3.11) (K) de acuerdo a la ecuación (3.3).

**Tabla 3.11: multiplicadores de Lagrange de las diferencias de potencial**

	-0,0042
	-0,0123
	0,0087
	-0,0368
K	0,0299
	0,0020
	0,0194
	0,0197
	-0,0232
	-0,0520

Con este valor se calcula la matriz de residuos de acuerdo a la ecuación (3.4) (V), se encuentra en la tabla (3.12):

**Tabla 3.12: Matriz residuos de las diferencias de potencial**

	-0,9203
	2,8570
	-2,3893
	0,5690
	0,8762
	0,3310
	-3,2372
	-1,6139
	-9,2194
	0,7838
	1,4877
	0,7481
	10,2968
V	-7,4667
	3,8329
	3,1708
	-0,4779
	0,1684
	-1,1328
	-7,8585
	0,8137
	-0,4120
	-5,4639
	3,2503
	10,6245
	-2,7394
	-8,2097
	-19,3869

Con estos valores se obtienen los valores de la matriz de los valores ajustados ( $L_a$ ) Tabla (3.13), de acuerdo a la ecuación (3.5).

**Tabla 3.13: Matriz de valores ajustados de las diferencias de potencial**

	9303,209
	2733,612
	6170,406
	399,191
	17263,410
	21594,484
	7064,686
	936,949
	246065,279
	26580,383
	250114,230
	93189,622
	152875,657
$L_6$	113410,278
	136600,010
	69999,890
	150426,923
	13826,914
	3876,931
	263500,709
	797,677
	273326,452
	4453,014
	17291,176
	256516,551
	481,275
	199864,965
	56651,586

Con los datos se comprueba que las ecuaciones anteriores, sean igual a cero caso contrario el ajuste está mal realizado.

1. $\Delta C_1 - \Delta C_2 - \Delta C_3 - \Delta C_4 = 0$	; 9303,209 - 2733,612 - 6170,406 - 399,191 = 0,00
2. $-\Delta C_2 + \Delta C_3 - \Delta C_6 + \Delta C_7 = 0$	; -2733,612 + 17263,410 - 21594,484 + 7064,686 = 0,00
3. $-\Delta C_5 + \Delta C_6 + \Delta C_{10} - \Delta C_{11} - \Delta C_8 = 0$	; -936,949 + 246065,279 + 26580,383 - 250114,230 - 21594,484 = 0,00
4. $\Delta C_9 - \Delta C_{12} - \Delta C_{13} = 0$	; 246065,279 - 93189,622 - 152875,657 = 0,00
5. $-\Delta C_{14} + \Delta C_{15} + \Delta C_{16} - \Delta C_{17} = 0$	; -113410,278 + 136600,010 + 69999,890 - 93189,622 = 0,00
6. $\Delta C_{18} - \Delta C_{17} + \Delta C_{19} = 0$	; 136600,010 - 150426,923 + 13826,914 = 0,00
7. $\Delta C_3 + \Delta C_{11} - \Delta C_{15} - \Delta C_{20} = 0$	; 17263,410 + 250114,230 - 3876,931 - 263500,709 = 0,00
8. $-\Delta C_{22} - \Delta C_2 + \Delta C_{21} + \Delta C_{23} - \Delta C_{24} = 0$	; -263500,709 - 6170,406 + 797,677 + 273326,452 - 4453,014 = 0,00
9. $-\Delta C_{22} - \Delta C_{24} - \Delta C_{25} + \Delta C_{26} = 0$	; 273326,452 - 17291,176 - 256516,551 + 481,275 = 0,00
10. $-\Delta C_{22} + \Delta C_{27} + \Delta C_{28} = 0$	; -256516,551 + 199864,965 + 56651,586 = 0,00

Se calcula la varianza a posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ ), de acuerdo a la ecuación (2.141), la misma que me indica la calidad del ajuste.

$$\hat{\sigma}_0^2 = 0,408510969$$

### 3.4.4 PRUEBA DE HIPOTESIS CHI-CUADRADO $\chi^2$

Se determina la hipótesis nula y alternativa:

$$H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$$

$$H_a: \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2$$

Como se sabe que la varianza a priori ( $\sigma_0^2$ ) es igual a 1 de acuerdo a la ecuación (2.148):

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \cdot v$$

Se reemplazan los valores, sabiendo que  $r_c = S_l = v = 10$  que son los grados de libertad:

$$\chi^2 = \frac{0,408510969}{1} \cdot 10 = 4,085$$

De acuerdo a la ecuación (2.149) de chi-cuadrado se obtiene:

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, v} < \chi^2 < \chi^2_{v, 1-\frac{\alpha}{2}}$$

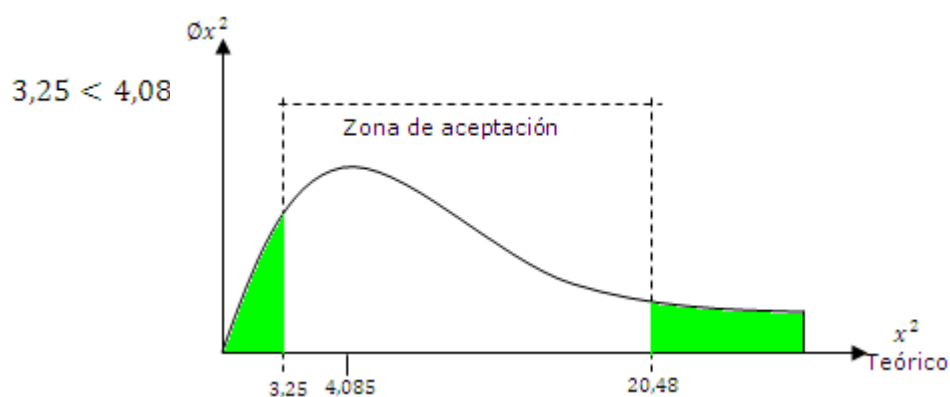
La hipótesis nula debe ser aceptada a un nivel de significancia de  $\alpha = 5\%$

Por lo tanto:

$$\frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad y \quad 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$$

De acuerdo a las tablas de chi-cuadrado este valor es para cada condición:

$$\chi^2_{10, 0.025} = 3,25 \quad y \quad \chi^2_{10, 0.975} = 20,48$$





**Figura 3.13: Prueba de Hipótesis Chi-cuadrado (región de rechazo dos colas) para números geopotenciales**

Se puede ver en la Figura (3.13) que la hipótesis nula ha sido aceptada a un nivel de confianza del 95%.

Con estos resultados el ajuste se encuentra en un buen nivel de aceptación pese a que se cuenta con valores de gravedad interpolados, pero con el tiempo se espera que se obtengan valores observados y se realice un nuevo ajuste. Por lo tanto en la Tabla (3.14), se puede observar los valores de número geopotencial con sus respectivas precisiones de acuerdo a la ecuación (2.137), en cada uno de los nodos.

**Tabla 3.14: Valores de Número geopotencial en los nodos**

<b>Nº GEOPOTENCIAL (u.g.p)</b>	<b><math>\sigma = \pm</math> u.g.p.</b>	<b>NODO</b>
2,362104	0,0751	<b>C0</b>
95,394194	0,0635	<b>C1</b>
68,058076	0,0628	<b>C6</b>
6,354016	0,0654	<b>C4</b>
240,692172	0,0559	<b>C11</b>
24,747337	0,0529	<b>C9</b>
15,377850	0,0742	<b>C13</b>
2476,030641	0,0725	<b>C28</b>
2741,834475	0,0712	<b>C33</b>
1544,13442	0,0560	<b>C31</b>
410,031643	0,0578	<b>C68</b>
1776,031738	0,0550	<b>C69</b>
271,762503	0,0736	<b>C73</b>
2703,06517	0,0548	<b>C37</b>
14,330789	0,0589	<b>C26</b>
2747,59531	0,0652	<b>C41</b>
2574,68355	0,0451	<b>C54</b>
9,518041	0,0620	<b>C53</b>
2008,167692	0,0397	<b>C60</b>

## CONCLUSIONES

1. El ajuste de la Red de nivelación por el método Correlativo de acuerdo a la prueba estadística de Chi-cuadrado no pasa la hipótesis básica de dos colas, a un nivel de significancia del 5%, pero si entra en el ajuste de una sola cola, a un rango de aceptación del 95%, esto puede ser, que al pasar la documentación a digital puede existir un mal tipeo, ya que al nivelar se corrigen los errores sistemáticos y groseros.
2. El ajuste de la Red de Nivelación de primer orden en función de números geopotenciales por el método correlativo, de acuerdo a la prueba estadística de Chi-cuadrado fue aceptada a un nivel de significancia del 5% esto es a un rango de aceptación del 95%, al analizar los problemas línea por línea de la nivelación y gravedad se tomó los puntos ideales para los incrementos de potencial y conociendo qué separación entre las placas de nivelación se puede obviar la gravedad observada, teniendo siempre en cuenta que en algunos lugares se debían colocar valores de gravedad interpolada.
3. Hay que considerar que los valores interpolados, en el estudio con valores conocidos van en un rango de -9mgal a 15mgal, por lo que hay que analizar otro interpolador que de mejores resultados, aunque no se tienen muchos problemas y los valores se encuentran ajustados a un rango de aceptación del 95%.
4. Para este trabajo y de acuerdo al estudio realizado para la tolerancia de los números geopotenciales, se puede obviar la gravedad saltándonos hasta 6 puntos de nivelación, pero para que no exista algún problema es recomendable de 4 a 5 saltos de puntos de nivelación, esto quiere decir hasta 10km máximo de distancia, teniendo siempre en cuenta que las distancias de punto a punto no pasen los 2km, esto puede ser en la costa como en la sierra.
5. En este trabajo se ha utilizado 10 anillos, 28 líneas, 19 nodos, 1066 puntos de nivelación de los cuales se han utilizado 889 puntos de gravedad observada, que da un 83.39% y 177 puntos de gravedad interpolada, lo cual da un 16.60%, en el ajuste influye este porcentaje de gravedad interpolada.

6. Los problemas encontrados en las líneas, 6, 8, 19, 23, 24, 31, 35, 37, 40, 43, 58, 60, pueden ser por, puntos desplazados, nominativos cambiados, mal tipeo, no concuerdan coordenadas, no se sabe si es A o B ó no existe gravedad.

## RECOMENDACIONES

1. Cuando se realicen trabajos de gravedad, nivelación o GPS, no olvidarse de los nodos, ya que estos son puntos en los cuales se está tomando referencia para el ajuste de la Red de Control Básico vertical, por lo que se le pide al IGM que se de mantenimiento de los mismos ya que en una salida de campo los nodos 4 y 57 no se encuentran materializados en el terreno.
2. Se debe iniciar con la corrección de los problemas encontrados de acuerdo a la conclusión (6) ya que las monografías que se está expendiendo por parte del IGM es de utilización pública y debe ser de buena calidad.
3. Realizar un ajuste de la Red de nivelación para obtener ya datos concretos y reales para poder obtener los números geopotenciales de los 20 anillos que cuenta el país.
4. Revisar los programas de toda la nivelación para que sea más fácil el trabajo.
5. Revisar los datos de gravedad que concuerden con los de la nivelación.
6. Cuando se salga a campo a colocar las placas de nivelación, hay que tener en cuenta que este dentro de la distancia requerida ya que en algunos casos las placas se encuentran a 3, 4, 5 km... y más, y esto ocasiona problemas en vista que la gravedad se coloca saltándose una placa.
7. El punto BM3 donde parte la Red de Control Básico Vertical, se encuentra el mojón cuarteado y en la parte inferior del mismo se ve que existe erosión del suelo por lo que hay que darle un mantenimiento para que luego no sea un problema a futuro.
8. Se recomienda tener más de un punto base de nivelación, a fin de comparar errores que se pueden estar ocasionando, existen mareógrafos en el límite costero en los cuales se pueden colocar estos puntos de control.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez G., **Análisis Gravimétrico e Isostático en el Macizo Hespérico**, 2002.
- Barrientos M., **3d Analyst Arctoolbox**, Guía Rápida de herramientas, 2000?.
- Benoit F., **Geodesia, Figuras de la Tierra**, en: <http://201.198.97.222/CI2412/GPS/2-Geodesia-Figuras-Tierra.pdf>, 2000?, abierto en Marzo 2010.
- **Campo Normal de la Gravedad**, Tema 3, en: <http://personales.upv.es/jpadin/tema32.pdf>, abierto en Enero 2010.
- Casanova L. **Topografía Plana**, Venezuela, Mérida, 2002
- Chelotti, L., Acosta, N., Foster, M., **Cátedra de Geofísica Aplicada**, U.N.P.S.J.B., Chubut, Argentina, tema 2 y tema 3, 2010.
- Cogô De Sá N., **Elementos de Geodesia**, Departamento De Geofísica Instituto De Astronomía, Geofísica E Ciencia Atmosféricas Universidad de De São Paulo, 2000?
- **Conocimientos Avanzados en Ciencias de la Tierra**, en: <http://www.ign.es/ign/aig/D.pdf>, abierto en Abril 2010.
- **Elipsoide Terrestre**, en: [http://www.publicacion.ud.es/liberweb/astronomia\\_esferica/material/verson\\_pdf](http://www.publicacion.ud.es/liberweb/astronomia_esferica/material/verson_pdf), abierto en Marzo 2010.
- **Exploraciones Mineras**, Universidad de Atacama, Área de Geología, Chile, en: <http://www.geovirtual.cl/EXPLORAC/TEXT/11000indiceok.htm>, abierto en Marzo 2010.
- Fallas J., **Modelos Digitales de Elevación Teoría, Métodos de Interpolación y Aplicaciones**, 2007
- Franco J., **Nociones de Geodesia. GPS**, España, 2000?
- Gemael C., **Introducao ao Ajustamento de Observacoes, Aplicaciones Geodésicas**, Curitiba, 1994.
- **Geodesia y Geofísica**, en: <http://www.ign.es/ign/aig/A1.pdf>, abierto en Febrero 2010.

- Gonçalves V., **Análise da Componente Anômala do Geopotencial no Datum Vertical Brasileiro Com Base no Sistema Lagunar de Imarui**, SC, Curitiba, 2008
- **Historia Geodesia**, en: [http://www.udape.gov.bo/portalsig/ElementosSIG/Historia Geodesia.pdf](http://www.udape.gov.bo/portalsig/ElementosSIG/HistoriaGeodesia.pdf), abierto en Febrero 2010.
- Jauregui L., **Introducción a La Topografía**, en: [http://www.mineriaenlinea.com/publicaciones/enviados/intro\\_topografia.pdf](http://www.mineriaenlinea.com/publicaciones/enviados/intro_topografia.pdf), abierto en Mayo 2010.
- Joao Catalao, **Geodesia Física**, Lisboa, 2000
- Kirby E. **Metodología para el Cálculo de las Anomalías de Bouguer Completa**, Tesis de Grado, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 2007.
- Krakiwsky E. **Heights**, The Ohio State University, 1965
- Leiva Cesar, **Proyecto Sirgas Ecuador**, IGM, Quito, Ecuador 2005
- Mourón A, **Curso Avanzado de Posicionamiento por Satélite**, Universidad Politécnica de Madrid, julio, 2008
- Núñez A., **Determinación de un Geoide de Precisión en Áreas de Pequeña Extencion**, Universidad Politécnica de Cataluña. Tesis Doctoral julio, 2006.
- Ordoñez P., **Determinación de Anomalías Residuales para El Ecuador Continental**, Tesis de Grado, ESPE, Sangolquí, 2007.
- Paladines E., **Génesis de la Filosofía y la Ciencia Modernas en la Audiencia de Quito**, Revista de Filosofía “Sophia”, Quito-Ecuador. Nº 1/ 2007.
- Paredes N., **Determinación del Datum Vertical en la Libertad**, Ecuador, 1986.
- Proyecto GCP/RLA/139/JPN-**Manual Curso Análisis Espacial Arcview 8.2**- Santiago, Chile, Mayo 2003
- Rafael J. **Determinação do Desvio da Vertical Empregando Observáveis da Topografia Clássica e do Posicionamento por Satélites**, Viçosa, Minas Gerais, Brasil, 2008
- Ray A., **Prueba de Hipótesis en una Población**, 2000?
- **Sistema Geodésico Nacional**, Instituto Nacional de estadística, Geografía e Informática, México, 2005, en: <http://www.semarnat.gob.mx>, abierto en Abril 2010.
- Sánchez L., **Determinación de Alturas Físicas en Colombia**, Noviembre, 2004
- Sánchez R., **Aplicación del Método Gravimétrico**, Sartenejas, 2007

- **Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas Sirgas Boletim Informativo No 6**, Febrero del 2002.
- **Sistemas de Referencia Gravimétricos, tema 8, en:** <http://personales.upv.es/jpadin/tema%25208.pdf>, abierto en Marzo 2010.
- **Tierra A. Metodología para a Geração de Grid de Anomalias Gravimétricas para Obtenção de Geoide Gravimétrico Local a partir de datos Esparsos**, Tesis de Grado, Curitiba, Brasil, 2003
- **Tierra A., Determinación de ondulaciones geoidales residuales del Ecuador Continental**, pdf, 2007, abierto en Marzo 2010.
- **Topografía y Cartografía**, en: <http://www.ign.es/ign/aig/A3.pdf>, abierto en Mayo 2010.
- **Torres M., Metodología para el Ajuste de la Red Gravimétrica Fundamental del Ecuador Continental**, Proyecto de Grado, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 2005
- **Zakatov P., Curso de Geodesia Superior**, Mir, URSS, 1981.

## DECLARACION DE RESPONSABILIDAD

Yo, CAPT. DE E. Coyago Remache Ricardo David

### DECLARO QUE:

El proyecto de grado titulado “AJUSTE DE LA RED DE CONTROL BÁSICO VERTICAL EN FUNCIÓN DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES”, ha sido desarrollado con base a una investigación exhaustiva, respetando derechos intelectuales de terceros, conforme las citas que constan al pie de las páginas correspondientes, cuyas fuentes se incorporan en la Referencia Bibliográfica. Consecuentemente este trabajo es de mi autoría.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance científico del proyecto de grado en mención.

Sangolquí, 23 de julio del 2010

---

CAPT. DE E. COYAGO R. RICARDO D.



## AUTORIZACIÓN

Yo, CAPT. DE E. Coyago Remache Ricardo David

Autorizo a la Escuela Politécnica de Ejército, la publicación en la biblioteca virtual de la institución el proyecto de grado titulado “AJUSTE DE LA RED DE CONTROL BÁSICO VERTICAL EN FUNCIÓN DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES”, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y autoría.

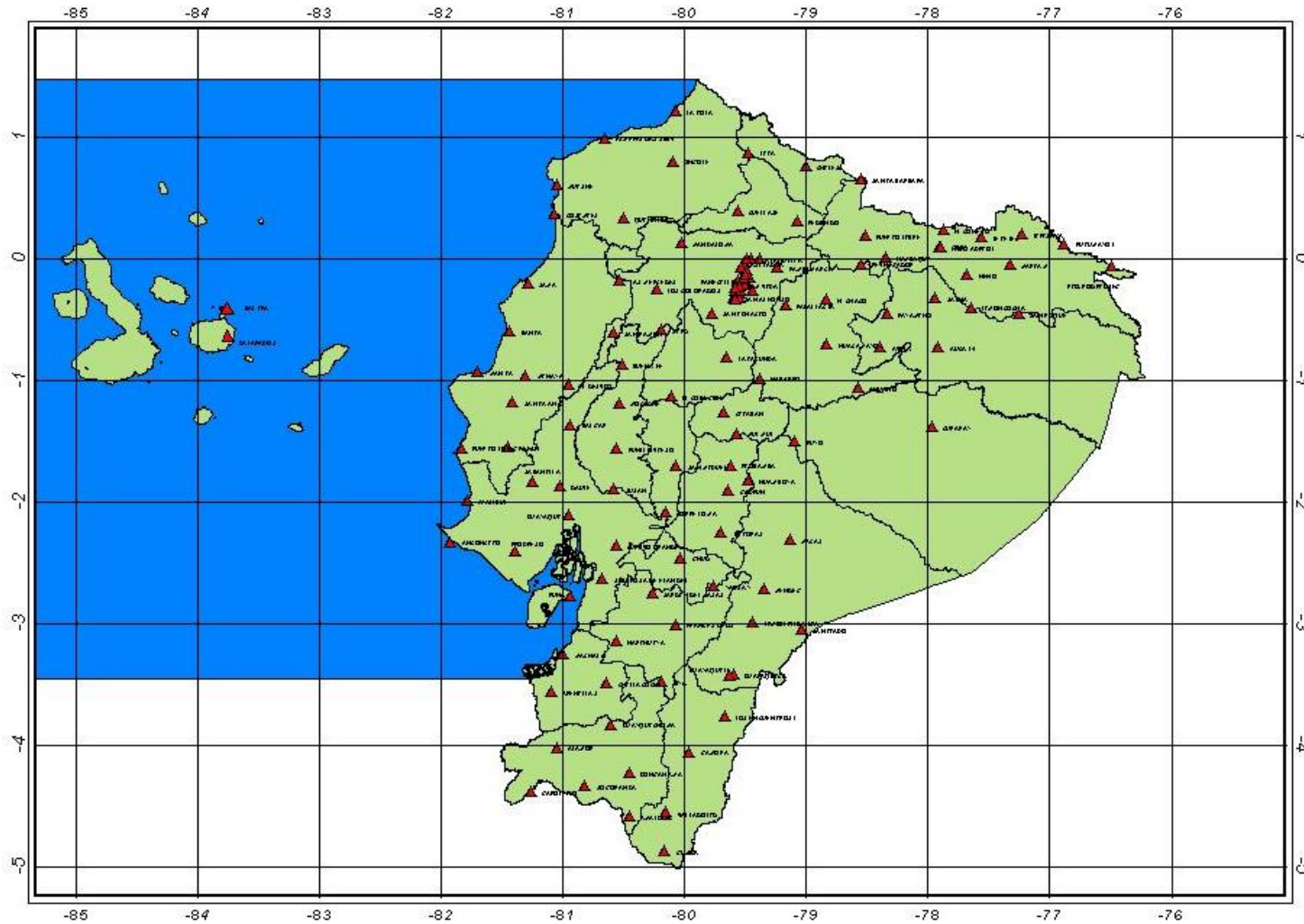
Sangolquí, 23 de julio del 2010

---

CAPT. DE E. COYAGO R. RICARDO D.

ANEXO 1

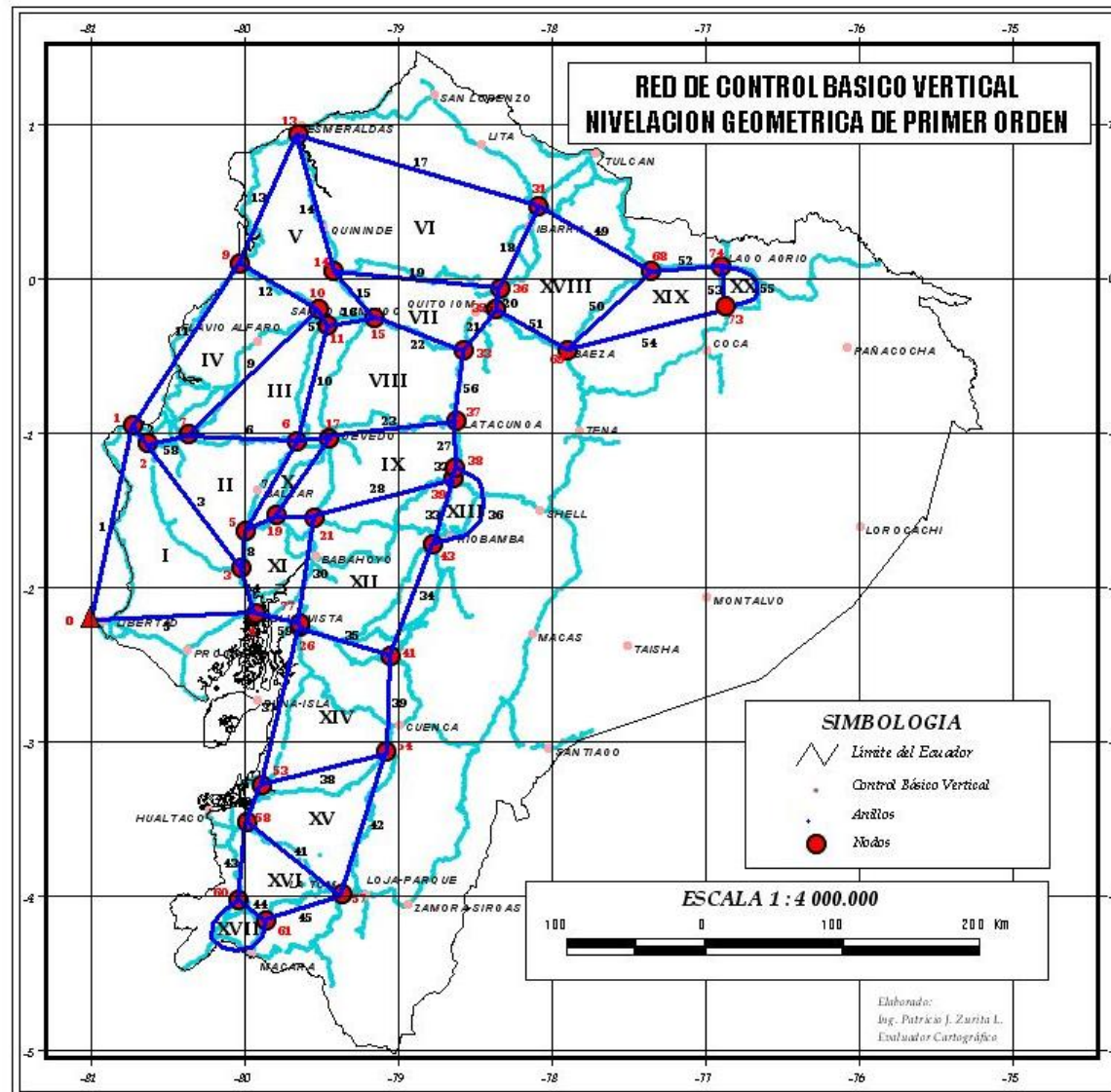
RED GPS DEL ECUADOR - SIRGAS (ITRF 94 época 1995.4)



Anexo 1: Red GPS del Ecuador-SIRGAS (ITRF94 Época 1995.4)

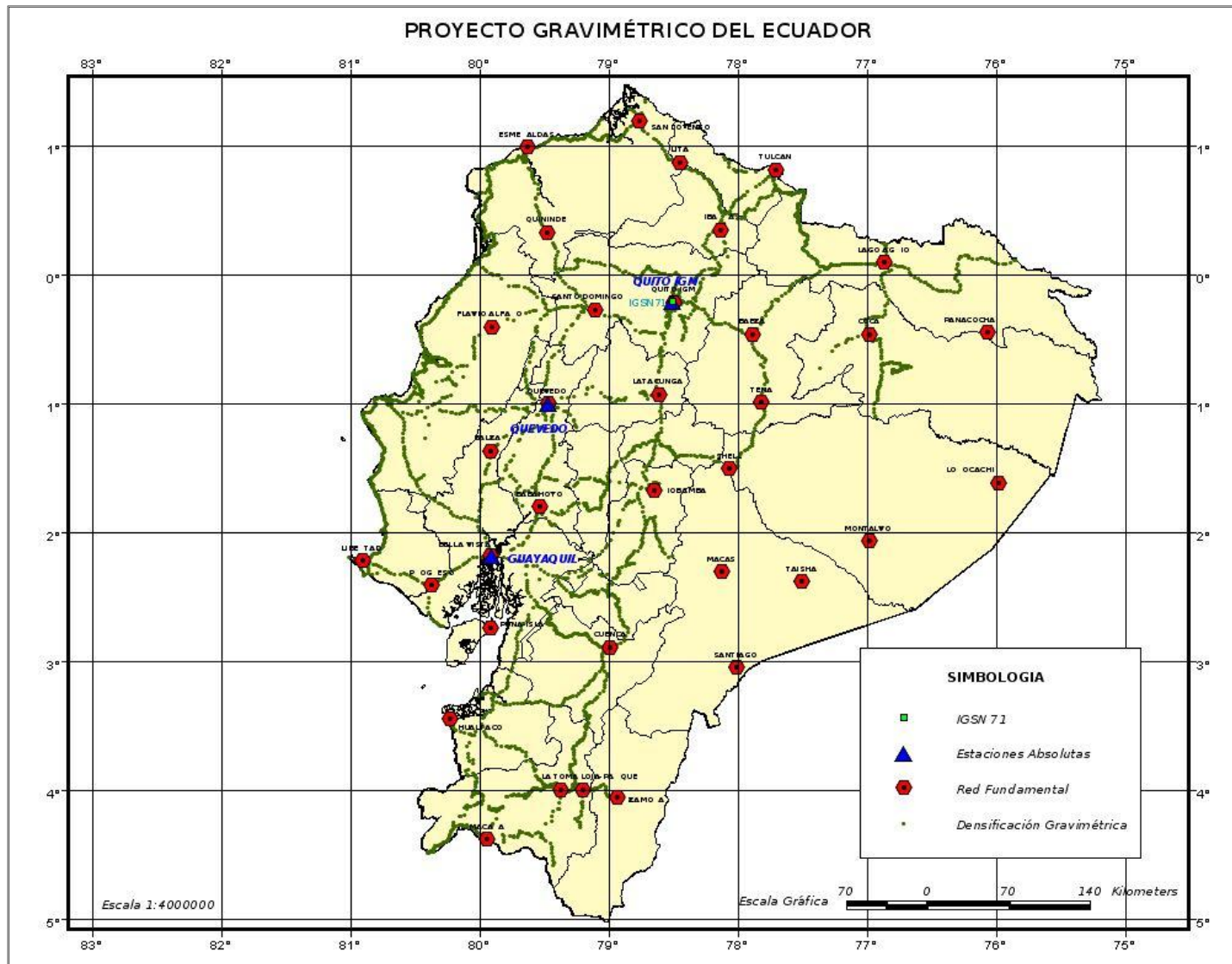
Fuente: Instituto Geográfico Militar, 2010

ANEXO 2



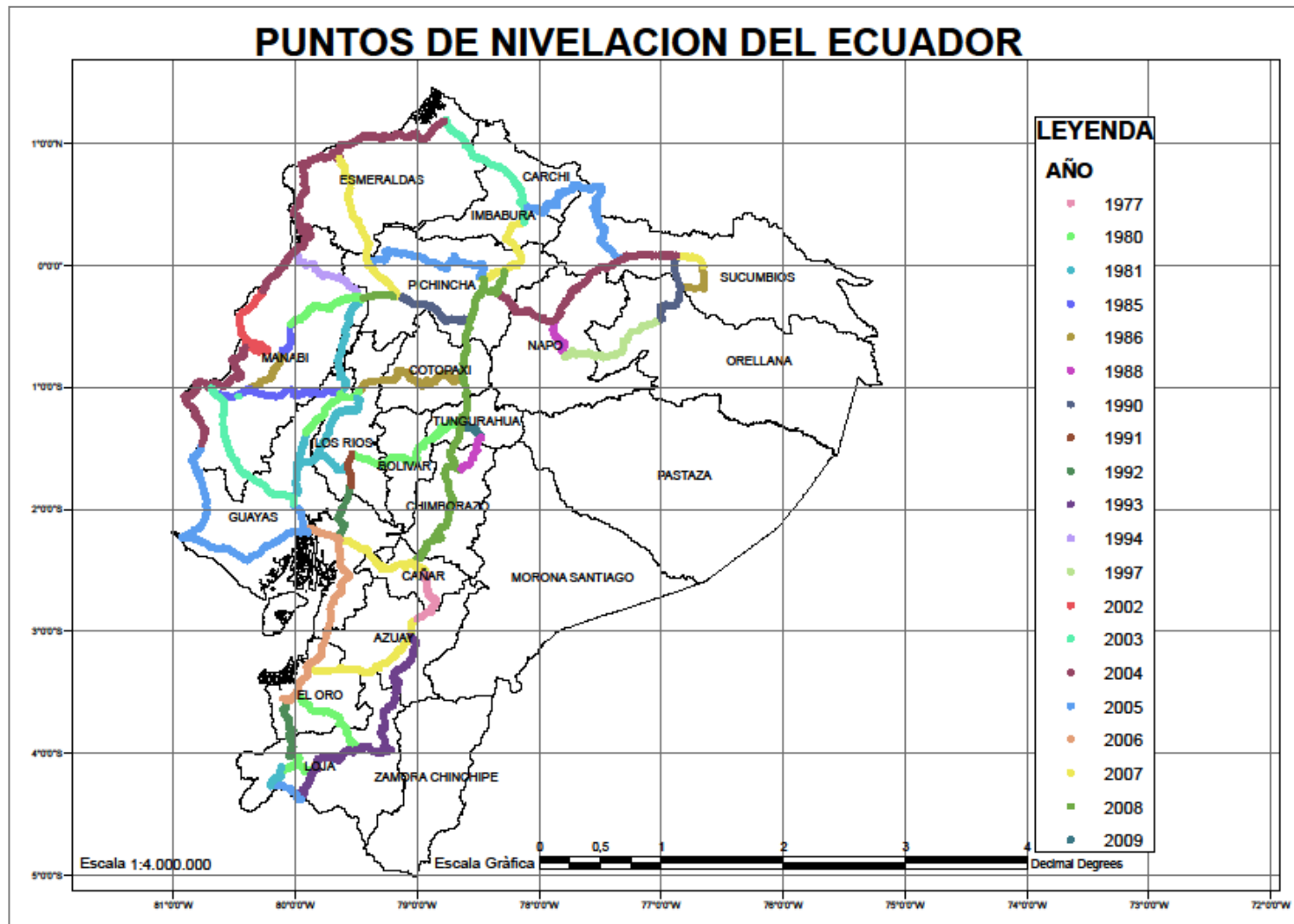
Anexo 2: Red de Control Básico Vertical Nivelación Geométrica de Primer Orden  
Fuente: Instituto Geográfico Militar, 2010

ANEXO 3



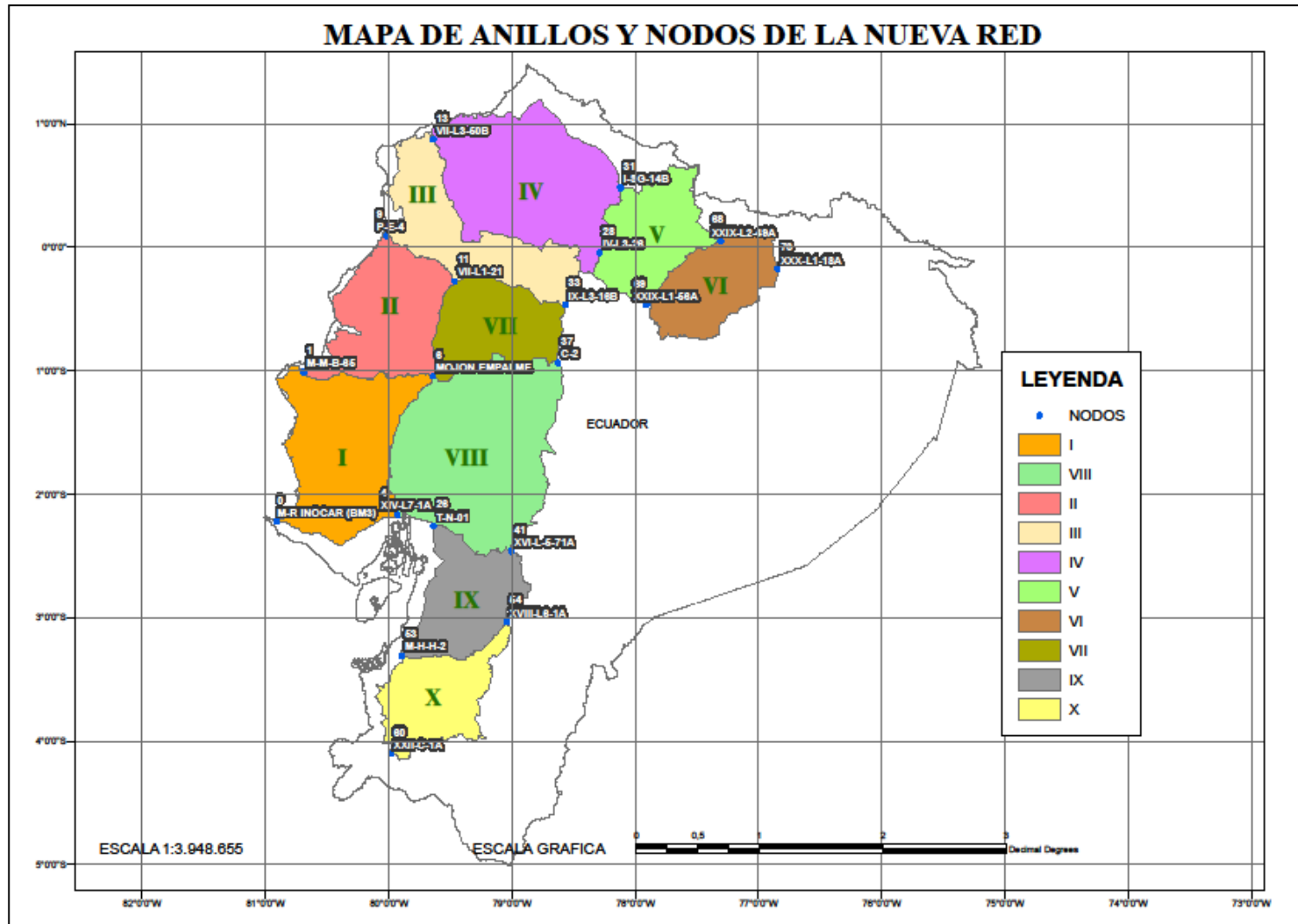
Anexo 3: Proyecto Gravimétrico del Ecuador  
Fuente: Instituto Geográfico Militar, 2010

ANEXO 4



Anexo 4: Puntos de Nivelación del Ecuador por años  
Fuente: Instituto Geográfico Militar, 2010

ANEXO 5



Anexo 5: Mapa de Anillos y Nodos de la Nueva Red de Control Básico Vertical  
 Fuente: Instituto Geográfico Militar, 2010