

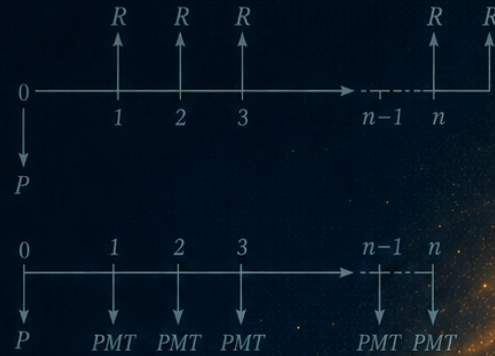
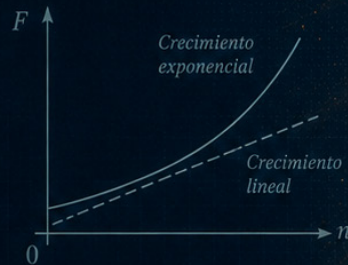
$$VF = VP (1 + i)^n$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

$$PMT = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$VAN = \sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1 + i)^t}$$

$$TIR: VAN(i) = 0$$



Matemática financiera

en el contexto de privación de libertad

Fausto Córdova Borja
Janeth Segovia Chávez
Marco Gallo Pacheco

Matemática financiera en el contexto de privación de libertad

Fausto Córdova Borja, Janeth Segovia Chávez y Marco Gallo Pacheco

Primera edición electrónica: agosto, 2026

ISBN: 978-9942-652-58-4

Ingreso al proceso: 01/04/2026 • Aprobación de ingreso: 24/04/2026

Aprobación de pares: 20/05/2026 • Finalización de edición: 27/07/2026

Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

Crnl. Oswaldo Mauricio González Mosquera, Ph. D.

Rector

Publicación autorizada por:

Comisión Editorial de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

Cpfg. César Antonio Portero Barrantes, Mgtr. - Vicerrector de Investigación,

Innovación y Transferencia de Tecnología (E) - Presidente

Corrección de estilo y diseño

Mtr. Xavier Chinga Mármol

Imagen de cubierta: Elaborada con uso de IA generativa

Derechos reservados. Se prohíbe la reproducción de esta obra por cualquier medio impreso, reprográfico o electrónico. El contenido, uso de fotografía, gráficos, cuadros, tablas, y referencias es de exclusiva responsabilidad de los autores.

Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

Av. General Rumiñahui s/n, Sangolquí, Ecuador

www.espe.edu.ec

Los derechos de esta edición electrónica son de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, para consulta de profesores y estudiantes de la universidad e investigadores en

www.repositorio.espe.edu.ec.

Matemática Financiera

en el contexto de
privación de libertad

Fausto Córdova Borja
Janeth Segovia Chávez
Marco Gallo Pacheco

EDITORIAL



UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS - ESPE

Prólogo

Este libro de matemática financiera ha sido elaborado para los estudiantes de segundo nivel de la Tecnología Superior en Contabilidad del Instituto Superior Tecnológico Cotopaxi que se forman en contextos de privación de libertad. Surge de la convicción profunda de que la educación es una herramienta transformadora, capaz de abrir caminos, fortalecer la autoestima y construir proyectos de vida orientados al futuro.

Se consideraron las circunstancias específicas de su proceso de formación, especialmente la restricción de acceso a herramientas tecnológicas como las calculadoras, computadoras, internet o finanzas. Es por eso que el texto ha sido creado para ser completamente auto didacta y auto conclusivo. Cada idea fundamental se desarrolla de forma gradual, clara y sin necesitar herramientas externas, de tal manera que el aprendizaje pueda mantenerse incluso con un acceso limitado.

El libro contiene una regla de cálculo que es posible ensamblar. Esta herramienta hace factible realizar las estimaciones requeridas para resolver problemas cuando no se dispone de una calculadora financiera. Su inclusión es resultado de la experiencia de enseñanza en contextos donde los estudiantes solo utilizan materiales físicos. Permite reforzar la interpretación de los procedimientos matemáticos y facilita la comprensión de tasas, importes y valores actuales.

Durante el segundo periodo académico de 2025, los estudiantes tuvieron tutorías periódicas, el profesor reforzó los contenidos durante estas sesiones; las dudas fueron resueltas y se orientó la resolución de problemas. Asimismo, se evaluó si se están alcanzando los progresos necesarios para aprobar la asignatura, estas asesorías se vuelven un componente crucial de la educación, porque permiten que los conocimientos se consoliden, la práctica con retroalimentación directa y la comunicación pedagógica efectiva.

Además, el libro aspira a ser un lugar de diálogo y encuentro. El último capítulo compila experiencias, reflexiones y opiniones de los estudiantes mismos, presentadas de forma anónima o con nombre, dependiendo de lo que ellos prefirieron. Sus voces, testimonios y consejos hacen este proyecto más rico y

lo transforman en un documento vivo, elaborado con ustedes y para ustedes, gracias por su valentía y aporte.

El lenguaje que se emplea busca ser cercano y accesible, sin dejar de lado el rigor técnico exigido por la matemática financiera. Cada capítulo ofrece ejemplos resueltos paso a paso, ejercicios propuestos, actividades de aplicación y metas de aprendizaje, diseñados para ser solucionados empleando papel y lápiz, así como la regla de cálculo que se incluye.

Los cálculos financieros presentados en este libro han sido realizados mediante el uso de una regla de cálculo (escalas C, D, A, B, K, L); en consecuencia, los resultados se expresan con la exactitud propia de este instrumento, la cual alcanza de 3 a 4 cifras significativas, permitiendo así una interpretación correcta de las operaciones, según la apreciación de los valores intermedios en la ubicación del cursor sobre las escalas de la regla de cálculo. Por tanto, las cantidades finales se muestran redondeadas a la unidad o a la décima correspondiente, respetando la precisión inherente al método de cálculo analógico.

Se confía en que este libro proporcione los instrumentos necesarios para el rendimiento profesional de una persona privada de libertad, que busca su reinserción en la sociedad, apoyada en la educación con perseverancia, fortaleza y dedicación.

Fausto Córdova-Borja
Janeth Segovia-Chávez
Marco Gallo-Pacheco

Fausto Córdova Borja

fgcordovab@istx.edu.ec

Fausto Guillermo Córdova Borja es Ingeniero en Informática y Sistemas Computacionales. Posee formación de cuarto nivel en Tecnologías para la Gestión y Práctica Docente, e Ingeniería de Software y Sistemas Informáticos. Su trayectoria académica le ha permitido integrar el pensamiento lógico, el análisis cuantitativo y la innovación tecnológica dentro del ámbito educativo.

Trabaja como investigador y profesor en el Instituto Superior Tecnológico Cotopaxi, en donde ha dictado clases en varias carreras técnicas y ha conducido procesos académicos que se enfocan en la mejora de habilidades lógicas, matemáticas y el fortalecimiento del pensamiento crítico. Su trayectoria como Coordinador Académico de la carrera de Seguridad Penitenciaria le proporcionó un entendimiento cercano de los retos educativos a los que se enfrentan las personas en situaciones de falta de libertad.

Con la certeza de que la educación tiene que ser digna, transformadora y asequible, ha estado desarrollando estrategias pedagógicas apropiadas para situaciones con restricciones tecnológicas, geográficas o institucionales. Este libro de matemáticas financieras es el resultado de ese compromiso: una obra creada para demostrar que, con los recursos adecuados y la asistencia pedagógica necesaria, se puede aprender de manera eficaz hasta en las circunstancias más adversas. En su labor como maestro, se evidencia una creencia sólida: el saber es una herramienta para obtener la libertad y una oportunidad para reconstruir proyectos de vida.

Janeth Segovia Chávez

jpsegovia@espe.edu.ec

Janeth Segovia-Chávez es académica e investigadora en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Sede Latacunga. Es Ingeniera en Electrónica e Instrumentación con formación en cuarto nivel referida a Tecnologías para la Gestión y Práctica Docente a nivel universitario e Ingeniería Matemática y Computación; imparte cátedra en el Departamento de Ciencias Exactas, ha participado en proyectos orientados al análisis cuantitativo, la optimización de procesos y la creación de recursos didácticos para la enseñanza de la matemática.

Ha impartido asignaturas en carreras de ingeniería enfocada en la enseñanza de la matemática, ha trabajado con estudiantes de diferentes perfiles académicos, elaborando materiales con claridad de los conceptos y el uso adecuado de técnicas matemáticas. Su formación incluye la creación de recursos didácticos para la educación superior, dirigidos tanto a formación virtual como presencial.

Su ejercicio profesional se distingue en brindar las bases académicas de la matemática superior, con la firme creencia de que la educación de alta calidad puede transformar vidas.

Marco Gallo Pacheco

mvgallop@istx.edu.ec

Marco Vinicio Gallo Pacheco es Ingeniero en Contabilidad y Auditoría CPA con formación de Magíster en Contabilidad y Auditoría, mención Gestión Tributaria. En el trayecto de su formación académica ha desarrollado dominio en contabilidad, auditoría y normativa tributaria, lo que le ha permitido ser un profesional integral en el entorno financiero y empresarial.

Con más de diez años de experiencia en docencia superior técnica y tecnológica, ha fortalecido no solo sus conocimientos técnicos, sino también su vocación por la enseñanza; en la actualidad, forma parte de la planta docente del Instituto Superior Universitario Cotopaxi, donde contribuye en la formación de futuros profesionales de Contabilidad, promoviendo un aprendizaje práctico, crítico y ético.

Un compromiso constante con la actualización profesional lo caracteriza, la mejora continua es parte de su filosofía, lo que le ha permitido involucrarse en procesos de investigación y producción académica; considera además que el conocimiento debe ser compartido equitativamente de manera clara y accesible, facilitando su aplicación en contextos reales para mejorar vidas a través del saber financiero.

Índice

Capítulo 1 - Fundamentos matemáticos y financieros	1
1.1 Introducción	2
1.2 Objetivos de aprendizaje del capítulo	4
1.3 Concepto de matemática financiera	4
1.4 Elementos de una operación financiera	5
1.5 El valor del dinero en el tiempo	8
1.6 Fundamentos matemáticos aplicados a las finanzas	11
1.6.1 Porcentajes y proporcionalidad	11
1.6.2 Valores decimales: interés y descuento	13
1.6.3 Progresiones aritméticas y geométricas	15
1.6.4 Potenciación y radicación	17
1.6.5 Logaritmos y cambio de base	20
1.7 Herramientas de cálculo sin dispositivos electrónicos	21
1.7.1 La regla de cálculo	22
1.8 Aplicaciones numéricas	28
1.9 Ejemplos aplicados	32
1.10 Actividades de aplicación	39
1.11 Ejercicios de práctica	41
1.12 Ejercicios propuestos	42
1.13 Síntesis del capítulo	43
Capítulo 2 - Interés simple y compuesto	45
2.1 Introducción	46
2.2 Objetivos de aprendizaje	46
2.3 Concepto de interés financiero	48
2.4 Interés simple	51
2.4.1 Modelo de interés simple	51
2.4.2 Fórmulas del interés simple	53
2.4.3 Cálculo de capital, tasa y tiempo	56

2.4.4	Interés ordinario y exacto	58
2.4.5	Aplicaciones prácticas	60
2.5	Interés compuesto	62
2.5.1	Modelo de interés compuesto	62
2.5.2	Fórmulas del interés compuesto	65
2.5.3	Cálculo de capital, tasa y tiempo	67
2.5.4	Frecuencia de capitalización	69
2.5.5	Comparación entre interés simple y compuesto	71
2.6	Casos aplicados	73
2.7	Cálculos financieros con la regla de cálculo	75
2.8	Ejemplos aplicados	79
2.9	Actividades de aplicación	82
2.10	Ejercicios de práctica	83
2.11	Ejercicios propuestos	86
2.12	Síntesis del capítulo	87
Capítulo 3	- Tasas, descuentos y equivalencias financieras	89
3.1	Introducción	90
3.2	Objetivos de aprendizaje	90
3.3	Conceptos fundamentales de tasas	92
3.3.1	Tasa de interés	92
3.3.2	Tasa nominal	94
3.3.3	Tasa efectiva	96
3.3.4	Tasa periódica	98
3.3.5	Relación entre tasas nominales, efectivas y periódicas	99
3.4	Tasas equivalentes	101
3.4.1	Equivalencia entre tasas con periodicidades distintas	101
3.4.2	Conversión de tasas nominales	103
3.4.3	Conversión de tasas efectivas	106
3.4.4	Ejemplos de conversión	107
3.5	Inflación y tasas reales	109
3.5.1	Concepto de inflación	109
3.5.2	Tasa nominal vs. tasa real	111
3.5.3	Fórmula de Fisher	112
3.5.4	Aplicaciones con inflación	115
3.6	Descuento comercial y descuento racional	116
3.6.1	Concepto de descuento	116

3.6.2	Descuento comercial simple	117
3.6.3	Descuento racional simple	118
3.6.4	Descuentos compuestos	120
3.6.5	Comparación de métodos de descuento	122
3.7	Comparación de alternativas financieras.....	123
3.7.1	Tasa Interna de Retorno (TIR)	123
3.7.2	Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR)	124
3.7.3	Alternativas mutuamente excluyentes	126
3.7.4	Alternativas equivalentes	127
3.8	Ejemplos aplicados	128
3.9	Actividades de aplicación	134
3.10	Ejercicios de práctica	135
3.11	Ejercicios propuestos	136
3.12	Síntesis del capítulo	137
Capítulo 4 - Anualidades		139
4.1	Introducción	140
4.2	Objetivos de aprendizaje del capítulo	142
4.3	Concepto de anualidad.....	142
4.3.1	Definición y elementos	142
4.3.2	Clasificación general de anualidades	144
4.4	Anualidades vencidas	145
4.4.1	Modelo de anualidad vencida	145
4.4.2	Valor futuro	145
4.4.3	Valor presente.....	147
4.4.4	Cálculo de la renta, capital, tasa y número de pagos	149
4.5	Anualidades anticipadas	152
4.5.1	Modelo de anualidad anticipada	152
4.5.2	Valor futuro	152
4.5.3	Valor presente.....	155
4.5.4	Conversión entre anualidad vencida y anticipada	157
4.6	Anualidades diferidas	157
4.6.1	Modelo de anualidad diferida	157
4.6.2	Ejemplos de anualidades diferidas	158
4.6.3	Casos aplicados	160
4.7	Anualidades generales	160
4.7.1	Cambio de tasas por frecuencia.....	160

4.7.2	Anualidades no uniformes	161
4.7.3	Gradientes aritméticos (crecimiento lineal)	161
4.7.4	Gradientes geométricos (crecimiento exponencial)	161
4.8	Cálculo de capital, plazo, tasa y renta	162
4.8.1	Despejes principales para anualidades vencidas	162
4.8.2	Uso de logaritmos para despejar número de pagos	162
4.8.3	Interpretación financiera	162
4.9	Aplicaciones prácticas	163
4.9.1	Ahorro programado	163
4.9.2	Fondos educativos	164
4.9.3	Construcción de reservas	164
4.9.4	Planificación financiera personal	164
4.10	Ejemplos aplicados	165
4.11	Actividades de aplicación	170
4.12	Ejercicios de práctica	171
4.13	Ejercicios propuestos	174
4.14	Síntesis del capítulo	175
Capítulo 5 - Amortización y fondos de amortización		177
5.1	Introducción	178
5.2	Objetivos de aprendizaje	179
5.3	Concepto de amortización	181
5.3.1	Terminología: cuota, capital, interés, saldo	181
5.3.2	Línea del tiempo de una amortización	184
5.3.3	Relación entre anualidad y amortización	184
5.4	Sistemas de amortización	185
5.4.1	Sistema francés (cuota constante)	185
5.4.2	Sistema alemán (amortización constante)	187
5.4.3	Sistema americano (pago de intereses y amortización final)	189
5.4.4	Comparación entre sistemas	191
5.5	Tablas de amortización	191
5.5.1	Estructura de la tabla	191
5.5.2	Cálculo del interés por período	192
5.5.3	Cálculo de la amortización del capital	192
5.5.4	Saldo insoluto y saldo principal	193
5.5.5	Elaboración de tablas de amortización	193
5.6	Fondos de amortización	194

5.6.1	Concepto y finalidad	194
5.6.2	Fondo de amortización para cancelar deuda	194
5.6.3	Fondo de amortización para reemplazo de activos	195
5.6.4	Fórmulas y comparaciones	196
5.7	Casos integrados	196
5.7.1	Selección del sistema más conveniente para endeudamiento	197
5.8	Ejemplos aplicados	198
5.9	Actividades de aplicación	202
5.10	Ejercicios de práctica	203
5.11	Ejercicios propuestos	211
5.12	Síntesis del capítulo	212
Capítulo 6 - Anexos		213
Anexo A	Regla de cálculo armable	214
Anexo B	Tabla de logaritmos naturales	215
Anexo C	Tabla de logaritmos comunes (base 10)	217
Referencias bibliográficas		219

Índice de figuras

Figura 1	Esquema integrador del capítulo 1.	3
Figura 2	Regla de cálculo armable	23
Figura 3	<i>Solución de la multiplicación $2 \times 3 = 6$ con regla de cálculo ...</i>	24
Figura 4	<i>Solución de la multiplicación $7 \times 4 = 28$ con regla de cálculo ..</i>	25
Figura 5	Posición de la regla para calcular $2,3 \times 3$	26
Figura 6	Posición de la regla para calcular $6,3/3$	26
Figura 7	Posición de la regla para calcular 2^3	27
Figura 8	Posición de la regla para calcular $\log_{10}(8)$	28
Figura 9	Esquema integrador del capítulo 2.	47
Figura 10	Esquema integrador del capítulo 3.	91
Figura 11	Esquema integrador del capítulo 4.	141
Figura 12	Esquema integrador del capítulo 5.	180

Índice de tablas

<i>Tabla 1</i>	<i>Descripción de las escalas de la regla de cálculo.....</i>	<i>23</i>
<i>Tabla 2</i>	<i>Tabla de $\ln(x)$ de 0.05 a 20.00 en incrementos de 0.05</i>	<i>215</i>
<i>Tabla 3</i>	<i>Tabla de $\log_{10}(x)$ de 0.05 a 20.00 en incrementos de 0.05.....</i>	<i>217</i>



CAPÍTULO 1

Fundamentos matemáticos y financieros

1.1. Introducción

El estudio de la matemática financiera constituye un componente esencial en la formación del profesional en contabilidad. En esta disciplina se analizan operaciones en las que intervienen flujos de dinero que ocurren en distintos momentos del tiempo, con el propósito de determinar costos, rendimientos, valores presentes, valores futuros, cuotas de pago y tasas implícitas.¹

El contador puede examinar activos y pasivos de manera razonada al entender los principios que respaldan los cálculos financieros: elaborar tablas de amortización, comparar alternativas de financiación, calcular intereses devengados, proyectar estados financieros y evaluar la rentabilidad de microemprendimientos o inversiones. Por lo tanto, dominar nociones como las tasas equivalentes, las anualidades, el interés simple y compuesto y los sistemas de amortización son un aspecto fundamental de la actividad profesional.

En el contexto ecuatoriano, la normativa del *Código Orgánico Monetario y Financiero* y las regulaciones emitidas por el Banco Central del Ecuador (BCE) y la Superintendencia de Bancos establecen las condiciones de muchas operaciones financieras que se encontrará en la práctica profesional.²

Si una persona se encuentra privada de libertad, estos conocimientos mantienen toda su vigencia y relevancia, debido a que permiten comprender mejor las deudas, planificar el uso de los ingresos recibidos (por trabajo, familia o emprendimientos productivos internos) y proyectar iniciativas económicas para la vida futura.

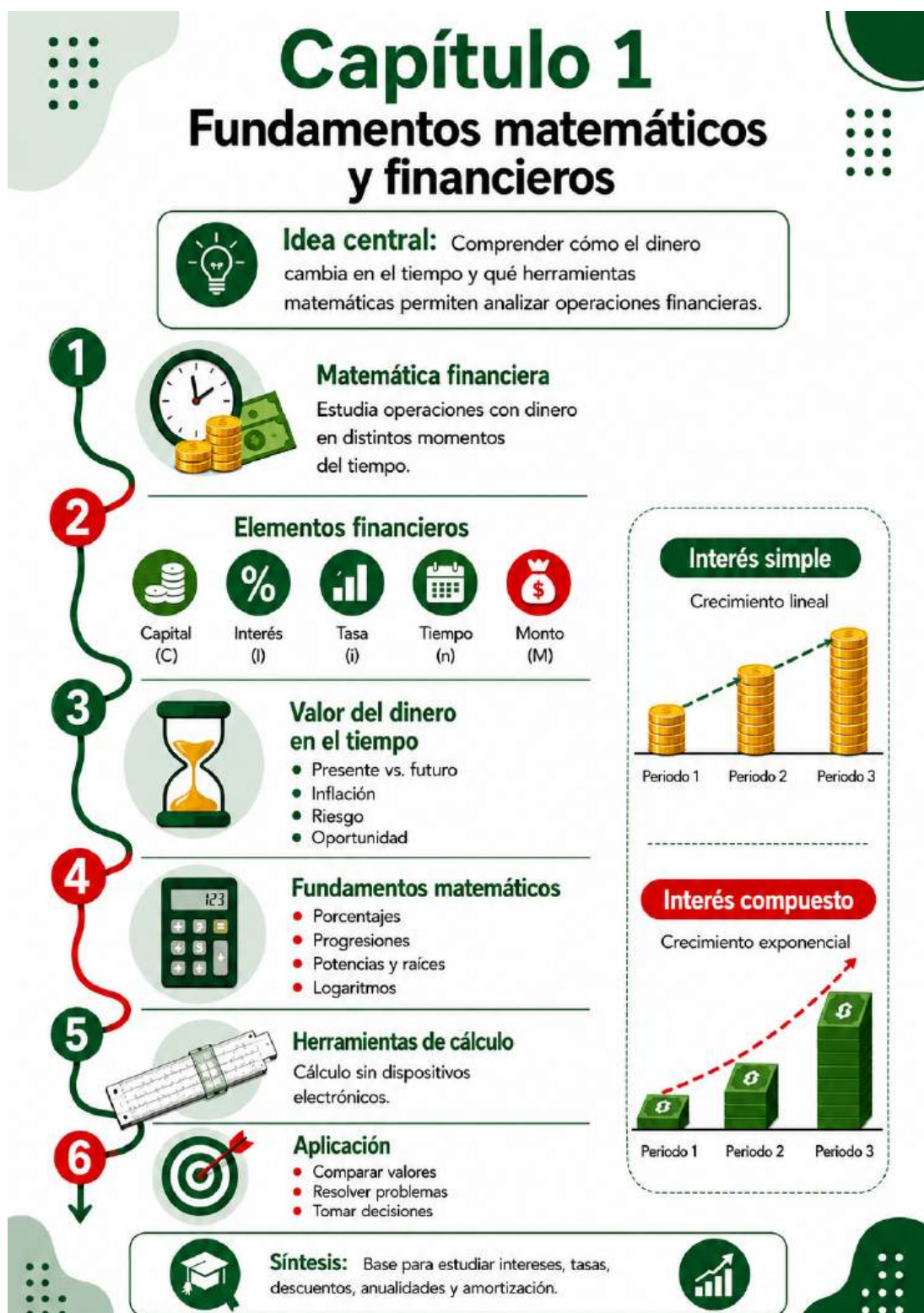
Este capítulo presenta los conceptos matemáticos básicos que servirán como base para todo el curso. El propósito es adquirir una base firme, conceptual y operativa, que facilite el aprendizaje de los capítulos posteriores.

En la Figura 1, se presenta un esquema integrador, para observar en contexto la presentación de capítulo 1.

¹Véase Zutter y Smart (2024) y Ross et al. (2024) para una presentación clásica de la materia.

²Más información en Comisión de Legislación (2014), o el Banco Central del Ecuador (2024) y Superintendencia de Bancos del Ecuador (2025a) para conocer los productos financieros vigentes en el Ecuador.

Figura 1.
Esquema integrador del capítulo 1.



Nota. Contenido del capítulo 1 elaborado con IA generativa

1.2. Objetivos de aprendizaje del capítulo

Al finalizar este capítulo, será capaz de:

- Explicar con sus propias palabras qué es la matemática financiera, cuál es su relación con la contabilidad.
- Describir el principio del valor del dinero en el tiempo.
- Conocer y usar correctamente los elementos básicos de una operación financiera.
- Aplicar operaciones matemáticas para obtener información de situaciones financieras reales.
- Identificar y expresar sucesiones del ingreso o del pago periódico mediante progresiones aritméticas o geométricas.
- Aprovechar las operaciones de logaritmos, radicación, potenciación para despejar las variables desconocidas que son el monto, la tasa de interés o el plazo, en las fórmulas de las finanzas.

Estos objetivos están diseñados para estudiar de manera autónoma, sin necesidad de materiales adicionales.

1.3. Concepto de matemática financiera

De manera general, la matemática financiera es la rama de las matemáticas aplicadas que estudia las operaciones en las que una o varias cantidades de dinero se intercambian en diferentes fechas, bajo condiciones específicas de interés y plazo (Ross et al., 2024; Zutter & Smart, 2024). Su objetivo principal es permitir la comparación de valores monetarios en distintos momentos del tiempo, facilitando la toma de decisiones financieras racionales.

Según Ross et al. (2024) el núcleo de la matemática financiera es la equivalencia de capitales. Este concepto establece que dos cantidades de dinero son comparables cuando, bajo una tasa de interés y un plazo determinados, poseen el mismo valor en una fecha de referencia o fecha focal. De este modo, la matemática financiera permite analizar y comparar flujos de dinero en distintos momentos del tiempo bajo condiciones de equidad (Kellison, 2009).

En la práctica la matemática financiera se emplea en los créditos y préstamos

personales o productivos, en las inversiones con diferentes tasas y plazos, en los certificados de depósito y a plazo, en las cuentas bancarias, en descuento de letras, pagarés o cheques, en el diseño de planes de amortización y anualidades, así como en el estudio del rendimiento de pequeños negocios y proyectos.³

Todas estas decisiones contables, administrativas y financieras dependen de la capacidad de interpretar correctamente las operaciones, por lo que el estudio riguroso de la matemática financiera es una herramienta clave para la gestión organizacional y para su desempeño profesional futuro.

1.4. Elementos de una operación financiera

En toda operación financiera intervienen ciertos elementos básicos que se utilizan en las fórmulas y en el análisis contable. De acuerdo con Zutter y Smart (2024) y Superintendencia de Bancos del Ecuador (2025a), estos elementos son:

- **Capital inicial (C):** cantidad de dinero entregada o invertida al inicio de la operación; también se denomina *valor presente* (VP) o (A).
- **Monto (M):** suma de dinero que espera al final, que es la reunión entre el capital entregado y los intereses que fueron aumentando gradualmente, período tras período hasta alcanzar el plazo total de la operación; también se denomina *valor futuro* o *valor final* (VF) o (S)
- **Interés (I):** la rentabilidad generada por la estancia del dinero en un intervalo de tiempo concreto. Es precisamente la variación que tiene el monto con relación al capital entregado:

$$I = M - C \quad (1.1)$$

- **Tasa de interés (i):** expresión porcentual que es la relación entre el importe de los intereses que se generan en el intervalo de tiempo concreto y el capital. En otras palabras:

$$i = \frac{I}{C} \quad (1.2)$$

- **Plazo (n):** duración en tiempo de una operación, medido en días, meses, años, etc.

³Vease la descripción de estos términos en Banco Central del Ecuador (2021) y Superintendencia de Bancos del Ecuador (2025a).

- **Fecha focal:** fecha en la que se recuperan todos los montos que intervienen en la operación.

En los capítulos siguientes se distinguirá entre interés simple e interés compuesto. Por ahora, es suficiente comprender que existe una relación entre monto, capital, tasa, tiempo e interés, que pueden escribirse como:

$$M = C + I \quad (1.3)$$

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n} \quad (1.4)$$

$$I = M - C \quad (1.5)$$

Ejemplo 1.1 Cálculo de monto

Un préstamo de \$ 5 000 a una tasa del 12 % anual durante dos años, bajo interés compuesto, genera un monto aproximado de:

Datos por variable:

Capital inicial	C	$= \$ 5\,000$
Tasa de interés anual	i	$= 12\% = 0,12$
Número de períodos	n	$= 2 \text{ años}$
Monto final	M	$= ?$

Fórmula:

De acuerdo con el modelo de interés compuesto definido en la ecuación (1.4):

$$M = C(1 + i)^n$$

Sustitución:

$$M = 5\,000(1 + 0,12)^2$$

Resultados parciales:

$$(1 + 0,12) = 1,12 \quad (\text{Factor de capitalización})$$

$$(1,12)^2 = 1,12 \times 1,12 = 1,2544 \quad (\text{Factor al cuadrado})$$

$$5\,000 \times 1,2544 = 6\,272 \quad (\text{Capitalización del monto})$$

Resultado final:

$M = \$ 6\,272$

Explicación del resultado:

El monto de \$ 6 272 representa el valor acumulado al cabo de dos años, incluyendo el capital original (\$ 5 000) más los intereses generados (\$ 1 272). De acuerdo con el modelo de interés compuesto (1.4), los intereses se capitalizan en cada período, por lo que en el segundo año se calculan sobre \$ 5 600 (monto acumulado del primer año), y no únicamente sobre el capital inicial. Esto produce un crecimiento de tipo exponencial del valor.

Ejemplo 1.2 Cálculo de capital a partir del monto

Si una inversión producirá un monto de \$ 1 500 dentro de un año y la tasa acordada es del 10 % anual, el capital inicial es:

Datos por variable:

Monto final	M	= \$ 1 500
Tasa de interés anual	i	= 10 % = 0,10
Número de períodos	n	= 1 año
Capital inicial	C	= ?

Fórmula:

Recordando la definición de tasa de interés dada en la ecuación (1.4), se emplea el modelo de capitalización compuesto:

$$M = C(1 + i)^n$$

Despejando el capital:

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Sustitución:

$$C = \frac{1500}{(1 + 0,10)^1}$$

Resultados parciales:

$$(1 + 0,10) = 1,10 \quad (\text{Factor de capitalización})$$

$$(1,10)^1 = 1,10 \quad (\text{Potencia del factor})$$

$$C = \frac{1500}{1,10} \quad (\text{Sustitución directa})$$

$$C = 1363 \quad (\text{División})$$

Resultado final:

$$C \approx \$ 1\,363$$

Explicación del resultado:

El valor de \$ 1 363 representa el capital inicial necesario para generar un monto de \$ 1 500 en un año al 10 % de interés anual. Este procedimiento se fundamenta en el principio del valor del dinero en el tiempo y en la relación entre interés, capital y tasa establecida en la ecuación (1.4).

Ejemplo 1.3 Cálculo del interés

Si un capital crece de \$ 800 a \$ 1 000, el interés generado es:

Datos por variable:

Capital inicial	C	= \$ 800
Monto final	M	= \$ 1 000
Interés generado	I	= ?

Fórmula:

De acuerdo con la definición de interés (véase la ecuación (1.5)):

$$I = M - C$$

Sustitución:

$$I = 1000 - 800$$

Resultado final:

$I = \$ 200$

Explicación del resultado:

El interés de \$ 200 representa la ganancia obtenida como resultado de la inversión. Es la diferencia entre el monto final y el capital inicial, de acuerdo con la relación fundamental definida en (1.5).

1.5. El valor del dinero en el tiempo

El dinero *no* tiene un valor estable, ya que su valor en términos económicos cambia a lo largo del tiempo. Un monto de dinero que se recibe hoy generalmente tiene más valor que la misma suma recibida en el futuro, este hecho se denomina valor del dinero en el tiempo (Banco Central del Ecuador, 2024). El cual varía por las siguientes razones:

- **La inflación:** con el tiempo, los precios de bienes y servicios suelen subir, lo que significa que la misma cantidad de dinero adquiere menos cosas en el futuro.
- **El riesgo:** siempre hay incertidumbre acerca de si un pago prometido se realizará en el futuro (por ejemplo, que un deudor no cumpla con su obligación de pagar).

- **La oportunidad:** el capital disponible en la actualidad puede ser invertido y producir beneficios, como por ejemplo en una cuenta de ahorro o en un pequeño comercio.

Este principio explica por qué se pagan intereses por un préstamo o por qué una inversión genera rendimientos. Matemáticamente, se expresará que un valor futuro M es equivalente a un valor presente VP si se cumple la relación

$$VP = \frac{M}{(1+i)^n}, \quad (1.6)$$

donde i es la tasa de interés por período y n es el número de períodos. Esta expresión se estudiará con mayor detalle en capítulos posteriores.

Ejemplo 1.4 Inversión simple

Suponga que usted dispone hoy de un capital de \$ 1 000 y puede invertirlo en un instrumento financiero que paga una tasa del 10 % anual, de acuerdo con las tasas referenciales publicadas por el BCE para determinados productos de inversión (Banco Central del Ecuador, 2025b). Al cabo de un año, si la tasa se mantiene constante, el monto obtenido es:

Datos por variable:

Capital inicial	C	= \$ 1 000
Tasa de interés anual	i	= 10 % = 0,10
Número de períodos	n	= 1 año
Monto final	M	= ?

Fórmula:

De acuerdo con el modelo de capitalización (véase la ecuación (1.4)):

$$M = C(1+i)^n$$

Sustitución:

$$M = 1000(1 + 0,10)^1$$

Resultado final:

$M = \$ 1\,100$

Interpretación:

El monto de \$ 1 100 representa el valor futuro del capital inicial luego de un año de inversión. En este contexto, se dice que \$ 1 100 dentro de un año son financieramente equivalentes a \$ 1 000 en el presente, a una tasa de interés del 10 %. Esta equivalencia refleja el principio del valor del dinero en el tiempo.

Ejemplo 1.5 Preferencia temporal

Suponga que una persona recibe \$ 800 y se le plantea la siguiente decisión: puede disponer de ese dinero inmediatamente o esperar seis meses para recibir la misma cantidad.

En la mayoría de los casos, la elección racional es disponer del dinero hoy. Esto se debe a que ese capital puede utilizarse de diversas maneras: pagar una deuda (evitando la acumulación de intereses), invertirse para generar rendimientos o emplearse en la adquisición de bienes cuyo precio podría incrementarse en el futuro.

Interpretación:

Análogamente, el dinero no es estático en el tiempo. Su valor cambia debido a factores como la inflación, el costo de oportunidad y la posibilidad de inversión. Por esta razón, una misma cantidad de dinero en distintos momentos no posee el mismo valor.

Este principio se conoce como **preferencia temporal** y constituye la base del **valor del dinero en el tiempo**, uno de los conceptos fundamentales en matemática financiera.

Ejemplo 1.6 Descuento de una deuda futura

Una deuda de \$ 3 000 a pagarse dentro de dos años tiene un valor menor en el presente. Si la tasa de interés relevante es del 8 % anual, el valor presente de dicha obligación es:

Datos por variable:

Monto futuro	M	$= \$ 3\,000$
Tasa de interés anual	i	$= 8\% = 0,08$
Número de períodos	n	$= 2 \text{ años}$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

De acuerdo con el modelo de descuento (véase la ecuación (1.6)):

$$VP = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Sustitución:

$$VP = \frac{3000}{(1 + 0,08)^2}$$

Resultados parciales:

$$(1 + 0,08) = 1,08 \quad (\text{Factor de descuento})$$

$$(1,08)^2 = 1,166 \quad (\text{Factor al cuadrado})$$

$$VP = \frac{3000}{1,166} = 2573 \quad (\text{Valor presente})$$

Resultado final:

$$VP \approx \$ 2\,573$$

Interpretación:

El valor de \$ 2 573 representa el equivalente actual de una deuda futura de \$ 3 000, considerando una tasa de interés del 8 % anual. Este resultado refleja el principio del valor del dinero en el tiempo: una cantidad futura debe descontarse para conocer su valor en el presente.

Desde el punto de vista contable, este valor corresponde al monto que se reconoce hoy en los estados financieros cuando se aplica el criterio de valoración a valor presente.

1.6. Fundamentos matemáticos aplicados a las finanzas

La matemática financiera se apoya en un conjunto de operaciones que permiten modelar, analizar y resolver problemas relacionados con el valor del dinero en el tiempo. Entre estos fundamentos se encuentran el cálculo de porcentajes y proporcionalidad, valores decimales (interés y descuento), progresiones aritméticas y geométricas, potenciación y radicación, logaritmos. En conjunto, estos elementos proporcionan el lenguaje matemático necesario para realizar operaciones financieras para la toma de decisiones.

1.6.1. Porcentajes y proporcionalidad

Un porcentaje es una forma de expresar una proporción respecto de cien. Si una parte es una fracción del total, el porcentaje viene dado por:

$$\text{Porcentaje} = \frac{\text{parte}}{\text{total}} \cdot 100 \% \quad (1.7)$$

En términos financieros:

$$I = i \cdot C \quad (1.8)$$

Los porcentajes son fundamentales para calcular tasas de interés, descuentos, impuestos, comisiones y variaciones de precios (Banco Central del Ecuador, 2024).

Ejemplo 1.7 Cálculo directo de un porcentaje

El 15 % de \$ 2 400 se determina de la siguiente manera:

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Cantidad base} & C & = \$ 2\,400 \\
 \text{Tasa porcentual} & i & = 15\% = 0,15 \\
 \text{Valor porcentual} & I & = ?
 \end{array}$$

Fórmula:

De acuerdo con la definición de porcentaje (véase la ecuación (1.8)):

$$I = i \cdot C$$

Sustitución:

$$I = 0,15 \cdot 2400$$

Resultado final:

$$I = \$ 360$$

Interpretación:

El valor de \$ 360 representa el 15 % de la cantidad total de \$ 2 400. Este cálculo es fundamental en matemática financiera, ya que permite determinar intereses, descuentos y variaciones proporcionales.

Ejemplo 1.8 Variación porcentual de un precio

Un precio aumenta de \$ 50 a \$ 58. Se desea determinar la variación porcentual:

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Precio inicial} & P_0 & = \$ 50 \\
 \text{Precio final} & P_1 & = \$ 58 \\
 \text{Variación porcentual} & \Delta\% & = ?
 \end{array}$$

Fórmula:

La definición de variación porcentual es:

$$\text{Variación} = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \quad (1.9)$$

Sustitución:

$$\Delta\% = \frac{58 - 50}{50}$$

Resultados parciales:

$$58 - 50 = 8 \quad (\text{Incremento absoluto})$$

$$\frac{8}{50} = 0,16 \quad (\text{Proporción})$$

Resultado final:

$$\Delta \% = 16 \%$$

Interpretación:

El precio ha experimentado un incremento del 16 % respecto a su valor inicial. La variación porcentual mide el cambio relativo y es ampliamente utilizada en economía y finanzas para analizar incrementos o disminuciones de precios.

Ejemplo 1.9 Regla de tres financiera

Si \$ 120 representan el 30 % del valor de un producto, se desea determinar el valor total:

Datos por variable:

Parte conocida	I	$= \$ 120$
Tasa porcentual	i	$= 30 \% = 0,30$
Valor total	C	$= ?$

Fórmula:

La relación proporcional se define como:

$$C = \frac{I}{i} \quad (1.10)$$

Sustitución:

$$C = \frac{120}{0,30}$$

Resultado final:

$$C = \$ 400$$

Interpretación:

El valor total del producto es \$ 400, ya que \$ 120 corresponde al 30 % de dicho valor. Este tipo de cálculo es fundamental en matemática financiera para determinar valores totales a partir de proporciones conocidas.

1.6.2. Valores decimales: interés y descuento

El valor decimal de un porcentaje se obtiene dividiendo entre 100.

Ejemplo 1.10 Conversión de porcentaje a número decimal

Para utilizar una tasa porcentual en cálculos financieros, es necesario expresarla en forma decimal. Por ejemplo, se desea convertir el 8 % a su equivalente decimal.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Porcentaje} & p & = 8\% \\ \text{Valor decimal} & i & = ? \end{array}$$

Fórmula:

La conversión de porcentaje a número decimal se realiza dividiendo entre 100:

$$i = \frac{p}{100} \quad (1.11)$$

Sustitución:

$$i = \frac{8}{100}$$

Resultado final:

$$i = 0,08$$

Interpretación:

El 8 % equivale a 0,08 en forma decimal. Esta conversión es necesaria para realizar cálculos financieros, ya que las fórmulas de interés utilizan la tasa en forma decimal y no en porcentaje.

Ejemplo 1.11 Interés simple a un período

Si un capital de \$ 500 se invierte a una tasa de interés del 6 % por un período, el interés generado es:

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Capital inicial} & C & = \$ 500 \\ \text{Tasa de interés} & i & = 6\% = 0,06 \\ \text{Interés} & I & = ? \end{array}$$

Fórmula:

De acuerdo con la relación básica del interés (véase la ecuación (1.8)):

$$I = i \cdot C$$

Sustitución:

$$I = 0,06 \cdot 500$$

Resultado final:

$$I = \$ 30$$

Interpretación:

El interés generado es de \$ 30, lo que representa la ganancia obtenida por invertir \$ 500 durante un período a una tasa del 6 %. En este caso, el cálculo se basa directamente en la proporción entre la tasa y el capital.

Ejemplo 1.12 Descuento comercial

Un producto con precio de \$ 120 tiene un descuento del 25 %. Se desea determinar el valor del descuento y el precio neto a pagar.

Datos por variable:

Precio original	P	$= \$ 120$
Tasa de descuento	i	$= 25 \% = 0,25$
Descuento	D	$= ?$
Precio neto	P_n	$= ?$

Fórmula:

El descuento se calcula como una proporción del precio original:

$$D = i \cdot P \quad (1.12)$$

El precio neto se obtiene restando el descuento al precio original:

$$P_n = P - D \quad (1.13)$$

Sustitución:

$$D = 0,25 \cdot 120$$

Resultados parciales:

$$D = 30 \quad (\text{Valor del descuento})$$

$$P_n = 120 - 30 = 90 \quad (\text{Precio final})$$

Resultado final:

$D = \$ 30$	$P_n = \$ 90$
-------------	---------------

Interpretación:

El descuento aplicado es de \$ 30, lo que reduce el precio original de \$ 120 a un precio neto de \$ 90. Este procedimiento representa una disminución proporcional del valor inicial y es común en operaciones comerciales.

1.6.3. Progresiones aritméticas y geométricas

Una progresión aritmética (PA) es una sucesión de números en la que la diferencia entre dos términos consecutivos es constante. Si a_1 es el primer término y d la diferencia, el término n -ésimo es:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad (1.14)$$

Una progresión geométrica (PG) es una sucesión de números en la que la razón entre términos consecutivos es constante. Si b_1 es el primer término y q la razón, el término n -ésimo es:

$$b_n = b_1 q^{n-1} \quad (1.15)$$

Estas progresiones son muy importantes en la matemática financiera, porque muchas series de pagos e intereses se comportan como progresiones aritméticas o geométricas (Lind et al., 2020).

Ejemplo 1.13 Progresión aritmética

Sea una progresión aritmética con primer término $a_1 = 5$ y diferencia común $d = 3$. Se desea determinar el término décimo.

Datos por variable:

Primer término	a_1	$= 5$
Diferencia común	d	$= 3$
Posición	n	$= 10$
Término general	a_n	$= ?$

Fórmula:

El término n -ésimo de una progresión aritmética se calcula mediante:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad (1.16)$$

Sustitución:

$$a_{10} = 5 + (10 - 1) \cdot 3$$

Resultados parciales:

$$10 - 1 = 9$$

$$9 \cdot 3 = 27$$

$$5 + 27 = 32$$

Resultado final:

$a_{10} = 32$

Interpretación:

El décimo término de la progresión aritmética es 32. Esto refleja que cada término aumenta en 3 unidades respecto al anterior, generando un crecimiento lineal.

Ejemplo 1.14 Progresión geométrica

Sea una progresión geométrica con primer término $b_1 = 2$ y razón $q = 1,5$. Se desea determinar el sexto término.

Datos por variable:

Primer término	b_1	$= 2$
Razón	q	$= 1,5$
Posición	n	$= 6$
Término general	b_n	$= ?$

Fórmula:

El término n -ésimo de una progresión geométrica se calcula mediante:

$$b_n = b_1 q^{n-1} \quad (1.17)$$

Sustitución:

$$b_6 = 2 \cdot (1,5)^{6-1} = 2 \cdot (1,5)^5$$

Resultado:

$$b_6 \approx 15,19$$

Interpretación:

El sexto término es aproximadamente 15,19 lo que refleja un crecimiento multiplicativo en el que cada término es 1,5 veces el anterior.

La suma de los primeros n términos de una progresión geométrica es:

$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad q \neq 1 \quad (1.18)$$

Por ejemplo, si $b_1 = 3$ y $q = 2$, entonces:

$$S_4 = 3 \cdot \frac{1 - 2^4}{1 - 2} = 3 \cdot \frac{1 - 16}{-1} = 3 \cdot 15 = 45$$

En matemática financiera, el modelo de interés compuesto de acuerdo con la ecuación (1.4):

$$M = C(1 + i)^n$$

presenta la misma estructura que una progresión geométrica, donde la razón es $(1 + i)$. Esto implica que el capital evoluciona mediante un crecimiento multiplicativo, análogo al comportamiento de los términos de una progresión geométrica.

1.6.4. Potenciación y radicación

La potenciación es una operación que implica multiplicar un número por sí mismo en varias ocasiones. La potencia $(1 + i)^n$ es crucial en la matemática financiera, ya que muestra el crecimiento compuesto de un capital, como se aplican en la resolución de ecuaciones financieras (Moreno Carpio, 2021).

Ejemplo 1.15 Cálculo de una potencia

Se desea calcular el valor de la expresión:

$$(1,08)^3$$

Fórmula:

Una potencia de exponente entero positivo se interpreta como una multiplicación repetida:

$$a^n = a \cdot a \cdots a \quad (n \text{ veces})$$

Sustitución:

$$(1,08)^3 = 1,08 \cdot 1,08 \cdot 1,08$$

Resultados parciales:

$$1,08 \cdot 1,08 = 1,166$$

$$1,166 \cdot 1,08 = 1,26$$

Resultado final:

$$(1,08)^3 \approx 1,26$$

Interpretación:

El valor obtenido representa un crecimiento acumulado tras tres períodos con una tasa del 8 % por período. Este tipo de cálculo es fundamental en el modelo de interés compuesto.

Un exponente negativo representa el inverso de la potencia correspondiente:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0 \quad (1.19)$$

Ejemplo 1.16 Potencia con exponente negativo

Se desea calcular:

$$(1,10)^{-2}$$

Fórmula:

De acuerdo con la ecuación (1.19)

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Sustitución:

$$(1,10)^{-2} = \frac{1}{(1,10)^2}$$

Resultados parciales:

$$(1,10)^2 = 1,21$$

$$\frac{1}{1,21} \approx 0,826$$

Resultado final:

$$(1,10)^{-2} \approx 0,826$$

Interpretación:

El resultado representa un factor de descuento. En matemática financiera, los exponentes negativos se utilizan para calcular valores presentes, ya que permiten expresar el inverso del crecimiento compuesto.

La **radicación** (obtención de raíces) se utiliza frecuentemente para determinar una tasa desconocida i cuando se conoce la relación entre el monto y el capital.

Ejemplo 1.17 Cálculo de tasa mediante radicación

Se tiene la relación:

$$(1 + i)^5 = 1,5$$

Se desea determinar el valor de la tasa i .

Fórmula:

Para despejar la base en una potencia, se aplica la raíz correspondiente:

$$a^n = b \Rightarrow a = \sqrt[n]{b}$$

Sustitución:

$$1 + i = \sqrt[5]{1,5}$$

Resultado:

$$1 + i \approx 1,085$$

$$i \approx 0,085 = 8,5\%$$

Interpretación:

La tasa aproximada es del 8,5 % por período. Este procedimiento permite determinar la tasa de interés cuando se conoce el factor de crecimiento total en varios períodos.

En matemática financiera, este tipo de cálculo es fundamental al trabajar con interés compuesto, donde la tasa se obtiene a partir de la relación entre el monto y el capital inicial.

La radicación puede expresarse como una potencia con exponente fraccionario:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}, \quad a > 0 \quad (1.20)$$

Ejemplo 1.18 *Conversión de raíz a potencia*

Se desea expresar la raíz en forma de potencia:

$$\sqrt[5]{1,5}$$

Fórmula:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

Sustitución:

$$\sqrt[5]{1,5} = 1,5^{\frac{1}{5}}$$

Resultado:

$$\boxed{\sqrt[5]{1,5} = 1,5^{\frac{1}{5}}}$$

Interpretación:

La expresión como potencia facilita los cálculos algebraicos y es especialmente útil en matemática financiera, donde las tasas de interés pueden obtenerse mediante exponentes fraccionarios en modelos de capitalización compuesta.

1.6.5. Logaritmos y cambio de base

El logaritmo es la operación inversa de la potenciación.

Si

$$\log_{10}(1000) = 3,$$

significa que $10^3 = 1000$

Los logaritmos se utilizan en matemática financiera para despejar el plazo cuando se conoce la tasa y la relación entre monto y capital (Aggarwal, 2024).

Ejemplo 1.19 *Uso financiero de logaritmos*

Se desea resolver la ecuación:

$$(1,05)^n = 2$$

Determinar el número de períodos n necesarios para que un capital se duplique a una tasa del 5 % por período.

Fórmula:

Para resolver ecuaciones exponenciales, se aplican logaritmos en ambos lados:

$$\log(a^n) = n \log(a)$$

Aplicación:

$$\log((1,05)^n) = \log(2)$$

$$n \cdot \log(1,05) = \log(2)$$

Despeje:

$$n = \frac{\log(2)}{\log(1,05)}$$

Resultado:

$$n \approx 14,21$$

Interpretación:

Se requieren aproximadamente 14,21 períodos para duplicar el capital a una tasa del 5 % por período. En la práctica, esto significa que el capital se duplicará entre el período 14 y 15.

Este tipo de cálculo es fundamental en matemática financiera para determinar tiempos de crecimiento bajo interés compuesto.

En este procedimiento de cálculo la base del logaritmo puede ser cualquiera (10 o e), siempre que se use la misma en numerador y denominador; en este libro, salvo indicación en contrario, $\log$ denota logaritmo en base 10 y $\ln$ el logaritmo natural.

El **cambio de base** permite expresar logaritmos de cualquier base a en términos del logaritmo natural $\ln$:

$$\log_a(b) = \frac{\ln(b)}{\ln(a)} \quad (1.21)$$

1.7. Herramientas de cálculo sin dispositivos electrónicos

En el contexto de privación de libertad, la restricción en el uso de dispositivos electrónicos hace necesario recurrir a herramientas analógicas que permitan

realizar cálculos financieros; en este sentido, la regla de cálculo se presenta como un instrumento basado en logaritmos que posibilita la resolución eficiente de: multiplicaciones, divisiones, potenciación, radicación y logaritmos; las cuales son operaciones esenciales de la matemática financiera.

1.7.1. La regla de cálculo

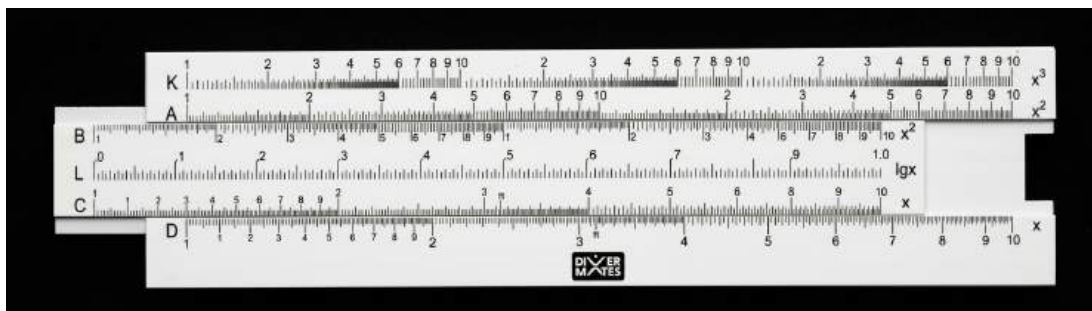
La regla de cálculo se apoya en la idea de los logaritmos, desarrollada a comienzos del siglo XVII y presentada de forma sistemática por John Napier en sus tablas de 1614 (Hobson, 1914; Napier, 1614). Sobre esta base, distintos autores diseñaron escalas logarítmicas superpuestas que permitían transformar multiplicaciones y divisiones en sumas y restas de longitudes. Con el tiempo, la regla de cálculo se consolidó como instrumento habitual en la formación técnica y en la práctica de la ingeniería durante varios siglos, hasta ser desplazada de manera gradual por las calculadoras electrónicas a partir de la década de 1970 (Wells, 2019).

Como señalaron Peterson (1993) y Robert Miles, profesor emérito de ingeniería civil de la Universidad de Purdue (Purdue University News (2004)), el valor educativo de la regla de cálculo más allá de la historia, es que su uso exige estimar órdenes de magnitud, ubicar correctamente la coma decimal y juzgar la razonabilidad de los resultados, lo que refuerza el sentido numérico y la comprensión de los procedimientos matemáticos frente a un uso puramente mecánico de la calculadora.

Se empleará la regla de cálculo Mannheim estándar, que es un modelo universal desde 1850, cuando se consolidaron los formatos empleados en escuelas técnicas y universidades, caracterizada por la disposición de escalas y el uso de un cursor con línea vertical para facilitar la proyección de valores entre escalas (Ackerberg-Hastings, 2023; Breckenridge, 1917).

La meta no es sustituir métodos algorítmicos ni medios electrónicos, sino ofrecer al estudiante en privación de libertad un recurso que le permita avanzar en su aprendizaje de manera controlada y acorde con sus circunstancias, donde no se permite el uso de dispositivos electrónicos. Por ello, este libro incluye una regla de cálculo descargable y armable de Maestre (2024), la que se puede ver en la Figura 2, armada y cuenta con una versión imprimible en el Anexo A.

Figura 2.
Regla de cálculo armable



Nota. Se puede ver la imagen de la regla de cálculo armada con cartulina según las indicaciones de Maestre, N. (2024). *Regla de cálculo, un viaje al pasado* [El artículo contiene una plantilla imprimible para armar una regla de cálculo. Originalmente escrito en 2016, republicado en 2024]. Consultado el 15 de septiembre de 2025, desde <https://divermates.es/la-regla-de-calculo/>

ESCALAS Y SU UTILIDAD

La regla de cálculo incluye las escalas más frecuentes que se utilizan en los modelos analógicos para realizar cálculos. Cada una de ellas tiene un propósito específico y posibilita llevar a cabo diferentes procesos sin que sea necesario realizar operaciones aritméticas completas. Se detallan en la Tabla 1 sus principales usos:

INSTRUCCIONES GENERALES DE ENSAMBLAJE Y USO

Maestre (2024) refiere las instrucciones con imágenes y descripciones detalladas, que permiten reconocer la estructura y el modo de funcionar de la regla de cálculo, antes de utilizarlo en los cálculos financieros, también se disponen de indicaciones dadas al reverso de la plantilla descargable que se encuentra en el Anexo A.

La regla está compuesta por tres capas armables, que se detallan a continuación:

Capa superior. Contiene las escalas K, A, B, L, C y D. Estas escalas permiten operar con raíces cúbicas (K), cuadrados y raíces cuadradas (A y B), logaritmos decimales (L) y multiplicaciones y divisiones generales (C y D) (International Slide Rule Museum, 2020). Como se puede observar en la Figura 2.

Tabla 1.*Descripción de las escalas de la regla de cálculo.*

Escala	Descripción
Escalas D y C	Son las escalas fundamentales de la regla. Hacen posible que se realicen divisiones y multiplicaciones a través del desplazamiento de la pieza móvil. Se comprende de manera directa: el producto o el cociente de los valores alineados es lo que se representa en la posición relativa entre las dos escalas.
Escalas A y B	Son, respectivamente, los cuadrados de las lecturas de C y D; para transformar un número en su segunda potencia o al revés, solo es necesario mover el cursor sin necesidad de repetir multiplicaciones.
Escala K	Mediante el criterio de triplicar la longitud útil de C y D, permite que con la regla en posición inicial se pueda obtener la tercera potencia o la raíz cúbica.
Escala L	Es el elemento logarítmico de la regla, que está graduada linealmente en base 10, brinda el logaritmo decimal de cualquier número que se alinee. Sin necesidad de cálculos, muestra la estructura interna que hace posible toda la mecánica de la regla.

Nota. Esta tabla muestra la función de cada escala de la regla de cálculo armable.

Capa intermedia. Permite la unión de las otras dos capas con la particularidad que permite la movilidad de la parte central.

Capa inferior o base. Esta pieza sirve como conector entre todas las partes del instrumento y brinda la libertad de ajuste que se necesita para colocar exactamente el área móvil durante las operaciones.

A continuación, se describen operaciones fundamentales con su procedimiento usando la regla de cálculo.

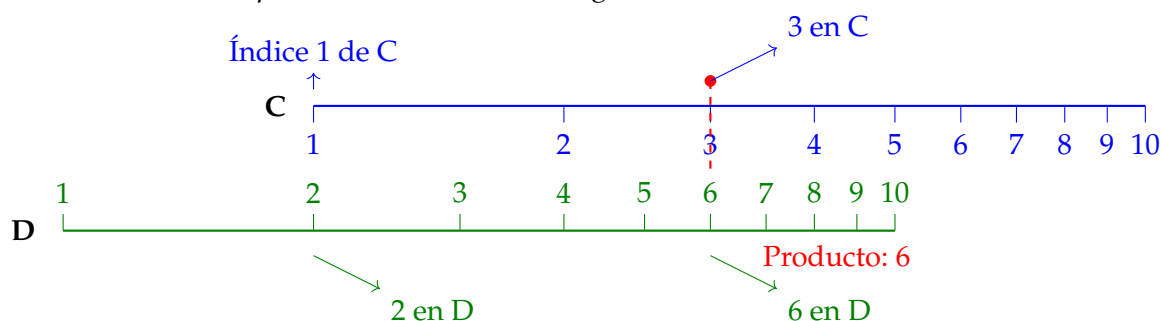
MULTIPLICACIONES (ESCALAS C Y D)

La escala D es fija en un rango de 1 a 10; la escala C es móvil. El producto se lee siempre en D, alineado con el segundo factor en C. Observar el procedimiento en la Figura 3.

Si el resultado queda fuera del cuerpo de la regla, repita la operación usando el *índice 10* de C como referencia. La secuencia de dígitos que lea en D será correcta, pero deberá corregir el orden de magnitud: al usar el extremo derecho de C en lugar del izquierdo, la escala móvil se desplaza una decena completa.

Figura 3.

Solución de la multiplicación $2 \times 3 = 6$ con regla de cálculo

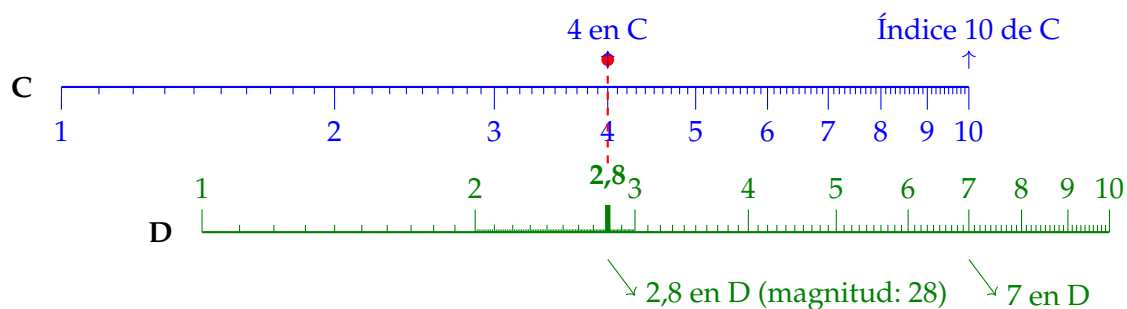


Nota. Procedimiento para realizar la operación: deslice la sección móvil C hasta que el índice 1 se alinee con el primer factor 2 en D; busque el segundo factor 3 sobre C. El resultado 6 se lee en D.

Así el valor mostrado en D es la décima parte del producto verdadero. Desplace la coma decimal un lugar hacia la derecha para obtener el resultado final como se observa en la Figura 4.

Figura 4.

Solución de la multiplicación $7 \times 4 = 28$ con regla de cálculo



Nota. Procedimiento para realizar la operación: el índice 1 de C sobre 7 en D desborda la escala; se usa el índice 10 de C. Sobre 4 en C se lee 2,8 en D; la magnitud es 28.

Ejemplo 1.20 Multiplicación con regla de cálculo

Se desea calcular el producto de $2,3 \times 3$, utilizando una regla de cálculo.

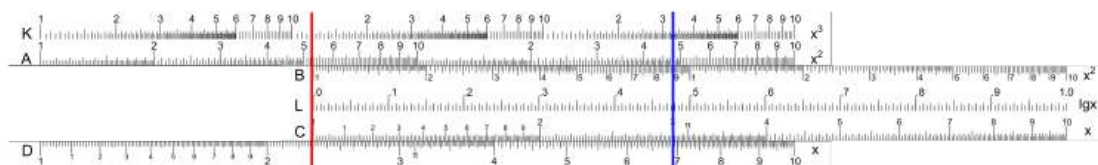
Procedimiento:

1. Desplazar la escala móvil (C) hasta que el índice inicial (1 de la escala C) coincida con el valor 2,3 en la escala fija (D).
2. Localizar el valor 3 en la escala C.
3. Leer en la escala D, el valor correspondiente alineado con el 3 de la escala C.
4. Observe la Figura 5

Resultado:

$2,3 \times 3 = 6,9$

Figura 5.
Posición de la regla para calcular $2,3 \times 3$



Nota. La línea roja alinea la operación y la línea azul marca el resultado

Interpretación:

El resultado obtenido mediante la regla de cálculo coincide con el valor exacto de la multiplicación. Este instrumento permite realizar productos mediante la suma de longitudes logarítmicas, lo que constituye una aplicación práctica de los logaritmos.

DIVISIONES (ESCALAS C Y D)

Para realizar la división de a entre b , se invierte el proceso de multiplicar: se coloca el divisor b de la escala C directamente sobre el dividendo a de la escala D; después, se obtiene el cociente que aparece en D bajo el índice 1 de la escala C. En caso de que el 1 quede fuera del cuerpo de la regla, se emplea el índice 10 y se ajusta la posición decimal.

Ejemplo 1.21 División con regla de cálculo

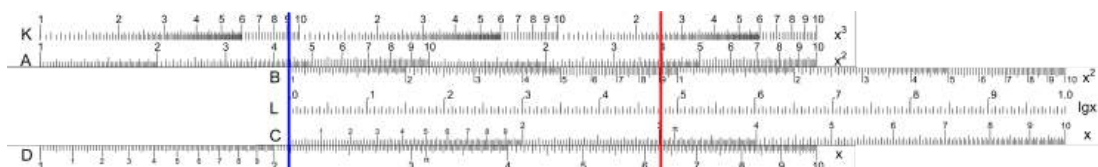
Se desea calcular:

$\frac{6,3}{3}$ utilizando las escalas C y D.

Procedimiento:

1. Colocar el valor 3 de la escala C directamente sobre 6,3 de la escala D.
2. Localizar el índice 1 en la escala C.
3. Leer en la escala D, el valor situado debajo de dicho índice.
4. Observe la Figura 6

Figura 6.
Posición de la regla para calcular $6,3/3$



Nota. La línea roja establece la alineación de la operación y la azul marca el resultado

Resultado:

$$\frac{6,3}{3} = 2,1$$

Interpretación:

El resultado obtenido mediante la regla de cálculo coincide con el valor exacto de la división. Este procedimiento refleja que la división puede interpretarse como la operación inversa de la multiplicación en escalas logarítmicas.

Ejemplo 1.22 Cálculo de un cubo

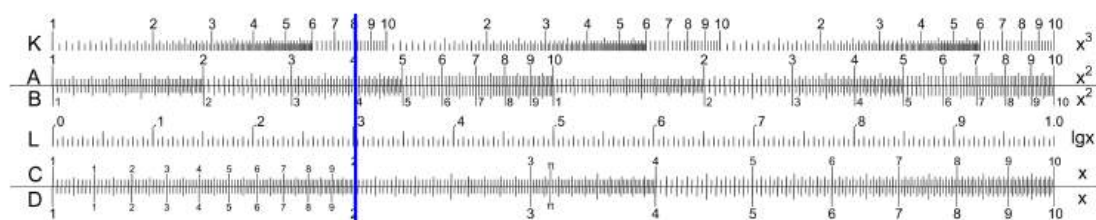
Se desea calcular 2^3

Procedimiento:

Con la regla en posición inicial alineadas todas las escalas se ubica el valor 2 en la escala C o D y al leer el resultado en la escala K, observe la Figura 7:

Figura 7.

Posición de la regla para calcular 2^3



Nota. La línea azul marca el resultado

Resultado:

$$2^3 = 8$$

LOGARITMOS BASE 10 (ESCALA L)

Ubique la regla en la posición inicial con los índices alineados, mueva un cursor hasta que el número buscado se encuentre debajo de esta línea en la escala D, el valor que aparece en la escala L directamente es el resultado del logaritmo en base 10.

Entonces:

$$\log_{10}(x) = (\text{se lee en la escala } L) \quad \text{cuando } x \in \text{escala } D.$$

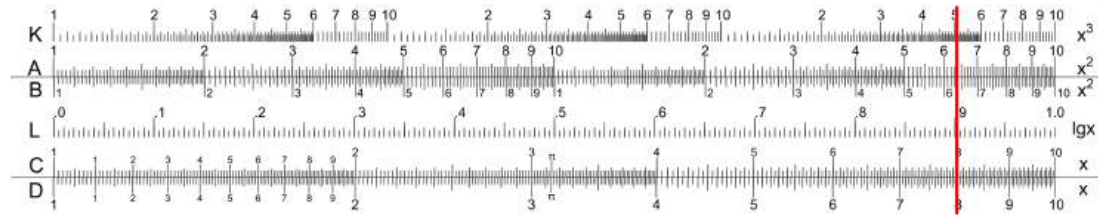
Ejemplo 1.23 Cálculo de logaritmos base 10

Para encontrar el valor de $\log_{10}(8)$, busque el número 8 en la escala D, lea en la escala L el valor alineado en posición vertical, observe la Figura 8

En este caso, el valor aproximado de lectura es 0,903.

Figura 8.

Posición de la regla para calcular $\log_{10}(8)$



Nota. La línea roja marca el resultado

1.8. Aplicaciones numéricas

Ejemplo 1.24 Cálculo de la tasa con regla de cálculo

Se desea determinar la tasa de interés cuando un capital crece en un factor de 1,4 en 6 períodos. Para ello, se utiliza la regla de cálculo con las escalas K, A, B, L, C y D.

Datos por variable:

Relación monto-capital	$\frac{M}{C}$	= 1,4
Número de períodos	n	= 6
Tasa de interés	i	= ?

Fórmula:

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

Para despejar la tasa:

$$i = \left(\frac{M}{C}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Sustitución:

$$i = (1,4)^{\frac{1}{6}} - 1$$

Procedimiento con regla de cálculo:

Para obtener la raíz sexta se puede usar logaritmos mediante la escala L.

1. Aplicar logaritmo decimal para reducir la potencia

$$\log_{10} \left[(1,4)^{\frac{1}{6}} \right] = \frac{1}{6} \cdot \log_{10}(1,4)$$

2. Ubique 1,4 en la escala D.

3. Lea su logaritmo en la escala L. Aproximadamente:

$$\log(1,4) \approx 0,146$$

4. Divida este valor entre 6. Ubique en D el valor 1,46 coloque en C 6; lea en C 10 el valor 2,435, y ajuste la magnitud

$$\frac{0,1461}{6} \approx 0,02435$$

5. Calcular el antilogaritmo (escalas L $\rightarrow$ D)

$$(1,4)^{\frac{1}{6}} = 10^{0,02435} \approx 1,058$$

Ubique 0,02435 en la escala L y lea el número correspondiente en la escala D:

$$10^{0,02435} \approx 1,058$$

6. Finalmente, reste la unidad:

$$i = 1,058 - 1 = 0,058$$

Resultado final:

$$i \approx 0,058 = 5,8 \%$$

Interpretación:

La tasa de interés es aproximadamente del 5,8 % por período. Este valor representa el crecimiento constante necesario para que el capital aumente en un 40 % durante 6 períodos bajo interés compuesto.

Ejemplo 1.25 Hallar el plazo

Se desea determinar el número de períodos necesarios para que un capital crezca en un factor de 1,8 a una tasa del 12 % por período.

Datos por variable:

Relación monto-capital	$\frac{M}{C}$	= 1,8
Tasa de interés	i	= 12 % = 0,12
Número de períodos	n	= ?

Fórmula:

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

Sustitución:

$$(1,12)^n = 1,8$$

Aplicación de logaritmos:

$$n \cdot \log(1,12) = \log(1,8)$$

Despeje:

$$n = \frac{\log(1,8)}{\log(1,12)}$$

Procedimiento con regla de cálculo:

1. Ubique 1,8 en la escala *D* y lea en la escala *L*:

$$\log(1,8) \approx 0,255$$

2. Ubique 1,12 en la escala *D* y lea en *L*:

$$\log(1,12) \approx 0,049$$

3. Divida ambos valores con escalas *C* y *D*:

$$n \approx \frac{0,255}{0,049} \approx 5,19$$

Resultado final:

$$\boxed{n \approx 5,19}$$

Interpretación:

Se requieren aproximadamente 5,19 períodos para que el capital aumente en un 80 % a una tasa del 12 %. En la práctica, esto significa que el objetivo se alcanzará entre el período 5 y 6.

Ejemplo 1.26 Hallar el capital

Si se conoce el monto M , la tasa i y el número de períodos n , el capital inicial se obtiene despejando de la expresión:

$$M = C(1 + i)^n \quad \implies \quad C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Ejemplo numérico:

Se desea determinar el capital que produce un monto de \$ 1 800 a una tasa del 12 % durante 3 períodos.

Datos por variable:

Monto	M	$= \$1\,800$
Tasa	i	$= 12\% = 0,12$
Períodos	n	$= 3$
Capital	C	$= ?$

Sustitución:

$$C = \frac{1800}{(1,12)^3}$$

Resultados parciales:

$$(1,12)^3 \approx 1,405$$

$$C = \frac{1800}{1,405} \approx 1281$$

Resultado final:

$$C \approx \$1\,281$$

Procedimiento con regla de cálculo:

1. Calcular $(1,12)^3$ usando las escalas C y D mediante multiplicaciones sucesivas.

Primera multiplicación: $1,12 \times 1,12$

- Alinear **1** de la escala C , con **1,12** de la escala D
- Busque en la escala C el valor **1,12**
- Lea en D : $\approx 1,25$

Segunda multiplicación: $1,25 \times 1,12$

- Alinear **1** de la escala C , con **1,25** de la escala D
- Busque en la escala C el valor **1,12**
- Lea en D : $\approx 1,405$

2. Dividir $1800 \div 1,405$ utilizando C y D .

- Alinear **1,405** de la escala C , con **1,8** de la escala D (considerando el orden de magnitud)
- Busque **1** en la escala C
- Lea en D : $\approx 1,281$
- Ajustar el punto decimal: $1,281 \times 10^3 = 1281$

$$C \approx \$1\,281$$

Interpretación:

El capital inicial es aproximadamente \$1 281. Este valor representa la cantidad que, invertida al 12 % durante 3 períodos, genera el monto final de \$1 800.

Aplicación financiera**Cálculo de la tasa cuando el capital se duplica**

Si un capital se duplica en 8 períodos, se desea determinar la tasa de interés i .

Datos por variable:

$$\text{Relación monto-capital} \quad \frac{M}{C} = 2$$

$$\text{Número de períodos} \quad n = 8$$

$$\text{Tasa de interés} \quad i = ?$$

Fórmula:

Bajo interés compuesto:

$$(1 + i)^8 = 2$$

Despejando:

$$i = \sqrt[8]{2} - 1$$

Procedimiento con regla de cálculo:

Para obtener $\sqrt[8]{2}$, se usa la escala L para trabajar con logaritmos.

1. Ubique 2 en la escala D .
2. Lea en la escala L :

$$\log(2) \approx 0,301$$

3. Divida este valor entre 8:

$$\frac{0,301}{8} \approx 0,0376$$

4. Ubique 0,0376 en la escala L y lea el valor correspondiente en la escala D :

$$\sqrt[8]{2} \approx 1,09$$

5. Reste la unidad:

$$i = 1,09 - 1 = 0,09$$

Resultado final:

$$i \approx 0,09 = 9\%$$

Interpretación:

La tasa necesaria para duplicar el capital en 8 períodos es aproximadamente del 9 % por período.

1.9. Ejemplos aplicados

Ejemplo 1.27 Cálculo de un porcentaje

Determine el 18 % de \$ 2 400.

Datos por variable:

Cantidad base	C	$= \$ 2\,400$
Tasa porcentual	i	$= 18\% = 0,18$
Valor porcentual	I	$= ?$

Fórmula:

El porcentaje se calcula como:

$$I = i \cdot C$$

Sustitución:

$$I = 0,18 \cdot 2400$$

Resultado final:

$$I = \$ 432$$

Interpretación:

El valor de \$ 432 representa el 18 % de \$ 2 400. Este tipo de cálculo es fundamental en matemática financiera para determinar intereses, descuentos y variaciones porcentuales.

Ejemplo 1.28 Variación porcentual

Un producto aumenta de \$ 80 a \$ 92. ¿Cuál es su variación porcentual?

Datos por variable:

Precio inicial	P_0	$= \$ 80$
Precio final	P_1	$= \$ 92$
Variación porcentual	$\Delta \%$	$= ?$

Fórmula:

$$\Delta \% = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

Sustitución:

$$\Delta \% = \frac{92 - 80}{80}$$

Resultados parciales:

$$92 - 80 = 12$$

$$\frac{12}{80} = 0,15$$

Resultado final:

$$\Delta \% = 15 \%$$

Interpretación:

El precio del producto ha aumentado un 15 % respecto a su valor inicial. La variación porcentual mide el cambio relativo entre dos valores.

Ejemplo 1.29 Valor presente

¿Cuál es el valor presente de \$ 1 500 pagaderos dentro de 2 años a una tasa del 10 %?

Datos por variable:

Monto futuro	M	$= \$ 1\,500$
Tasa de interés	i	$= 10\% = 0,10$
Número de períodos	n	$= 2$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

$$VP = \frac{M}{(1+i)^n}$$

Sustitución:

$$VP = \frac{1500}{(1,10)^2}$$

Resultados parciales:

$$(1,10)^2 = 1,21$$

$$\frac{1500}{1,21} \approx 1239$$

Resultado final:

$$VP \approx \$ 1\,239$$

Interpretación:

El valor de \$ 1 239 representa el equivalente actual de \$ 1 500 a recibir en el futuro, descontado a una tasa del 10 % anual durante dos períodos. Este cálculo refleja el principio del valor del dinero en el tiempo.

Ejemplo 1.30 Cálculo de interés simple a un período

Se desea calcular el interés generado por un capital de \$ 500 a una tasa del 7 % en un período.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 500$
Tasa de interés	i	$= 7\% = 0,07$
Interés	I	$= ?$

Fórmula:

$$I = i \cdot C$$

Sustitución:

$$I = 0,07 \cdot 500$$

Resultado final:

$$I = \$ 35$$

Interpretación:

El interés generado es de \$ 35, lo que representa la ganancia obtenida en un período sobre el capital inicial. Este cálculo se basa en una relación proporcional directa entre la tasa y el capital.

Ejemplo 1.31 Hallar el monto mediante progresión geométrica

Un capital de \$ 900 crece a una tasa del 12 % por período. Se desea determinar el monto al tercer período.

Datos por variable:

Capital inicial	C	$= \$ 900$
Tasa de interés	i	$= 12 \% = 0,12$
Número de períodos	n	$= 3$
Monto final	M	$= ?$

Fórmula:

El crecimiento sigue una progresión geométrica con razón $(1 + i)$:

$$M = C(1 + i)^n$$

Sustitución:

$$M = 900(1,12)^3$$

Resultados parciales:

$$(1,12)^2 = 1,255$$

$$(1,12)^3 = 1,405$$

$$900 \cdot 1,405 \approx 1265$$

Resultado final:

$M \approx \$ 1\,265$

Interpretación:

El monto obtenido al cabo de tres períodos es aproximadamente \$ 1 265. Este crecimiento corresponde a una progresión geométrica en la cual cada período el capital se multiplica por 1,12, reflejando el efecto del interés compuesto.

Ejemplo 1.32 Aplicación de raíz para hallar la tasa

Si un capital se duplica en 8 períodos, se desea determinar la tasa de interés implícita.

Datos por variable:

Relación monto-capital	$\frac{M}{C}$	$= 2$
Número de períodos	n	$= 8$
Tasa de interés	i	$= ?$

Fórmula:

El crecimiento sigue el modelo de interés compuesto:

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

Sustitución: $(1 + i)^8 = 2$

Despeje:

Aplicando raíz octava: $1 + i = 2^{\frac{1}{8}}$

Resultados: $2^{\frac{1}{8}} \approx 1,0905$
 $i = 1,0905 - 1 = 0,0905$

Resultado final: $i \approx 0,0905 = 9,05 \%$

Interpretación:

La tasa de interés implícita es aproximadamente del 9,05 % por período. Este resultado indica el ritmo de crecimiento necesario para duplicar el capital en 8 períodos bajo interés compuesto.

Ejemplo 1.33 Uso de logaritmos para hallar el plazo

¿Cuántos períodos tarda un capital en triplicarse a una tasa del 14 % por período?

Datos por variable:

Relación monto-capital	$\frac{M}{C}$	$= 3$
Tasa de interés	i	$= 14 \% = 0,14$
Número de períodos	n	$= ?$

Fórmula:

El crecimiento sigue el modelo de interés compuesto:

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

Sustitución: $(1,14)^n = 3$

Aplicación de logaritmos:

Se aplican logaritmos en ambos lados para despejar n :

$$\log((1,14)^n) = \log(3)$$

$$n \cdot \log(1,14) = \log(3)$$

Despeje:

$$n = \frac{\ln(3)}{\ln(1,14)}$$

Resultado: $n \approx 8,07$

Interpretación:

El capital se triplica en aproximadamente 8,07 períodos. En la práctica, esto significa que el valor se triplicará entre el período 8 y el período 9.

Este tipo de cálculo es fundamental en matemática financiera para determinar el tiempo necesario para alcanzar un objetivo de crecimiento bajo interés compuesto.

Ejemplo 1.34 Comparación de dos variaciones porcentuales

Un precio pasa de \$ 50 a \$ 60. Otro pasa de \$ 70 a \$ 78. Se desea comparar sus variaciones porcentuales.

Datos:

	Caso A	Caso B
Precio inicial	\$ 50	\$ 70
Precio final	\$ 60	\$ 78

Fórmula:

$$\Delta \% = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

Cálculos:

$$\text{Caso A: } \Delta \% = \frac{60 - 50}{50} = \frac{10}{50} = 0,20 = 20 \%$$

$$\text{Caso B: } \Delta \% = \frac{78 - 70}{70} = \frac{8}{70} \approx 0,1143 = 11,43 \%$$

Resultado:

Caso A: 20 %	Caso B: 11,43 %
--------------	-----------------

Interpretación:

Aunque ambos precios aumentan en términos absolutos, el incremento relativo es distinto. El Caso A presenta una mayor variación porcentual (20 %) en comparación con el Caso B (11,43 %), debido a que el cambio se mide respecto al valor inicial de cada caso.

Esto ilustra la importancia de analizar variaciones relativas y no solo cambios absolutos.

Ejemplo 1.35 Interés generado por un capital

Si un capital de \$ 3 000 crece hasta \$ 3 600, se desea determinar el interés generado.

Datos por variable:

Capital inicial	C	= \$ 3 000
Monto final	M	= \$ 3 600
Interés	I	= ?

Fórmula:

$$I = M - C$$

Sustitución:

$$I = 3600 - 3000$$

Resultado final:

$$I = \$ 600$$

Interpretación:

El interés generado es de \$ 600, lo que representa la ganancia obtenida durante el período considerado. Este valor corresponde a la diferencia entre el monto final y el capital inicial.

Ejemplo 1.36 Implicación contable del valor presente

Un cliente pagará \$ 5 000 dentro de 3 años. Si la tasa relevante es del 9 %, se desea determinar el valor presente de dicha cantidad.

Datos por variable:

Monto futuro	M	$= \$ 5\,000$
Tasa de interés	i	$= 9\% = 0,09$
Número de períodos	n	$= 3$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

$$VP = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Sustitución:

$$VP = \frac{5000}{(1,09)^3}$$

Resultados parciales:

$$(1,09)^2 = 1,188$$

$$(1,09)^3 = 1,295$$

$$\frac{5000}{1,295} \approx 3861$$

Resultado final:

$$VP \approx \$ 3\,861$$

Interpretación:

El valor de \$ 3 861 representa el equivalente actual de \$ 5 000 a recibir en el futuro, descontado a una tasa del 9 % anual durante tres períodos.

Desde el punto de vista contable, este valor corresponde al importe que debe reconocerse hoy en los estados financieros cuando se aplica el criterio de medición a valor presente, en concordancia con el principio del valor del dinero en el tiempo.

1.10. Actividades de aplicación

Actividad 1: Valor temporal del dinero

Contexto. El valor temporal del dinero establece que una suma disponible hoy vale más que la misma suma en el futuro. Esta diferencia se explica por tres fuerzas fundamentales: el *riesgo* de no cobrar, la *oportunidad* de reinversión inmediata y la *pérdida de poder adquisitivo* por inflación.

Instrucciones. Reflexione sobre una situación real en la que usted prefirió recibir dinero de manera inmediata en vez de esperar un pago futuro. Puede tratarse de:

- El cobro anticipado de una deuda (descuento por pronto pago).
- La venta de un bien personal a cambio de liquidez inmediata.
- El anticipo de honorarios por un trabajo ya ejecutado.
- Cualquier otra experiencia personal análoga.

Desarrollo requerido. En no más de 15 líneas, analice su caso siguiendo esta estructura:

1. **Descripción breve:** ¿Qué situación vivió, cuánto dinero estuvo en juego y cuál era el plazo de espera?
2. **Identificación de fuerzas:** De los tres componentes del valor temporal del dinero, ¿cuál fue el determinante principal de su decisión? Justifique con argumentos concretos de su experiencia.
 - *Riesgo de incumplimiento:* ¿Dudaba de que el pago futuro se efectuará en tiempo y forma?
 - *Oportunidad de empleo o inversión:* ¿Tenía un uso inmediato y rentable para ese dinero?
 - *Impacto inflacionario:* ¿La pérdida de poder adquisitivo durante la espera era una preocupación real?
3. **Conclusión:** Si hubiera eliminado ese componente dominante, ¿habría aceptado esperar? Explique por qué.

Actividad 2: Análisis de proporcionalidad y poder adquisitivo

Contexto. La inflación mide la pérdida generalizada del poder adquisitivo de la moneda. El Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC) reporta una variación anual del Índice de Precios al Consumidor (IPC)

del 0,53 % (Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC), 2025). Sin embargo, esta cifra agregada puede no reflejar la experiencia individual si los bienes que consume una persona específica se han encarecido más (o menos) que el promedio.

Instrucciones. Realice un ejercicio de comparación empírica siguiendo este protocolo:

1. **Selección del bien.** Elija un producto de consumo habitual con precio estable y fácilmente recordable (por ejemplo: litro de leche, pan de caja, kilogramo de arroz, pasaje de bus, litro de gasolina). Indique la marca o presentación para garantizar comparabilidad.
2. **Recolección de datos.** Registre:
 - Precio actual (abril 2025): \$ _____
 - Precio aproximado hace un año (abril 2024): \$ _____
 - Fuente del dato histórico: _____

Si no recuerda el precio exacto, estímelo mediante anclaje (precio de referencia de otro bien similar, recibo antiguo, consulta a familiar) y declare el método utilizado.

3. **Cálculo de la variación porcentual.** Aplique la fórmula:

$$\text{Variación \%} = \frac{\text{Precio actual} - \text{Precio anterior}}{\text{Precio anterior}} \times 100$$

Muestre el desarrollo completo con sus valores.

4. **Análisis comparativo.** Confronte su resultado con la inflación oficial del 0,53 %. Responda:
 - ¿Su bien se encareció más, menos o igual que el promedio?
 - ¿Qué factores específicos (estacionales, de oferta, regulatorios, de marca) podrían explicar la diferencia?
 - ¿Considera que la canasta del IPC representa adecuadamente su perfil de consumo? Justifique.

Producto esperado. Un párrafo de síntesis (máximo 10 líneas) que incluya: el bien elegido, la variación porcentual calculada, la comparación con el IPC y una reflexión crítica sobre la utilidad de los índices agregados para decisiones individuales.

1.11. Ejercicios de práctica

Ejercicio 1.1 Calcule el 22 % de \$ 1 800.

Solución:

$$0,22 \cdot 1800 = \$ 396$$

Ejercicio 1.2 Convierta 7,5 % a valor decimal.

Solución:

$$0,075$$

Ejercicio 1.3 Un producto sube de \$ 35 a \$ 42. Halle la variación porcentual.

Solución:

$$\frac{42 - 35}{35} = 20 \%$$

Ejercicio 1.4 Halle el valor presente de \$ 2 400 dentro de dos años al 11 %.

Solución:

$$VP = \frac{2400}{(1,11)^2} \approx \$ 1 948$$

Ejercicio 1.5 Calcule el monto de \$ 700 al 10 % durante tres períodos.

Solución:

$$M = 700(1,10)^3 \approx \$ 931$$

Ejercicio 1.6 Determine el término 12 de la progresión aritmética 5, 9, 13, ...

Solución: Aquí $a_1 = 5$, $d = 4$:

$$a_{12} = 5 + (12 - 1)4 = 49$$

Ejercicio 1.7 Determine el término 8 de una progresión geométrica con $b_1 = 3$, $q = 1,2$.

Solución:

$$b_8 = 3(1,2)^7 \approx 10,73$$

Ejercicio 1.8 Halle la tasa i si $(1 + i)^4 = 1,3$.

Solución:

$$i = 1,3^{1/4} - 1 \approx 0,0672$$

Ejercicio 1.9 Halle el plazo necesario para duplicar un capital al 7 %.

Solución:

$$(1,07)^n = 2 \Rightarrow n = \frac{\log(2)}{\log(1,07)} \approx 10,24$$

Ejercicio 1.10 Determine el capital que, al crecer al 9 % durante 5 períodos, produce un monto de \$ 2 000.

Solución:

$$C = \frac{2000}{(1,09)^5} \approx \$ 1\,300$$

1.12. Ejercicios propuestos

1. Halle el 32 % de \$ 2 750.
2. Un precio baja de \$ 90 a \$ 81. ¿Cuál es la variación porcentual?
3. Si un capital produce un monto de \$ 1 480 a una tasa del 8 %, determine el capital inicial.
4. Calcule el valor presente de \$ 3 200 dentro de cuatro años al 10 %.
5. Determine el término 15 de la progresión aritmética 2, 6, 10, ...
6. Determine el término 9 de la progresión geométrica 4, 6, 9, ...
7. Halle el valor de n en $(1,15)^n = 2,5$.
8. Halle la tasa i que satisface $(1 + i)^6 = 1,35$.
9. Calcule el monto de \$ 850 al 9 % durante 7 períodos.
10. Determine el capital que genera \$ 2 600 dentro de tres años al 11 %.

1.13. Síntesis del capítulo

En este capítulo se presentaron los fundamentos matemáticos y financieros necesarios para abordar el resto del libro, destacando la relación entre la matemática financiera y la práctica contable.

- Por lo tanto, se consideró a la matemática financiera como aquella rama que estudia operaciones con dinero en distintas fechas, introduciéndose con ello la idea de equivalencia financiera y la importancia de la fecha focal.
- Se examinó la importancia del dinero a lo largo del tiempo, describiendo la manera en que la inflación, la presencia de interés y necesidad es respaldada por el riesgo y la oportunidad, para comparar valores actuales con los futuros.
- Se han determinado los elementos que constituyen una operación financiera: el capital, el monto, la tasa, el interés, el plazo y la fecha de la operación. Su relación se puso de manifiesto mediante expresiones simples como $M = C + I$.
- Se repasaron las herramientas matemáticas para resolver porcentajes, variaciones porcentuales, regla de tres, progresiones aritméticas y geométricas, potencias, raíces y logaritmos.
- El interés compuesto responde a las potencias de la forma $(1 + i)^n$ como una forma de las progresiones geométricas y describe el aumento de capital.

Estos contenidos constituyen la base de conocimiento sobre la cual se desarrollarán los capítulos siguientes, los modelos de interés simple, interés compuesto, tasas, descuentos, anualidades y amortización.



CAPÍTULO 2

Interés simple y compuesto

2.1. Introducción

El interés es una herramienta fundamental para analizar operaciones financieras que involucren dinero en distintas fechas. En contabilidad, su correcta comprensión permite calcular montos, intereses, tasas, tiempos, cuotas de pago y equivalencias financieras.¹

El interés simple responde a un modelo lineal apropiado para operaciones de corto plazo. El interés compuesto, en contraposición a esto, da lugar a un proceso de crecimiento exponencial, el cual prevalece en depósitos, en préstamos, en inversiones a largo plazo y en modernos instrumentos financieros, evalúa préstamos y compara alternativas de financiación (Bankinter, 2025; Hey Banco, 2024; PNC Bank, 2025).

Este capítulo desarrolla ambos modelos con profundidad, presentando aplicaciones prácticas, ejemplos resueltos y ejercicios que fortalecen el dominio conceptual y operativo del estudiante, con énfasis en la realidad del sistema financiero ecuatoriano y en situaciones que se pueda enfrentar como persona natural, micro emprendedor o profesional en contabilidad.²

En la Figura 9 se presenta un esquema integrador para observar en contexto la presentación de capítulo 2.

2.2. Objetivos de aprendizaje

Al finalizar este capítulo, será capaz de:

- En el marco de las operaciones reales del sistema financiero, explicar la noción de interés financiero e identificar sus componentes fundamentales: monto, tasa, tiempo, capital e interés.
- Diferenciar entre interés simple e interés compuesto, señalando sus supuestos, ámbitos de aplicación y diferencias en cuanto a cómo crece el capital.

¹Véase Rivera Herrera (2020) para una introducción didáctica a los modelos de interés.

²Para más información en el contexto ecuatoriano sobre: educación financiera, tasas de interés actuales e históricas, instructivo de tasas de interés, inflación y glosario de términos financieros; consulte Banco Central del Ecuador (2021, 2024, 2025b), Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC) (2025) y Superintendencia de Bancos del Ecuador (2025a).

Figura 9.
Esquema integrador del capítulo 2.



- Utilizar adecuadamente las fórmulas de interés simple para determinar el monto, el capital, la tasa, el interés y el plazo en operaciones a corto plazo, lo que incluye emplear tanto el año exacto (365 días) como el año comercial (360 días).
- Aplicar el modelo de interés compuesto para calcular el capital, la cantidad, la tasa y el número de períodos, analizando cómo incide la capitalización en las inversiones, los depósitos y los préstamos.
- La investigación de las tasas de interés y la frecuencia de capitalización, lo que se refiere a expresar la tasa periódica en términos de la tasa nominal anual y a determinar la capitalización en diferentes frecuencias (diario, trimestral, mensual, etc.) a fin de que la frecuencia de la capitalización se resiente en el total acumulado o el resultado total de una inversión o costo de crédito.
- Realizar una comparación numérica del resultado de implementar interés simple y compuesto a la misma operación, teniendo en cuenta las consecuencias financieras que implica optar por uno u otro sistema.
- Utilizando correctamente una regla de cálculo, calculadora científica o financiera, es posible resolver problemas prácticos relacionados a préstamos comerciales, ventas a crédito, depósitos bancarios e inversiones empresariales.
- Interpretar ejemplos y casos del sistema financiero de Ecuador (condiciones de crédito, tasas publicadas y productos bancarios) según las teorías del interés simple y compuesto.

2.3. Concepto de interés financiero

El interés es la compensación que recibe quien presta dinero, o el costo que paga quien lo utiliza. En términos de la normativa y práctica financiera, el interés es la remuneración por ceder temporalmente el uso de un capital durante un período determinado. Según la Superintendencia de Bancos del Ecuador (2025a), el acreedor es «quien concede el préstamo: prestamista», mientras que el programa Economía Tricolor del Banco Central del Ecuador (2012) define la tasa de interés activa como el «porcentaje que una institución financiera cobra sobre los préstamos o créditos otorgados a sus clientes, reflejando el costo del dinero prestado».

Como se revisó en la Sección 1.4, toda operación financiera se caracteriza por los siguientes elementos fundamentales:

- **Capital inicial (C):** cantidad de dinero con la que inicia la operación.
- **Monto (M):** cantidad de dinero que se acumula al concluir el plazo acordado.
- **Interés (I):** diferencia entre el monto obtenido y el capital inicial.
- **Tasa (i):** razón o proporción matemática entre el interés y el capital.
- **Tiempo (n):** duración o número de períodos de la operación.

A continuación, se desarrollarán ejemplos de su aplicación.

Ejemplo 2.1 Cálculo del interés

Un capital de \$ 800 crece hasta \$ 920. Se desea determinar el interés generado.

Datos por variable:

Capital inicial	C	= \$ 800
Monto final	M	= \$ 920
Interés	I	= ?

Fórmula:

$$I = M - C$$

Sustitución:

$$I = 920 - 800$$

Resultado final:

$I = \$ 120$

Interpretación:

El interés generado es de \$ 120, lo que representa la ganancia obtenida durante el período considerado. Este valor corresponde a la diferencia entre el monto final y el capital inicial.

Ejemplo 2.2 Cálculo de la tasa

Se desea determinar la tasa de interés cuando el capital es de \$ 1 000 y el interés generado es de \$ 150.

Datos por variable:

Capital	C	= \$ 1 000
Interés	I	= \$ 150
Tasa	i	= ?

Fórmula:

$$i = \frac{I}{C}$$

Sustitución:

$$i = \frac{150}{1000}$$

Resultado final:

$$i = 0,15 = 15 \%$$

Interpretación:

La tasa de interés es del 15 %, lo que indica que el interés generado representa el 15 % del capital inicial durante el periodo considerado.

Ejemplo 2.3 Cálculo del plazo

Se desea determinar el número de periodos necesarios para que un capital de \$ 500 genere un interés de \$ 200 a una tasa del 10 % por periodo.

Datos por variable:

Capital	C	= \$ 500
Interés	I	= \$ 200
Tasa	i	= 0,10
Número de periodos	n	= ?

Fórmula:*En interés simple:*

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Despeje:

$$n = \frac{I}{C \cdot i}$$

Sustitución:

$$n = \frac{200}{500 \cdot 0,10}$$

Resultados parciales:

$$500 \cdot 0,10 = 50$$

$$\frac{200}{50} = 4$$

Resultado final:

$$n = 4 \text{ periodos}$$

Interpretación:

Se requieren 4 periodos para que el capital de \$ 500 genere un interés de \$ 200 a una tasa del 10 % por periodo, bajo el supuesto de interés simple.

2.4. Interés simple

El interés simple supone que el interés generado en cada período es constante y se calcula únicamente sobre el capital inicial. Es apropiado para operaciones de corto plazo, pagos comerciales, descuentos y transacciones con vencimientos menores al año (Zutter & Smart, 2024).

2.4.1. Modelo de interés simple

En el modelo de interés simple, el interés total I y el monto M se calculan mediante las relaciones:

$$I = C \cdot i \cdot n \quad (2.1)$$

$$M = C(1 + i \cdot n) \quad (2.2)$$

donde:

- C : capital inicial,
- i : tasa de interés por período (en forma decimal),
- n : número de períodos.

Ejemplo 2.4 Cálculo del interés

Calcule el interés generado por un capital de \$ 1 200 a una tasa del 9 % durante 5 meses, considerando un año de 12 meses.

Datos por variable:

Capital	C	= \$ 1 200
Tasa anual	i	= 9 % = 0,09
Tiempo	n	= $\frac{5}{12}$ años
Interés	I	= ?

Fórmula:

En interés simple:

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Sustitución:

$$I = 1200 \cdot 0,09 \cdot \frac{5}{12}$$

Resultados parciales: $1200 \cdot 0,09 = 108$

$$108 \cdot \frac{5}{12} = 45$$

Resultado final:

$I = \$ 45$

Interpretación:

El interés generado es de \$ 45, correspondiente a 5 meses de inversión. El tiempo se expresa como fracción de año para mantener consistencia con la tasa anual.

Ejemplo 2.5 Cálculo del monto

Se desea determinar el monto generado por un capital de \$ 900 a una tasa del 7 % durante un período.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 900$
Tasa de interés	i	$= 7 \% = 0,07$
Número de períodos	n	$= 1$
Monto	M	$= ?$

Fórmula:

$$M = C(1 + i)$$

Sustitución:

$$M = 900(1 + 0,07)$$

Resultados parciales:

$$1 + 0,07 = 1,07$$

$$900 \cdot 1,07 = 963$$

Resultado final:

$M = \$ 963$

Interpretación:

El monto final es de \$ 963, que incluye el capital inicial más los intereses generados en un período. En este caso, el crecimiento es proporcional al capital, ya que corresponde a un solo período.

Ejemplo 2.6 Cálculo del interés

Determine el interés generado por una factura de \$ 3 500 financiada durante 30 días a una tasa del 18 % anual, considerando un año comercial de 360 días.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Capital} & C & = \$ 3\,500 \\ \text{Tasa anual} & i & = 18\% = 0,18 \\ \text{Tiempo} & n & = \frac{30}{360} \text{ años} \\ \text{Interés} & I & = ? \end{array}$$

Fórmula:

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Sustitución:

$$I = 3500 \cdot 0,18 \cdot \frac{30}{360}$$

Resultados parciales:

$$3500 \cdot 0,18 = 630$$

$$630 \cdot \frac{30}{360} = 630 \cdot \frac{1}{12} = 52,50$$

Resultado final:

$$I = \$ 52,50$$

Interpretación:

El interés generado es de \$ 52,50 por un período de 30 días. El uso de un año comercial de 360 días permite expresar el tiempo como una fracción anual, lo cual es habitual en operaciones financieras de corto plazo.

2.4.2. Fórmulas del interés simple

A partir de (2.1) y (2.2) se obtienen los despejes más utilizados en la práctica contable:

$$I = C \cdot i \cdot n, \quad M = C(1 + i \cdot n)$$

$$C = \frac{M}{1 + i \cdot n}, \quad i = \frac{I}{C \cdot n}, \quad n = \frac{I}{C \cdot i}$$

Ejemplo 2.7 Cálculo del capital a partir del monto

Se desea determinar el capital inicial que produce un monto de \$ 2 100 a una tasa del 10 % durante un período.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Monto} & M & = \$ 2\,100 \\ \text{Tasa de interés} & i & = 10\% = 0,10 \\ \text{Número de períodos} & n & = 1 \\ \text{Capital} & C & = ? \end{array}$$

Fórmula:

$$C = \frac{M}{1 + i}$$

Sustitución:

$$C = \frac{2100}{1 + 0,10}$$

Resultados parciales:

$$1 + 0,10 = 1,10$$

$$\frac{2100}{1,10} \approx 1909$$

Resultado final:

$$C \approx \$ 1\,909,09$$

Interpretación:

El capital inicial es aproximadamente \$ 1 909,09. Este valor representa la cantidad que, invertida hoy al 10 % durante un período, permite obtener un monto de \$ 2 100. Este procedimiento corresponde al cálculo del valor presente para un solo período.

Ejemplo 2.8 Cálculo de la tasa con tiempo fraccionario

Se desea determinar la tasa de interés cuando un capital de \$ 800 genera un interés de \$ 56 en 4 meses.

Datos por variable:

$$\text{Capital } C = \$ 800$$

$$\text{Interés } I = \$ 56$$

$$\text{Tiempo } n = \frac{4}{12} \text{ años}$$

$$\text{Tasa } i = ?$$

Fórmula:*En interés simple:*

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Despejando la tasa:

$$i = \frac{I}{C \cdot n}$$

Sustitución:

$$i = \frac{56}{800 \cdot \frac{4}{12}}$$

Resultados parciales:

$$800 \cdot \frac{4}{12} = 800 \cdot \frac{1}{3} = \frac{800}{3}$$

$$i = \frac{56}{800/3} = \frac{56 \cdot 3}{800} = \frac{168}{800} = 0,21$$

Resultado final:

$$i = 0,21 = 21 \%$$

Interpretación: La tasa de interés es del 21 % anual. El tiempo se expresa como fracción de año ($\frac{4}{12}$) para mantener consistencia con la tasa anual.

Ejemplo 2.9 Cálculo del plazo en interés simple

Se desea determinar el tiempo necesario para que un capital de \$ 600 alcance un monto de \$ 648 a una tasa del 12 % anual.

Datos por variable:

Capital	C	= \$ 600
Monto	M	= \$ 648
Tasa	i	= 12 % = 0,12
Tiempo	n	= ?

Fórmula:

En interés simple:

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

Sustitución:

$$648 = 600(1 + 0,12 n)$$

Despeje:

$$\frac{648}{600} = 1 + 0,12 n$$

$$1,08 = 1 + 0,12 n$$

$$0,08 = 0,12 n$$

$$n = \frac{0,08}{0,12} = \frac{48}{600 \cdot 0,12}$$

Resultado final:

$$n \approx 0,666 \text{ años}$$

Interpretación:

El tiempo requerido es aproximadamente 0,666 años, lo que equivale a:

$$0,666 \times 12 \approx 8 \text{ meses}$$

Por lo tanto, el capital alcanza el monto indicado en aproximadamente 8 meses bajo interés simple.

2.4.3. Cálculo de capital, tasa y tiempo

Ejemplo 2.10 Cálculo del tiempo

Se desea determinar el número de períodos necesarios para que un capital de \$ 750 genere un interés de \$ 150 a una tasa del 8 % por período.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 750$
Interés	I	$= \$ 150$
Tasa	i	$= 0,08$
Tiempo	n	$= ?$

Fórmula:

En interés simple:

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Despejando el tiempo:

$$n = \frac{I}{C \cdot i}$$

Sustitución:

$$n = \frac{150}{750 \cdot 0,08}$$

Resultados parciales:

$$750 \cdot 0,08 = 60$$

$$\frac{150}{60} = 2,5$$

Resultado final:

$n = 2,5 \text{ períodos}$

Interpretación:

Se requieren 2,5 períodos para generar el interés indicado. Si cada período corresponde a un año, esto equivale a 2 años y 6 meses.

Ejemplo 2.11 Cálculo de la tasa

Se desea determinar la tasa de interés cuando un capital de \$ 900 genera un monto de \$ 972 en un período.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 900$
Monto	M	$= \$ 972$
Número de períodos	n	$= 1$
Tasa	i	$= ?$

Fórmulas:

$$I = M - C \quad y \quad i = \frac{I}{C}$$

Sustitución:

$$I = 972 - 900 = 72$$

$$i = \frac{72}{900}$$

Resultado final:

$$i = 0,08 = 8\%$$

Interpretación:

La tasa de interés es del 8 % por período, lo que indica que el capital se incrementa en un 8 % en el intervalo considerado.

Ejemplo 2.12 Cálculo del capital

Se desea determinar el capital inicial que produce un monto de \$ 1 500 a una tasa del 6 % durante 6 meses.

Datos por variable:

Monto	M	$= \$ 1\,500$
Tasa de interés	i	$= 6\% = 0,06$
Tiempo	n	$= \frac{6}{12} = 0,5 \text{ años}$
Capital	C	$= ?$

Fórmula:

En interés simple:

$$M = C(1 + in)$$

Despejando el capital:

$$C = \frac{M}{1 + in}$$

Sustitución:

$$C = \frac{1500}{1 + 0,06 \cdot 0,5}$$

Resultados parciales:

$$0,06 \cdot 0,5 = 0,03$$

$$1 + 0,03 = 1,03$$

$$\frac{1500}{1,03} \approx 1456$$

Resultado final:

$$C \approx \$ 1\,456$$

Interpretación:

El capital inicial es aproximadamente \$ 1 456. Este valor representa la cantidad que, invertida durante 6 meses al 6 % anual bajo interés simple, genera un monto de \$ 1 500.

2.4.4. Interés ordinario y exacto

En las operaciones financieras de corto plazo es fundamental distinguir los criterios utilizados para el conteo de días.³

- **Año comercial:** considera un año de 360 días.
- **Año exacto:** considera un año de 365 días.

En ambos casos, si d representa el número de días de la operación, el interés se calcula como:

$$I_{360} = C \cdot i \cdot \frac{d}{360}, \quad I_{365} = C \cdot i \cdot \frac{d}{365}. \quad (2.3)$$

Ejemplo 2.13 Conversión de días a año comercial

Se desea expresar 75 días como fracción de año bajo el criterio de año comercial.

Datos:

Número de días	d	= 75
Base anual		= 360 días
Tiempo en años	n	= ?

Fórmula:

$$n = \frac{d}{360}$$

Sustitución:

$$n = \frac{75}{360}$$

Resultado:

$n \approx 0,208$

Interpretación:

Los 75 días representan aproximadamente 0,2083 años bajo el criterio de año comercial. Este valor se utiliza en cálculos de interés cuando la tasa está expresada en términos anuales.

Ejemplo 2.14 Interés exacto

Se desea calcular el interés exacto generado por un capital de \$ 3 000 a una tasa del 10 % anual durante 75 días.

³El uso del año comercial (360 días) y del año exacto (365 días) es habitual en los contratos financieros del sistema bancario (Banco Central del Ecuador, 2021)

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Capital} & C & = \$ 3\,000 \\ \text{Tasa anual} & i & = 10\% = 0,10 \\ \text{Tiempo} & n & = \frac{75}{365} \text{ años} \\ \text{Interés} & I & = ? \end{array}$$

Fórmula:

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Sustitución:

$$I = 3000 \cdot 0,10 \cdot \frac{75}{365}$$

Resultados parciales:

$$3000 \cdot 0,10 = 300$$

$$300 \cdot \frac{75}{365} = \frac{22500}{365} \approx 61$$

Resultado final:

$$I \approx \$ 61$$

Interpretación:

El interés exacto es de aproximadamente \$ 61. Este valor se obtiene al considerar un año de 365 días, lo que proporciona una medición más precisa del tiempo en comparación con el año comercial.

Ejemplo 2.15 Comparación de intereses (año comercial vs año exacto)

Se desea comparar el interés generado por un capital de \$ 3 000 a una tasa del 10 % durante 75 días, utilizando año comercial (360 días) y año exacto (365 días).

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Capital} & C & = \$ 3\,000 \\ \text{Tasa anual} & i & = 10\% = 0,10 \\ \text{Días} & d & = 75 \end{array}$$

Fórmulas:

$$I_{360} = C \cdot i \cdot \frac{d}{360}, \quad I_{365} = C \cdot i \cdot \frac{d}{365}$$

Sustitución:

$$I_{360} = 3000 \cdot 0,10 \cdot \frac{75}{360} \quad I_{365} = 3000 \cdot 0,10 \cdot \frac{75}{365}$$

Resultados:

$$I_{360} = \$ 62,50, \quad I_{365} \approx \$ 61,60$$

Conclusión:

$$I_{360} > I_{365}$$

Interpretación:

El interés calculado con año comercial es ligeramente mayor que el interés exacto, debido a que el denominador (360) es menor que 365. Esto implica que, para un mismo capital, tasa y número de días, el uso del año comercial incrementa el valor del interés.

2.4.5. Aplicaciones prácticas

Ejemplo 2.16 Préstamo comercial

Una empresa solicita un préstamo de \$ 5 000 por 45 días a una tasa del 18 % anual, considerando un año comercial de 360 días. Se desea calcular el interés generado.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Capital} & C & = \$ 5\,000 \\ \text{Tasa anual} & i & = 18\% = 0,18 \\ \text{Tiempo} & n & = \frac{45}{360} \text{ años} \\ \text{Interés} & I & = ? \end{array}$$

Fórmula:

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Sustitución:

$$I = 5000 \cdot 0,18 \cdot \frac{45}{360}$$

Resultados parciales:

$$5000 \cdot 0,18 = 900$$

$$900 \cdot \frac{45}{360} = 900 \cdot \frac{1}{8} = 112,50$$

Resultado final:

$$I = \$ 112,50$$

Interpretación:

El interés generado por el préstamo es de \$ 112,50 en 45 días. El uso del año comercial (360 días) permite simplificar los cálculos y es una práctica común en operaciones financieras de corto plazo.

Ejemplo 2.17 Descuento por pronto pago

Una factura de \$ 2 000 se paga con 30 días de anticipación a una tasa del 24 % anual, considerando un año comercial de 360 días. Se desea determinar el descuento obtenido.

Datos por variable:

Valor de la factura	P	$= \$ 2\,000$
Tasa anual	i	$= 24\% = 0,24$
Tiempo	n	$= \frac{30}{360}$ años
Descuento	D	$= ?$

Fórmula:

$$D = P \cdot i \cdot n$$

Sustitución:

$$D = 2000 \cdot 0,24 \cdot \frac{30}{360}$$

Resultados parciales:

$$2000 \cdot 0,24 = 480$$

$$480 \cdot \frac{30}{360} = 480 \cdot \frac{1}{12} = 40$$

Resultado final:

$D = \$ 40,00$

Valor a pagar:

$$P_n = 2000 - 40 = \$ 1\,960,00$$

Interpretación:

El descuento por pagar anticipadamente es de \$ 40,00. Por lo tanto, el cliente abona \$ 1 960,00. Este tipo de operación es común en prácticas comerciales para incentivar el pago anticipado.

Ejemplo 2.18 Venta a crédito

Una venta de \$ 3 500 se financia durante 60 días a una tasa del 20 % anual, considerando un año comercial de 360 días. Se desea determinar el interés generado.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 3\,500$
Tasa anual	i	$= 20\% = 0,20$
Tiempo	n	$= \frac{60}{360}$ años
Interés	I	$= ?$

Fórmula:

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Sustitución:

$$I = 3500 \cdot 0,20 \cdot \frac{60}{360}$$

Resultados parciales:

$$3500 \cdot 0,20 = 700$$
$$700 \cdot \frac{60}{360} = 700 \cdot \frac{1}{6} \approx 116,66$$

Resultado final:

$I \approx \$ 116,66$

Interpretación:

El interés generado por la financiación es de aproximadamente \$ 116,66. Este tipo de operaciones es frecuente en la gestión de cuentas por cobrar y por pagar en empresas comerciales, donde el crédito a corto plazo implica un costo financiero asociado.

2.5. Interés compuesto

El interés compuesto produce un crecimiento *exponencial*, ya que cada interés se acumula al capital y genera nuevos intereses en los períodos siguientes. Este modelo es el predominante en depósitos bancarios, tarjetas de crédito, préstamos de mediano y largo plazo e inversiones financieras (Ross et al., 2024).

2.5.1. Modelo de interés compuesto

En el modelo de interés compuesto, el monto y el interés se determinan con:

$$M = C(1 + i)^n \tag{2.4}$$

$$I = M - C \tag{2.5}$$

donde C es el capital inicial, i la tasa por período y n el número de períodos de capitalización.

Ejemplo 2.19 Cálculo del monto en interés compuesto

Se desea determinar el monto generado por un capital de \$ 1 000 a una tasa del 10 % anual durante 3 años.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 1\,000$
Tasa de interés	i	$= 10\% = 0,10$
Número de períodos	n	$= 3 \text{ años}$
Monto	M	$= ?$

Fórmula:

$$M = C(1 + i)^n$$

Sustitución:

$$M = 1000(1,10)^3$$

Resultados parciales:

$$(1,10)^2 = 1,21$$

$$(1,10)^3 = 1,33$$

$$1000 \cdot 1,33 = 1330$$

Resultado final:

$M = \$ 1\,330$

Interpretación:

El monto final es de \$ 1 330, lo que refleja un crecimiento compuesto durante tres períodos. En este modelo, los intereses se capitalizan, es decir, se incorporan al capital en cada período, generando un crecimiento exponencial.

Ejemplo 2.20 Cálculo del capital (valor presente)

Se desea determinar el capital que debe invertirse hoy para obtener \$ 2 500 dentro de 4 años a una tasa del 8 % anual.

Datos por variable:

Monto futuro	M	$= \$ 2\,500$
Tasa de interés	i	$= 8\% = 0,08$
Número de períodos	n	$= 4 \text{ años}$
Capital	C	$= ?$

Fórmula:

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Sustitución:

$$C = \frac{2500}{(1,08)^4}$$

Resultados parciales:

$$(1,08)^2 = 1,166$$

$$(1,08)^4 = 1,36$$

$$\frac{2500}{1,36} \approx 1837,48$$

Resultado final:

$$C \approx \$1\,835$$

Interpretación:

El capital que debe invertirse hoy es aproximadamente \$ 1 835. Este valor representa el equivalente actual de \$ 2 500 a recibir en el futuro, descontado a una tasa del 8 % anual durante cuatro años.

Este procedimiento corresponde al cálculo del valor presente bajo interés compuesto.

Ejemplo 2.21 Cálculo del interés compuesto

Se desea determinar el interés generado por un capital de \$ 1 500 a una tasa del 6 % anual durante 5 años.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$1\,500$
Tasa de interés	i	$= 6\% = 0,06$
Número de períodos	n	$= 5 \text{ años}$
Interés	I	$= ?$

Fórmula:

En interés compuesto:

$$I = C[(1 + i)^n - 1]$$

Sustitución:

$$I = 1500[(1,06)^5 - 1]$$

Resultados parciales:

$$(1,06)^5 \approx 1,338$$

$$1,338 - 1 = 0,338$$

$$1500 \cdot 0,338 \approx 505$$

Resultado final:

$$I \approx \$505$$

Interpretación:

El interés generado es de aproximadamente \$ 505 en 5 años. A diferencia del interés simple, en el interés compuesto los intereses se capitalizan en cada período, lo que produce un crecimiento acumulativo del capital.

2.5.2. Fórmulas del interés compuesto

A partir de (2.4) se obtienen los despejes más usados:

$$C = \frac{M}{(1+i)^n}, \quad i = \left(\frac{M}{C}\right)^{1/n} - 1, \quad n = \frac{\log(M/C)}{\log(1+i)} \quad (2.6)$$

Ejemplo 2.22 Cálculo del monto en interés compuesto

Se desea determinar el monto generado por un capital de \$ 850 a una tasa del 14 % durante 2 períodos.

Datos por variable:

Capital	C	= \$ 850
Tasa de interés	i	= 14 % = 0,14
Número de períodos	n	= 2
Monto	M	= ?

Fórmula:

$$M = C(1+i)^n$$

Sustitución:

$$M = 850(1,14)^2$$

Resultados parciales:

$$(1,14)^2 = 1,3$$

$$850 \cdot 1,3 = 1105$$

Resultado final:

$$M \approx \$ 1\,105$$

Interpretación:

El monto final es de aproximadamente \$ 1 105. Este valor refleja el crecimiento del capital bajo interés compuesto durante dos períodos, donde los intereses se capitalizan en cada etapa.

Ejemplo 2.23 Cálculo de la tasa implícita

Se desea determinar la tasa de interés cuando un capital crece en un factor de 1,50 en 5 períodos.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Relación monto-capital} & \frac{M}{C} & = 1,50 \\
 \text{Número de períodos} & n & = 5 \\
 \text{Tasa de interés} & i & = ?
 \end{array}$$

Fórmula:

$$1 + i = \left(\frac{M}{C} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Sustitución:

$$1 + i = (1,50)^{\frac{1}{5}}$$

Resultados:

$$(1,50)^{\frac{1}{5}} \approx 1,084$$

$$i = 1,084 - 1 = 0,084$$

Resultado final:

$$i \approx 0,084 = 8,4 \%$$

Interpretación:

La tasa de interés implícita es aproximadamente del 8,4 % por período. Este valor representa el crecimiento uniforme necesario para que el capital aumente en un 50 % a lo largo de 5 períodos bajo interés compuesto.

Ejemplo 2.24 Cálculo del plazo mediante logaritmos

Se desea determinar el número de períodos necesarios para que un capital se multiplique por 2,2 a una tasa del 10 % por período.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Relación monto-capital} & \frac{M}{C} & = 2,2 \\
 \text{Tasa de interés} & i & = 10 \% = 0,10 \\
 \text{Número de períodos} & n & = ?
 \end{array}$$

Fórmula:

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

Sustitución:

$$(1,10)^n = 2,2$$

Aplicación de logaritmos:

$$\log((1,10)^n) = \log(2,2)$$

$$n \cdot \log(1,10) = \log(2,2)$$

Despeje:

$$n = \frac{\log(2,2)}{\log(1,10)}$$

Resultado final:

$$n \approx 8,27$$

Interpretación:

Se requieren aproximadamente 8,27 períodos para que el capital se multiplique por 2,2 a una tasa del 10 %. En la práctica, esto significa que el valor se alcanzará entre el período 8 y 9.

2.5.3. Cálculo de capital, tasa y tiempo

Ejemplo 2.25 Cálculo del plazo

Se desea determinar el número de períodos necesarios para que un capital crezca en un factor de 1,9 a una tasa del 12 % por período.

Datos por variable:

Relación monto-capital	$\frac{M}{C}$	= 1,9
Tasa de interés	i	= 12 % = 0,12
Número de períodos	n	= ?

Fórmula:

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

Sustitución:

$$(1,12)^n = 1,9$$

Aplicación de logaritmos:

$$\log((1,12)^n) = \log(1,9)$$

$$n \cdot \log(1,12) = \log(1,9)$$

Despeje:

$$n = \frac{\log(1,9)}{\log(1,12)}$$

Resultado final:

$$n \approx 5,66$$

Interpretación:

Se requieren aproximadamente 5,66 períodos para que el capital aumente en un 90 % a una tasa del 12 %. En la práctica, esto implica que el objetivo se alcanzará entre el período 5 y 6.

Ejemplo 2.26 Cálculo de la tasa

Se desea determinar la tasa de interés cuando un capital crece en un factor de 1,6 en 7 períodos.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Relación monto-capital} & \frac{M}{C} & = 1,6 \\ \text{Número de períodos} & n & = 7 \\ \text{Tasa de interés} & i & = ? \end{array}$$

Fórmula:

$$(1 + i)^n = \frac{M}{C}$$

Sustitución:

$$(1 + i)^7 = 1,6$$

Despeje:

$$1 + i = (1,6)^{\frac{1}{7}}$$

Resultados:

$$(1,6)^{\frac{1}{7}} \approx 1,0695$$

$$i = 1,0695 - 1 = 0,0695$$

Resultado final:

$$i \approx 0,0695 = 6,95 \%$$

Interpretación:

La tasa de interés es aproximadamente del 6,95 % por período. Este valor representa el crecimiento constante necesario para que el capital aumente en un 60 % en 7 períodos bajo interés compuesto.

Ejemplo 2.27 Cálculo del capital

Se desea determinar el capital que debe invertirse hoy para obtener \$ 3 000 dentro de 6 períodos a una tasa del 9 % por período.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Monto futuro} & M & = \$ 3\,000 \\ \text{Tasa de interés} & i & = 9 \% = 0,09 \\ \text{Número de períodos} & n & = 6 \\ \text{Capital} & C & = ? \end{array}$$

Fórmula:

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Sustitución:

$$C = \frac{3000}{(1,09)^6}$$

Resultados parciales:

$$(1,09)^2 = 1,188$$

$$(1,09)^4 = 1,412$$

$$(1,09)^6 \approx 1,677$$

$$\frac{3000}{1,677} \approx 1787$$

Resultado final:

$$C \approx \$1\,787$$

Interpretación:

El capital necesario es aproximadamente \$ 1 787. Este valor representa el equivalente actual de \$ 3 000 a recibir en el futuro, descontado a una tasa del 9 % durante 6 períodos.

Este cálculo corresponde al valor presente en interés compuesto.

2.5.4. Frecuencia de capitalización

Es el número de veces que se aplica la tasa en un período, en muchos productos financieros la tasa se expresa como tasa nominal anual i_{nom} con capitalización más frecuente que anual. Si m es el número de capitalizaciones por año:

$$i_{\text{per}} = \frac{i_{\text{nom}}}{m}, \quad M = C(1 + i_{\text{per}})^{mn} \quad (2.7)$$

Ejemplo 2.28 Conversión de tasa nominal a tasa periódica

Se tiene una tasa nominal anual del 12 % capitalizable 4 veces al año. Se desea determinar la tasa periódica.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 12 \% = 0,12$
Número de períodos	m	$= 4$
Tasa periódica	i_{per}	$= ?$

Fórmula:

$$i_{per} = \frac{i_{nom}}{m}$$

Sustitución:

$$i_{per} = \frac{0,12}{4}$$

Resultado final:

$$i_{per} = 0,03 = 3\%$$

Interpretación:

La tasa periódica es del 3 % por período. Esto significa que cada trimestre (el año se divide en 4 partes) el capital crece un 3 % bajo capitalización compuesta.

Ejemplo 2.29 Cálculo del monto

Se desea determinar el monto generado por un capital de \$ 1 500 a una tasa del 3 % por período durante 8 períodos.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 1\,500$
Tasa periódica	i	$= 3\% = 0,03$
Número de períodos	n	$= 8$
Monto	M	$= ?$

Fórmula:

$$M = C(1 + i)^n$$

Sustitución:

$$M = 1500(1,03)^8$$

Resultados parciales:

$$(1,03)^2 = 1,061$$

$$(1,03)^4 \approx 1,125$$

$$(1,03)^8 \approx 1,266$$

$$1500 \cdot 1,266 \approx 1900$$

Resultado final:

$$M \approx \$ 1\,900$$

Interpretación:

El monto final es aproximadamente \$ 1 900. Este resultado refleja el crecimiento del capital bajo interés compuesto durante 8 períodos, donde cada período incrementa el capital en un 3 %.

Ejemplo 2.30 Conversión de tasa anual a semestral

Se desea determinar la tasa efectiva semestral equivalente a una tasa efectiva anual del 10 %.

Datos por variable:

Tasa anual	i_{an}	$= 10 \% = 0,10$
Número de semestres	m	$= 2$
Tasa semestral	i_{sem}	$= ?$

Fórmula de equivalencia:

$$(1 + i_{sem})^2 = 1 + i_{an}$$

Sustitución:

$$(1 + i_{sem})^2 = 1,10$$

Despeje:

$$1 + i_{sem} = \sqrt{1,10}$$

Resultados:

$$\sqrt{1,10} \approx 1,049$$

$$i_{sem} = 1,049 - 1 = 0,049$$

Resultado final:

$i_{sem} \approx 0,049 = 4,9 \%$

Interpretación:

La tasa semestral equivalente es aproximadamente del 4,9 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante dos semestres produce el mismo rendimiento que una tasa anual del 10 %, bajo capitalización compuesta.

2.5.5. Comparación entre interés simple y compuesto

Ejemplo 2.31 Comparación: interés simple vs compuesto

Se desea comparar el monto generado por un capital de \$ 1 000 a una tasa del 12 % durante 3 períodos, bajo interés simple y compuesto.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 1\,000$
Tasa	i	$= 12 \% = 0,12$
Períodos	n	$= 3$

Interés simple:

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 1000(1 + 0,12 \cdot 3) = 1000(1,36) = 1360$$

Interés compuesto:

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 1000(1,12)^3 \approx 1405$$

Resultado:

$M_{simple} = \$ 1\,360$	$M_{compuesto} \approx \$ 1\,405$
--------------------------	-----------------------------------

Interpretación:

El monto bajo interés compuesto es mayor que bajo interés simple. Esto se debe a que en el interés compuesto los intereses se capitalizan en cada período, generando un crecimiento acumulativo, mientras que en el interés simple el crecimiento es proporcional al tiempo.

Ejemplo 2.32 Comparación: interés simple vs compuesto

Se desea comparar el monto generado por un capital de \$ 2 000 a una tasa del 15 % durante 2 períodos, bajo interés simple y compuesto.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 2\,000$
Tasa	i	$= 15\% = 0,15$
Períodos	n	$= 2$

Interés simple:

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 2000(1 + 0,15 \cdot 2) = 2000(1,30) = 2600$$

Interés compuesto:

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 2000(1,15)^2 = 2000(1,3225) = 2645$$

Resultado:

$M_{simple} = \$ 2\,600$	$M_{compuesto} = \$ 2\,645$
--------------------------	-----------------------------

Interpretación:

El monto bajo interés compuesto es mayor que bajo interés simple. La diferencia se debe a que en el interés compuesto los intereses generados en el primer período se incorporan al capital y también generan intereses en el segundo período.

Ejemplo 2.33 Comparación: interés simple vs compuesto

Se desea comparar el monto generado por un capital de \$ 800 a una tasa del 9 % durante 5 períodos, bajo interés simple y compuesto.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Capital} & C & = \$ 800 \\ \text{Tasa} & i & = 9 \% = 0,09 \\ \text{Períodos} & n & = 5 \end{array}$$

Interés simple:

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 800(1 + 0,09 \cdot 5) = 800(1,45) = 1160$$

Interés compuesto:

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 800(1,09)^5 \approx \$ 1\,231$$

Resultado:

$M_{\text{simple}} = \$ 1\,160$	$M_{\text{compuesto}} \approx \$ 1\,231$
---------------------------------	--

Interpretación:

El monto bajo interés compuesto es significativamente mayor que bajo interés simple. A medida que aumenta el número de períodos, la diferencia entre ambos modelos se incrementa, debido al efecto acumulativo de la capitalización de intereses.

Estos ejemplos muestran que, a igualdad de tasa nominal y plazo, el interés compuesto produce un monto superior al interés simple, debido a la capitalización de los intereses.

2.6. Casos aplicados

Ejemplo 2.34 Comparación: interés simple vs compuesto

Se desea comparar el monto generado por un capital de \$ 2 000 a una tasa del 15 % durante 2 períodos, bajo interés simple y compuesto.

Datos por variable:

$$\begin{array}{lll} \text{Capital} & C & = \$ 2\,000 \\ \text{Tasa} & i & = 15 \% = 0,15 \\ \text{Períodos} & n & = 2 \end{array}$$

Interés simple:

$$M = C(1 + i \cdot n)$$

$$M = 2000(1 + 0,15 \cdot 2) = 2000(1,30) = 2600$$

Interés compuesto:

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 2000(1,15)^2 = 2000(1,3225) = 2645$$

Resultado:

$M_{simple} = \$ 2\,600$	$M_{compuesto} = \$ 2\,645$
--------------------------	-----------------------------

Interpretación:

El monto bajo interés compuesto es mayor que bajo interés simple. La diferencia se debe a que en el interés compuesto los intereses generados en el primer período se incorporan al capital y también generan intereses en el segundo período.

Ejemplo 2.35 Comparación de dos préstamos

Se comparan dos alternativas de crédito sobre un capital de \$ 1 500 durante 2 años:

- Crédito A: tasa del 12 % en interés simple.
- Crédito B: tasa del 10 % en interés compuesto.

Datos comunes:

$$\text{Capital } C = \$ 1\,500$$

$$\text{Tiempo } n = 2 \text{ años}$$

Crédito A (interés simple):

$$M_A = C(1 + i \cdot n)$$

$$M_A = 1500(1 + 0,12 \cdot 2) = 1500(1,24) = 1860$$

Crédito B (interés compuesto):

$$M_B = C(1 + i)^n$$

$$M_B = 1500(1,10)^2 = 1500(1,21) = 1815$$

Resultado:

$M_A = \$ 1\,860$	$M_B = \$ 1\,815$
-------------------	-------------------

Conclusión:

$M_B < M_A$

Interpretación:

Aunque el Crédito B utiliza interés compuesto, su tasa es menor. Por lo tanto, el monto a pagar es inferior al del Crédito A. Esto demuestra que la tasa de interés tiene un impacto más significativo que el tipo de capitalización en horizontes de corto plazo.

Ejemplo 2.36 Inversión empresarial

Una empresa realiza una inversión de \$ 20 000 a una tasa del 11 % anual durante 4 años. Se desea determinar el monto acumulado.

Datos por variable:

Capital	C	$= \$ 20\,000$
Tasa de interés	i	$= 11\% = 0,11$
Número de períodos	n	$= 4 \text{ años}$
Monto	M	$= ?$

Fórmula:

$$M = C(1 + i)^n$$

Sustitución:

$$M = 20000(1,11)^4$$

Resultados parciales:

$$(1,11)^2 = 1,23$$

$$(1,11)^4 \approx 1,518$$

$$20000 \cdot 1,518 \approx 30400$$

Resultado final:

$M \approx \$ 30\,400$

Interpretación:

La inversión alcanza un valor aproximado de \$ 30 400 al cabo de 4 años. Este crecimiento refleja el efecto del interés compuesto, donde los rendimientos generados en cada período se reinvierten, incrementando el capital base.

Este tipo de cálculo es fundamental en la evaluación de proyectos de inversión.

2.7. Cálculos financieros con la regla de cálculo

La regla de cálculo permite aproximar multiplicaciones, divisiones, potencias y logaritmos necesarios en operaciones financieras. A continuación, se presentan cinco ejemplos resueltos paso a paso, utilizando únicamente las escalas C, D, A y L de la regla de cálculo armable.

Ejemplo 2.37 *Calculo de interés simple usando multiplicación con las escalas C/D.* Para calcular el interés simple de \$ 2 400 de capital al 18 % durante medio año.

La fórmula es:

$$I = C \cdot i \cdot n \implies n = 2400 \cdot 0,18 \cdot 0,5$$

Paso 1. Multiplicar $2400 \times 0,18$

Use la forma: $2400 = 2,4 \times 10^3$.

1. Alinear 2,4 de la escala D, alineado con el 1 de la escala C.
2. Localizar 1,8 en la escala C.
3. Leer en la escala D el resultado $\approx 4,32$.

retomando la potencia: $0,432 \times 10^3 = 432$.

Paso 2. Multiplicar $432 \times 0,5$

1. Alinear 4,32 de la escala D, bajo el 10 de la escala C.
2. Localizar 5 en la escala C (representa 0,5).
3. Leer en la escala D: $\approx 2,16$.

$$I \approx \$ 216.$$

Ejemplo 2.38 *Monto compuesto*

Calcular el monto compuesto, considerando la siguiente operación:

$$M = 900(1,12)^3.$$

En este caso se realizará usando multiplicaciones consecutivas:

Paso 1. Calcular $(1,12)^2$

1. Alinear 1,12 de la escala D, bajo el 1 de la escala C.
2. Localizar 1,12 en la escala C.
3. Leer en la escala D: $\approx 1,254$.

Paso 2. Multiplicar por 1,12 nuevamente

1. Alinear el 1 de la escala C con 1,254 en la escala D.
2. Localizar 1,12 en la escala C.
3. Leer en la escala D: $\approx 1,404$.

Paso 3. Multiplicar por 900

1. $900 = 9 \times 10^2$.
2. Alinee 1 de la escala C con 1,404 en la escala D.
3. Localizar 9 en la escala C.
4. Leer en la escala D: $\approx 12,64$.

Ajuste de escala: $12,64 \times 10^2 = \$ 1\,264$.

$$M \approx \$ 1\,264.$$

Ejemplo 2.39 *Cálculo de tasa*

Sin un capital se duplica lapso de 8 períodos, se representa como:

$$(1 + i)^8 = 2.$$

Observe que no existe raíz octava para hacer esta operación:

$$1 + i = \sqrt[8]{2}.$$

Pero puede usarse una identidad:

$$\sqrt[8]{x} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}.$$

Paso 1. Obtener $\sqrt{2}$

1. Localizar 2 en la escala A.
2. Lea su raíz en la escala D: $\approx 1,414$.

Paso 2. Obtener $\sqrt{\sqrt{2}}$

1. Localizar 1,414 en la escala A.
2. Leer en la escala D: $\approx 1,189$.

Paso 3. Obtener la raíz octava

1. Localizar 1,189 en la escala A.
2. Leer en la escala D: $\approx 1,091$.

$$1 + i \approx 1,091 \quad \Rightarrow \quad i \approx 0,091 = 9,1 \, \%.$$

Ejemplo 2.40 *Hallar el plazo*

Resolver:

$$(1,05)^n = 2.$$

Mediante la utilización de logaritmos en la escala L.

Paso 1. Para leer $\log 2$

1. Localizar 2 en la escala D.
2. Lea en la escala L: $\log 2 \approx 0,301$.

Paso 2. Leer $\log(1,05)$

1. Localizar 1,05 en la escala D.
2. Lea en la escala L: $\approx 0,021$.

Paso 3. Dividir usando C/D

1. Alinear 0,021 de la escala C sobre 0,301 en la escala D.
2. Lea bajo el 1 de C: $\approx 14,3$.

$$n \approx 14,3 \text{ períodos.}$$

Ejemplo 2.41 *Monto con tasa nominal capitalizable usando iteración* Un capital de \$ 1 500 se coloca al 12 % nominal capitalizable trimestralmente durante 5 años.

$$i_t = \frac{0,12}{4} = 0,03, \quad n = 20.$$

Se aproxima:

$$(1,03)^{20}.$$

Para las multiplicaciones sucesivas puede usar las escalas C y D:

$$\begin{aligned} 1,03^2 &\approx 1,061, \\ 1,03^4 &\approx 1,125, \\ 1,03^8 &\approx 1,194, \\ 1,03^{16} &\approx 1,426, \\ 1,03^{20} &= 1,03^{16} \cdot 1,03^4 \implies \approx 1,426 \cdot 1,125 \approx 1,603. \end{aligned}$$

Paso final: multiplicar por 1500

1. Alinee 1 de la escala C con 1,603 en la escala D.
2. Busque 1,5 en C.
3. Leer en la escala D $\approx 2,40$.

Ajuste de escala: $2,40 \times 10^3 = \$ 2\,400$.

$$M \approx \$ 2\,400.$$

2.8. Ejemplos aplicados

Ejemplo 2.42 Calcule el interés simple de \$ 2 400 al 18 % por 8 meses.

El interés simple se obtiene con

$$I = C \cdot i \cdot n$$

donde C es el capital, i la tasa por período y n el número de períodos. Aquí $n = \frac{8}{12}$ años.

$$I = 2400(0,18) \left(\frac{8}{12} \right) = \$ 288$$

Ejemplo 2.43 Calcule el monto compuesto de \$ 900 al 15 % anual por 3 años.

Se aplica la fórmula del monto en interés compuesto:

$$M = C(1 + i)^n$$

$$M = 900(1,15)^3 \approx 900(1,521) \approx \$ 1\,369$$

Ejemplo 2.44 Determine la tasa implícita si un capital se duplica en 6 años con capitalización anual.

Sea C el capital inicial y $2C$ el monto final. Entonces:

$$2C = C(1 + i)^6 \Rightarrow (1 + i)^6 = 2$$

De aquí:

$$i = 2^{1/6} - 1 \approx 0,1225 = 12,25 \%$$

Ejemplo 2.45 Halle el plazo para que \$ 500 crezcan a \$ 800 al 10 % compuesto anual.

Se usa

$$M = C(1 + i)^n \Rightarrow n = \frac{\ln(M/C)}{\ln(1 + i)}$$

$$n = \frac{\log(800/500)}{\log(1,10)} = \frac{\log(1,6)}{\log(1,10)} \approx \frac{0,4700}{0,0953} \approx 4,93 \text{ años}$$

Ejemplo 2.46 ¿Qué capital, colocado al 16 % simple anual durante 9 meses, genera un interés de \$ 540?

En interés simple $I = C \cdot i \cdot n$. Se despeja el capital:

$$C = \frac{I}{in}$$

Aquí $n = \frac{9}{12} = 0,75$ años, $i = 0,16$, $I = \$ 540$:

$$C = \frac{540}{0,16 \cdot 0,75} = \frac{540}{0,12} = \$ 4\,500$$

Ejemplo 2.47 ¿Cuántos días (año comercial de 360 días) se necesitan para que un capital de \$ 3 000, al 24 % de interés simple anual, produzca un interés de \$ 720?

$$I = C \cdot i \cdot n \Rightarrow n = \frac{I}{Ci}$$

$$n = \frac{720}{3000 \cdot 0,24} = \frac{720}{720} = 1 \text{ año}$$

En días comerciales:

$$n = 360 \text{ días}$$

Ejemplo 2.48 Calcule el monto compuesto de \$ 5 000 a una tasa nominal del 12 % anual capitalizable trimestralmente durante 5 años.

Primero se halla la tasa trimestral:

$$i_t = \frac{0,12}{4} = 0,03, \quad n = 5 \times 4 = 20 \text{ trimestres}$$

Monto:

$$M = C(1 + i)^n = 5000(1 + 0,03)^{20} = 5000(1,03)^{20}$$

$$(1,03)^{20} \approx 1,806, \quad M \approx 5000(1,806) \approx \$ 9\,030$$

Ejemplo 2.49 Compare el monto final de \$ 4 000 al cabo de 2 años a una tasa del 18 % anual, usando interés simple y usando interés compuesto anual.

a) Interés simple

$$I_s = C \cdot i \cdot n = 4000(0,18)(2) = \$ 1\,440$$

$$M_s = C + I_s = 4000 + 1440 = \$ 5\,440$$

b) Interés compuesto

$$M_c = 4000(1,18)^2 = 4000(1,392) \approx \$ 5\,568$$

Diferencia:

$$M_c - M_s = 5568 - 5440 = \$ 128$$

Ejemplo 2.50 Una entidad financiera anuncia una tasa nominal del 24 % anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál es la tasa efectiva anual?

$$i_m = \frac{0,24}{12} = 0,02, \quad i_{\text{eff}} = (1 + i_m)^{12} - 1 = (1,02)^{12} - 1$$

$$(1,02)^{12} \approx 1,268, \quad i_{\text{eff}} \approx 0,268 = 26,8 \%$$

Ejemplo 2.51 Una persona recibe hoy un préstamo de \$ 6 000 que deberá pagar en un solo pago dentro de 18 meses, con una tasa del 2 % mensual (compuesto). Determine el monto a pagar y el interés total.

Datos:

Capital	C	= \$ 6 000
Tasa periódica	i	= 2 % = 0,02
Número de períodos	n	= 18
Monto acumulado	M	= ?

Resolviendo

$$M = 6000 \cdot (1,02)^{18}$$

$$(1,02)^{18} \approx 1,428, \quad M \approx 6000(1,428) \approx \$ 8\,568$$

Interés total:

$$I = M - C = 8568 - 6000 = \$ 2\,568$$

2.9. Actividades de aplicación

Actividad 1: Comparación financiera

Elija dos opciones de inversión del entorno, por ejemplo: un préstamo familiar y un depósito a plazo fijo en una entidad bancaria. Compare ambas alternativas y determine cuál ofrece mayor rendimiento.

Instrucciones:

1. Identifique para cada opción:
 - Capital inicial (C)
 - Tasa de interés (i)
 - Tiempo (n)
 - Tipo de interés (simple o compuesto)
2. Calcule el monto final en cada caso:

$$M = C(1 + i \cdot n) \quad \text{o} \quad M = C(1 + i)^n$$

3. Si las tasas tienen distinta periodicidad, conviértalas a una misma base temporal.
4. Compare los resultados obtenidos.
5. Justifique su elección indicando cuál inversión es más conveniente y explique por qué.

Conclusión:

Redacte un breve análisis donde interprete los resultados y explique qué factores influyen en la diferencia de rendimiento entre ambas opciones.

Actividad 2: El interés real

Considere una inversión con una tasa de interés nominal del 4 % anual y una tasa de inflación esperada del 5 %.

Se desea analizar el rendimiento real de la inversión.

Instrucciones:

1. Identifique las variables:
 - Tasa nominal (i_{nom})
 - Tasa de inflación (π)
 - Tasa real (i_{real})

2. Calcule la tasa real utilizando la fórmula exacta:

$$1 + i_{\text{real}} = \frac{1 + i_{\text{nom}}}{1 + \pi}$$

3. Compare el resultado con la aproximación:

$$i_{\text{real}} \approx i_{\text{nom}} - \pi$$

4. Determine si el rendimiento real es positivo o negativo.

5. Interprete el resultado en términos de poder adquisitivo.

Conclusión:

Explique por qué una tasa nominal positiva puede generar una tasa real negativa y qué implicaciones tiene esto para los inversionistas.

2.10. Ejercicios de práctica

Ejercicio 2.1 Calcule el interés simple de \$ 1 800 al 16 % por 7 meses.

Solución. En interés simple se tiene

$$I = C \cdot i \cdot n$$

donde C es el capital, i la tasa por período y n el número de períodos. Como la tasa es anual y el tiempo son 7 meses,

$$n = \frac{7}{12} \text{ años}, \quad i = 0,16$$

Entonces

$$I = 1800 \cdot 0,16 \cdot \frac{7}{12} = \$ 168$$

Ejercicio 2.2 Determine el monto de \$ 950 al 12 % por 3 años (interés simple).

Solución. El interés simple es

$$I = C \cdot i \cdot n = 950 \cdot 0,12 \cdot 3 = \$ 342$$

El monto total será

$$M = C + I = 950 + 342 = \$ 1\,292$$

Ejercicio 2.3 Halle la tasa cuando $C = 800$, $I = 96$, $n = 2$ años (interés simple).

Solución. En interés simple:

$$I = C \cdot i \cdot n \quad \Rightarrow \quad i = \frac{I}{C \cdot n}$$

Sustituyendo:

$$i = \frac{96}{800 \cdot 2} = \frac{96}{1600} = 0,06 = 6 \%$$

Ejercicio 2.4 Determine el valor presente de \$ 3 000 al 11 % dentro de 4 años (suponiendo interés simple).

Solución. El monto en interés simple es $M = C(1 + i \cdot n)$. Despejando C :

$$C = \frac{M}{1 + i \cdot n}$$

Aquí $M = 3000$, $i = 0,11$, $n = 4$:

$$C = \frac{3000}{1 + 0,11 \cdot 4} = \frac{3000}{1 + 0,44} = \frac{3000}{1,44} \approx \$ 2\,083$$

Ejercicio 2.5 Halle el plazo para que \$ 1 200 se conviertan en \$ 1 600 al 9 % (interés simple).

Solución. En interés simple:

$$M = C(1 + i \cdot n) \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\frac{M}{C} - 1}{i}$$

$$n = \frac{\frac{1600}{1200} - 1}{0,09} = \frac{1,33 - 1}{0,09} = \frac{0,33}{0,09} \approx 3,70 \text{ años}$$

Si se quiere en meses:

$$n \approx 3,70 \times 12 \approx 44,4 \text{ meses} \approx 3 \text{ años y } 8 \text{ meses}$$

Ejercicio 2.6 Convierta una tasa nominal del 18 % capitalizable mensualmente en tasa efectiva anual.

Solución:

La tasa nominal se define como $j = 0,18$ y tiene capitalización mensualizada, por lo tanto, la tasa mensual es:

$$i_m = \frac{0,18}{12} = 0,015$$

La tasa efectiva anual es:

$$i_{\text{eff}} = (1 + i_m)^{12} - 1 = (1,015)^{12} - 1$$

Calculando:

$$i_{\text{eff}} \approx 0,1956 = 19,56 \%$$

Ejercicio 2.7 Realice la comparación entre el monto generado por interés simple y el monto por interés compuesto de un capital inicial de \$ 2 000 a una tasa del 10 % durante un período de tiempo de 5 años.

Solución.

Interés simple.

$$M_s = C(1 + i \cdot n) = 2000(1 + 0,10 \cdot 5) = 2000(1,5) = \$ 3 000$$

Interés compuesto.

$$M_c = C(1 + i)^n = 2000(1,10)^5$$

Como $(1,10)^5 \approx 1,61051$,

$$M_c \approx 2000(1,61051) = \$ 3 221,02$$

Diferencia entre ambos montos:

$$M_c - M_s \approx 3221,02 - 3000 = \$ 221,02$$

Ejercicio 2.8 Halle i si $(1 + i)^8 = 1,9$

Solución. Se toma la raíz octava:

$$1 + i = (1,9)^{1/8} \Rightarrow i = (1,9)^{1/8} - 1$$

Numéricamente:

$$i \approx 0,0835 = 8,35 \%$$

Ejercicio 2.9 Determine el capital que genera un monto de \$ 2 500 al 8 % durante 3 años (interés simple).

Solución. En interés simple:

$$M = C(1 + i \cdot n) \Rightarrow C = \frac{M}{1 + i \cdot n}$$

$$C = \frac{2500}{1 + 0,08 \cdot 3} = \frac{2500}{1,24} \approx \$ 2 016,13$$

Ejercicio 2.10 Un capital crece a \$ 4 200 bajo interés compuesto al 6 %. Halle el capital inicial (suponiendo un plazo de n períodos).

Solución. En interés compuesto:

$$M = C(1 + i)^n \quad \Rightarrow \quad C = \frac{M}{(1 + i)^n}.$$

Con $M = 4200$ e $i = 0,06$:

$$C = \frac{4200}{(1,06)^n}$$

Si, por ejemplo, el plazo fuera de 3 años ($n = 3$):

$$C = \frac{4200}{(1,06)^3} \approx \frac{4200}{1,191} \approx \$ 3 526$$

(En la práctica, el valor de n debe estar claramente especificado en el contrato o en el enunciado del problema.)

2.11. Ejercicios propuestos

1. Halle el monto simple de \$ 2 800 al 20 % por 6 meses.
2. Determine el monto compuesto de \$ 1 500 al 9 % por 4 años.
3. Si \$ 900 crecen hasta \$ 1 300 al 7 % con interés compuesto, determine el plazo.
4. ¿Cuál es la tasa implícita que se requiere para que un capital se triplique en 12 años?
5. Determine el capital que produce \$ 3 400 al 10 % por 5 años (simple).
6. Analice el comportamiento de \$ 1 000 según interés simple y compuesto al 11 % en 3 años.
7. Convierta el interés nominal de 18 % capitalizable trimestralmente a una tasa efectiva anual.
8. Determine n tal que $(1,13)^n = 3,5$.
9. Halle el valor presente de \$ 5 000 dentro de 7 años al 12 % (compuesto).
10. Determine el capital que, al 8 % compuesto durante 6 años, produce un monto de \$ 5 648.

2.12. Síntesis del capítulo

- El interés simple crece linealmente y se calcula solo sobre el capital inicial.
- El interés compuesto se expande de manera exponencial y capitaliza los intereses en cada ciclo.
- Se puede calcular cualquier variable si se utilizan fórmulas correctas.
- La tasa de capitalización influye directamente en el aumento del capital.
- Al desarrollar los ejercicios posibilitan su aprendizaje y la comparación de opciones financieras reales que ayudan a tomar decisiones fundamentadas.



CAPÍTULO 3

Tasas, descuentos y equivalencias financieras

3.1. Introducción

En los capítulos anteriores se estudió el interés simple y compuesto como modelos básicos de crecimiento del dinero en el tiempo. Sin embargo, en la práctica financiera las tasas de interés se expresan de distintas formas, con diversas periodicidades de capitalización y bajo contextos económicos en los que la inflación afecta el poder adquisitivo del dinero.¹

En este capítulo se abordan los conceptos de tasa nominal, tasa efectiva y tasa periódica, así como las relaciones entre ellas y los procesos de conversión necesarios para comparar operaciones financieras. También se analizan la inflación, la tasa real, los métodos de descuento (comercial, racional y compuesto) y una primera aproximación a la comparación de alternativas financieras por medio de la tasa interna de retorno (TIR) y la tasa mínima aceptable de rendimiento (TMAR).²

El objetivo es que usted desarrolle la habilidad de interpretar adecuadamente las tasas que encuentra en contratos, créditos, inversiones y demás productos financieros, y pueda convertirlas y compararlas de manera técnicamente correcta.

En la Figura 10 se presenta un esquema integrador, para observar en contexto la presentación de capítulo 3.

3.2. Objetivos de aprendizaje

Al finalizar este capítulo, será capaz de:

- Determinar la tasa efectiva, la nominal y la periódica con exactitud, así como establecer el intervalo de capitalización y su unidad temporal.
- Convertir tasas similares de diferentes plazos (meses, trimestres, bimestres, semestre, años) usando para ello criterios de igualdad financiera y los factores de capitalización.

¹Para una presentación general de tasas de interés y su uso en finanzas, véase Broverman (2023).

²Las tasas referenciales y definiciones operativas que utilizan las instituciones financieras ecuatorianas pueden consultarse en el Banco Central del Ecuador y la Superintendencia de Bancos (Banco Central del Ecuador, 2021; Superintendencia de Bancos del Ecuador, 2025a).

Figura 10.
Esquema integrador del capítulo 3.



Nota. Contenido del capítulo 3 elaborado con IA generativa

- Transformar las tasas de capitalización nominal según sus distintas frecuencias para obtener las tasas efectivas anuales y viceversa, interpretando cuál es la información que nos ofrecen las entidades de crédito.
- Estudiar el impacto de la inflación y su efecto en el rendimiento de una inversión, utilizando para esto correctamente la fórmula de Fisher para saber distinguir entre la tasa nominal y la tasa real.
- Emplear adecuadamente la forma de descuento racional, compuesto y comercial para realizar operaciones y los documentos correspondientes a medio y corto plazo.
- Confrontar diferentes operaciones financieras (créditos, inversiones, documentos descontados) a tasas iguales y presentar los resultados a partir del valor presente y no solamente en función de tasas nominales.
- Entender la Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR) y la Tasa Interna de Retorno (TIR) como instrumentos básicos para evaluar opciones financieras y proyectos, vinculándolos con el valor temporal del dinero.
- Realizar el análisis de contratos y de ofertas reales del sistema financiero (precios disponibles y publicados, tasas de referencia, descuentos) que sirvan de base para decidir en determinados escenarios privados, corporativos o institucionales.

3.3. Conceptos fundamentales de tasas

Dependiendo del contexto en el que se utilizan, la unidad temporal y la frecuencia de capitalización, las tasas de interés pueden expresarse de diferentes maneras. Es fundamental diferenciar entre la tasa efectiva, la nominal y la periódica.

3.3.1. Tasa de interés

La tasa de interés es la razón que relaciona el interés generado con el capital inicial en un período de tiempo (Broverman, 2023; Oxford Reference, 2025).

$$i = \frac{I}{C} \quad (3.1)$$

Esta expresión básica es válida tanto en interés simple como compuesto, aunque la forma de calcular el interés total varía según el modelo utilizado.

Ejemplo 3.1 Cálculo de la tasa de interés

Un capital de \$ 2 000 genera un interés de \$ 260 en un año. Se desea determinar la tasa de interés anual.

Datos por variable:

$$\text{Capital inicial } C = \$ 2\,000$$

$$\text{Interés } I = \$ 260$$

$$\text{Tasa de interés } i = ?$$

Fórmula:

$$i = \frac{I}{C}$$

Sustitución:

$$i = \frac{260}{2000}$$

Resultado final:

$$i = 0,13 = 13\%$$

Interpretación:

La tasa de interés es del 13 % anual, lo que significa que por cada \$ 100 invertidos se generan \$ 13 de interés en un año.

Ejemplo 3.2 Cálculo de la tasa de interés

Un capital de \$ 1 500 se transforma en \$ 1 800 en un año. Se desea determinar la tasa de interés anual.

Datos por variable:

$$\text{Capital inicial } C = \$ 1\,500$$

$$\text{Monto final } M = \$ 1\,800$$

$$\text{Interés } I = ?$$

$$\text{Tasa de interés } i = ?$$

Fórmula:

$$I = M - C$$

$$i = \frac{I}{C}$$

Sustitución:

$$I = 1800 - 1500 = 300$$

$$i = \frac{300}{1500}$$

Resultado final:

$$i = 0,20 = 20\%$$

Interpretación:

La tasa de interés es del 20 % anual, lo que indica que por cada \$ 100 invertidos se generan \$ 20 de interés en un año. Este resultado se obtiene a partir de la relación entre el interés generado y el capital inicial.

Ejemplo 3.3 Cálculo del interés

Si la tasa es del 18 % anual y el capital es \$ 2 500, se desea determinar el interés generado en un año.

Datos por variable:

Capital inicial	C	$= \$ 2\,500$
Tasa de interés	i	$= 18\% = 0,18$
Interés	I	$= ?$

Fórmula:

$$I = C \cdot i$$

Sustitución:

$$I = 2500(0,18)$$

Resultado final:

$I = \$ 450$

Interpretación:

El interés generado en un año es de \$ 450. Esto significa que el capital produce una ganancia equivalente al 18 % de su valor inicial durante el período considerado.

3.3.2. Tasa nominal

La tasa nominal anual (también llamada tasa nominal) es una tasa que se expresa en términos anuales, pero cuya capitalización se realiza varias veces al año (Broverman, 2023). Si i_{nom} es la tasa nominal y m es el número de capitalizaciones por año, la tasa periódica es:

$$i_p = \frac{i_{\text{nom}}}{m} \quad (3.2)$$

Ejemplo 3.4 Cálculo de la tasa periódica

La tasa nominal es del 18 % anual capitalizable trimestralmente ($m = 4$). Se desea determinar la tasa periódica.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 18 \% = 0,18$
Número de períodos	m	$= 4$
Tasa periódica	i_p	$= ?$

Fórmula:

$$i_p = \frac{i_{nom}}{m}$$

Sustitución:

$$i_p = \frac{0,18}{4}$$

Resultado final:

$i_p = 0,045 = 4,5 \% \text{ por trimestre}$
--

Interpretación:

La tasa periódica es del 4,5 % por trimestre. Esto significa que el capital crece un 4,5 % en cada período de capitalización dentro del año.

Ejemplo 3.5 Cálculo de la tasa periódica

La tasa nominal es del 24 % anual capitalizable mensualmente ($m = 12$). Se desea determinar la tasa periódica.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 24 \% = 0,24$
Número de períodos	m	$= 12$
Tasa periódica	i_p	$= ?$

Fórmula:

$$i_p = \frac{i_{nom}}{m}$$

Sustitución:

$$i_p = \frac{0,24}{12}$$

Resultado final:

$i_p = 0,02 = 2 \% \text{ por mes}$

Interpretación:

La tasa periódica es del 2 % mensual. Esto significa que el capital crece un 2 % en cada mes bajo capitalización compuesta.

Ejemplo 3.6 Cálculo de la tasa periódica

La tasa nominal es del 30 % anual capitalizable bimestralmente ($m = 6$). Se desea determinar la tasa periódica.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 30\% = 0,30$
Número de períodos	m	$= 6$
Tasa periódica	i_p	$= ?$

Fórmula:

$$i_p = \frac{i_{nom}}{m}$$

Sustitución:

$$i_p = \frac{0,30}{6}$$

Resultado final:

$$i_p = 0,05 = 5\% \text{ por bimestre}$$

Interpretación:

La tasa periódica es del 5 % por bimestre. Esto significa que el capital crece un 5 % en cada período de dos meses bajo capitalización compuesta.

3.3.3. Tasa efectiva

La tasa efectiva anual es la tasa que refleja el rendimiento real en un año, considerando la capitalización periódica (Ross et al., 2024). Si la tasa periódica es i_p y hay m períodos por año, la tasa efectiva anual es:

$$i_{eff} = (1 + i_p)^m - 1 \quad (3.3)$$

Ejemplo 3.7 Cálculo de la tasa efectiva anual

La tasa nominal es del 12 % anual capitalizable trimestralmente. Se desea determinar la tasa periódica y la tasa efectiva anual.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 12\% = 0,12$
Número de períodos	m	$= 4$
Tasa periódica	i_p	$= ?$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$

Fórmulas:

$$i_p = \frac{i_{nom}}{m} \quad i_{eff} = (1 + i_p)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_p = \frac{0,12}{4} \quad i_{eff} = (1,03)^4 - 1$$

Resultado final:

$$i_p = 0,03 = 3\%, \quad i_{eff} \approx 0,125 = 12,5\%$$

Interpretación:

La tasa periódica es del 3 % por trimestre. Al capitalizarse cuatro veces en el año, la tasa efectiva anual resulta ser aproximadamente 12,5 %, lo que refleja el efecto de la capitalización compuesta sobre la tasa nominal.

Ejemplo 3.8 Cálculo de la tasa efectiva anual

La tasa nominal es del 18 % anual capitalizable mensualmente. Se desea determinar la tasa periódica y la tasa efectiva anual.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 18 \% = 0,18$
Número de períodos	m	$= 12$
Tasa periódica	i_p	$= ?$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$

Fórmulas:

$$i_p = \frac{i_{nom}}{m} \quad i_{eff} = (1 + i_p)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_p = \frac{0,18}{12} \quad i_{eff} = (1,015)^{12} - 1$$

Resultado final:

$i_p = 0,015 = 1,5 \%, \quad i_{eff} \approx 0,195 = 19,5 \%$

Interpretación:

La tasa periódica es del 1,5 % mensual. Debido a la capitalización mensual, la tasa efectiva anual es aproximadamente del 19,5 %, lo que evidencia el incremento real del rendimiento frente a la tasa nominal.

Ejemplo 3.9 Cálculo de la tasa efectiva anual

Si la tasa periódica mensual es del 2 %, se desea determinar la tasa efectiva anual.

Datos por variable:

Tasa periódica	i_p	$= 2 \% = 0,02$
Número de períodos	m	$= 12$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$

Fórmula:

$$i_{eff} = (1 + i_p)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_{eff} = (1,02)^{12} - 1$$

Resultado final:

$i_{eff} \approx 0,268 = 26,8 \%$

Interpretación:

La tasa efectiva anual es aproximadamente del 26,8 %. Este valor refleja el crecimiento real del capital cuando una tasa del 2 % mensual se capitaliza durante 12 periodos en el año.

3.3.4. Tasa periódica

La tasa periódica es la tasa que se aplica en cada período de capitalización (Broverman, 2023). Si se conoce la tasa efectiva anual, se puede obtener la tasa periódica equivalente:

$$1 + i_{\text{eff}} = (1 + i_p)^m \Rightarrow i_p = (1 + i_{\text{eff}})^{1/m} - 1 \quad (3.4)$$

Ejemplo 3.10 Cálculo de la tasa mensual equivalente

Si la tasa efectiva anual es del 20 % ($i_{\text{eff}} = 0,20$), se desea determinar la tasa mensual equivalente.

Datos por variable:

Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= 20 \% = 0,20$
Número de períodos	m	$= 12$
Tasa mensual	i_m	$= ?$

Fórmula:

$$i_m = (1 + i_{\text{eff}})^{\frac{1}{m}} - 1$$

Sustitución:

$$i_m = (1,20)^{\frac{1}{12}} - 1$$

Resultado final:

$$i_m \approx 0,0153 = 1,53 \%$$

Interpretación:

La tasa mensual equivalente es aproximadamente del 1,53 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante 12 meses produce el mismo rendimiento que una tasa efectiva anual del 20 %, bajo capitalización compuesta.

Ejemplo 3.11 Cálculo de la tasa trimestral equivalente

Si la tasa efectiva anual es del 15 %, se desea determinar la tasa trimestral equivalente.

Datos por variable:

$$\text{Tasa efectiva anual} \quad i_{\text{eff}} = 15\% = 0,15$$

$$\text{Número de períodos} \quad m = 4$$

$$\text{Tasa trimestral} \quad i_t = ?$$

$$\text{Fórmula:} \quad i_t = (1 + i_{\text{eff}})^{\frac{1}{m}} - 1$$

Sustitución:

$$i_t = (1,15)^{\frac{1}{4}} - 1$$

Resultado final:

$$i_t \approx 0,035 = 3,5\%$$

Interpretación:

La tasa trimestral equivalente es aproximadamente del 3,5 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante cuatro trimestres produce el mismo rendimiento que una tasa efectiva anual del 15 %, bajo capitalización compuesta.

Ejemplo 3.12 Cálculo de la tasa semestral equivalente

Si la tasa efectiva anual es del 10 %, se desea determinar la tasa semestral equivalente.

Datos por variable:

$$\text{Tasa efectiva anual} \quad i_{\text{eff}} = 10\% = 0,10$$

$$\text{Número de períodos} \quad m = 2$$

$$\text{Tasa semestral} \quad i_s = ?$$

$$\text{Fórmula:} \quad i_s = (1 + i_{\text{eff}})^{\frac{1}{m}} - 1$$

Sustitución:

$$i_s = (1,10)^{\frac{1}{2}} - 1$$

Resultado final:

$$i_s \approx 0,048 = 4,8\%$$

Interpretación:

La tasa semestral equivalente es aproximadamente del 4,8 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante dos semestres produce el mismo rendimiento que una tasa efectiva anual del 10 %, bajo capitalización compuesta.

3.3.5. Relación entre tasas nominales, efectivas y periódicas

En resumen, las relaciones básicas son:

$$i_p = \frac{i_{\text{nom}}}{m}, \quad i_{\text{eff}} = (1 + i_p)^m - 1 \quad (3.5)$$

También:

$$1 + i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{i_{\text{nom}}}{m}\right)^m \quad (3.6)$$

Ejemplo 3.13 Comparación entre tasa nominal y tasa efectiva

Se desea comparar una tasa nominal del 18 % anual capitalizable trimestralmente con su tasa efectiva anual.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 18\% = 0,18$
Número de períodos	m	$= 4$
Tasa periódica	i_p	$= ?$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$

Fórmulas:

$$i_p = \frac{i_{\text{nom}}}{m} \quad i_{\text{eff}} = (1 + i_p)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_p = \frac{0,18}{4} \quad i_{\text{eff}} = (1,045)^4 - 1$$

Resultado final:

$i_p = 0,045 = 4,5\%, \quad i_{\text{eff}} \approx 0,192 = 19,2\%$
--

Interpretación:

La tasa periódica es del 4,5 % por trimestre. Debido a la capitalización trimestral, la tasa efectiva anual resulta aproximadamente del 19,2 %, superando la tasa nominal. Esto evidencia el efecto de la capitalización compuesta sobre el rendimiento real.

Ejemplo 3.14 Cálculo de la tasa mensual equivalente

Si la tasa efectiva anual es del 22 % y existe capitalización mensual, se desea determinar la tasa mensual equivalente.

Datos por variable:

Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= 22\% = 0,22$
Número de períodos	m	$= 12$
Tasa mensual	i_m	$= ?$

Fórmula:

$$i_m = (1 + i_{\text{eff}})^{\frac{1}{m}} - 1$$

Sustitución:

$$i_m = (1,22)^{\frac{1}{12}} - 1$$

Resultado final:

$i_m \approx 0,016 = 1,6\%$

Interpretación:

La tasa mensual equivalente es aproximadamente del 1,6 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante 12 meses produce el mismo rendimiento que una tasa efectiva anual del 22 %, bajo capitalización compuesta.

Ejemplo 3.15 Cálculo de la tasa efectiva anual

Si la tasa nominal anual es del 24 % capitalizable bimestralmente ($m = 6$), se desea determinar la tasa periódica y la tasa efectiva anual.

Datos por variable:

Tasa nominal $i_{nom} = 24 \% = 0,24$

Número de períodos $m = 6$

Tasa periódica $i_p = ?$

Tasa efectiva anual $i_{eff} = ?$

Fórmulas:

$$i_p = \frac{i_{nom}}{m} \quad i_{eff} = (1 + i_p)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_p = \frac{0,24}{6} \quad i_{eff} = (1,04)^6 - 1$$

Resultado final:

$$i_p = 0,04 = 4 \%, \quad i_{eff} \approx 0,265 = 26,5 \%$$

Interpretación:

La tasa periódica es del 4 % por bimestre. Debido a la capitalización bimestral, la tasa efectiva anual resulta aproximadamente del 26,5 %, superando la tasa nominal. Esto evidencia el efecto de la capitalización compuesta sobre el rendimiento real.

3.4. Tasas equivalentes

Dos tasas son equivalentes si, aplicadas al mismo capital durante el mismo plazo (medido en años), producen el mismo monto. Para comparar tasas con diferente periodicidad se las lleva a una base común (por ejemplo, la tasa efectiva anual).

3.4.1. Equivalencia entre tasas con periodicidades distintas

Sea una tasa de interés i_1 está definida en un ejercicio para m_1 períodos por año y otra tasa de interés i_2 para m_2 cantidad de períodos por año, serán son equivalentes si y solo si:

$$(1 + i_1)^{m_1} = (1 + i_2)^{m_2} \quad (3.7)$$

Ejemplo 3.16 Cálculo de la tasa trimestral equivalente

Dada una tasa efectiva anual del 18 %, se desea determinar la tasa trimestral equivalente.

Datos por variable:

Tasa efectiva anual $i_{eff} = 18\% = 0,18$

Número de períodos $m = 4$

Tasa trimestral $i_t = ?$

Fórmula: $(1 + i_t)^m = 1 + i_{eff}$

Sustitución: $(1 + i_t)^4 = 1,18$

Despeje: $i_t = (1,18)^{\frac{1}{4}} - 1$

Resultado final: $i_t \approx 0,042 = 4,2\%$

Interpretación:

La tasa trimestral equivalente es aproximadamente del 4,2 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante cuatro trimestres produce el mismo rendimiento que una tasa efectiva anual del 18 %, bajo capitalización compuesta.

Ejemplo 3.17 Cálculo de la tasa mensual equivalente

A una tasa efectiva anual del 15 %, se desea determinar la tasa mensual equivalente.

Datos por variable:

Tasa efectiva anual $i_{eff} = 15\% = 0,15$

Número de períodos $m = 12$

Tasa mensual $i_m = ?$

Fórmula: $(1 + i_m)^m = 1 + i_{eff}$

Sustitución: $(1 + i_m)^{12} = 1,15$

Despeje: $i_m = (1,15)^{\frac{1}{12}} - 1$

Resultado final: $i_m \approx 0,011 = 1,1\%$

Interpretación:

La tasa mensual equivalente es aproximadamente del 1,1 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante 12 meses produce el mismo rendimiento que una tasa efectiva anual del 15 %, bajo capitalización compuesta.

Ejemplo 3.18 Cálculo de la tasa semestral equivalente

Halle la tasa semestral equivalente a una tasa efectiva anual del 12 %.

Datos por variable:

Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= 12\% = 0,12$
Número de períodos	m	$= 2$
Tasa semestral	i_s	$= ?$

Fórmula:

$$(1 + i_s)^m = 1 + i_{eff}$$

Sustitución:

$$(1 + i_s)^2 = 1,12$$

Despeje:

$$i_s = (1,12)^{\frac{1}{2}} - 1$$

Resultado final:

$$i_s \approx 0,058 = 5,8\%$$

Interpretación:

La tasa semestral equivalente es aproximadamente del 5,8 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante dos semestres produce el mismo rendimiento que una tasa efectiva anual del 12 %, bajo capitalización compuesta.

3.4.2. Conversión de tasas nominales

Para convertir una tasa nominal con determinada periodicidad a otra tasa nominal con diferente periodicidad, se recomienda pasar primero por la tasa efectiva anual.

Ejemplo 3.19 Conversión entre tasas nominales equivalentes

Se desea convertir una tasa nominal del 18 % anual capitalizable trimestralmente a una tasa nominal anual capitalizable mensualmente.

Datos por variable:

Tasa nominal inicial	i_{nom}	$= 18\% = 0,18$
Capitalización inicial	m_1	$= 4$
Capitalización final	m_2	$= 12$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$
Tasa mensual	i_m	$= ?$
Tasa nominal equivalente	$i_{nom-mes}$	$= ?$

Fórmulas:

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i_{nom}}{m_1}\right)^{m_1} - 1$$

$$i_m = (1 + i_{eff})^{\frac{1}{m_2}} - 1$$

$$i_{nom-mes} = m_2 \cdot i_m$$

Sustitución:

$$i_{eff} = (1,045)^4 - 1 \approx 0,192$$

$$i_m = (1,192)^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0,014$$

$$i_{nom-mes} = 12 \cdot 0,0148$$

Resultado final:

$$i_{nom-mes} \approx 0,177 = 17,7 \%$$

Interpretación:

La tasa nominal anual equivalente capitalizable mensualmente es aproximadamente del 17,7 %. Este resultado se obtiene al igualar ambas tasas a través de la tasa efectiva anual, garantizando que produzcan el mismo rendimiento bajo distintas frecuencias de capitalización.

Ejemplo 3.20 Conversión entre tasas nominales equivalentes

Se desea convertir una tasa nominal anual del 24 % capitalizable mensualmente a una tasa nominal anual capitalizable trimestralmente.

Datos por variable:

Tasa nominal inicial	i_{nom}	$= 24 \% = 0,24$
Capitalización inicial	m_1	$= 12$
Capitalización final	m_2	$= 4$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$
Tasa trimestral	i_t	$= ?$
Tasa nominal equivalente	$i_{nom-tri}$	$= ?$

Fórmulas:

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i_{nom}}{m_1}\right)^{m_1} - 1$$

$$i_t = (1 + i_{eff})^{\frac{1}{m_2}} - 1$$

$$i_{nom-tri} = m_2 \cdot i_t$$

Sustitución:

$$i_{eff} = (1,02)^{12} - 1 \approx 0,268$$

$$i_t = (1,2682)^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0,0613$$

$$i_{nom-tri} = 4 \cdot 0,0613$$

Resultado final:

$$i_{nom-tri} \approx 0,245 = 24,5 \%$$

Interpretación:

La tasa nominal anual equivalente capitalizable trimestralmente es aproximadamente del 24,5 %. Aunque ambas tasas nominales difieren, generan el mismo rendimiento anual al considerar la capitalización compuesta, lo que garantiza su equivalencia financiera.

Ejemplo 3.21 Conversión entre tasas nominales equivalentes

Se desea transformar una tasa nominal anual del 30 %, capitalizable semanalmente, en una tasa nominal anual capitalizable mensualmente.

Datos por variable:

Tasa nominal inicial	i_{nom}	$= 30 \% = 0,30$
Capitalización inicial	m_1	$= 52$
Capitalización final	m_2	$= 12$
Tasa periódica semanal	i_s	$= ?$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$
Tasa mensual	i_m	$= ?$
Tasa nominal equivalente	$i_{nom-mes}$	$= ?$

Fórmulas:

$$i_s = \frac{i_{nom}}{m_1}$$

$$i_{eff} = (1 + i_s)^{m_1} - 1$$

$$i_m = (1 + i_{eff})^{\frac{1}{m_2}} - 1$$

$$i_{nom-mes} = m_2 \cdot i_m$$

Sustitución:

$$i_s = \frac{0,30}{52} \approx 0,005769$$

$$i_{eff} = (1 + 0,005769)^{52} - 1 \approx 0,3496$$

$$i_m = (1,3496)^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0,0253$$

$$i_{nom-mes} = 12 \cdot 0,0253$$

Resultado final:

$i_{nom-mes} \approx 0,3036 = 30,36 \%$

Interpretación:

La tasa nominal anual equivalente capitalizable mensualmente es aproximadamente del 30,36 %. Aunque ambas tasas nominales son cercanas, difieren debido a la distinta frecuencia de capitalización. La equivalencia se logra al igualar el rendimiento efectivo anual de ambas tasas.

3.4.3. Conversión de tasas efectivas

Para transformar una tasa efectiva de un período a otra tasa, es necesario igualar los factores de capitalización.

Ejemplo 3.22 Cálculo de la tasa semestral equivalente

Convierta una tasa efectiva anual del 20 % a una tasa efectiva semestral equivalente.

Datos por variable:

$$\text{Tasa efectiva anual} \quad i_{\text{eff}} = 20\% = 0,20$$

$$\text{Número de períodos} \quad m = 2$$

$$\text{Tasa semestral} \quad i_s = ?$$

Fórmula:

$$(1 + i_s)^m = 1 + i_{\text{eff}}$$

Sustitución:

$$(1 + i_s)^2 = 1,20$$

Despeje:

$$i_s = (1,20)^{\frac{1}{2}} - 1$$

Resultado final:

$$i_s \approx 0,0954 = 9,54\%$$

Interpretación:

La tasa efectiva semestral equivalente es aproximadamente del 9,54 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante dos semestres produce el mismo rendimiento que una tasa efectiva anual del 20 %, bajo capitalización compuesta.

Ejemplo 3.23 Cálculo de la tasa mensual equivalente

Convierta una tasa efectiva anual del 15 % a una tasa efectiva mensual equivalente.

Datos por variable:

$$\text{Tasa efectiva anual} \quad i_{\text{eff}} = 15\% = 0,15$$

$$\text{Número de períodos} \quad m = 12$$

$$\text{Tasa mensual} \quad i_m = ?$$

Fórmula:

$$(1 + i_m)^m = 1 + i_{\text{eff}}$$

Sustitución:

$$(1 + i_m)^{12} = 1,15$$

Despeje:

$$i_m = (1,15)^{\frac{1}{12}} - 1$$

Resultado final:

$$i_m \approx 0,0117 = 1,17\%$$

Interpretación:

La tasa mensual equivalente es aproximadamente del 1,17 %. Esto significa que aplicar esta tasa durante 12 meses produce el mismo rendimiento que una tasa efectiva anual del 15 %, bajo capitalización compuesta.

Ejemplo 3.24 Cálculo de la tasa efectiva anual

Convierta una tasa efectiva trimestral del 5 % a una tasa efectiva anual.

Datos por variable:

Tasa trimestral	i_t	$= 5 \% = 0,05$
Número de períodos	m	$= 4$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$

Fórmula:

$$i_{eff} = (1 + i_t)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_{eff} = (1,05)^4 - 1$$

Resultado final:

$$i_{eff} \approx 0,2155 = 21,55 \%$$

Interpretación:

La tasa efectiva anual es aproximadamente del 21,55 %. Esto significa que una tasa del 5 % trimestral, aplicada durante cuatro trimestres, produce un rendimiento anual equivalente bajo capitalización compuesta.

3.4.4. Ejemplos de conversión**Ejemplo 3.25 Cálculo de la tasa efectiva anual**

Convierta una tasa nominal del 12 % anual capitalizable trimestralmente a su tasa efectiva anual.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 12 \% = 0,12$
Número de períodos	m	$= 4$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$

Fórmula:

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i_{nom}}{m}\right)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_{eff} = (1 + 0,12/4)^4 - 1 = (1,03)^4 - 1$$

Resultado final:

$$i_{eff} \approx 0,1255 = 12,55 \%$$

Interpretación:

La tasa efectiva anual es aproximadamente del 12,55 %. Esto significa que, al capitalizarse trimestralmente, la tasa nominal del 12 % genera un rendimiento real superior debido al efecto de la capitalización compuesta.

Ejemplo 3.26 Conversión de tasa efectiva a tasa nominal

Convierta una tasa efectiva anual del 18 % a una tasa nominal anual capitalizable mensualmente.

Datos por variable:

$$\text{Tasa efectiva anual} \quad i_{\text{eff}} = 18\% = 0,18$$

$$\text{Número de períodos} \quad m = 12$$

$$\text{Tasa mensual} \quad i_m = ?$$

$$\text{Tasa nominal anual} \quad i_{\text{nom}} = ?$$

Fórmulas:

$$i_m = (1 + i_{\text{eff}})^{\frac{1}{m}} - 1 \quad i_{\text{nom}} = m \cdot i_m$$

Sustitución:

$$i_m = (1,18)^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0,0139$$

$$i_{\text{nom}} = 12 \cdot 0,0139$$

Resultado final:

$$i_{\text{nom}} \approx 0,1668 = 16,68\%$$

Interpretación:

La tasa nominal anual capitalizable mensualmente equivalente es aproximadamente del 16,68 %. Aunque es menor que la tasa efectiva del 18 %, ambas generan el mismo rendimiento anual al considerar la capitalización compuesta.

Ejemplo 3.27 Cálculo de la tasa efectiva semestral

Convierta una tasa mensual del 2 % a una tasa efectiva semestral.

Datos por variable:

$$\text{Tasa mensual} \quad i_m = 2\% = 0,02$$

$$\text{Número de períodos} \quad m = 6$$

$$\text{Tasa semestral} \quad i_{\text{sem}} = ?$$

Fórmula:

$$i_{\text{sem}} = (1 + i_m)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_{\text{sem}} = (1,02)^6 - 1$$

Resultado final:

$$i_{\text{sem}} \approx 0,1262 = 12,62\%$$

Interpretación:

La tasa efectiva semestral es aproximadamente del 12,62 %. Esto significa que aplicar una tasa del 2 % mensual durante seis meses produce ese rendimiento acumulado bajo capitalización compuesta.

3.5. Inflación y tasas reales

La inflación es un fenómeno que ocasiona la reducción del poder adquisitivo del dinero en el transcurso del tiempo. Por ello, una tasa nominal no refleja necesariamente el aumento de la capacidad de compra, sino sólo la variación nominal de los valores.³

3.5.1. Concepto de inflación

La inflación es el incremento extendido y permanente del nivel de precios de bienes y servicios en una economía. Si los precios aumentan, una determinada cantidad de dinero podrá comprar menos bienes que la misma cantidad en el pasado (Mankiw, 2022).

Ejemplo 3.28 Efecto de la inflación sobre el precio

Si la inflación anual es del 5 %, un bien que costaba \$ 100 aumentará su precio al cabo de un año. Se desea determinar el nuevo valor.

Datos por variable:

Precio inicial	C	$= \$ 100$
Tasa de inflación	i	$= 5 \% = 0,05$
Precio final	M	$= ?$

Fórmula:

$$M = C(1 + i)$$

Sustitución:

$$M = 100(1,05)$$

Resultado final:

$M = \$ 105$

Interpretación:

El precio del bien aumenta a \$ 105 debido a la inflación. Esto significa que el poder adquisitivo del dinero disminuye, ya que se requiere una mayor cantidad para adquirir el mismo bien después de un año.

³En el Ecuador, los indicadores de inflación son publicados regularmente por el INEC (Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC), 2025).

Ejemplo 3.29 Efecto de la inflación sobre el poder adquisitivo

Si el salario se eleva un 3 % y la inflación es del 6 %, se desea determinar la variación real del poder adquisitivo.

Datos por variable:

Tasa de aumento salarial	i_s	$= 3\% = 0,03$
Tasa de inflación	i_f	$= 6\% = 0,06$
Tasa real	i_r	$= ?$

Fórmula:

$$1 + i_r = \frac{1 + i_s}{1 + i_f}$$

Sustitución:

$$1 + i_r = \frac{1,03}{1,06}$$

Resultado final:

$$i_r \approx -0,0283 = -2,83\%$$

Interpretación:

El poder adquisitivo disminuye aproximadamente en un 2,83 %. Esto significa que, aunque el salario nominal aumenta, no compensa el efecto de la inflación, por lo que en términos reales se pierde capacidad de compra.

Ejemplo 3.30 Aumento del poder adquisitivo

Si el salario se incrementa en un 8 % y la inflación es del 5 %, se desea determinar la variación real del poder adquisitivo.

Datos por variable:

Tasa de aumento salarial	i_s	$= 8\% = 0,08$
Tasa de inflación	i_f	$= 5\% = 0,05$
Tasa real	i_r	$= ?$

Fórmula:

$$1 + i_r = \frac{1 + i_s}{1 + i_f}$$

Sustitución:

$$1 + i_r = \frac{1,08}{1,05}$$

Resultado final:

$$i_r \approx 0,0286 = 2,86\%$$

Interpretación:

El poder adquisitivo aumenta aproximadamente en un 2,86 %. Esto significa que el incremento salarial supera el efecto de la inflación, permitiendo una mejora real en la capacidad de compra.

3.5.2. Tasa nominal vs. tasa real

La tasa nominal es la que se observa directamente en contratos y anuncios. La tasa real descuenta el efecto de la inflación. La relación entre tasa nominal i_{nom} , tasa real i_{real} e inflación π está dada por:

$$1 + i_{\text{nom}} = (1 + i_{\text{real}})(1 + \pi) \quad (3.8)$$

Despejando:

$$i_{\text{real}} = \frac{1 + i_{\text{nom}}}{1 + \pi} - 1 \quad (3.9)$$

Ejemplo 3.31 Cálculo de la tasa real

Si la tasa nominal es del 10 % y la inflación es del 6 %, se desea determinar la tasa real.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 10 \% = 0,10$
Tasa de inflación	π	$= 6 \% = 0,06$
Tasa real	i_{real}	$= ?$

Fórmula:

$$1 + i_{\text{real}} = \frac{1 + i_{\text{nom}}}{1 + \pi}$$

Sustitución:

$$1 + i_{\text{real}} = \frac{1,10}{1,06}$$

Resultado final:

$i_{\text{real}} \approx 0,0377 = 3,77 \%$
--

Interpretación:

La tasa real es aproximadamente del 3,77 %. Esto significa que, una vez descontado el efecto de la inflación, el rendimiento efectivo del capital es menor que la tasa nominal.

Ejemplo 3.32 Cálculo de la tasa real

Si la tasa nominal es del 8 % y la inflación es del 4 %, se desea determinar la tasa real.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 8 \% = 0,08$
Tasa de inflación	π	$= 4 \% = 0,04$
Tasa real	i_{real}	$= ?$

Fórmula:

$$1 + i_{real} = \frac{1 + i_{nom}}{1 + \pi}$$

Sustitución:

$$1 + i_{real} = \frac{1,08}{1,04}$$

Resultado final:

$$i_{real} \approx 0,0385 = 3,85 \%$$

Interpretación:

La tasa real es aproximadamente del 3,85 %. Esto indica que, al descontar el efecto de la inflación, el rendimiento efectivo del capital es menor que la tasa nominal, aunque sigue siendo positivo.

Ejemplo 3.33 Cálculo de la tasa real

Si la tasa nominal es del 12 % y la inflación es del 15 %, se desea determinar la tasa real.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 12 \% = 0,12$
Tasa de inflación	π	$= 15 \% = 0,15$
Tasa real	i_{real}	$= ?$

Fórmula:

$$1 + i_{real} = \frac{1 + i_{nom}}{1 + \pi}$$

Sustitución:

$$1 + i_{real} = \frac{1,12}{1,15}$$

Resultado final:

$$i_{real} \approx -0,0261 = -2,61 \%$$

Interpretación:

La tasa real es negativa (−2,61 %), lo que indica una pérdida de poder adquisitivo. Esto ocurre porque la inflación supera a la tasa nominal, reduciendo el valor real del dinero.

3.5.3. Fórmula de Fisher

La relación entre la tasa de interés nominal, la tasa de interés real y la inflación es conocida como la **fórmula de Fisher**, en honor al economista Irving Fisher (Ross et al., 2024).

Esta expresión establece que:

$$1 + i_{\text{nom}} = (1 + i_{\text{real}})(1 + \pi)$$

donde:

- i_{nom} es la tasa de interés nominal,
- i_{real} es la tasa de interés real,
- π es la tasa de inflación.

Para valores pequeños de inflación, se utiliza frecuentemente la siguiente **aproximación**:

$$i_{\text{real}} \approx i_{\text{nom}} - \pi$$

Ejemplo 3.34 Cálculo de la tasa nominal

Se desea obtener una tasa real del 5 % en un contexto donde se espera una inflación del 7 %. Se desea determinar la tasa nominal.

Datos por variable:

Tasa real	i_{real}	$= 5 \% = 0,05$
Tasa de inflación	π	$= 7 \% = 0,07$
Tasa nominal	i_{nom}	$= ?$

Fórmula de Fisher:

$$1 + i_{\text{nom}} = (1 + i_{\text{real}})(1 + \pi)$$

Sustitución:

$$1 + i_{\text{nom}} = (1,05)(1,07)$$

Resultado final:

$i_{\text{nom}} \approx 0,1235 = 12,35 \%$
--

Interpretación:

Para obtener un rendimiento real del 5 % en un entorno con una inflación del 7 %, se requiere una tasa nominal aproximada del 12,35 %. Esto refleja el ajuste necesario para compensar la pérdida de poder adquisitivo.

Ejemplo 3.35 Cálculo de la tasa real

Si la tasa nominal es del 14 % y la inflación es del 10 %, se desea determinar la tasa real.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 14 \% = 0,14$
Tasa de inflación	π	$= 10 \% = 0,10$
Tasa real	i_{real}	$= ?$

Fórmula de Fisher:

$$1 + i_{real} = \frac{1 + i_{nom}}{1 + \pi}$$

Sustitución:

$$1 + i_{real} = \frac{1,14}{1,10}$$

Resultado final:

$$i_{real} \approx 0,0364 = 3,64 \%$$

Interpretación:

La tasa real es aproximadamente del 3,64 %. Esto indica que, una vez descontado el efecto de la inflación, el rendimiento efectivo del capital es menor que la tasa nominal, pero sigue siendo positivo.

Ejemplo 3.36 Cálculo de la tasa nominal

Si la tasa real objetivo es del 4 % y la inflación esperada es del 3 %, se desea determinar la tasa nominal.

Datos por variable:

Tasa real	i_{real}	$= 4 \% = 0,04$
Tasa de inflación	π	$= 3 \% = 0,03$
Tasa nominal	i_{nom}	$= ?$

Fórmula de Fisher:

$$1 + i_{nom} = (1 + i_{real})(1 + \pi)$$

Sustitución:

$$1 + i_{nom} = (1,04)(1,03)$$

Resultado final:

$$i_{nom} = 0,0712 = 7,12 \%$$

Interpretación:

Para alcanzar una tasa real del 4 % en un entorno con una inflación del 3 %, se requiere una tasa nominal del 7,12 %. Esto asegura que el rendimiento compense la pérdida de poder adquisitivo.

3.5.4. Aplicaciones con inflación

Ejemplo 3.37 Cálculo de la tasa real

Un inversionista recibe un rendimiento nominal del 16 % en un año, en un contexto de inflación del 9 %. Se desea determinar la tasa real.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 16 \% = 0,16$
Tasa de inflación	π	$= 9 \% = 0,09$
Tasa real	i_{real}	$= ?$

Fórmula de Fisher:

$$1 + i_{real} = \frac{1 + i_{nom}}{1 + \pi}$$

Sustitución:

$$1 + i_{real} = \frac{1,16}{1,09}$$

Resultado final:

$$i_{real} \approx 0,0642 = 6,42 \%$$

Interpretación:

La tasa real es aproximadamente del 6,42 %. Esto indica que, una vez descontado el efecto de la inflación, el inversionista obtiene una ganancia real positiva en términos de poder adquisitivo.

Ejemplo 3.38 Efecto de la inflación sobre el margen real

Una empresa aumenta sus precios un 10 %, pero sus costos suben un 12 % debido a la inflación. Se desea analizar el efecto real sobre su margen.

Datos por variable:

Aumento de precios	i_p	$= 10 \% = 0,10$
Aumento de costos (inflación)	π	$= 12 \% = 0,12$
Variación real	i_{real}	$= ?$

Fórmula de Fisher:

$$1 + i_{real} = \frac{1 + i_p}{1 + \pi}$$

Sustitución:

$$1 + i_{real} = \frac{1,10}{1,12}$$

Resultado final:

$$i_{real} \approx -0,0179 = -1,79 \%$$

Interpretación:

La variación real es negativa (−1,79 %), lo que indica que el aumento de costos supera el incremento de precios. En consecuencia, el margen real de la empresa se reduce, afectando su rentabilidad.

Ejemplo 3.39 Efecto de la inflación sobre la rentabilidad

La rentabilidad de una inversión bancaria es del 7 %, mientras que la inflación se sitúa en el 8 %. Se desea determinar la tasa real.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 7 \% = 0,07$
Tasa de inflación	π	$= 8 \% = 0,08$
Tasa real	i_{real}	$= ?$

Fórmula de Fisher:

$$1 + i_{real} = \frac{1 + i_{nom}}{1 + \pi}$$

Sustitución:

$$1 + i_{real} = \frac{1,07}{1,08}$$

Resultado final:

$$i_{real} \approx -0,0093 = -0,93 \%$$

Interpretación:

La tasa real es negativa ($-0,93 \%$), lo que indica que el rendimiento de la inversión no compensa el efecto de la inflación. En consecuencia, el inversionista pierde capacidad de compra.

3.6. Descuento comercial y descuento racional

El descuento se aplica cuando se desea conocer el valor actual de un documento cuyo pago se realizará en una fecha futura. Existen varios métodos, siendo los principales el descuento comercial, el racional y el descuento compuesto (Cruz Rambaud & Sánchez García, 2024).

3.6.1. Concepto de descuento

Sea M el valor nominal (valor futuro) de un documento y A su valor actual. El descuento D es:

$$D = M - A \tag{3.10}$$

3.6.2. Descuento comercial simple

En el descuento comercial simple, el descuento se calcula sobre el valor nominal:

$$D = N \cdot i \cdot n, \quad A = M - D = M(1 - i \cdot n) \quad (3.11)$$

donde M es el valor nominal, i la tasa de descuento y n el plazo en años.

Ejemplo 3.40 Cálculo del valor presente mediante descuento comercial

Determina el valor presente de un pagaré por \$ 5 000 que tiene un vencimiento de 90 días y se descuenta al 24 % anual (año comercial).

Datos por variable:

Valor nominal	M	= \$ 5 000
Tasa de descuento	i	= 24 % = 0,24
Tiempo	n	= 90/360 = 0,25
Descuento	D	= ?
Valor presente	A	= ?

Fórmulas:

$$D = M \cdot i \cdot n \quad A = M - D$$

Sustitución:

$$D = 5000(0,24)(0,25) = \$ 300$$

$$A = 5000 - 300$$

Resultado final:

$A = \$ 4 700$

Interpretación:

El valor presente del pagaré es \$ 4 700. Esto significa que el tenedor recibe este monto hoy, mientras que el descuento de \$ 300 representa el costo financiero por anticipar el cobro antes del vencimiento.

Ejemplo 3.41 Cálculo del valor presente mediante descuento comercial

Un documento de \$ 8 000 se descuenta 60 días antes del vencimiento al 18 % anual (año comercial). Se desea determinar el valor presente.

Datos por variable:

Valor nominal	M	= \$ 8 000
Tasa de descuento	i	= 18 % = 0,18
Tiempo	n	= 60/360 = 1/6
Descuento	D	= ?
Valor presente	A	= ?

Fórmulas:

$$D = M \cdot i \cdot n \quad A = M - D$$

Sustitución:

$$D = 8000(0,18) \left(\frac{1}{6} \right) = \$ 240$$

$$A = 8000 - 240$$

Resultado final:

$$A = \$ 7\,760$$

Interpretación:

El valor presente del documento es \$ 7 760. El descuento de \$ 240 representa el costo financiero por anticipar el cobro antes de la fecha de vencimiento.

Ejemplo 3.42 Cálculo del valor presente mediante descuento comercial

Un valor nominal de \$ 10 000 se descuenta 120 días antes del vencimiento al 20 % anual (año comercial). Se desea determinar el valor presente.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 10\,000$
Tasa de descuento	i	$= 20\% = 0,20$
Tiempo	n	$= 120/360 = 1/3$
Descuento	D	$= ?$
Valor presente	A	$= ?$

Fórmulas:

$$D = M \cdot i \cdot n \quad A = M - D$$

Sustitución:

$$D = 10000(0,20) \left(\frac{1}{3} \right) \approx \$ 666,6$$

$$A = 10000 - 666,6$$

Resultado final:

$$A \approx \$ 9\,333$$

Interpretación:

El valor presente del documento es aproximadamente \$ 9 333. El descuento de \$ 666,6 representa el costo financiero por anticipar el cobro antes de su vencimiento.

3.6.3. Descuento racional simple

En el descuento racional, el valor actual se obtiene dividiendo el valor nominal por un factor de capitalización simple:

$$A = \frac{M}{1 + i \cdot n}, \quad D = M - A \quad (3.12)$$

Ejemplo 3.43 Cálculo del valor presente mediante descuento racional

Retome el caso del pagaré de \$ 5 000 a 90 días al 24 % anual (año comercial). Ahora se utiliza descuento racional.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 5\,000$
Tasa de interés	i	$= 24\% = 0,24$
Tiempo	n	$= 90/360 = 0,25$
Valor presente	A	$= ?$
Descuento	D	$= ?$

Fórmulas:

$$A = \frac{M}{1 + i \cdot n} \quad D = M - A$$

Sustitución:

$$A = \frac{5000}{1 + 0,24(0,25)} = \frac{5000}{1,06}$$

$$D = 5000 - 4716,98$$

Resultado final:

$$A \approx \$ 4\,715$$

$$D \approx \$ 285$$

Interpretación:

El valor presente mediante descuento racional es mayor que el obtenido con descuento comercial. Esto se debe a que el descuento racional se basa en el valor actual del dinero, mientras que el descuento comercial se calcula sobre el valor nominal.

Ejemplo 3.44 Cálculo del valor presente mediante descuento racional

Un documento de \$ 8 000 con plazo de 60 días se descuenta al 18 % anual (año comercial). Se desea determinar el valor presente mediante descuento racional.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 8\,000$
Tasa de interés	i	$= 18\% = 0,18$
Tiempo	n	$= 60/360 = 1/6$
Valor presente	A	$= ?$
Descuento	D	$= ?$

Fórmulas:

$$A = \frac{M}{1 + i \cdot n} \quad D = M - A$$

Sustitución:

$$A = \frac{8000}{1 + 0,18\left(\frac{1}{6}\right)} = \frac{8000}{1,03}$$

$$D = 8000 - 7766,99$$

Resultado final:

$$A \approx \$ 7\,766$$

$$D \approx \$ 234$$

Interpretación:

El valor presente del documento es aproximadamente \$ 7 766. El descuento de \$ 234 es menor que el obtenido con descuento comercial, lo que refleja que el descuento racional se calcula sobre el valor actual del dinero.

Ejemplo 3.45 Cálculo del valor presente mediante descuento racional

Un documento de \$ 10 000 con plazo de 120 días se descuenta al 20 % anual (año comercial). Se desea determinar el valor presente mediante descuento racional.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 10\,000$
Tasa de interés	i	$= 20\% = 0,20$
Tiempo	n	$= 120/360 = 1/3$
Valor presente	A	$= ?$
Descuento	D	$= ?$

Fórmulas:

$$A = \frac{M}{1 + i \cdot n} \quad D = M - A$$

Sustitución:

$$A = \frac{10000}{1 + 0,20 \left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{10000}{1,0667}$$

Resultado final:

$$\boxed{A \approx \$ 9\,375} \quad \boxed{D \approx \$ 625}$$

Interpretación:

El valor presente del documento es \$ 9 375. El descuento de \$ 625 es menor que el obtenido mediante descuento comercial, lo que confirma que el descuento racional produce un menor costo financiero al calcularse sobre el valor actual.

3.6.4. Descuentos compuestos

En el descuento compuesto, se usa el modelo de interés compuesto para obtener el valor actual:

$$A = \frac{M}{(1 + i)^n}, \quad D = M - A \quad (3.13)$$

Ejemplo 3.46 Cálculo del valor presente mediante descuento compuesto

Un documento de \$ 5 000 a 2 años se descuenta al 10 % anual. Se desea determinar el valor presente mediante descuento compuesto.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 5\,000$
Tasa de interés	i	$= 10\% = 0,10$
Tiempo	n	$= 2 \text{ años}$
Valor presente	A	$= ?$
Descuento	D	$= ?$

Fórmulas:

$$A = \frac{M}{(1+i)^n} \quad D = M - A$$

Sustitución:

$$A = \frac{5000}{(1,10)^2} = \frac{5000}{1,21}$$

Resultado final:

$$A \approx \$ 4\,133$$

$$D \approx \$ 867$$

Interpretación:

El valor presente del documento es aproximadamente \$ 4 133. El descuento de \$ 867 refleja el efecto del interés compuesto en el tiempo, lo que implica una mayor reducción del valor actual en comparación con el descuento simple.

Ejemplo 3.47 Cálculo del valor presente mediante descuento compuesto

Un documento de \$ 8 000 a 3 años se descuenta al 12 % anual. Se desea determinar el valor presente mediante descuento compuesto.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 8\,000$
Tasa de interés	i	$= 12\% = 0,12$
Tiempo	n	$= 3 \text{ años}$
Valor presente	A	$= ?$
Descuento	D	$= ?$

Fórmulas:

$$A = \frac{M}{(1+i)^n} \quad D = M - A$$

Sustitución:

$$A = \frac{8000}{(1,12)^3} = \frac{8000}{1,405}$$

Resultado final:

$$A \approx \$ 5\,693$$

$$D \approx \$ 2\,307$$

Interpretación:

El valor presente del documento es aproximadamente \$ 5 693. El descuento de \$ 2 307 refleja el efecto acumulado del interés compuesto durante tres años, lo que genera una disminución significativa del valor actual.

Ejemplo 3.48 Cálculo del valor presente mediante descuento compuesto

Un documento de \$ 10 000 a 1,5 años se descuenta al 9 % anual. Se desea determinar el valor presente mediante descuento compuesto.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 10\,000$
Tasa de interés	i	$= 9\% = 0,09$
Tiempo	n	$= 1,5 \text{ años}$
Valor presente	A	$= ?$
Descuento	D	$= ?$

Fórmulas:

$$A = \frac{M}{(1+i)^n} \quad D = M - A$$

Sustitución:

$$A = \frac{10\,000}{(1,09)^{1,5}}$$

Resultado final:

$$A \approx \$ 8\,787$$

$$D \approx \$ 1\,213$$

Interpretación:

El valor presente del documento es aproximadamente \$ 8 787. El descuento de \$ 1 213 refleja el efecto del interés compuesto en un período no entero, lo que permite modelar situaciones más realistas en el tiempo.

3.6.5. Comparación de métodos de descuento

En general, para un mismo M , i y n :

$$D_{\text{comercial}} > D_{\text{racional}}, \quad (3.14)$$

cuando se utiliza el mismo modelo simple. El descuento compuesto suele generar valores distintos cuando el plazo es más largo.

Ejemplo 3.49 Comparación entre descuento comercial y racional

Considere un documento de valor nominal \$ 5 000, con tasa del 24 % anual y plazo de 90 días (año comercial). Se desea comparar el valor presente mediante descuento comercial y descuento racional.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 5\,000$
Tasa	i	$= 24\% = 0,24$
Tiempo	n	$= 90/360 = 0,25$

Fórmulas:

$$A_{com} = M(1 - i \cdot n) \quad A_{rat} = \frac{M}{1 + i \cdot n}$$

Sustitución:

$$A_{com} = 5000(1 - 0,24 \cdot 0,25) = \$ 4\,700$$

$$A_{rat} = \frac{5000}{1 + 0,24 \cdot 0,25} \approx \$ 4\,717$$

Resultado final:

$$A_{com} = \$ 4\,700$$

$$A_{rat} \approx \$ 4\,717$$

Interpretación:

El descuento comercial produce un valor presente menor que el descuento racional. En consecuencia, el descuento comercial implica un costo financiero más alto, mientras que el descuento racional refleja de manera más precisa el valor actual del dinero.

3.7. Comparación de alternativas financieras

Al evaluar proyectos o alternativas financieras, no basta con conocer una tasa de rendimiento de forma aislada; es necesario compararla con un criterio mínimo y analizar su conveniencia relativa. Para este propósito, se utilizan la **Tasa Interna de Retorno (TIR)** y la **Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR)** (Ross et al., 2024).

3.7.1. Tasa Interna de Retorno (TIR)

La **Tasa Interna de Retorno (TIR)** es la tasa de descuento que hace que el valor presente neto (VPN) de los flujos de caja de un proyecto sea igual a cero, basado en equivalencia de capitales (Palgrave Macmillan, 2018).

$$0 = \sum_{t=0}^n \frac{F_t}{(1 + \text{TIR})^t}, \quad (3.15)$$

donde F_t representa el flujo de caja en el período t .

La TIR puede interpretarse como la rentabilidad implícita del proyecto, expresada en términos porcentuales.

3.7.2. Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR)

La **Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR)** es la tasa mínima de retorno que una organización exige para aceptar una inversión.

Esta tasa incorpora factores como el costo de capital, el nivel de riesgo del proyecto y los objetivos estratégicos de la empresa (BCcampus Pressbooks, 2021).

Criterio de decisión

La comparación entre la TIR y la TMAR permite tomar decisiones de inversión:

- Si $TIR > TMAR$, el proyecto es rentable y se acepta.
- Si $TIR = TMAR$, el proyecto es indiferente.
- Si $TIR < TMAR$, el proyecto se rechaza.

Ejemplo 3.50 Cálculo de la Tasa Interna de Retorno (TIR)

Se invierten \$ 1 000 hoy y se esperan recibir \$ 600 dentro de un año y \$ 700 dentro de dos años. Se desea determinar la TIR del proyecto.

Datos por variable:

Inversión inicial	F_0	$= -\$ 1\,000$
Flujo año 1	F_1	$= \$ 600$
Flujo año 2	F_2	$= \$ 700$
Tasa interna de retorno	TIR	$= ?$

Fórmula:

$$0 = -1000 + \frac{600}{1 + TIR} + \frac{700}{(1 + TIR)^2}$$

Procedimiento:

Se utiliza el método de tanteo evaluando el valor presente neto (VPN) para distintas tasas.

Prueba 1: $TIR = 20\%$

$$VPN = -1000 + \frac{600}{1,20} + \frac{700}{1,20^2} = -1000 + 500 + 486,11 = -13,89$$

Prueba 2: $TIR = 19\%$

$$VPN = -1000 + \frac{600}{1,19} + \frac{700}{1,19^2} = -1000 + 504,20 + 494,30 = -1,50$$

Prueba 3: $TIR = 18,8\%$

$$VPN = -1000 + \frac{600}{1,188} + \frac{700}{1,188^2} \approx -1000 + 505,05 + 495,05 \approx 0,10$$

Resultado final:

$TIR \approx 18,8\%$

Interpretación:

La TIR del proyecto es aproximadamente del 18,8 %. Esto representa la rentabilidad anual implícita de la inversión. Si la TIR es mayor que la TMAR, el proyecto resulta conveniente.

Ejemplo 3.51 Interpretación según la TIR

Si un proyecto cuenta con una TIR del 16 %, se desea interpretar su significado.

Interpretación:

Una TIR del 16 % indica que la rentabilidad interna de los flujos de efectivo del proyecto es equivalente a esa tasa anual.

Esto significa que la inversión genera un rendimiento del 16 % anual sobre el capital invertido, considerando el valor del dinero en el tiempo.

Si esta tasa es superior a la Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR), el proyecto resulta financieramente viable.

Ejemplo 3.52 Decisión básica con la TIR

Se desea establecer el criterio de decisión al comparar la Tasa Interna de Retorno (TIR) con la Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR).

Criterio de decisión:

$$\begin{cases} \text{Si } TIR \geq TMAR, & \text{el proyecto es aceptable.} \\ \text{Si } TIR < TMAR, & \text{el proyecto debe rechazarse.} \end{cases}$$

Interpretación:

La TMAR representa la rentabilidad mínima exigida por el inversionista, mientras que la TIR corresponde a la rentabilidad propia del proyecto. La comparación entre ambas magnitudes permite determinar si la inversión es financieramente conveniente.

3.7.3. Alternativas mutuamente excluyentes

Cuando dos proyectos compiten por los mismos recursos y solo uno puede ser seleccionado, se denominan **alternativas mutuamente excluyentes**.

En estos casos, la Tasa Interna de Retorno (TIR) por sí sola no es suficiente para tomar una decisión, ya que diferentes proyectos pueden presentar TIR similares o incluso mayores que la TMAR, pero generar distinto valor económico.

Por esta razón, es recomendable utilizar criterios complementarios como el **Valor Presente Neto (VPN)**, evaluando los proyectos en un horizonte temporal equivalente, y el **análisis de la inversión incremental**.

En general, se debe seleccionar el proyecto que:

- Genere el mayor Valor Presente Neto (VPN), y
- Presente un nivel de riesgo acorde con los objetivos de la organización.

Ejemplo 3.53 Comparación de proyectos mutuamente excluyentes

Se consideran dos proyectos, A y B. Se desea determinar cuál es más conveniente utilizando el criterio del Valor Presente Neto (VPN).

Datos por variable:

TMAR	i	$= 11\% = 0,11$
Proyecto A: inversión	F_0^A	$= -\$ 10\,000\,000$
Proyecto A: retorno	F_1^A	$= \$ 12\,200\,000$
Proyecto B: inversión	F_0^B	$= -\$ 1\,000\,000$
Proyecto B: retorno	F_1^B	$= \$ 1\,350\,000$

Fórmula:

$$VPN = -F_0 + \frac{F_1}{1+i}$$

Sustitución:

Para el proyecto A:

$$VPN_A = -10\,000\,000 + \frac{12\,200\,000}{1,11} \approx -10\,000\,000 + 10\,990\,000 \approx \$ 990\,000$$

Para el proyecto B:

$$VPN_B = -1\,000\,000 + \frac{1\,350\,000}{1,11} \approx -1\,000\,000 + 1\,216\,000 \approx \$ 216\,000$$

Resultado final:

$$\boxed{VPN_A > VPN_B}$$

Interpretación:

Aunque el proyecto B presenta una TIR mayor, el proyecto A genera un mayor valor presente neto. Esto demuestra que, en proyectos mutuamente excluyentes, el criterio de decisión debe basarse en el VPN y no únicamente en la TIR, ya que el VPN considera la escala de la inversión y el valor absoluto generado.

3.7.4. Alternativas equivalentes

Las **alternativas equivalentes** son aquellas que pueden compararse mediante una base común de evaluación, aun cuando difieran en duración, estructura de flujos o escala.

Para lograr esta comparación, los proyectos se transforman a una medida equivalente, como:

- el **Valor Presente Neto (VPN)**, o
- un **flujo uniforme equivalente** (anual o periódico).

Dos alternativas se consideran equivalentes cuando, evaluadas bajo una misma tasa de descuento, generan el mismo valor económico. Este enfoque permite comparar proyectos en condiciones homogéneas y facilita la toma de decisiones.

Ejemplo 3.54 Comparación de alternativas equivalentes

Se desea comparar un desembolso de \$ 5 000 hoy con dos pagos de \$ 2 600 dentro de un año y \$ 2 700 dentro de dos años, utilizando una tasa de descuento del 10 %.

Datos por variable:

Tasa de descuento	i	$= 10\% = 0,10$
Pago actual	F_0	$= \$ 5\,000$
Pago año 1	F_1	$= \$ 2\,600$
Pago año 2	F_2	$= \$ 2\,700$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

$$VP = \frac{F_1}{(1+i)} + \frac{F_2}{(1+i)^2}$$

Sustitución:

$$VP = \frac{2600}{1,10} + \frac{2700}{(1,10)^2} \approx 2364 + 2232$$

Resultado final:

$VP \approx \$ 4\,596$

Interpretación:

El valor presente de los pagos futuros es menor que \$ 5 000. Por lo tanto, desde el punto de vista financiero, es preferible realizar los pagos en el futuro en lugar de efectuar el desembolso inmediato.

Ejemplo 3.55 Decisión con base en la TMAR

Una empresa establece una Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR) del 12 %. Se desea evaluar la aceptación de distintos proyectos según su Tasa Interna de Retorno (TIR).

Datos por variable:

TMAR	i	$= 12 \% = 0,12$
Proyecto 1	TIR_1	$= 10 \%$
Proyecto 2	TIR_2	$= 15 \%$

Criterio de decisión:

Aceptar si $TIR \geq TMAR$

Resultado:

$TIR_1 < TMAR \Rightarrow$ Proyecto 1: Rechazado

$TIR_2 > TMAR \Rightarrow$ Proyecto 2: Aceptado

Interpretación:

La TMAR representa la rentabilidad mínima exigida por la empresa. Por lo tanto, solo se aceptan aquellos proyectos cuya TIR sea igual o superior a este valor.

3.8. Ejemplos aplicados

A continuación, se presentan diez ejemplos aplicados que integran los conceptos de tasas, inflación y descuentos.

Ejemplo 3.56 Conversión de tasa nominal a efectiva anual

Una entidad financiera ofrece una tasa nominal del 18 % anual capitalizable mensualmente. Se desea determinar la tasa efectiva anual.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 18 \% = 0,18$
Número de períodos	m	$= 12$
Tasa periódica	i_p	$= ?$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$

Fórmulas:

$$i_p = \frac{i_{nom}}{m} \quad i_{eff} = (1 + i_p)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_p = \frac{0,18}{12} = 0,015$$

$$i_{eff} = (1,015)^{12} - 1$$

Resultado final:

$$i_{eff} \approx 0,1956 = 19,56 \%$$

Interpretación:

La tasa efectiva anual es mayor que la tasa nominal debido al efecto de la capitalización mensual, lo que incrementa el rendimiento real de la inversión.

Ejemplo 3.57 Comparación entre tasas

Se desea comparar dos alternativas de inversión:

Producto A: tasa nominal del 16 % anual capitalizable trimestralmente. Producto B: tasa efectiva anual del 15 %.

Determinar cuál alternativa ofrece mayor rendimiento anual.

Datos por variable:

Producto A: tasa nominal	i_{nom}	$= 16 \% = 0,16$
Capitalización	m	$= 4$
Producto B: tasa efectiva	$i_{eff,B}$	$= 15 \% = 0,15$
Tasa efectiva A	$i_{eff,A}$	$= ?$

Fórmula:

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i_{nom}}{m}\right)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_{eff,A} = (1 + 0,16/4)^4 - 1 = (1,04)^4 - 1$$

Resultado final:

$$i_{eff,A} \approx 0,1699 = 16,99 \%$$

$$i_{eff,B} = 15 \%$$

Interpretación:

El producto A ofrece una tasa efectiva anual mayor que el producto B. Por lo tanto, el producto A proporciona un mayor rendimiento anual y es la mejor alternativa de inversión.

Ejemplo 3.58 Cálculo de la tasa real con inflación

Un inversionista considera una alternativa de inversión con una tasa nominal anual del 14 %, mientras que la inflación esperada es del 8 %. Se desea determinar la tasa de rendimiento real.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 14 \% = 0,14$
Tasa de inflación	π	$= 8 \% = 0,08$
Tasa real	i_{real}	$= ?$

Fórmula de Fisher:

$$1 + i_{real} = \frac{1 + i_{nom}}{1 + \pi}$$

Sustitución:

$$1 + i_{real} = \frac{1,14}{1,08}$$

Resultado final:

$$i_{real} \approx 0,0556 = 5,56 \%$$

Interpretación:

La tasa real es del 5,56 %, lo que indica que, una vez descontado el efecto de la inflación, la inversión incrementa la capacidad de compra del inversionista en ese porcentaje.

Ejemplo 3.59 Equivalencia de tasa mensual a anual

Se ofrece una tasa del 2 % mensual. Se desea determinar la tasa efectiva anual equivalente.

Datos por variable:

Tasa mensual	i_m	$= 2 \% = 0,02$
Número de períodos	m	$= 12$
Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= ?$

Fórmula:

$$i_{eff} = (1 + i_m)^m - 1$$

Sustitución:

$$i_{eff} = (1,02)^{12} - 1$$

Resultado final:

$$i_{eff} \approx 0,2682 = 26,82 \%$$

Interpretación:

La tasa efectiva anual es del 26,82 %, lo que refleja el efecto de la capitalización mensual sobre el rendimiento anual.

Ejemplo 3.60 Descuento comercial simple

Un documento de \$ 4 000 vence dentro de 120 días y se descuenta al 20 % anual (año comercial). Se desea calcular el descuento y el valor actual comercial.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 4\,000$
Tasa de descuento	i	$= 20\% = 0,20$
Tiempo	n	$= 120/360 = 1/3$
Descuento	D	$= ?$
Valor actual	A	$= ?$

Fórmulas:

$$D = Min \quad A = M - D$$

Sustitución:

$$D = 4000(0,20) \left(\frac{1}{3}\right) \approx \$ 266,6$$

$$A = 4000 - 266,6$$

Resultado final:

$D \approx \$ 266,6$	$A \approx \$ 3\,733,4$
----------------------	-------------------------

Interpretación:

El valor actual del documento es \$ 3 733,4, mientras que el descuento de \$ 266,6 representa el costo financiero por anticipar el cobro antes de su vencimiento.

Ejemplo 3.61 Descuento racional simple

Con los datos del ejemplo anterior, se desea calcular el valor actual y el descuento utilizando el método de descuento racional.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 4\,000$
Tasa de interés	i	$= 20\% = 0,20$
Tiempo	n	$= 120/360 = 1/3$
Valor actual	A	$= ?$
Descuento	D	$= ?$

Fórmulas:

$$A = \frac{M}{1 + in} \quad D = M - A$$

Sustitución:

$$A = \frac{4000}{1 + 0,20 \left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{4000}{1,0667}$$

Resultado final:

$A = \$ 3\,750$	$D = \$ 250$
-----------------	--------------

Interpretación:

El descuento racional es menor que el descuento comercial, lo que implica un mayor valor actual del documento. Esto se debe a que el descuento racional se calcula sobre el valor presente y no sobre el valor nominal.

Ejemplo 3.62 Descuento compuesto

Un documento de \$ 5 000 vence dentro de 2 años y se descuenta a una tasa del 10 % anual compuesta. Se desea calcular el valor actual y el descuento.

Datos por variable:

Valor nominal	M	$= \$ 5\,000$
Tasa de interés	i	$= 10\% = 0,10$
Tiempo	n	$= 2 \text{ años}$
Valor actual	A	$= ?$
Descuento	D	$= ?$

Fórmulas:

$$A = \frac{M}{(1+i)^n} \quad D = M - A$$

Sustitución:

$$A = \frac{5000}{(1,10)^2} = \frac{5000}{1,21}$$

Resultado final:

$$A \approx \$ 4\,132$$

$$D \approx \$ 868$$

Interpretación:

El valor actual del documento es aproximadamente \$ 4 132. El descuento de \$ 868 refleja el efecto del interés compuesto en el tiempo, lo que implica una mayor reducción del valor actual en comparación con el descuento simple.

Ejemplo 3.63 Inflación y pérdida de poder adquisitivo

Una entidad financiera ofrece una cuenta de ahorro con una tasa nominal del 7 %, mientras que la inflación anual esperada es del 9 %. Se desea calcular la rentabilidad real y determinar si el inversionista gana o pierde capacidad de compra.

Datos por variable:

Tasa nominal	i_{nom}	$= 7\% = 0,07$
Tasa de inflación	π	$= 9\% = 0,09$
Tasa real	i_{real}	$= ?$

Fórmula de Fisher:

$$1 + i_{real} = \frac{1 + i_{nom}}{1 + \pi}$$

Sustitución:

$$1 + i_{real} = \frac{1,07}{1,09}$$

Resultado final:

$$i_{real} \approx -0,0183 = -1,83\%$$

Interpretación:

La tasa real es negativa ($-1,83\%$), lo que indica que el rendimiento de la inversión no compensa el efecto de la inflación. En consecuencia, el inversionista pierde capacidad de compra.

Ejemplo 3.64 Equivalencia entre tasas trimestral y semestral

Se desea encontrar la tasa semestral equivalente a una tasa trimestral del 4 %.

Datos por variable:

Tasa trimestral	i_t	$= 4\% = 0,04$
Períodos por año (trimestres)	m_t	$= 4$
Períodos por año (semestres)	m_s	$= 2$
Tasa semestral	i_s	$= ?$

Fórmulas:

$$i_{eff} = (1 + i_t)^{m_t} - 1 \quad (1 + i_s)^{m_s} = 1 + i_{eff}$$

Sustitución:

$$i_{eff} = (1,04)^4 - 1 \approx 0,1699$$

$$(1 + i_s)^2 = 1,1699$$

Resultado final:

$$i_s \approx 0,0820 = 8,20\%$$

Interpretación:

La tasa semestral equivalente es del 8,20 %, lo que garantiza que, al aplicarse durante dos semestres, produce el mismo rendimiento anual que la tasa trimestral del 4 %.

Ejemplo 3.65 Comparación con la TMAR

Una empresa establece una Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR) del 12 % y evalúa un proyecto con una Tasa Interna de Retorno (TIR) del 15 %. Se desea determinar si el proyecto debe aceptarse.

Datos por variable:

TMAR	i	$= 12\% = 0,12$
TIR del proyecto	TIR	$= 15\% = 0,15$

Criterio de decisión:

$$\text{Aceptar si } TIR \geq TMAR$$

Resultado: $TIR > TMAR \Rightarrow \text{Proyecto aceptado}$

Interpretación:

El proyecto ofrece una rentabilidad superior a la mínima exigida por la empresa, por lo que resulta financieramente viable y debe aceptarse.

3.9. Actividades de aplicación

Actividad 1: Interpretación de tasas y condiciones

Busque un ejemplo real de un crédito de consumo o de vivienda (puede ser de una entidad bancaria o financiera). A partir de la información encontrada, realice lo siguiente:

1. Identifique la tasa nominal indicada en la operación.
2. Determine la forma de capitalización (mensual, trimestral, etc.), si está disponible.
3. Reconozca los costos adicionales asociados (comisiones, seguros u otros cargos).

Análisis:

Establezca si la tasa presentada corresponde al costo financiero real de la operación. En caso contrario, convierta dicha tasa a su equivalente en tasa efectiva anual.

Resultado esperado:

Presente un breve informe indicando:

- La tasa efectiva anual calculada.
- Una conclusión sobre el costo real del crédito.

Actividad 2: Inflación y rendimiento real

Suponga que dispone de dos alternativas para invertir sus ahorros:

- **Opción A:** depósito a plazo fijo con una tasa nominal anual del 9 %.
- **Opción B:** fondo de inversión con un rendimiento nominal anual del 12 %.

Si la inflación esperada para el próximo año es del 7 %, determine:

1. La tasa real aproximada de cada opción.
- 2.Cuál de las dos alternativas preserva mejor el poder adquisitivo.
3. Qué otros factores, además de la tasa real, deberían considerarse

antes de tomar una decisión.

Sugerencia:

Utilice la aproximación:

$$i_{\text{real}} \approx i_{\text{nom}} - \pi$$

donde i_{nom} es la tasa nominal y π representa la inflación.

3.10. Ejercicios de práctica

A continuación, se proponen diez ejercicios de práctica con su solución esquemática, orientados a reforzar los conceptos del capítulo.

Ejercicio 3.1 Una entidad brinda una tasa nominal del 21 % por año, con capitalización cada tres meses. Calcule la tasa anual efectiva.

Solución:

$$i_p = 0,21/4 = 0,0525, \quad i_{\text{eff}} = (1,0525)^4 - 1 \approx 0,2271 = 22,71 \%$$

Ejercicio 3.2 Transforme una tasa efectiva anual del 17 % a la tasa efectiva trimestral correspondiente.

Solución:

$$(1 + i_t)^4 = 1,17 \Rightarrow i_t = 1,17^{1/4} - 1 \approx 0,0399 = 3,99 \%$$

Ejercicio 3.3 En un entorno de inflación del 9 %, una inversión produce un rendimiento nominal del 16 %. Haga el cálculo de la tasa efectiva de rendimiento.

Solución:

$$i_{\text{real}} = \frac{1,16}{1,09} - 1 \approx 0,0642 = 6,42 \%$$

Ejercicio 3.4 Una tasa mensual es del 1,8 %. Determine la tasa efectiva anual.

Solución:

$$i_{\text{eff}} = (1,018)^{12} - 1 \approx 0,2387 = 23,87 \%$$

Ejercicio 3.5 Un documento de \$ 6 000 vence dentro de 180 días. Se descuenta con un descuento comercial simple al 22 % anual. Calcule el valor actual.

Solución:

$$n = 180/360 = 0,5, \quad D = 6000(0,22)(0,5) = \$ 660, \quad A = 6000 - 660 = \$ 5 340$$

Ejercicio 3.6 Retome el ejercicio anterior y calcule el valor actual utilizando descuento racional simple.

Solución:

$$A = \frac{6000}{1 + 0,22(0,5)} = \frac{6000}{1,11} = \$ 5\,405,$$

$$D = 6000 - 5405 = \$ 595$$

Ejercicio 3.7 Un certificado promete una tasa efectiva anual del 14 %. Halle la tasa mensual equivalente.

Solución:

$$(1 + i_m)^{12} = 1,14 \Rightarrow i_m = 1,14^{1/12} - 1 \approx 0,0110 = 1,10 \%$$

Ejercicio 3.8 Una inversión rinde nominalmente el 20 %, mientras la inflación es del 13 %. Calcule la tasa real.

Solución:

$$i_{real} = \frac{1,20}{1,13} - 1 \approx 0,0619 = 6,19 \%$$

Ejercicio 3.9 Transforme una tasa nominal anual del 30 % que se capitaliza cada trimestre a una tasa efectiva anual.

Solución:

$$i_p = 0,30/4 = 0,075, \quad i_{eff} = (1,075)^4 - 1 \approx 0,335 = 33,5 \%$$

Ejercicio 3.10 Un pagaré de \$ 9 000 se descuenta 90 días antes del vencimiento a una tasa racional del 18 %. Calcule el valor actual.

Solución:

$$n = 90/360 = 0,25, \quad A = \frac{9000}{1 + 0,18(0,25)} = \frac{9000}{1,045} = \$ 8\,617,$$

$$D = 9000 - 8617 = \$ 383$$

3.11. Ejercicios propuestos

1. Una entidad financiera ofrece una tasa nominal del 19 % anual capitalizable mensualmente. Calcule la tasa efectiva anual.
2. Convierta una tasa efectiva anual del 21 % a una tasa efectiva semestral equivalente.

3. Una inversión rinde nominalmente el 15 % en un año en un contexto donde la inflación fue del 9 %. Halle la tasa real.
4. Una tasa bimestral es del 2,5 %. Determine la tasa efectiva anual equivalente.
5. Un crédito por \$ 7500 se descuenta a una tasa comercial simple del 20 % anual, con vencimiento en 150 días. Calcule el valor actual y el descuento.
6. Regrese de nuevo al ítem anterior y realice el cálculo de la suma presente por medio del descuento racional simple y a continuación compare las diferencias entre ambos.
7. Convierte la tasa nominal anual del 28 %, capitalizada trimestralmente a una tasa nominal anual capitalizada mensualmente.
8. Una inversión ofrece una tasa efectiva anual del 17 %. Si la inflación es del 6 %, determine la tasa real de rendimiento.
9. En un documento de \$ 12 000 el descuento compuesto del 9 % anual y con vencimiento en 3 años. Calcule el valor actual y el descuento.
10. Un proyecto tiene una TIR esperada del 14 % y la TMAR de la empresa es del 11 %. Verifique si el proyecto es aceptable y si se deben considerar otros aspectos de tipo contable o financiero que haga falta.

3.12. Síntesis del capítulo

Este capítulo abarcó los conceptos de tasa efectiva, nominal y periódica, además de sus transformaciones y el concepto de tasas equivalentes. Se examinó el impacto de la inflación en el rendimiento real a través de la fórmula de Fisher y las técnicas de descuento comercial, compuesto y racional. Por último, se presentaron los conceptos esenciales para cotejar opciones financieras mediante el empleo de la TIR y la TMAR como instrumentos de decisión.

Estos conceptos son fundamentales para interpretar correctamente las condiciones de créditos, inversiones, documentos comerciales y proyectos de inversión, y constituyen la base para el estudio de anualidades y amortización en los capítulos siguientes.



CAPÍTULO 4

Anualidades

4.1. Introducción

En muchas operaciones financieras no se realiza un único pago, sino una *serie de pagos periódicos* iguales o relacionados entre sí. Ejemplos cotidianos son las cuotas de un préstamo, los aportes mensuales a un plan de ahorro, las rentas de arrendamiento, los pagos de seguros y los depósitos periódicos para un fondo de pensiones o para estudios.¹

En el contexto ecuatoriano, las anualidades se regulan acorde al tipo de producto financiero:

- Préstamos (Consumo, Vivienda, Microcrédito), regulados por la Superintendencia de Bancos y la Junta de Política y Regulación Financiera (Superintendencia de Bancos del Ecuador, 2022).
- Depósitos a plazo fijo e inversiones regulados por el Banco Central del Ecuador (BCE) (Banco Central del Ecuador, 2025a).
- Pagos de cuotas por compras regulada por la Superintendencia de Bancos (Superintendencia de Bancos del Ecuador, 2025b).

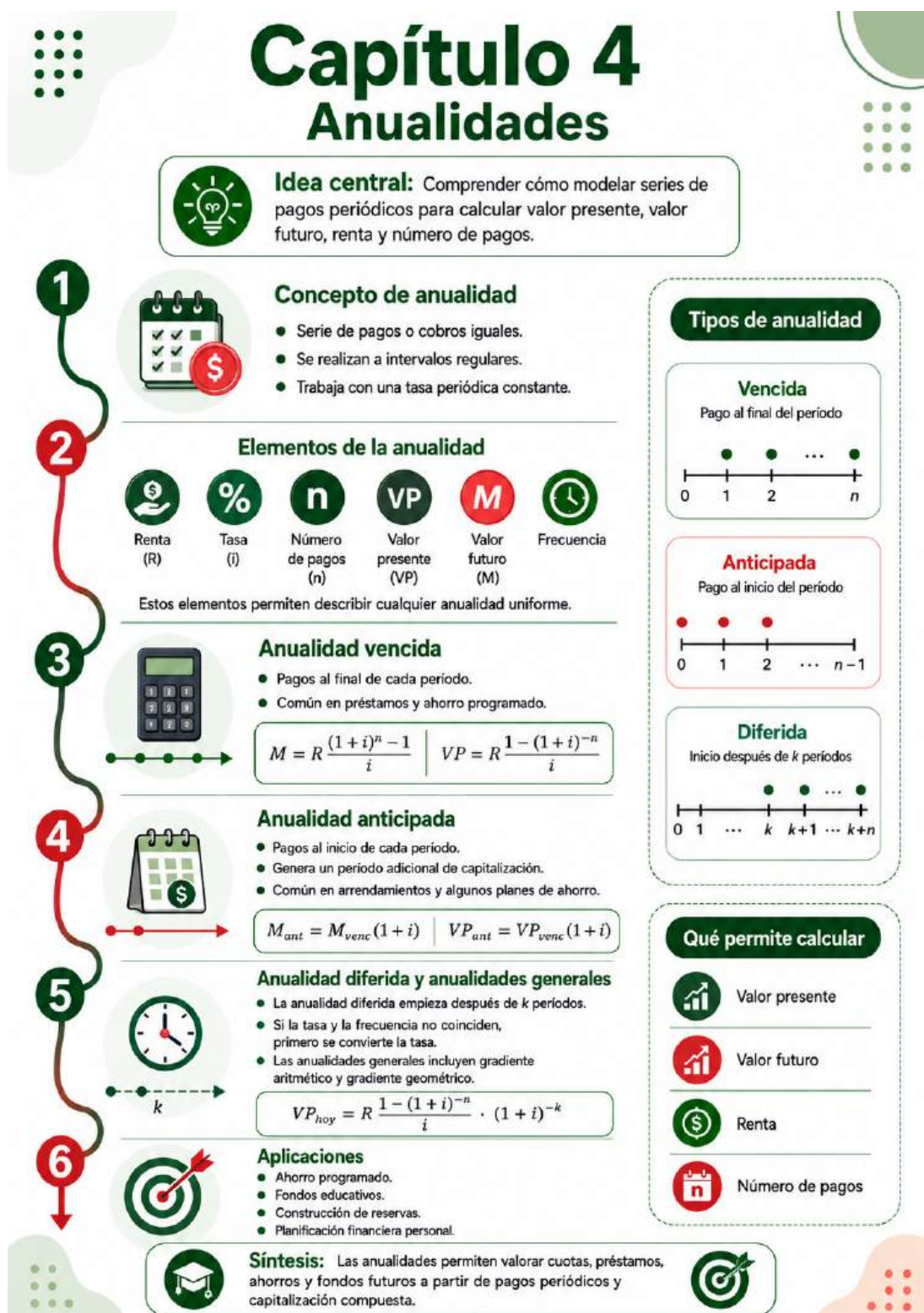
El estudio de las anualidades permite analizar estas series de pagos de forma sistemática, determinando su valor presente, su valor futuro, la cantidad de renta periódica o el número de pagos para alcanzar una meta económica. En la práctica contable, estos conceptos son absolutamente relevantes, ya que permiten realizar los registros, las evaluaciones y las proyecciones de las operaciones de inversión o de crédito también en este caso, pero adicionalmente nos permiten generar tablas de amortización.

Entender las anualidades le facilita la interpretación de las cuotas de los préstamos, la planificación del ahorro para su futuro y el diseño de pequeños planes de inversión o ahorro para microempresas personales o familiares. El propósito de este capítulo es brindarle herramientas claras y autónomas para utilizar estos modelos sin tener que recurrir a fuentes externas.

En la Figura 11, se presenta un esquema integrador, para observar en contexto la presentación de capítulo 4.

¹Véase Broverman (2023) para una presentación clásica de las anualidades en finanzas.

Figura 11.
Esquema integrador del capítulo 4.



Nota. Contenido del capítulo 4 elaborado con IA generativa

4.2. Objetivos de aprendizaje del capítulo

Al finalizar este capítulo, será capaz de:

1. Describir qué es una anualidad y detallar sus elementos básicos: renta, tasa, número de períodos (pagos), valor presente y valor futuro.
2. Diferenciar entre anualidades vencidas, anticipadas y diferidas, e identificar ejemplos en la práctica financiera ecuatoriana.
3. Utilizar las fórmulas de valor presente y valor futuro de una anualidad uniforme para calcular importes, cuotas, plazos y tasas.
4. Resolver problemas de ahorro programado, fondos educativos y constitución de reservas mediante anualidades.
5. Interpretar el impacto que tienen las anualidades en el registro contable de préstamos y otras obligaciones financieras.

Tales objetivos están formulados para autocapacitarse y aplicar las anualidades como una herramienta fundamental en el ejercicio profesional de la contabilidad.

4.3. Concepto de anualidad

4.3.1. Definición y elementos

Una anualidad es una sucesión de pagos (o cobros) iguales que se realizan a intervalos de tiempo regulares, bajo una tasa de interés constante (Dahlquist & Knight, 2022).

Los elementos principales de una anualidad son:

- **Renta (R)**: valor de cada pago o cobro periódico.
- **Tasa de interés periódica (i)**: tasa aplicable a cada período (mensual, trimestral, semestral, anual, etc.).
- **Número de pagos (n)**: cantidad total de rentas.
- **Valor presente (VP)**: valor equivalente hoy de todas las rentas.
- **Valor futuro o monto acumulado (M)**: valor equivalente en una fecha futura de todas las rentas.
- **Frecuencia de pago**: mensual, bimestral, trimestral, etc.

Ejemplo 4.1 Identificación de una anualidad

Un préstamo con cuotas mensuales de \$ 300 durante 4 años, con una tasa de interés mensual constante, constituye una anualidad. Se desea identificar sus elementos principales.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 300$
Frecuencia de pago		<i>mensual</i>
Número de períodos	n	$= 4 \times 12 = 48$
Tasa de interés	i	<i>constante</i>

Concepto:

Una anualidad es una serie de pagos periódicos iguales que se realizan en intervalos de tiempo regulares bajo una tasa de interés constante.

Resultado:

La operación corresponde a una anualidad

Interpretación:

Se trata de una anualidad, ya que los pagos son iguales (\$ 300), se realizan en períodos regulares (mensuales) y están sujetos a una tasa de interés constante. Estas características permiten modelar la operación mediante las fórmulas de anualidades.

Ejemplo 4.2 Identificación de una anualidad

Un plan de ahorro en el que usted deposita \$ 200 al final de cada mes durante 3 años, bajo una tasa de interés mensual constante, constituye una anualidad. Se desea identificar sus elementos principales.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 200$
Frecuencia de pago		<i>mensual</i>
Número de períodos	n	$= 3 \times 12 = 36$
Tasa de interés	i	<i>mensual</i>

Concepto:

Una anualidad es una serie de pagos periódicos iguales que se realizan en intervalos de tiempo regulares bajo una tasa de interés constante.

Resultado:

La operación corresponde a una anualidad

Interpretación:

Se trata de una anualidad, ya que los depósitos son iguales (\$ 200), se realizan en períodos regulares (mensuales) y están sujetos a una tasa de interés constante. Estas características permiten analizar el plan de ahorro mediante modelos de anualidades.

Ejemplo 4.3 Identificación de una anualidad

El pago periódico de un seguro (por ejemplo, una prima trimestral) constituye una anualidad desde el punto de vista del flujo de salidas de efectivo. Se desea identificar sus elementos principales.

Datos por variable:

Renta periódica	R	= constante
Frecuencia de pago		trimestral
Número de períodos	n	= definido por el contrato
Tasa de interés	i	aplicable según condiciones del seguro

Concepto:

Una anualidad es una serie de pagos periódicos iguales que se realizan en intervalos de tiempo regulares bajo una tasa de interés constante.

Resultado:

La operación corresponde a una anualidad

Interpretación:

Se trata de una anualidad, ya que los pagos del seguro se realizan de forma periódica y regular (por ejemplo, trimestralmente) y, en muchos casos, bajo condiciones constantes establecidas en el contrato. Desde el punto de vista financiero, estos pagos representan salidas de efectivo que pueden ser analizadas mediante modelos de anualidades.

4.3.2. Clasificación general de anualidades

Las anualidades se pueden clasificar según varios criterios:²

- **Según el momento del pago:**
 - *Anualidad vencida*: pagos al final de cada período.
 - *Anualidad anticipada*: pagos al inicio de cada período.
- **Según el inicio de los pagos:**
 - *Anualidad inmediata*: los pagos comienzan de inmediato (al final o al inicio del primer período).
 - *Anualidad diferida*: los pagos comienzan después de un cierto número de períodos.
- **Según el valor de la renta:**
 - *Anualidad uniforme*: todos los pagos son iguales.
 - *Anualidad no uniforme*: las rentas cambian según un patrón (por ejemplo, gradientes aritméticos o geométricos).

²Véase Ross et al. (2024) para una clasificación detallada.

En este capítulo se trabajará principalmente con anualidades *uniformes* bajo una tasa de interés compuesta periódica constante, que son las más utilizadas en créditos y depósitos bancarios en el Ecuador.

4.4. Anualidades vencidas

En una anualidad vencida, las rentas se pagan al *final* de cada período (Broverman, 2023). Es el tipo más frecuente en préstamos de consumo, créditos hipotecarios y muchas estructuras de ahorro.

4.4.1. Modelo de anualidad vencida

Tenga presente que para una anualidad vencida que tiene renta R , tasa periódica i y n períodos, en la que los pagos se realizan al final de cada período, se tiene:

El **valor futuro** M (en la fecha del último pago) es:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (4.1)$$

El **valor presente** VP (en la fecha del primer pago) es:

$$VP = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad (4.2)$$

Estas dos fórmulas son la base para el cálculo de montos acumulados y préstamos en forma de cuotas.

4.4.2. Valor futuro

Ejemplo 4.4 Anualidad vencida – valor futuro

Usted deposita \$ 200 al final de cada mes durante 3 años en una cuenta que paga una tasa de interés del 1 % mensual. Se desea determinar el monto acumulado.

Datos por variable:

Renta periódica	R	= \$ 200
Tasa mensual	i	= 1 % = 0,01
Número de períodos	n	= $3 \times 12 = 36$
Monto acumulado	M	= ?

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el monto se calcula mediante:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Sustitución:

$$M = 200 \frac{(1,01)^{36} - 1}{0,01}$$

Resultados parciales:

$$(1,01)^{36} \approx 1,43$$

$$\frac{1,43 - 1}{0,01} = 43$$

Resultado final:

$$M \approx \$ 8\,600$$

Interpretación:

El monto de \$ 8 600 representa el valor acumulado al final de los 36 meses, producto de realizar depósitos periódicos de \$ 200 bajo una tasa del 1 % mensual. Cada depósito genera intereses y se capitaliza en el tiempo, lo que explica el crecimiento del monto final.

Ejemplo 4.5 Anualidad vencida – valor futuro

Una persona aporta \$ 500 al final de cada trimestre durante 5 años a una tasa trimestral del 3 %. Se desea determinar el monto acumulado.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 500$
Tasa trimestral	i	$= 3 \% = 0,03$
Número de períodos	n	$= 5 \times 4 = 20$
Monto acumulado	M	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el monto se calcula mediante:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Sustitución:

$$M = 500 \frac{(1,03)^{20} - 1}{0,03}$$

Resultado:

$$M \approx \$ 13\,450$$

Interpretación:

El monto acumulado de \$ 13 450 corresponde al valor futuro de una serie de aportes trimestrales de \$ 500, capitalizados a una tasa del 3 % por período. Cada aporte genera intereses y se acumula hasta el final del plazo.

Ejemplo 4.6 Anualidad vencida – valor futuro

Un fondo acumula una renta anual de \$ 1 000 durante 10 años a una tasa anual del 8 %. Se desea determinar el monto acumulado.

Datos por variable:

Renta periódica	R	= \$ 1 000
Tasa anual	i	= 8 % = 0,08
Número de períodos	n	= 10
Monto acumulado	M	= ?

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el monto se calcula mediante:

$$M = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Sustitución:

$$M = 1000 \frac{(1,08)^{10} - 1}{0,08}$$

Resultado:

$$M \approx \$ 14\,500$$

Interpretación:

El monto acumulado de \$ 14 500 representa el valor futuro de una serie de aportes anuales de \$ 1 000, capitalizados a una tasa del 8 % anual durante 10 períodos. Cada aporte genera intereses y se acumula hasta el final del plazo.

4.4.3. Valor presente

Ejemplo 4.7 Anualidad vencida – valor presente

Un préstamo se paga con cuotas mensuales de \$ 400 durante 4 años, con una tasa de interés mensual del 1,2 %. Se desea determinar el valor presente del préstamo.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 400$
Tasa mensual	i	$= 1,2 \% = 0,012$
Número de períodos	n	$= 4 \times 12 = 48$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el valor presente se calcula mediante:

$$VP = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Sustitución:

$$VP = 400 \frac{1 - (1,012)^{-48}}{0,012}$$

Resultado:

$$VP \approx \$ 14\,532$$

Interpretación:

El valor presente representa el monto del préstamo equivalente hoy a una serie de pagos mensuales de \$ 400, considerando una tasa de interés del 1,2 % mensual. Este valor de \$ 14 532 corresponde al capital que la entidad financiera entrega al inicio de la operación.

Ejemplo 4.8 Anualidad vencida – valor presente

Un equipo se financia mediante 8 pagos semestrales de \$ 2 500, con una tasa de interés semestral del 6 %. Se desea determinar el valor presente.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 2\,500$
Tasa semestral	i	$= 6 \% = 0,06$
Número de períodos	n	$= 8$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el valor presente se calcula mediante:

$$VP = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Sustitución:

$$VP = 2500 \frac{1 - (1,06)^{-8}}{0,06}$$

Resultado:

$$VP \approx \$ 15\,525$$

Interpretación:

El valor presente representa el costo actual del equipo, equivalente a una serie de pagos semestrales de \$ 2 500 bajo una tasa del 6 % por período. Este valor de \$ 15 525 indica el capital financiado al inicio de la operación.

Ejemplo 4.9 Anualidad vencida – valor presente

Una persona acuerda pagar una renta anual de \$ 3 000 durante 6 años con una tasa de interés del 10 % anual. Se desea determinar el valor presente.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 3\,000$
Tasa anual	i	$= 10 \% = 0,10$
Número de períodos	n	$= 6$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el valor presente se calcula mediante:

$$VP = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Sustitución:

$$VP = 3000 \frac{1 - (1,10)^{-6}}{0,10}$$

Resultado:

$$VP \approx \$ 13\,065$$

Interpretación:

El valor presente representa el monto equivalente hoy a una serie de pagos anuales de \$ 3 000 durante 6 períodos, considerando una tasa del 10 % anual. Este valor de \$ 13 065 corresponde al capital que sería necesario disponer en el presente para cubrir dicha obligación.

4.4.4. Cálculo de la renta, capital, tasa y número de pagos

A partir de las fórmulas (4.1) y (4.2), se pueden despejar los distintos elementos de la anualidad vencida.

Dado A , i y n , la **renta** es:

$$R = A \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Dado S , i y n , la renta es:

$$R = S \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$$

Ejemplo 4.10 Cálculo de la renta

Una persona obtiene un préstamo de \$ 15 000, a pagarse en 36 cuotas mensuales, con una tasa mensual del 1,5 %. Se desea determinar el valor de la cuota.

Datos por variable:

Valor presente	VP	$= \$ 15\,000$
Tasa mensual	i	$= 1,5\% = 0,015$
Número de períodos	n	$= 36$
Renta periódica	R	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, la renta se calcula mediante:

$$R = VP \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Sustitución:

$$R = 15\,000 \frac{0,015}{1 - (1,015)^{-36}}$$

Resultado:

$$R \approx \$ 543$$

Interpretación:

El valor de \$ 543 de la cuota representa el pago periódico que permite amortizar completamente el préstamo de \$ 15 000 en 36 meses, considerando una tasa de interés del 1,5 % mensual. Cada cuota incluye una parte de interés y una parte de amortización del capital.

Ejemplo 4.11 Cálculo del número de pagos

Desea acumular \$ 50 000 depositando \$ 800 al final de cada mes, a una tasa de interés del 1,1 % mensual. Se desea determinar el número de pagos necesarios.

Datos por variable:

Monto acumulado	M	$= \$ 50\,000$
Renta periódica	R	$= \$ 800$
Tasa mensual	i	$= 1,1\% = 0,011$
Número de períodos	n	$= ?$

Fórmula: Al tratarse de una anualidad vencida, el monto se calcula mediante:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Sustitución:

$$50\,000 = 800 \frac{(1,011)^n - 1}{0,011}$$

Despeje:

$$(1,011)^n = 1 + 50\,000 \frac{0,011}{800}$$

$$n = \frac{\log\left(1 + 50\,000 \frac{0,011}{800}\right)}{\log(1,011)}$$

Resultado:

$$n \approx 47,8 \text{ periodos}$$

Interpretación:

El valor de 47,8 representa el número de depósitos mensuales necesarios para alcanzar un monto de \$ 50 000, realizando aportes de \$ 800 y considerando una tasa de interés del 1,1 % mensual. Este resultado permite planificar el tiempo requerido para cumplir el objetivo de ahorro.

Ejemplo 4.12 Cálculo del capital equivalente

Un conjunto de cuotas trimestrales de \$ 1 500 durante 10 períodos a una tasa trimestral del 2,5 %. Se desea determinar el valor presente.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 1\,500$
Tasa trimestral	i	$= 2,5 \% = 0,025$
Número de períodos	n	$= 10$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el valor presente se calcula mediante:

$$VP = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Sustitución:

$$VP = 1500 \frac{1 - (1,025)^{-10}}{0,025}$$

Resultado:

$$VP \approx \$ 13\,125$$

Interpretación:

El valor presente representa el capital equivalente hoy a una serie de pagos trimestrales de \$ 1 500, considerando una tasa del 2,5 % por período. Este valor de \$ 13 125 indica el monto que sería necesario disponer en el presente para financiar dicha serie de pagos.

4.5. Anualidades anticipadas

En una anualidad anticipada, los pagos se realizan al comienzo de cada período. Se da especialmente en el caso de arrendamientos, en determinados contratos de prestación de servicios, en algunos planes de ahorro.

4.5.1. Modelo de anualidad anticipada

Una anualidad anticipada puede verse como una anualidad vencida desplazada un período hacia atrás, lo que implica que sus fórmulas se relacionan mediante un factor $(1 + i)$.

El valor futuro M_{ant} de una anualidad anticipada es:

$$M_{\text{ant}} = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i} (1 + i) \quad (4.3)$$

El **valor presente** VP_{ant} de una anualidad anticipada es:

$$VP_{\text{ant}} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} (1 + i) \quad (4.4)$$

4.5.2. Valor futuro

Ejemplo 4.13 Anualidad anticipada – valor futuro

Usted deposita \$ 300 al inicio de cada mes durante 2 años, con una tasa mensual del 1 %. Se desea determinar el monto acumulado.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 300$
Tasa mensual	i	$= 1 \% = 0,01$
Número de períodos	n	$= 2 \times 12 = 24$
Monto acumulado	M_{ant}	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad anticipada, el monto puede obtenerse a partir del monto de una anualidad vencida:

$$M_{venc} = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$M_{ant} = M_{venc}(1+i)$$

Sustitución:

$$M_{venc} = 300 \frac{(1,01)^{24} - 1}{0,01}$$

$$M_{ant} = M_{venc}(1,01)$$

Resultado:

$$M_{ant} \approx \$ 8\,172$$

Interpretación:

El monto acumulado de \$ 8 172 corresponde al valor futuro de una serie de depósitos realizados al inicio de cada período. Debido a que cada depósito se realiza anticipadamente, genera intereses durante un período adicional en comparación con una anualidad vencida, lo que incrementa el monto final.

Ejemplo 4.14 Anualidad anticipada – valor futuro

Una persona paga \$ 1 000 al inicio de cada trimestre durante 5 años, con una tasa de interés del 3 % trimestral. Se desea determinar el monto acumulado.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 1\,000$
Tasa trimestral	i	$= 3 \% = 0,03$
Número de períodos	n	$= 5 \times 4 = 20$
Monto acumulado	M_{ant}	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad anticipada, el monto se calcula mediante:

$$M_{ant} = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)$$

Sustitución:

$$M_{ant} = 1000 \frac{(1,03)^{20} - 1}{0,03} (1,03)$$

Resultado:

$$M_{ant} \approx \$ 27\,604$$

Interpretación:

El monto acumulado de \$ 27 604 corresponde al valor futuro de una serie de pagos realizados al inicio de cada período. Al ser una anualidad anticipada, cada pago se capitaliza durante un período adicional, lo que incrementa el valor final acumulado.

Ejemplo 4.15 Anualidad anticipada – aplicación

Un contrato de arrendamiento establece pagos mensuales al inicio de cada período. Se desea determinar el monto acumulado en una fecha futura.

Datos por variable:

Renta periódica	R	= constante
Frecuencia de pago		mensual
Número de períodos	n	= definido por el contrato
Tasa de interés	i	aplicable según condiciones
Monto acumulado	M_{ant}	= ?

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad anticipada, el monto se calcula mediante:

$$M_{ant} = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)$$

Resultado:

$$M_{ant} = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)$$

Interpretación:

Los pagos de arrendamiento realizados al inicio de cada período constituyen una anualidad anticipada. Cada pago se capitaliza durante un período adicional, lo que permite determinar el monto acumulado en una fecha futura utilizando el modelo de anualidades anticipadas.

4.5.3. Valor presente

Ejemplo 4.16 Anualidad anticipada – valor presente

Un contrato exige pagos de \$ 500 al inicio de cada mes durante 3 años, a una tasa mensual del 1,2 %. Se desea determinar el valor presente.

Datos por variable:

Renta periódica	R	= \$ 500
Tasa mensual	i	= 1,2 % = 0,012
Número de períodos	n	= $3 \times 12 = 36$
Valor presente	VP_{ant}	= ?

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad anticipada, el valor presente puede obtenerse a partir del valor presente de una anualidad vencida:

$$VP_{venc} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$VP_{ant} = VP_{venc}(1 + i)$$

Sustitución:

$$VP_{venc} = 500 \frac{1 - (1,012)^{-36}}{0,012}$$

$$VP_{ant} = VP_{venc}(1,012)$$

Resultado:

$$VP_{ant} \approx \$ 14\,719$$

Interpretación:

El valor presente de \$ 14 719 representa el monto equivalente hoy a una serie de pagos realizados al inicio de cada período. Al tratarse de una anualidad anticipada, cada pago se descuenta considerando un período adicional, lo que incrementa el valor presente respecto a una anualidad vencida.

Ejemplo 4.17 Anualidad anticipada – valor presente

Un arrendamiento requiere pagos trimestrales anticipados de \$ 2 000 durante 4 años, con una tasa trimestral del 2,5 %. Se desea determinar el valor presente.

Datos por variable:

Renta periódica	R	= \$ 2 000
Tasa trimestral	i	= 2,5 % = 0,025
Número de períodos	n	= $4 \times 4 = 16$
Valor presente	VP_{ant}	= ?

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad anticipada, el valor presente se calcula mediante:

$$VP_{ant} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} (1 + i)$$

Sustitución:

$$VP_{ant} = 2000 \frac{1 - (1,025)^{-16}}{0,025} (1,025)$$

Resultado:

$$VP_{ant} \approx \$ 26\,753$$

Interpretación:

El valor presente de \$ 26 753 representa el monto equivalente hoy a una serie de pagos trimestrales realizados al inicio de cada período. Al tratarse de una anualidad anticipada, cada pago se descuenta considerando un período adicional, lo que incrementa el valor presente respecto a una anualidad vencida.

Ejemplo 4.18 Anualidad anticipada – aplicación

Un plan educativo requiere aportes anuales realizados al inicio de cada período durante 8 años, con una tasa de interés anual del 7 %. Se desea determinar el valor presente.

Datos por variable:

Renta periódica	R	= constante
Tasa anual	i	= 7 % = 0,07
Número de períodos	n	= 8
Valor presente	VP_{ant}	= ?

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad anticipada, el valor presente se calcula mediante:

$$VP_{ant} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} (1 + i)$$

Resultado:

$$VP_{ant} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} (1 + i)$$

Interpretación:

Los aportes realizados al inicio de cada período constituyen una anualidad anticipada. El valor presente representa el capital equivalente hoy necesario para cumplir con dichos aportes, considerando la tasa de interés del 7 % anual.

4.5.4. Conversión entre anualidad vencida y anticipada

Dadas las mismas condiciones (R, i, n) :

$$S_{\text{ant}} = S_{\text{venc}}(1 + i), \quad A_{\text{ant}} = A_{\text{venc}}(1 + i).$$

Invertidas:

$$S_{\text{venc}} = \frac{S_{\text{ant}}}{1 + i}, \quad A_{\text{venc}} = \frac{A_{\text{ant}}}{1 + i}.$$

4.6. Anualidades diferidas

En una anualidad diferida, al contrario de las anualidades vencidas, los pagos no empiezan en el momento de realizar la magnitud del importe correspondiente, sino un determinado número de períodos después.

4.6.1. Modelo de anualidad diferida

Imagine una anualidad ordinaria que beneficie a los acreedores y que presente la condición de que se inicien después de k pagos. El valor presente se obtendrá sin más que calcular primeramente, el valor existente a la fecha de inicio de la serie de pagos y luego descontarlo.

Si la anualidad tiene renta R , tasa de interés i , n períodos y un diferimiento de k períodos, entonces:

$$VP_{\text{inicio}} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

y el valor presente hoy (anualidad diferida) es

$$VP_{\text{hoy}} = VP_{\text{inicio}}(1 + i)^{-k} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} (1 + i)^{-k} \quad (4.5)$$

El valor futuro puede calcularse de manera análoga, aplicando los factores de capitalización correspondientes.

4.6.2. Ejemplos de anualidades diferidas

Ejemplo 4.19 Anualidad diferida – valor presente

Una persona planea recibir \$ 1 500 al final de cada año durante 8 años, pero los pagos comienzan dentro de 3 años. La tasa de interés anual es del 9 %. Se desea determinar el valor presente hoy.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 1\,500$
Tasa anual	i	$= 9\% = 0,09$
Número de períodos	n	$= 8$
Diferimiento	k	$= 3$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad diferida, primero se calcula el valor presente en el inicio de la serie y luego se descuenta al momento actual:

$$VP_{\text{inicio}} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$VP = VP_{\text{inicio}}(1 + i)^{-k}$$

Sustitución:

$$VP_{\text{inicio}} = 1500 \frac{1 - (1,09)^{-8}}{0,09}$$

$$VP = VP_{\text{inicio}}(1,09)^{-3}$$

Resultado:

$$VP \approx \$ 6\,408$$

Interpretación:

El valor presente de \$ 6 408 representa el monto equivalente hoy a una serie de pagos anuales que comenzarán en el futuro. Debido al diferimiento de 3 años, primero se calcula el valor en el momento en que inicia la serie y luego se descuenta al presente, considerando la tasa del 9 % anual.

Ejemplo 4.20 Anualidad diferida – valor presente

Una empresa planea constituir una renta anual de \$ 10 000 durante 5 años, que comenzará a pagarse dentro de 2 años. La tasa de interés anual es del 12 %. Se desea determinar el valor presente hoy.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 10\,000$
Tasa anual	i	$= 12\% = 0,12$
Número de períodos	n	$= 5$
Diferimiento	k	$= 2$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad diferida, el valor presente se calcula como:

$$VP_{\text{inicio}} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$VP = VP_{\text{inicio}}(1 + i)^{-k}$$

Sustitución:

$$VP_{\text{inicio}} = 10000 \frac{1 - (1,12)^{-5}}{0,12}$$

$$VP = VP_{\text{inicio}}(1,12)^{-2}$$

Resultado:

$$VP \approx \$ 28\,732$$

Interpretación:

El valor presente de \$ 28 732 representa el capital equivalente hoy a una serie de pagos anuales que comenzarán en el futuro. Debido al diferimiento de 2 años, se calcula primero el valor en el inicio de la serie y luego se descuenta al momento actual, considerando la tasa del 12 % anual.

Ejemplo 4.21 Anualidad diferida – aplicación

Un fondo educativo prevé pagos futuros que se inician luego de un período de gracia. Se desea identificar el tipo de modelo financiero aplicable.

Datos por variable:

Renta periódica	R	= futura
Diferimiento	k	> 0
Número de períodos	n	= definido
Tasa de interés	i	aplicable según condiciones

Concepto:

Una anualidad diferida es una serie de pagos periódicos que comienzan después de un cierto número de períodos (período de gracia).

Resultado:

El caso corresponde a una anualidad diferida

Interpretación:

El período de gracia implica que los pagos no se realizan de forma inmediata, sino después de un diferimiento. Por ello, el análisis financiero requiere calcular primero el valor en el inicio de la serie de pagos y luego descontarlo al momento actual.

4.6.3. Casos aplicados

Las anualidades diferidas son muy típicas de las siguientes situaciones:

- Planes de pensiones donde los aportes/pagos se inician después de cierto periodo de tiempo.
- Contratos de alquiler o arrendamientos que presentan períodos de gracia iniciales.
- Estructuras de productos financieros que pueden tener contratos contruidos en fases de capitalización y fases de pago (Superintendencia de Bancos del Ecuador, 2025a).

4.7. Anualidades generales

En la práctica, la frecuencia de los pagos y la periodicidad de la tasa pueden no coincidir, o las rentas pueden cambiar en forma aritmética o geométrica. A estas situaciones se denominan **anualidades generales**.

4.7.1. Cambio de tasas por frecuencia

Cuando la tasa de interés se expresa en una base diferente a la frecuencia de pago, es necesario convertir la tasa a la *tasa periódica equivalente* (Banco Central del Ecuador, 2025b).

Ejemplo 4.22 Conversión de tasa a periodicidad de pago

Se tiene una tasa efectiva anual de $i_{eff} = 18\%$ y se desea realizar pagos mensuales. Se requiere determinar la tasa mensual equivalente.

Datos por variable:

Tasa efectiva anual	i_{eff}	$= 18\% = 0,18$
Frecuencia de pago		mensual
Tasa mensual	i_m	$= ?$

Fórmula:

La tasa periódica equivalente se calcula mediante:

$$i_m = (1 + i_{eff})^{1/12} - 1$$

Sustitución: $i_m = (1 + 0,18)^{1/12} - 1 = 1,18^{1/12} - 1$

Resultado: $i_m \approx 1,38$

Interpretación:

La tasa mensual equivalente permite aplicar correctamente las fórmulas de anualidades cuando la frecuencia de pago es diferente a la periodicidad original de la tasa. Una vez obtenida esta tasa, se pueden utilizar los modelos de anualidades con coherencia temporal.

4.7.2. Anualidades no uniformes

En ocasiones las rentas no son constantes: pueden aumentar o disminuir con el tiempo, bien de manera lineal (gradientes aritméticos) o de manera proporcional (gradientes geométricos).³

4.7.3. Gradientes aritméticos (crecimiento lineal)

En un gradiente aritmético, cada pago difiere del anterior en una cantidad constante G :

$$R_1, R_1 + G, R_1 + 2G, \dots$$

El valor presente de un gradiente aritmético puede analizarse como el valor presente de una anualidad uniforme y como el valor presente de una serie creciente lineal. En esta primera aproximación se da prioridad a la noción conceptual, sin desgranar todas las fórmulas más elaboradas.

4.7.4. Gradientes geométricos (crecimiento exponencial)

En un **gradiente geométrico**, cada pago es un múltiplo del anterior:

$$R, R(1 + g), R(1 + g)^2, \dots$$

El análisis formal requiere técnicas adicionales; para efectos de este texto se menciona el concepto como base para estudios posteriores.

³Para un tratamiento más avanzado de gradientes, véase Zutter y Smart (2024).

4.8. Cálculo de capital, plazo, tasa y renta

4.8.1. Despejes principales para anualidades vencidas

Recordando las expresiones de valor presente y valor futuro de una anualidad vencida:

$$A = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}, \quad S = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Los despejes más utilizados son:

$$R = A \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}, \quad R = S \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$$

4.8.2. Uso de logaritmos para despejar número de pagos

Si se conoce A, R, i , despejar n implica:

$$A = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \Rightarrow 1 - (1 + i)^{-n} = \frac{Ai}{R} \Rightarrow (1 + i)^{-n} = 1 - \frac{Ai}{R}.$$

Tomando logaritmos:

$$n = -\frac{\ln\left(1 - \frac{Ai}{R}\right)}{\ln(1 + i)}. \quad (4.6)$$

Un procedimiento similar se aplica para el caso del valor futuro.

4.8.3. Interpretación financiera

Desde el punto de vista contable y financiero, las fórmulas de anualidades permiten:

- Determinar la cuota que hace equivalente un préstamo a una serie de pagos periódicos.

- Contabilizar, en un momento determinado, el número de cuotas necesarias para alcanzar un determinado importe (por ejemplo, para formar un fondo de educación o de jubilación).
- Valorar si el plan de pagos será compatible con el perfil de pagos de una persona o entidades.
- Elaborar tablas de amortización en las que cada cuota obtenga su división por interés y pago a capital, tal y como nos indicará la normativa contable.

Estos cálculos son muy importantes para el ejercicio profesional en contabilidad, ya que surgen en la valoración de préstamos y compromisos a largo plazo y en los proyectos de inversión.

4.9. Aplicaciones prácticas

4.9.1. Ahorro programado

En lo que respecta al ahorro programado, el ahorro programado define como el compromiso de realizar depósitos periódicos durante un tiempo determinado, cuando una persona toma el compromiso de realizar en tiempo definido, con el objetivo de acumular un monto futuro, (por ejemplo, para la compra de un vehículo o bien para la compra de una vivienda).

Ejemplo 4.23 Ahorro programado – cálculo de la renta

Para reunir \$ 20 000 en 5 años mediante depósitos mensuales al final de cada mes, con una tasa de interés del 0,9 % mensual, se desea determinar la renta periódica necesaria.

Datos por variable:

Monto acumulado	M	$= \$ 20\,000$
Tasa mensual	i	$= 0,9\% = 0,009$
Número de períodos	n	$= 5 \times 12 = 60$
Renta periódica	R	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el monto se calcula mediante:

$$M = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Sustitución:

$$20\,000 = R \frac{(1,009)^{60} - 1}{0,009}$$

Despeje:

$$R = 20\,000 \frac{0,009}{(1,009)^{60} - 1}$$

Resultado:

$$R \approx \$ 252,8$$

Interpretación:

El valor de \$ 252,8 representa el depósito mensual necesario para alcanzar un monto de \$ 20 000 en 5 años, considerando una tasa del 0,9 % mensual. Este cálculo permite planificar el ahorro de forma sistemática.

4.9.2. Fondos educativos

Los fondos educativos usan anualidades para estimar los aportes necesarios para cubrir matrículas y otros gastos futuros de estudio, que pueden crecer con la inflación (Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC), 2025).

4.9.3. Construcción de reservas

Empresas y entidades pueden constituir reservas para mantenimiento, reposiciones o contingencias mediante anualidades, destinando una parte fija de sus ingresos periódicos.

4.9.4. Planificación financiera personal

Planificación financiera personal consiste en calcular cuánto es necesario ahorrar, así como cuánto tiempo se ahorrará, para conseguir necesidades como la jubilación, la compra de la vivienda, ciertos viajes u otros objetivos personales. Las anualidades permitirán calcularlo y adaptarlo a la realidad de su presupuesto personal.

4.10. Ejemplos aplicados

Ejemplo 4.24 Anualidad vencida – valor futuro

Usted desea reunir \$ 15 000 depositando \$ 400 al final de cada mes en una cuenta que paga una tasa del 1 % mensual. Se desea determinar cuántos meses se requieren.

Datos por variable:

Monto acumulado	M	= \$ 15 000
Renta periódica	R	= \$ 400
Tasa mensual	i	= 1 % = 0,01
Número de períodos	n	= ?

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el monto se calcula mediante:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Sustitución:

$$15\,000 = 400 \frac{(1,01)^n - 1}{0,01}$$

Despeje:

$$(1,01)^n = 1 + 15\,000 \frac{0,01}{400}$$

$$(1,01)^n = 1 + 0,375 = 1,375$$

$$n = \frac{\log(1,375)}{\log(1,01)}$$

Resultado:

$$n \approx 32 \text{ periodos}$$

Interpretación:

El valor de 32 representa el número de depósitos mensuales necesarios para alcanzar un monto de \$ 15 000, realizando aportes de \$ 400 y considerando una tasa del 1 % mensual. Este resultado permite planificar el tiempo requerido para cumplir el objetivo de ahorro.

Ejemplo 4.25 Anualidad vencida – valor presente

Un préstamo se amortiza con 24 pagos mensuales de \$ 600 a una tasa del 1,3 % mensual. Se desea determinar el importe del préstamo.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 600$
Tasa mensual	i	$= 1,3 \% = 0,013$
Número de períodos	n	$= 24$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el valor presente se calcula mediante:

$$VP = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Sustitución:

$$VP = 600 \frac{1 - (1,013)^{-24}}{0,013}$$

Resultado:

$$VP \approx \$ 12\,300$$

Interpretación:

El valor presente representa el importe del préstamo equivalente hoy a una serie de 24 pagos mensuales de \$ 600, considerando una tasa del 1,3 % mensual. Este valor de \$ 12 300 corresponde al capital financiado al inicio de la operación.

Ejemplo 4.26 Anualidad anticipada – valor futuro

Una persona deposita \$ 250 al inicio de cada mes durante 18 meses a una tasa del 1,1 % mensual. Se desea determinar el monto acumulado.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 250$
Tasa mensual	i	$= 1,1 \% = 0,011$
Número de períodos	n	$= 18$
Monto acumulado	M_{ant}	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad anticipada, el monto se calcula mediante:

$$M_{ant} = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i} (1 + i)$$

Sustitución:

$$M_{ant} = 250 \frac{(1,011)^{18} - 1}{0,011} (1,011)$$

Resultado:

$$M_{ant} \approx \$ 5\,000$$

Interpretación:

El monto acumulado de \$ 5 000 corresponde al valor futuro de una serie de depósitos realizados al inicio de cada período. Al tratarse de una anualidad anticipada, cada depósito genera intereses durante un período adicional, lo que incrementa el monto final.

Ejemplo 4.27 Anualidad anticipada – valor presente

Un contrato de arrendamiento establece pagos de \$ 800 al inicio de cada mes durante 2 años, con una tasa del 1 % mensual. Se desea determinar el valor presente.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 800$
Tasa mensual	i	$= 1 \% = 0,01$
Número de períodos	n	$= 2 \times 12 = 24$
Valor presente	VP_{ant}	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad anticipada, el valor presente se calcula mediante:

$$VP_{ant} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} (1 + i)$$

Sustitución:

$$VP_{ant} = 800 \frac{1 - (1,01)^{-24}}{0,01} (1,01)$$

Resultado:

$$VP_{ant} \approx \$ 17\,170$$

Interpretación:

El valor presente de \$ 17 170 representa el monto equivalente hoy a una serie de pagos mensuales realizados al inicio de cada período. Al tratarse de una anualidad anticipada, cada pago se descuenta considerando un período adicional, lo que incrementa el valor presente respecto a una anualidad vencida.

Ejemplo 4.28 Anualidad diferida – valor presente

Se pacta una renta anual de \$ 5 000 durante 10 años, que comenzará a pagarse dentro de 5 años. Si la tasa de interés anual es del 9 %, se desea determinar el valor presente hoy.

Datos por variable:

Renta periódica	R	$= \$ 5\,000$
Tasa anual	i	$= 9\% = 0,09$
Número de períodos	n	$= 10$
Diferimiento	k	$= 5$
Valor presente	VP	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad diferida, el valor presente se calcula como:

$$VP_{\text{inicio}} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$VP = VP_{\text{inicio}}(1 + i)^{-k}$$

Sustitución:

$$VP_{\text{inicio}} = 5000 \frac{1 - (1,09)^{-10}}{0,09}$$

$$VP = VP_{\text{inicio}}(1,09)^{-5}$$

Resultado:

$VP \approx \$ 20\,855$

Interpretación:

El valor presente de \$ 20 855 representa el monto equivalente hoy a una serie de pagos anuales que comenzarán en el futuro. Debido al diferimiento de 5 años, se calcula primero el valor en el inicio de la serie y luego se descuenta al momento actual, considerando la tasa del 9 % anual.

Ejemplo 4.29 Ahorro programado – cálculo de la renta

Para reunir \$ 30 000 en 6 años mediante pagos mensuales al final de cada mes, con una tasa de interés del 0,9 % mensual, se desea determinar la renta periódica necesaria.

Datos por variable:

Monto acumulado	M	$= \$ 30\,000$
Tasa mensual	i	$= 0,9\% = 0,009$
Número de períodos	n	$= 6 \times 12 = 72$
Renta periódica	R	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el monto se calcula mediante:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Sustitución:

$$30\,000 = R \frac{(1,009)^{72} - 1}{0,009}$$

Despeje:

$$R = 30\,000 \frac{0,009}{(1,009)^{72} - 1}$$

Resultado:

$$R \approx \$ 298$$

Interpretación:

El valor de \$ 298 representa el depósito mensual necesario para alcanzar un monto de \$ 30 000 en 6 años, considerando una tasa del 0,9 % mensual. Este cálculo permite planificar el ahorro de manera sistemática y realista.

Ejemplo 4.30 Fondo de reemplazo de activos – cálculo de la renta

Una empresa desea constituir un fondo para reemplazar un equipo cuyo costo proyectado será de \$ 50 000 dentro de 8 años. Depositará una suma anual al final de cada año, con una tasa de interés del 10 %. Se desea determinar la renta periódica necesaria.

Datos por variable:

Monto acumulado	M	$= \$ 50\,000$
Tasa anual	i	$= 10\% = 0,10$
Número de períodos	n	$= 8$
Renta periódica	R	$= ?$

Fórmula:

Al tratarse de una anualidad vencida, el monto se calcula mediante:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Sustitución:

$$50\,000 = R \frac{(1,10)^8 - 1}{0,10}$$

Despeje:

$$R = 50\,000 \frac{0,10}{(1,10)^8 - 1}$$

Resultado:

$$R \approx \$4\,372$$

Interpretación:

El valor de \$ 4 372 representa el aporte anual necesario para constituir un fondo de \$ 50 000 en 8 años, considerando una tasa del 10 % anual. Este tipo de cálculo es fundamental para la planificación financiera de reposición de activos en una empresa.

Ejemplo 4.31 Interpretación contable

La serie de pagos de un préstamo se registra mediante una tabla de amortización, en la cual se detalla la composición de cada cuota en interés y amortización del capital.

Datos por variable:

Renta periódica	R	= cuota
Tasa de interés	i	aplicable por período
Número de períodos	n	definido por el contrato
Valor presente	VP	= capital del préstamo

Concepto:

El cálculo de las cuotas se fundamenta en el valor presente de una anualidad vencida, considerando la aplicación sistemática de la tasa de interés en cada período.

Resultado:

Las cuotas se determinan mediante el modelo de anualidad vencida

Interpretación:

Cada cuota de un préstamo se descompone en una parte correspondiente a intereses y otra a amortización del capital. Este proceso permite reflejar contablemente la disminución progresiva de la deuda, utilizando el modelo de anualidades para garantizar la equivalencia financiera.

4.11. Actividades de aplicación

Actividad 1: Análisis de un plan de ahorro

Considere el siguiente plan de ahorro ofrecido por una institución financiera hipotética:

- Depósitos mensuales al final de cada mes.
- Renta mínima: \$ 60 mensuales.
- Tasa nominal anual del 12 % capitalizable mensualmente (tasa mensual aproximada del 1 %).

- Plazo máximo sugerido: 5 años.

Con base en esta información:

1. Calcule el monto acumulado si usted deposita \$ 60 mensuales durante 5 años.
2. Determine la renta necesaria para acumular \$ 5 000 en el mismo plazo.
3. Comente qué tan realista sería, para su situación actual, sostener esa renta mensual de ahorro.

Actividad 2: Planificación de un fondo educativo

Considere que desea formar un fondo para luego tener el dinero para cubrir gastos de educación de un familiar. Estime que, dentro de 8 años, necesita \$ 15 000. Puede ahorrar de forma mensual o trimestralmente.

- Elija la frecuencia con la que usted podría aportar (mensual o trimestral).
- Suponga una tasa de interés razonable, por ejemplo, entre el 0,7 % y el 1,0 % mensual (o su equivalente trimestral).

Con esta información:

1. Elabore y resuelva la ecuación que facilita obtener la renta necesaria R .
2. Determine si la renta que ha conseguido obtener es compatible con un presupuesto personal ajustado (por ejemplo, el de una persona privada de libertad o con ingresos limitados).
3. Si se asume que la rentabilidad es excesiva, propongan una alternativa (por ejemplo, aumentar el período de tiempo, conseguir una rentabilidad asimilable, etcétera).

4.12. Ejercicios de práctica

A continuación, se proponen diez ejercicios de práctica con esquema de solución.

Ejercicio 4.1 *Calcule el monto acumulado de una anualidad vencida con pagos mensuales de \$ 350 durante 5 años a una tasa del 0,8 % mensual.*

Esquema de solución:

$$n = 60, \quad i = 0,008, \quad R = 350,$$

$$S = 350 \frac{(1,008)^{60} - 1}{0,008} \approx 26820$$

Ejercicio 4.2 Determine el valor presente de una anualidad vencida formada por 10 pagos trimestrales de \$ 1 200, con una tasa trimestral del 2,5 %.

Esquema:

$$n = 10, \quad i = 0,025, \quad R = 1200,$$

$$A = 1200 \frac{1 - (1,025)^{-10}}{0,025} \approx 10500$$

Ejercicio 4.3 Un préstamo de \$ 25 000 se amortiza con pagos trimestrales iguales durante 8 años a una tasa trimestral del 3 %. Halle el valor de la renta.

Esquema:

$$A = 25\,000, \quad n = 32, \quad i = 0,03,$$

$$R = 25\,000 \frac{0,03}{1 - (1,03)^{-32}} \approx 1226$$

Ejercicio 4.4 Una persona deposita \$ 500 al inicio de cada mes durante 24 meses a una tasa del 1 % mensual. Calcule el monto acumulado (anualidad anticipada).

Esquema:

$$n = 24, \quad i = 0,01, \quad R = 500,$$

$$S_{ant} = 500 \frac{(1,01)^{24} - 1}{0,01} (1,01) \approx 13620$$

Ejercicio 4.5 Un contrato establece pagos anuales anticipados de \$ 4 000 durante 6 años, con tasa del 9 %. Halle el valor presente.

Esquema:

$$A_{ant} = 4000 \frac{1 - (1,09)^{-6}}{0,09} (1,09) \approx 19560$$

Ejercicio 4.6 Una anualidad vencida de renta \$ 700 y tasa mensual del 1,2 % se paga durante n meses. Si el valor presente es \$ 30 000, determine n .

Esquema:

$$A = 30\,000, \quad R = 700, \quad i = 0,012,$$

$$30\,000 = 700 \frac{1 - (1,012)^{-n}}{0,012} \approx 60$$

Se despeja n mediante logaritmos utilizando una expresión como (4.6).

Ejercicio 4.7 Una anualidad diferida paga \$ 2 000 al final de cada año (8 años), comenzando dentro de 4 años. Tasa anual: 10 %. ¿Cuál es el valor presente hoy?

Esquema:

$$A_{en\,4} = 2000 \frac{1 - (1,10)^{-8}}{0,10},$$

$$A_{hoy} = A_{en\,4}(1,10)^{-4} \approx 7288$$

Ejercicio 4.8 Una empresa desea reunir \$ 80 000 en 7 años mediante depósitos anuales iguales al final de cada año, con una tasa del 11 %. Determine la renta anual necesaria.

Esquema:

$$S = 80\,000, \quad n = 7, \quad i = 0,11,$$

$$80\,000 = R \frac{(1,11)^7 - 1}{0,11}, \quad R = 80\,000 \frac{0,11}{(1,11)^7 - 1} \approx 8177$$

Ejercicio 4.9 Una persona desea que un fondo le pague \$ 6 000 anuales durante 10 años, comenzando dentro de 3 años. Tasa anual: 9 %. Halle el valor presente hoy de esta anualidad diferida.

Esquema de solución. Se trata de una **anualidad vencida diferida**. Se supone que el primer pago se realiza al final del año 3.

$$A_{(t=2)} = 6000 \frac{1 - (1,09)^{-10}}{0,09},$$

$$VP_0 = A_{(t=2)}(1,09)^{-2} \approx 32410$$

Ejercicio 4.10 Una anualidad de renta mensual \$ 900 se paga durante 5 años a una tasa del 1,1 % mensual. Determine el monto acumulado al final del período.

Esquema de solución. Es una **anualidad vencida** con pagos mensuales iguales:

$$R = \$ 900, \quad i = 0,011, \quad n = 5 \times 12 = 60,$$

$$S = 900 \frac{(1,011)^{60} - 1}{0,011} \approx 75910$$

4.13. Ejercicios propuestos

1. Calcule el monto acumulado de una anualidad vencida con pagos mensuales de \$ 280 durante 4 años, a una tasa del 0,9 % mensual.
2. Determine el valor presente de una anualidad vencida de 15 pagos trimestrales de \$ 1 500 cada uno, con una tasa trimestral del 2,2 %.
3. Un préstamo de \$ 32 000 se amortiza con pagos mensuales iguales durante 5 años a una tasa del 1,4 % mensual. Halle el valor de la cuota.
4. Una persona deposita \$ 350 al inicio de cada mes durante 30 meses en una cuenta que paga el 1,2 % mensual. Calcule el monto acumulado.
5. Una anualidad diferida paga \$ 2 500 al final de cada año durante 10 años, empezando dentro de 3 años. Si la tasa anual es del 10 %, determine el valor presente hoy.
6. Una empresa desea constituir un fondo de reserva de \$ 120 000 en 6 años, realizando depósitos trimestrales iguales al final de cada trimestre, con tasa del 3 % trimestral. Calcule el valor de cada depósito.
7. Una persona desea recibir \$ 8 000 anuales durante 15 años a partir del año 5. Si la tasa anual es del 9 %, determine el capital que debe tener hoy para financiar esta renta.
8. Una anualidad de renta mensualmente creciente en \$ 20 por período (gradiente aritmético) se paga durante 24 meses, comenzando con \$ 400 el primer mes. Describa cómo se podría aproximar el valor presente utilizando la suma de una anualidad uniforme más un gradiente.
9. Un esquema de ahorro programado exige pagos trimestrales anticipados de \$ 1 200 durante 8 años. La tasa trimestral es del 2,8 %. Determine el valor presente del plan.

10. Diseñe un Plan de Ahorro a través de rentas (frecuencia, tipo de interés y renta) que permita constituir un ahorro de \$ 200 000 para el momento de la retirada en 20 años. Proponga las ecuaciones que tiene que contemplar, proponga valores que sean razonables para el tipo de interés y la renta (aunque quizás haga falta también incluir en la parte que habla de la discusión de si el Plan es o no factible para una persona de escasos ingresos), y discuta si el Plan es factible para una persona con ingresos modestos.

4.14. Síntesis del capítulo

En este capítulo usted ha aprendido que:

- Una anualidad es una serie de pagos periódicos sometidos a una tasa de interés compuesta.
- Los pagos de las anualidades vencidas son los correspondientes al final de cada período; los pagos de las anualidades anticipadas son los que se efectúan al comienzo de los periodos; y los pagos de las anualidades diferidas son los que se realizan una vez transcurrido un periodo de gracia.
- La fórmula de cálculo del valor presente y la fórmula de cálculo del valor futuro de una anualidad permite conocer rentas, plazos, tipos de intereses o montos acumulados.
- Las anualidades generales y los gradientes permiten extender el modelo a situaciones en las que las rentas no son constantes o bien la tasa y la frecuencia de pago son desiguales.
- Las anualidades son una pieza básica del registro contable de préstamos, del ahorro programado, de fondos educativos, de la construcción de reservas y de la planificación financiera personal.

Los conceptos que se han ido introduciendo van a complementar los capítulos anteriores, relatados sobre el interés simple, compuesto y las tasas y, a la vez, van a permitir sentar la base para que pueda haber un estudio de los sistemas de amortización en los siguientes capítulos.



CAPÍTULO 5

Amortización y fondos de amortización

5.1. Introducción

En la práctica financiera y contable, es muy frecuente que una deuda se pague mediante una serie de cuotas periódicas. Cada cuota está compuesta por una parte de interés y una parte de devolución del capital. A este proceso de devolución gradual del capital se lo denomina amortización (Zima & Brown, 2011; Zutter & Smart, 2024).

Comprender cómo se distribuye cada pago entre interés y capital, cómo evoluciona el saldo de la deuda y cómo construir tablas de amortización es fundamental para el análisis de créditos, préstamos hipotecarios, créditos de consumo y financiamiento de activos fijos. Estos temas se articulan directamente con los capítulos anteriores sobre interés simple, interés compuesto y anualidades, ya que toda amortización se basa en la equivalencia financiera y en el valor del dinero en el tiempo (Kellison, 2009; Ross et al., 2024).

En el contexto ecuatoriano, los créditos de consumo, microcréditos y créditos hipotecarios ofrecidos por bancos y cooperativas se estructuran típicamente bajo el sistema francés de amortización, con cuotas constantes mensuales y tasas reguladas por el Banco Central del Ecuador y la Superintendencia de Bancos (Banco Central del Ecuador, 2021; Superintendencia de Bancos del Ecuador, 2025a). Esto hace que el manejo de tablas de amortización sea una competencia práctica clave para contadores, administradores y emprendedores.

Por otra parte, los fondos de amortización permiten acumular capital para cancelar una deuda futura o para reemplazar un activo en un momento determinado, mediante depósitos periódicos en un instrumento de inversión. Este mecanismo es relevante tanto para familias (por ejemplo, para cambiar un vehículo) como para empresas e instituciones públicas (para refinanciar bonos u obligaciones) (Kellison, 2009).

En este capítulo se estudian los conceptos básicos de amortización, los principales sistemas (francés, alemán y americano), la construcción de tablas de amortización y la relación entre anualidades y fondos de amortización. Por otro lado, se incluyen casos integrados que permiten poner en paralelo las alternativas de crédito real y reflexionar sobre el flujo de caja y los estados financieros.

En la Figura 12, se presenta un esquema integrador, para observar en contexto la presentación de capítulo 5.

5.2. Objetivos de aprendizaje

Al finalizar este capítulo, será capaz de:

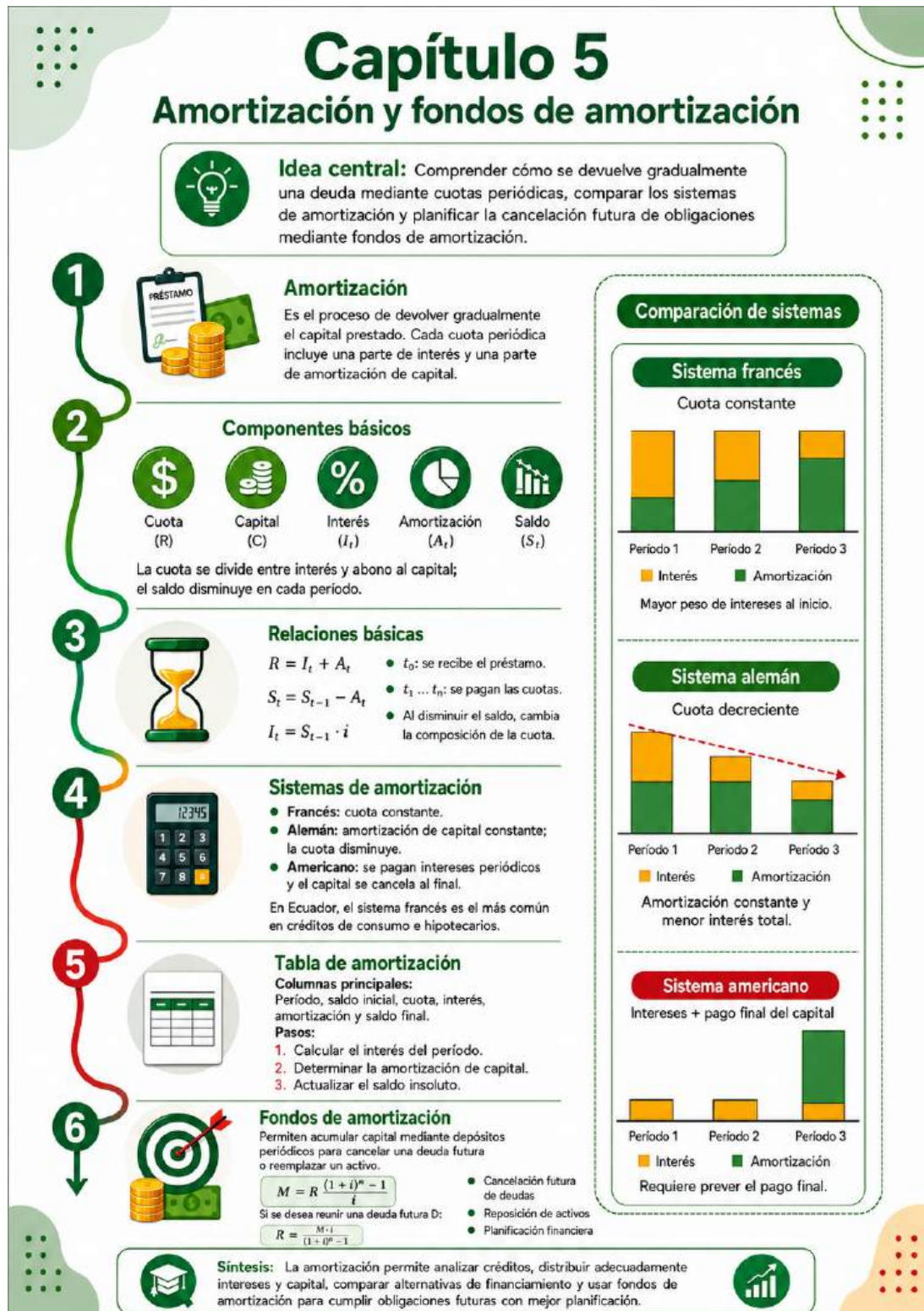
- Comprender el concepto de amortización y diferenciar sus componentes: cuota, interés, amortización de capital y saldo insoluto.¹
- Identificar y comparar los sistemas clásicos de amortización: francés, alemán y americano, estudiando sus efectos en el flujo de caja y el coste financiero total.
- Calcular cuotas, intereses, amortizaciones y saldos utilizando la fórmula de anualidades y los métodos propios de cada sistema.²
- Construir tablas de amortización completas en sistema francés, alemán y americano, interpretando cada columna y comprobar la coherencia matemática de los datos.
- Implementar la idea de fondo de amortización para la liquidez de deudas futuras o la reposición de activos, siendo capaz de calcular la aportación de forma periódica en función de una rentabilidad.³
- Llevar a cabo un análisis crítico de comparativas de ofertas de crédito reales de entidades bancarias del sistema financiero del Ecuador (bancos y cooperativas) de las que existen diferentes tipos de interés, periodos, sistemas y costes.
- Emitir juicios de valor sobre alternativas financieras, teniendo en cuenta criterios de coste total, liquidez y sostenibilidad, con la posibilidad de la aplicación a diferentes entornos ya sean personales, familiares, empresariales y de rehabilitación social.
- Poder vincular las amortizaciones con los anteriores capítulos sobre interés compuesto y anualidades, a fin de garantizar una sólida visión de todas las partes que influyen sobre el valor del dinero en el tiempo.

¹Conceptos adaptados de Zutter y Smart (2024) y Superintendencia de Bancos del Ecuador (2025a).

²Modelos tomados de Kellison (2009) y Zima y Brown (2011).

³En coherencia con metodologías utilizadas por el Banco Central del Ecuador y prácticas bancarias locales (Banco Central del Ecuador, 2024).

Figura 12.
Esquema integrador del capítulo 5.



Nota. Contenido del capítulo 5 elaborado con IA generativa

Estos objetivos le permitirán no solo hacer ejercicios, sino también interpretar contratos financieros, asesorar sobre la toma de decisiones en el curso del endeudamiento e incluso poder realizar con criterio profesional el registro contable.

5.3. Concepto de amortización

La amortización de una deuda es el proceso mediante el cual el deudor va devolviendo el capital prestado, generalmente mediante pagos periódicos que incluyen interés y abono al capital. Desde el punto de vista contable, en cada período se reconoce un gasto financiero (los intereses) y una disminución del pasivo (la amortización de capital), según las normas de registro de préstamos y obligaciones (Zutter & Smart, 2024).

5.3.1. Terminología: cuota, capital, interés, saldo

En una operación de amortización es importante distinguir:

- **Cuota** (R): pago periódico que realiza el deudor. En el sistema francés, la cuota es constante; en el sistema alemán, la cuota disminuye; y en el sistema americano, durante el plazo se pagan únicamente intereses, mientras que el capital se cancela al final.
- **Interés del período** (I_t): interés calculado sobre el saldo de capital al inicio del período t .
- **Amortización de capital** (A_t): parte de la cuota destinada a reducir el capital adeudado.
- **Saldo insoluto** (S_t): saldo de la deuda después de aplicar la amortización de capital correspondiente al período t .

Se cumple, para cada período:

$$R = I_t + A_t, \quad S_t = S_{t-1} - A_t$$

Es decir, en cada período la cuota R se descompone en dos partes: el interés I_t y la amortización de capital A_t . A medida que se realizan los pagos, el

saldo insoluto S_t disminuye progresivamente debido a la reducción del capital adeudado.

Ejemplo 5.1 Cálculo de la amortización

Si la cuota es de \$ 500 y, en un período, el interés calculado sobre el saldo es de \$ 180, se desea determinar la amortización de capital.

Datos por variable:

Cuota	R	= \$ 500
Interés del período	I_t	= \$ 180
Amortización de capital	A_t	= ?

Fórmula:

De acuerdo con la relación entre los componentes de la cuota:

$$R = I_t + A_t$$

Sustitución:

$$500 = 180 + A_t$$

Resultados parciales:

$$A_t = 500 - 180 = 320$$

Resultado final:

$A_t = \$ 320$

Explicación del resultado:

La amortización de capital en este período es de \$ 320. Esto significa que, del total de la cuota pagada, \$ 180 corresponden a intereses y \$ 320 se destinan a la reducción del capital adeudado, lo que provoca una disminución del saldo de la deuda.

Ejemplo 5.2 Cálculo del saldo insoluto

Si el saldo al inicio del período es \$ 10 000 y la amortización de capital del período es de \$ 400, se desea determinar el saldo al final del período.

Datos por variable:

Saldo inicial	S_{t-1}	= \$ 10 000
Amortización de capital	A_t	= \$ 400
Saldo final	S_t	= ?

Fórmula:

De acuerdo con la relación de actualización del saldo:

$$S_t = S_{t-1} - A_t$$

Sustitución:

$$S_t = 10000 - 400$$

Resultados parciales:

$$S_t = 9600$$

Resultado final:

$$S_t = \$ 9\,600$$

Explicación del resultado:

El saldo insoluto al final del período es de \$ 9 600. Esto indica que, después de aplicar la amortización de \$ 400, el capital pendiente de pago se reduce en ese mismo valor, reflejando la disminución progresiva de la deuda.

Ejemplo 5.3 Cálculo del interés del período

Si la tasa de interés periódica es del 1 % y el saldo al inicio del período es de \$ 8 000, se desea determinar el interés del período.

Datos por variable:

Saldo inicial	S_{t-1}	= \$ 8 000
Tasa de interés periódica	i	= 1 % = ,01
Interés del período	I_t	= ?

Fórmula:

El interés del período se calcula como:

$$I_t = S_{t-1} \cdot i$$

Sustitución:

$$I_t = 8000 \cdot 0,01$$

Resultados parciales:

$$I_t = 80$$

Resultado final:

$$I_t = \$ 80$$

Explicación del resultado:

El interés del período es de \$ 80, lo que representa el costo financiero generado por el uso del capital durante ese período. Este valor se calcula aplicando la tasa de interés al saldo insoluto al inicio del período, y forma parte de la cuota total que deberá pagar el deudor.

5.3.2. Línea del tiempo de una amortización

En la línea del tiempo de una amortización se representan:

- En el tiempo 0: el valor del préstamo (capital inicial), que ingresa al deudor como un flujo positivo.
- En los tiempos $1, 2, \dots, n$: las cuotas periódicas pagadas por el deudor, que son flujos de salida (*egresos*).
- En cada intervalo: el cálculo del interés sobre el saldo anterior y la reducción de dicho saldo mediante la amortización.

Por su apariencia se caracteriza como un capital inicial asociado a un flujo de egresos periódicos (las cuotas) que extinguen la deuda. Esta representación es útil para identificar la *fecha focal* de comparación y para asociar la amortización, junto con las anualidades vistas en el anterior capítulo.

5.3.3. Relación entre anualidad y amortización

El sistema de amortización francés (cuota constante) se basa directamente en el concepto de **anualidad vencida**: la cuota periódica es la renta R de una anualidad que tiene como valor presente el capital prestado C , con una tasa periódica i y un número de pagos n (Kellison, 2009; Zima & Brown, 2011).

$$C = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \implies R = C \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Esta relación muestra que cualquier préstamo con cuota fija constante es matemáticamente una anualidad vencida. Desde el punto de vista práctico, las entidades financieras calculan la cuota utilizando esta expresión, frecuentemente mediante calculadora financiera o hoja de cálculo.

5.4. Sistemas de amortización

Existen diversos sistemas de amortización. En este texto se trabajará con tres sistemas clásicos, ampliamente utilizados en la práctica internacional y en América Latina (Our Knowledge Publishing, 2020).

- **Sistema francés:** cuota constante.
- **Sistema alemán:** amortización de capital constante.
- **Sistema americano:** pago periódico de intereses y amortización total del capital en el último período.

En Ecuador, el sistema francés es el más extendido en créditos de consumo y microcréditos, mientras que el sistema americano se encuentra en bonos y ciertos instrumentos de deuda (Superintendencia de Bancos del Ecuador, 2025a).

5.4.1. Sistema francés (cuota constante)

En el **sistema francés**, la cuota R es constante y se determina a partir de la fórmula de la anualidad vencida:

$$R = C \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}.$$

En cada período se cumple:

$$I_t = S_{t-1} \cdot i, \quad A_t = R - I_t, \quad S_t = S_{t-1} - A_t.$$

Al principio la cuota contiene mayor proporción de los intereses en la cuota, cuando la operación va avanzando la parte de amortización se hace mayor y la parte de intereses se va reduciendo.

Ejemplo 5.4 Cálculo de la cuota y primer período

Un préstamo de \$ 20 000 se amortiza mediante 36 cuotas mensuales bajo una tasa mensual del 1,5 %. Se desea calcular la cuota y analizar el primer período.

Datos por variable:

Capital inicial	C	$= \$ 20\,000$
Tasa de interés mensual	i	$= 1,5\% = ,015$
Número de períodos	n	$= 36$
Cuota	R	$= ?$

Fórmula:

De acuerdo con el modelo de anualidad vencida:

$$R = C \cdot \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Sustitución:

$$R = 20\,000 \cdot \frac{,015}{1 - (1,015)^{-36}}$$

Resultados parciales:

$$(1,015)^{-36} \approx 0,58509$$

$$1 - 0,58509 = 0,41491$$

$$\frac{,015}{,41491} \approx 0,03615$$

$$R = 20\,000 \cdot 0,03615 \approx 723,00$$

Resultado final:

$R \approx \$ 723,00$

Análisis del primer período:**Datos:**

$$C = 20\,000, \quad i = 0,015, \quad R = 723,00$$

Interés del período:

$$I_1 = C \cdot i = 20\,000 \times 0,015 = \$ 300,00$$

Amortización del período:

$$A_1 = R - I_1 = 723,00 - 300,00 = \$ 423,00$$

Saldo al final del período:

$$S_1 = C - A_1 = 20\,000 - 423,00 = \$ 19\,577,00$$

Resumen del primer período:

Período	Interés	Amortización	Saldo
0	-	-	\$ 20 000,00
1	\$ 300,00	\$ 423,00	\$ 19 577,00

Verificación:

- La cuota cumple: $R = I_1 + A_1 = 300,00 + 423,00 = 723,00$
- El saldo disminuye correctamente: $S_1 = 20\,000 - 423,00 = 19\,577,00$
- En el siguiente período: $I_2 = S_1 \cdot i = 19\,577,00 \times 0,015 \approx \$ 293,66$

Ejemplo 5.5 Comportamiento en los últimos períodos

En un sistema de amortización francés, a medida que transcurren los períodos, el saldo insoluto disminuye, por lo que el interés calculado en cada período también se reduce.

De acuerdo con la relación: $I_t = S_{t-1} \cdot i$

si el saldo S_{t-1} es menor, el interés I_t también será menor.

Interpretación:

En los últimos períodos, el interés es relativamente pequeño y la mayor parte de la cuota corresponde a amortización de capital. Esto explica por qué, si un deudor realiza pagos anticipados de capital en las primeras cuotas, puede reducir significativamente el total de intereses pagados a lo largo del préstamo.

5.4.2. Sistema alemán (amortización constante)

En el **sistema alemán**, la amortización de capital es constante en cada período. La amortización por período es:

$$A = \frac{C}{n}.$$

Para calcular el interés del período t , se realiza partiendo del saldo al inicio del período:

$$I_t = S_{t-1} \cdot i,$$

Con lo que la cuota del período t es:

$$R_t = A + I_t.$$

Si se observa el desarrollo de este sistema, se puede afirmar que la cuota es *decreciente* en función del saldo que va decreciendo linealmente, con lo que se

obtiene un menor coste financiero total en comparación con el sistema francés, aunque como contrapartida se obtienen cuotas iniciales más altas, que pueden afectar la capacidad de pago de un determinado deudor.

Ejemplo 5.6 Sistema alemán: amortización constante

Un préstamo de \$ 12 000 se amortiza en 6 cuotas semestrales bajo una tasa semestral del 5 %. Se desea construir la tabla de amortización.

Datos por variable:

Capital inicial	C	= \$ 12 000
Número de períodos	n	= 6 semestres
Tasa de interés semestral	i	= 5 % = ,05
Amortización constante	A	= ?

Fórmula:

En el sistema alemán, la amortización de capital es constante:

$$A = \frac{C}{n}$$

Sustitución:

$$A = \frac{12000}{6}$$

Resultado final:

$A = \$ 2\,000$

Tabla de amortización:

Semestre	Saldo inicial	Interés	Amortización	Cuota
1	\$ 12 000,00	\$ 600,00	\$ 2 000,00	\$ 2 600,00
2	\$ 10 000,00	\$ 500,00	\$ 2 000,00	\$ 2 500,00
3	\$ 8 000,00	\$ 400,00	\$ 2 000,00	\$ 2 400,00
4	\$ 6 000,00	\$ 300,00	\$ 2 000,00	\$ 2 300,00
5	\$ 4 000,00	\$ 200,00	\$ 2 000,00	\$ 2 200,00
6	\$ 2 000,00	\$ 100,00	\$ 2 000,00	\$ 2 100,00
Total	-	\$ 2 100,00	\$ 12 000,00	\$ 14 100,00

Explicación del resultado:

En el sistema alemán, la amortización de capital permanece constante en cada período. Por ello, en este caso se amortizan \$ 2 000 semestrales. Como el saldo insoluto disminuye en cada período, el interés también se reduce progresivamente; por esta razón, las cuotas son decrecientes. El total pagado al finalizar los 6 semestres es de \$ 14 100, de los cuales \$ 12 000 corresponden al capital prestado y \$ 2 100 a intereses.

5.4.3. Sistema americano (pago de intereses y amortización final)

En el **sistema americano** (o de *interés puro*), el deudor paga solo intereses periódicos sobre el capital inicial, y al final del plazo paga el capital completo (Kellison, 2009).

- En los períodos 1, 2, ..., (n-1):

$$R_t = C \cdot i, \quad A_t = 0, \quad S_t = C.$$

- En el período n :

$$R_n = C \cdot i + C, \quad A_n = C, \quad S_n = 0.$$

Ejemplo 5.7 Sistema americano con fondo de amortización

Un préstamo de \$ 12 000 a una tasa semestral del 5 % durante 6 semestres se amortiza bajo el sistema americano. Se desea analizar la estructura de pagos y la alternativa mediante fondo de amortización.

Datos por variable:

Capital inicial	C	= \$ 12 000
Número de períodos	n	= 6 semestres
Tasa de interés	i	= 5 % = ,05

Características del sistema:

- Durante el plazo se pagan únicamente intereses.
- El capital se cancela íntegramente en el último período.
- Para $k = 1, \dots, n - 1$: $R_k = C \cdot i$
- En el último período: $R_n = C \cdot i + C$

Cálculo de las cuotas:

Para los períodos 1 al 5:

$$R_k = 12000 \cdot 0,05 = \$ 600,00$$

Último período:

$$R_6 = 600,00 + 12000,00 = \$ 12 600,00$$

Tabla de amortización:

Período	Saldo inicial	Interés	Amortización	Cuota
1	\$ 12 000,00	\$ 600,00	\$ 0,00	\$ 600,00
2	\$ 12 000,00	\$ 600,00	\$ 0,00	\$ 600,00
3	\$ 12 000,00	\$ 600,00	\$ 0,00	\$ 600,00
4	\$ 12 000,00	\$ 600,00	\$ 0,00	\$ 600,00
5	\$ 12 000,00	\$ 600,00	\$ 0,00	\$ 600,00
6	\$ 12 000,00	\$ 600,00	\$ 12 000,00	\$ 12 600,00
Total	-	\$ 3 600,00	\$ 12 000,00	\$ 15 600,00

Alternativa con fondo de amortización:

Si el deudor constituye un fondo que gana la misma tasa $i = 0,05$, el aporte periódico R_f se obtiene mediante una anualidad vencida:

$$R_f = \frac{C}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

Sustitución:

$$R_f = \frac{12000}{\frac{(1,05)^6 - 1}{,05}}$$

Resultados parciales:

$$(1,05)^6 \approx 1,34010$$

$$\frac{1,34010 - 1}{,05} = 6,8020$$

$$R_f \approx \frac{12000}{6,8020} = 1763,60$$

Cuota total constante:

$$R_{total} = 600,00 + 1763,60 = \$ 2\,363,60$$

Explicación del resultado:

En el sistema americano, las cuotas son bajas durante el plazo, pero el deudor debe realizar un pago elevado al final. El uso de un fondo de amortización permite transformar este esquema en pagos periódicos más uniformes, facilitando la planificación financiera y reduciendo el riesgo de incumplimiento del pago final.

5.4.4. Comparación entre sistemas

- En el **sistema francés**, la cuota es constante; al inicio, predomina el interés y al final predomina la amortización, resultando ser el más utilizado en créditos hipotecarios y de consumo.
- En el **sistema alemán**, la amortización es constante; la cuota se va decrementando. La totalidad de intereses pagados suelen ser menores que en los créditos de tipo francés pero las primeras cuotas son más elevadas.
- En el **sistema americano**, se pagan solo intereses periódicos y el capital se pagará al final; es un sistema que genera la mayor carga de intereses totales si no se acompaña de un fondo de amortización.

Desde el enfoque del deudor, el sistema francés es el más habitual y el que aporta más claridad y seguridad. Desde la perspectiva del acreedor el sistema americano lleva a una mayor exposición al riesgo dado que el capital se mantiene constante hasta su vencimiento. Por lo tanto, la elección de uno u otro sistema tiene efectos sobre la liquidez, el coste financiero total y su reflejo en los estados financieros.

5.5. Tablas de amortización

Las **tablas de amortización** presentan, para cada periodo, la descomposición de cada cuota en interés (*gasto*) y amortización (*resto de la cuota*) y el saldo insoluto de la deuda; de las maneras más simples y básicas para la contabilidad financiera y la educación financiera de usuarios de crédito (Banco Central del Ecuador, 2024; Junta de Política y Regulación Monetaria y Financiera, s.f.).

5.5.1. Estructura de la tabla

Una tabla de amortización típica incluye las siguientes columnas:

- Período t .
- Saldo inicial S_{t-1} .
- Cuota R .
- Interés del período I_t .
- Amortización de capital A_t .
- Saldo final S_t .

Cada una de estas columnas se calcula a partir de relaciones matemáticas entre las variables del período anterior y del período actual, lo que permite construir la tabla de forma sistemática.

En hojas de cálculo, estas relaciones pueden implementarse mediante fórmulas que se replican hacia abajo, facilitando la elaboración de la tabla completa.

5.5.2. Cálculo del interés por período

Para cualquiera de los sistemas de amortización, el interés de cada período se calcula mediante la siguiente expresión:

$$I_t = S_{t-1} \cdot i,$$

donde i es la tasa de interés periódica y S_{t-1} representa el saldo insoluto al inicio del período t .

Este valor corresponde al costo financiero que el deudor paga al acreedor por el uso del capital durante dicho período.

5.5.3. Cálculo de la amortización del capital

Según el sistema de amortización, la amortización de capital se calcula de la siguiente manera:

Sistema francés

$$A_t = R - I_t.$$

Sistema alemán

$$A_t = \frac{C}{n} \quad (\text{constante}).$$

Sistema americano

$$A_t = 0 \text{ para } t < n, \quad A_n = C.$$

En cualquiera de los sistemas, la amortización representa una disminución

efectiva del capital adeudado, es decir, una reducción del pasivo del deudor en cada período.

5.5.4. Saldo insoluto y saldo principal

El **saldo insoluto** al final del período t se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$S_t = S_{t-1} - A_t.$$

Al finalizar el plazo, el saldo insoluto debe ser igual a cero, ya que la amortización acumulada cubre la totalidad del capital prestado.

En la práctica, pueden presentarse pequeñas diferencias debido al redondeo de valores, las cuales se ajustan en la última cuota para garantizar la cancelación total de la deuda.

5.5.5. Elaboración de tablas de amortización

Para elaborar una tabla de amortización bajo el sistema francés debe:

1. Determinar la cuota R usando la fórmula de anualidad.
2. Definir el saldo inicial $S_0 = C$.
3. Para cada período $t = 1, 2, \dots, n$:
 - a) Calcular el interés $I_t = S_{t-1}i$.
 - b) Calcular la amortización $A_t = R - I_t$.
 - c) Actualizar el saldo $S_t = S_{t-1} - A_t$.

Para los sistemas alemán y americano ocurre un procedimiento análogo, ajustando respectivamente la fórmula de la cuota o la de la amortización.

5.6. Fondos de amortización

5.6.1. Concepto y finalidad

Un **fondo de amortización** es un mecanismo mediante el cual se acumula capital mediante depósitos periódicos, para cancelar en el futuro una deuda o para reemplazar un activo. Matemáticamente, funciona como una anualidad de depósitos dirigida a alcanzar un monto objetivo futuro (LibreTexts, 2024).

Este instrumento es útil cuando el deudor o la entidad desea mantener una deuda de interés puro (sistema americano) pero, al mismo tiempo, reducir el riesgo de no disponer de los recursos para pagar el capital al vencimiento.

5.6.2. Fondo de amortización para cancelar deuda

Cuando una entidad mantiene una deuda que desea cancelar en un plazo determinado, puede optar por constituir un fondo de amortización en lugar de realizar pagos periódicos de capital.

Este fondo se forma mediante el depósito periódico de una renta R en una inversión que genera una tasa de interés periódica i .

El valor futuro del fondo, después de n depósitos, está dado por:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

Para que el fondo alcance el valor de la deuda D al vencimiento, se debe cumplir:

$$D = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow R = D \frac{i}{(1+i)^n - 1}.$$

Ejemplo 5.8 Fondo de amortización para cancelar deuda

Una institución tiene una deuda de \$ 100 000 que debe cancelar dentro de 6 años. Desea constituir un fondo de amortización mediante depósitos anuales a una tasa del 8 %. Se desea determinar la renta anual necesaria.

Datos por variable:

Deuda futura	D	$= \$ 100\,000$
Tasa de interés anual	i	$= 8\% = ,08$
Número de períodos	n	$= 6$
Renta anual	R	$= ?$

Fórmula:

De acuerdo con el modelo de anualidad vencida:

$$R = D \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Sustitución:

$$R = 100\,000 \cdot \frac{,08}{(1,08)^6 - 1}$$

Resultados parciales:

$$(1,08)^6 \approx 1,58687$$

$$1,58687 - 1 = 0,58687$$

$$\frac{,08}{,58687} \approx 0,13636$$

$$R = 100\,000 \cdot 0,13636 \approx 13\,636,00$$

Resultado final:

$R \approx \$ 13\,636,00$

Explicación del resultado:

La institución debe realizar depósitos anuales de aproximadamente \$ 13 636 para que, al cabo de 6 años, el fondo de amortización acumule los \$ 100 000 necesarios para cancelar la deuda. Este mecanismo permite reemplazar el pago único final por una serie de aportes periódicos, lo que facilita la planificación financiera.

5.6.3. Fondo de amortización para reemplazo de activos

Cuando una entidad prevé la necesidad de sustituir un activo en el futuro, debe estimar el costo del reemplazo y planificar su financiamiento. Para evitar recurrir a endeudamiento en el momento de la reposición, puede constituir un fondo de amortización mediante depósitos periódicos.

El valor futuro del fondo, después de n depósitos, se determina mediante la fórmula de la anualidad vencida:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

Despejando R , se obtiene el valor del depósito periódico necesario para alcanzar el monto objetivo en el tiempo establecido.

De esta forma, la planificación financiera y la política de mantenimiento de activos se articulan adecuadamente, permitiendo la renovación de activos fijos sin recurrir a financiamiento de emergencia.

5.6.4. Fórmulas y comparaciones

Compare dos estrategias:

Existen dos formas de extinguir una deuda. En la primera, cada cuota incluye ya la amortización: se paga el capital más los intereses de acuerdo con el sistema francés (cuota fija) o el alemán (amortización constante); al finalizar el período no queda nada pendiente. En la segunda, el deudor abona solamente los intereses periódicos y, a la vez, realiza depósitos en un fondo paralelo que tiene como objetivo reunir, al vencimiento, la cantidad precisa del capital inicial.

En ambos casos la deuda llega a cero, la una alternativa modifica el perfil de riesgo y el perfil de caja: pasa a requerir al ahorro, lo que significa disciplina y exige una confianza en la porción del fondo que proporciona la tasa proyectada.

5.7. Casos integrados

Análisis de crédito real

Una institución bancaria ofrece un préstamo por un monto de \$ 50 000, con un plazo de amortización de cinco años, cuotas mensuales, tasa nominal del 18 % anual capitalizable mensualmente y sistema francés.

Realice lo siguiente:

- Calcule la cuota mensual utilizando la tasa periódica $i = 0,18/12$.

- Elabore la tabla de amortización y observe cómo, conforme avanza el tiempo, el interés disminuye y la amortización de capital aumenta.
- Determine qué parte de los pagos realizados durante el primer año corresponde a intereses y qué parte corresponde a amortización de capital.
- Calcule el total de intereses pagados durante todo el contrato.

Este tipo de ejercicio permite comparar la información del contrato con la carga financiera real que asume el deudor.

Comparación de ofertas entre sistemas

Considere dos ofertas de crédito:

- Oferta A: crédito bajo sistema francés, en el que la cuota mensual es constante.
- Oferta B: crédito bajo sistema alemán, con amortización de capital constante.

En ambos casos, se mantiene la misma tasa nominal y el mismo plazo.

Realice la comparación considerando:

- El cálculo de la cuota inicial en cada sistema.
- El cálculo de la cuota final en cada sistema.
- La determinación del total de intereses pagados al final del plazo.

De manera general, el sistema alemán implica un mayor esfuerzo de pago en los primeros períodos, pero con un costo total de intereses más bajo; en cambio, el sistema francés suaviza los pagos a lo largo del tiempo, a cambio de un costo total de intereses más elevado.

5.7.1. Selección del sistema más conveniente para endeudamiento

Para seleccionar el sistema que le convenga debe considerar:

- La capacidad de pago del deudor tomado desde la liquidez mensual.
- La preferencia por cuotas constantes o decrecientes.
- El impacto contable y fiscal de los intereses que pagará y.
- La posibilidad de combinar el crédito con un fondo de amortización.

En la práctica, las entidades financieras son las que tienden a fijar el sistema

por política. No obstante, conocer las diferencias resulta de importancia para llegar a un mejor acuerdo a las condiciones establecidas y para la planificación financiera.

5.8. Ejemplos aplicados

Ejemplo 5.9 Cálculo de cuota en sistema francés

Un préstamo de \$ 30 000 se amortiza en 24 cuotas mensuales con una tasa de interés del 1,4 % mensual. Se desea determinar el valor de la cuota y los datos correspondientes a los dos primeros períodos de la tabla de amortización.

Datos por variable:

Capital inicial	C	$= \$ 30\,000$
Tasa de interés mensual	i	$= 1,4\% = ,014$
Número de períodos	n	$= 24$
Cuota	R	$= ?$

Fórmula:

De acuerdo con el modelo de anualidad vencida:

$$R = C \cdot \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Sustitución:

$$R = 30000 \cdot \frac{,014}{1 - (1,014)^{-24}}$$

Resultado:

$$R \approx \$ 1\,483,63$$

Primer período:

$$\begin{aligned} I_1 &= 30000 \cdot 0,014 = \$ 420,00 \\ A_1 &= R - I_1 = 1483,63 - 420,00 = \$ 1\,063,63 \\ S_1 &= 30000 - 1063,63 = \$ 28\,936,37 \end{aligned}$$

Segundo período:

$$\begin{aligned} I_2 &= 28936,37 \cdot 0,014 \approx \$ 405,11 \\ A_2 &= R - I_2 = 1483,63 - 405,11 = \$ 1\,078,52 \\ S_2 &= 28936,37 - 1078,52 = \$ 27\,857,85 \end{aligned}$$

Explicación del resultado:

En el sistema francés, la cuota permanece constante durante todo el plazo. Sin embargo, en los primeros períodos predomina el pago de intereses, mientras que la amortización de capital aumenta progresivamente a medida que disminuye el saldo insoluto.

Ejemplo 5.10 Sistema alemán: tabla parcial

Un préstamo de \$ 18 000 se amortiza en 6 cuotas semestrales con una tasa del 6 % semestral bajo el sistema alemán. Se desea calcular los primeros períodos de la tabla de amortización.

Datos por variable:

Capital inicial	C	= \$ 18 000
Número de períodos	n	= 6
Tasa semestral	i	= 6 % = ,06
Amortización constante	A	= ?

Fórmula:

En el sistema alemán, la amortización de capital es constante:

$$A = \frac{C}{n}$$

Sustitución:

$$A = \frac{18000}{6} = \$ 3 000$$

Período 1:

$$\begin{aligned} I_1 &= 18000 \cdot 0,06 = \$ 1 080 \\ R_1 &= A + I_1 = 3000 + 1080 = \$ 4 080 \\ S_1 &= 18000 - 3000 = \$ 15 000 \end{aligned}$$

Período 2:

$$\begin{aligned} I_2 &= 15000 \cdot 0,06 = \$ 900 \\ R_2 &= 3000 + 900 = \$ 3 900 \\ S_2 &= 15000 - 3000 = \$ 12 000 \end{aligned}$$

Resultado:

El proceso continúa de forma análoga hasta el período 6, manteniendo la amortización constante y observando una disminución progresiva del interés y de la cuota.

Ejemplo 5.11 Sistema americano con fondo de amortización

Una empresa toma un préstamo por \$ 40 000 a 4 años, con una tasa anual del 10 %, bajo el sistema americano. Además, decide constituir un fondo de amortización que rinde el 8 % anual, con el fin de acumular el capital necesario para cancelar la deuda al final del plazo.

Datos por variable:

Capital inicial	C	= \$ 40 000
Plazo	n	= 4 años
Tasa del préstamo	i	= 10 % = ,10
Tasa del fondo	i_f	= 8 % = ,08
Aporte al fondo	R_f	= ?

Pago de intereses:

En el sistema americano, durante el plazo solo se pagan intereses:

$$R = C \cdot i = 40000 \cdot 0,10 = \$ 4\,000$$

Fondo de amortización:

Para acumular el capital requerido:

$$C = R_f \frac{(1 + i_f)^n - 1}{i_f}$$

Sustitución:

$$40000 = R_f \frac{(1,08)^4 - 1}{,08}$$

Resultados parciales:

$$(1,08)^4 \approx 1,36049$$

$$1,36049 - 1 = 0,36049$$

$$\frac{,36049}{,08} \approx 4,5061$$

$$R_f = \frac{40000}{4,5061} \approx 8877,60$$

Resultado final:

$$R_f \approx \$ 8\,877,60$$

Explicación del resultado:

La empresa paga anualmente \$ 4 000 por concepto de intereses del préstamo. Adicionalmente, debe realizar aportes de aproximadamente \$ 8 877,60 al fondo de amortización para acumular el capital necesario (\$ 40 000) al final de los 4 años.

Este esquema permite mantener pagos de intereses constantes durante el plazo, mientras el capital se financia mediante el fondo, facilitando la planificación financiera y evitando un desembolso único elevado al vencimiento.

Ejemplo 5.12 Comparación de intereses totales en sistemas francés y alemán

Considere un mismo capital C que se amortiza bajo los sistemas francés y alemán, con la misma tasa de interés periódica i y el mismo número de períodos n .

Planteamiento:

El total de intereses pagados en cada sistema puede determinarse como la suma de los intereses de cada período:

$$\text{Intereses totales} = \sum_{t=1}^n I_t$$

Análisis:

En el sistema francés, el saldo insoluto disminuye más lentamente en los primeros periodos, lo que genera intereses relativamente altos al inicio. En cambio, en el sistema alemán, la amortización de capital es constante, por lo que el saldo disminuye más rápidamente y, en consecuencia, los intereses decrecen con mayor rapidez.

Conclusión:

En términos generales, el sistema alemán produce un menor total de intereses para el deudor, pero implica cuotas iniciales más elevadas. Por su parte, el sistema francés suaviza el pago de las cuotas a lo largo del tiempo, a cambio de un mayor costo total de intereses.

Ejemplo 5.13 Fondo para reemplazo de equipo

Una empresa desea reemplazar un equipo dentro de 6 años. Se estima que el nuevo equipo costará \$ 80 000. Si puede invertir en un fondo que rinde el 9 % anual, se desea determinar la contribución anual necesaria.

Datos por variable:

Valor futuro requerido	M	$= \$ 80\,000$
Tasa de interés anual	i	$= 9\% = ,09$
Número de periodos	n	$= 6$
Renta anual	R	$= ?$

Fórmula:

De acuerdo con el modelo de anualidad vencida:

$$M = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Sustitución:

$$80000 = R \frac{(1,09)^6 - 1}{,09}$$

Resultados parciales:

$$\begin{aligned} (1,09)^6 &\approx 1,67710 \\ 1,67710 - 1 &= 0,67710 \\ \frac{,67710}{,09} &\approx 7,5233 \\ R &= \frac{80000}{7,5233} \approx 10633,00 \end{aligned}$$

Resultado final:

$R \approx \$ 10\,633,00$

Explicación del resultado:

La empresa debe realizar aportes anuales de aproximadamente \$ 10 633 para acumular el capital necesario al cabo de 6 años. Aunque estos aportes representan salidas de efectivo en el presente, permiten evitar el endeudamiento futuro y facilitan la planificación financiera para el reemplazo del equipo.

5.9. Actividades de aplicación

Actividad 1: Análisis de crédito de consumo

Consiga un caso real de crédito de consumo o préstamo personal ofrecido por un banco o cooperativa. Identifique:

1. Cuál es el monto del préstamo.
2. La tasa de interés nominal y su forma de capitalización.
3. El plazo y el valor de la cuota.

Con base en la información consultada, reconstruya el sistema de amortización correspondiente (francés, alemán u otro). Si lo considera conveniente, elabore la tabla de amortización correspondiente a los seis primeros períodos.

Finalmente, comente la proporción entre intereses y amortización de capital en dichos períodos, y reflexione sobre la carga financiera que asume el deudor.

Actividad 2: Fondo de amortización para deuda futura

Suponga que una entidad de derecho público espera formalizar la emisión de un bono por un valor determinado, con vencimiento a 10 años. Para garantizar el pago del capital al vencimiento, se desea constituir un fondo de amortización mediante aportes anuales constantes.

1. Escoja una tasa de rendimiento anual para la inversión del fondo. Puede basarse en tasas referenciales de bonos del Estado.
2. Determine el valor de la renta anual que debe aportar la institución al fondo de amortización.
3. Compare este esquema con la amortización directa del capital mediante cuotas, considerando criterios de riesgo, liquidez y transparencia para los inversionistas.

5.10. Ejercicios de práctica

Ejercicio 5.1 Un préstamo de \$ 25 000 se amortiza mediante 30 cuotas mensuales bajo una tasa del 1,3 % mensual en sistema francés. Calcule el valor de la cuota.

Solución:

Extayendo los datos:

$$C = \$ 25\,000, \quad i = 0,013, \quad n = 30.$$

En el sistema francés, la cuota R se determina mediante la fórmula de la anualidad vencida:

$$R = C \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}.$$

Sustituyendo:

$$R = 25\,000 \cdot \frac{,013}{1 - (1,013)^{-30}}.$$

calcule primero:

$$(1,013)^{30} \approx 1,4732 \quad \Rightarrow \quad (1,013)^{-30} = \frac{1}{1,4732} \approx 0,6788$$

Entonces:

$$1 - (1,013)^{-30} \approx 1 - 0,6788 = 0,3212$$

El numerador es:

$$Ci = 25\,000 \cdot 0,013 = 325$$

Por tanto:

$$R \approx \frac{325}{,3212} \approx \$ 1\,011,71.$$

La cuota mensual aproximada es:

$$R \approx \$ 1\,011,71.$$

Ejercicio 5.2 Calcule el interés, amortización, saldo de los primeros tres periodos de la tabla de amortización del ejercicio anterior.

Solución.

Use $R \approx \$ 1\,011,71$, $i = 0,013$, saldo inicial $S_0 = \$ 25\,000$.

Período 1*Interés del período:*

$$I_1 = S_0 \cdot i = 25\,000 \cdot 0,013 = \$ 325,00.$$

Amortización de capital:

$$A_1 = R - I_1 = 1\,011,71 - 325,00 = \$ 686,71.$$

Saldo al final del período:

$$S_1 = S_0 - A_1 = 25\,000 - 686,71 = \$ 24\,313,29.$$

Período 2*Interés:*

$$I_2 = S_1 \cdot i = 24\,313,29 \cdot 0,013 \approx \$ 316,07.$$

Amortización:

$$A_2 = R - I_2 = 1\,011,71 - 316,07 = \$ 695,64.$$

Saldo:

$$S_2 = S_1 - A_2 = 24\,313,29 - 695,64 = \$ 23\,617,65.$$

Período 3*Interés:*

$$I_3 = S_2 \cdot i = 23\,617,65 \cdot 0,013 \approx \$ 306,99.$$

Amortización:

$$A_3 = R - I_3 = 1\,011,71 - 306,99 = \$ 704,72.$$

Saldo:

$$S_3 = S_2 - A_3 = 23\,617,65 - 704,72 = \$ 22\,912,93.$$

En forma tabular:

t	S_{t-1}	I_t	A_t	S_t
1	25 000,00	325,00	686,71	24 313,29
2	24 313,29	316,07	695,64	23 617,65
3	23 617,65	306,99	704,72	22 912,93

Ejercicio 5.3 Un préstamo de \$ 15 000 se amortiza en 5 cuotas anuales iguales bajo sistema alemán, con tasa del 10 % anual. Determine la amortización de capital anual y calcule las dos primeras cuotas.

Solución:

Para el sistema alemán es constante la amortización de capital:

$$C = \$ 15\,000, \quad n = 5, \quad i = 0,10.$$

Amortización anual:

$$VP = \frac{C}{n} = \frac{15\,000}{5} = \$ 3\,000.$$

Año 1

Saldo inicial:

$$S_0 = 15\,000.$$

Interés:

$$I_1 = S_0 \cdot i = 15\,000 \cdot 0,10 = \$ 1\,500.$$

Cuota:

$$R_1 = A + I_1 = 3\,000 + 1\,500 = \$ 4\,500.$$

Saldo:

$$M_1 = M_0 - VP = 15\,000 - 3\,000 = \$ 12\,000.$$

Año 2

Interés:

$$I_2 = S_1 \cdot i = 12\,000 \cdot 0,10 = \$ 1\,200.$$

Cuota:

$$R_2 = A + I_2 = 3\,000 + 1\,200 = \$ 4\,200.$$

Las dos primeras cuotas son:

$$R_1 = \$ 4\,500, \quad R_2 = \$ 4\,200.$$

Ejercicio 5.4 Un préstamo de \$ 50 000 a 4 años bajo sistema americano tiene tasa del 9 % anual. Calcule los pagos anuales de intereses y el pago final de capital.

Solución:

Recordar que en el sistema americano se paga periódicamente sólo intereses y el capital completo al finalizar el plazo.

Extrayendo los datos:

$$C = \$ 50\,000, \quad i = 0,09, \quad n = 4.$$

Calcular el interés anual:

$$I = C \cdot i = 50\,000 \cdot 0,09 = \$ 4\,500.$$

- Durante los años 1, 2 y 3: se paga sólo interés:

$$R_1 = R_2 = R_3 = \$ 4\,500.$$

- En el año 4: se paga el interés más capital:

$$R_4 = I + C = 4\,500 + 50\,000 = \$ 54\,500.$$

Ejercicio 5.5 Una empresa está interesada en crear un fondo que le permita cancelar un pasivo por un importe de \$ 60 000 en 5 años. La posibilidad que tiene consiste en invertir en un instrumento a 8 % anual realizando aportes al final de cada año. Calcule el alquiler anual que tendrá que hacer. **Solución.**

Se trata de un fondo de amortización. El valor futuro del fondo es:

$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

Datos:

$$S = 60\,000, \quad i = 0,08, \quad n = 5.$$

Igualemos:

$$60\,000 = R \frac{(1,08)^5 - 1}{,08}.$$

Calculamos:

$$(1,08)^5 \approx 1,4693 \quad \Rightarrow \quad (1,08)^5 - 1 \approx 0,4693.$$

Entonces:

$$\frac{(1,08)^5 - 1}{,08} \approx \frac{,4693}{,08} \approx 5,8663$$

De aquí:

$$R = \frac{60\,000}{5,8663} \approx \$ 10\,227,39$$

La renta anual necesaria es aproximadamente:

$$R \approx \$ 10\,227,39$$

Ejercicio 5.6 Un crédito hipotecario de \$ 120 000 se estructura con pagos mensuales en sistema francés a una tasa del 1,1 % mensual durante 15 años. Plantee la fórmula para la cuota mensual y describa qué información adicional necesitaría para construir la tabla completa.

Solución:

Obteniendo los datos:

$$C = 120\,000, \quad i = 0,011, \quad n = 15 \times 12 = 180 \text{ cuotas.}$$

Para el sistema francés, la cuota mensual R esta dada por:

$$R = C \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}.$$

Sustituyendo:

$$R = 120\,000 \cdot \frac{,011}{1 - (1,011)^{-180}}.$$

Para construir la **tabla de amortización completa** se necesitaría:

- El valor exacto de la cuota R (redondeado a centavos).
- El saldo inicial $S_0 = 120\,000$.
- La tasa periódica $i = 0,011$.

Finalmente, para cada período t se aplica:

$$I_t = S_{t-1} \cdot i, \quad VP_t = R - I_t, \quad S_t = S_{t-1} - A_t.$$

Ejercicio 5.7 Según la información obtenida del ejercicio anterior, elabore la tabla de amortización completa y expolique las columnas que incluiría.

Solución.

1. Primero calcular el valor de la cuota R con la fórmula:

$$R = C \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}.$$

2. Dibujar una tabla con las siguientes columnas:

- Columna 1: Período, donde t ($0, 1, 2, \dots, n$).
- Columna 2: Saldo inicial, dado por S_{t-1} .
- Columna 3: Cuota, R constante en sistema francés.
- Columna 4: Interés, mediante $I_t = S_{t-1} \cdot i$.
- Columna 5: Amortización, mediante $A_t = R - I_t$.
- Columna 6: Saldo final, mediante $S_t = S_{t-1} - A_t$.

3. Para el período 0:

$$S_0 = 120\,000 \quad I_0 = 0, \quad A_0 = 0.$$

4. Para los demás períodos se utiliza la fila anterior y se aplica las fórmulas:

$$I_1 = S_0 \cdot i, \quad A_1 = R - I_1, \quad S_1 = S_0 - A_1.$$

n .

La tabla resultante mostrará la evolución del saldo, la parte de interés y la parte de amortización de cada cuota.

Ejercicio 5.8 Compare, de manera conceptual, el flujo de caja de un deudor que paga bajo sistema francés frente a uno que paga bajo sistema alemán para el mismo capital y tasa.

Solución.

■ **Bajo el sistema francés la cuota es constante, entonces:**

- El valor de la cuota R es la misma en todos los períodos.
- Al inicio, gran parte de la cuota es interés y muy poco se reduce el capital (amortización).
- Conforme pasan los períodos, se va reduciendo el valor por interés, y se va incrementando el valor a la amortización.
- De cara al deudor, el flujo de caja es previsible, estable y permite realizar una planificación presupuestaria.

■ **Bajo el sistema alemán la amortización es constante, entonces:**

- La amortización de capital A es constante en todos los períodos.
- El valor del interés se calcula con base en un saldo que va disminuyendo de forma lineal.
- Entonces, la cuota total $R_t = A + I_t$ constantemente es **decreciente**.
- Al inicio, las cuotas serán mucho más altas que en el sistema francés, pero irán disminuyendo gradualmente.

En comparación de ambos sistemas:

- A igualdad de capital y tasa de interés, el sistema alemán supone un mayor peso del pago al principio y un menor peso a finales.
- El sistema francés reparte el esfuerzo del pago, a través de cuotas constantes, mediante una mayor carga de pagos en la fase inicial en cuanto a intereses.
- Finalmente la elección depende de las condiciones financieras del deudor: por su nivel de capacidad de pago inicial y por el perfil del flujo de caja.

Ejercicio 5.9 Un préstamo de \$ 40 000 se amortiza en 8 cuotas semestrales bajo sistema francés con tasa del 7 % semestral. Calcule el valor presente de la serie de pagos (debe ser \$ 40 000) y verifique la consistencia con la fórmula de anualidad.

Solución.

Datos:

$$C = 40\,000, \quad i = 0,07, \quad n = 8.$$

Primero calcular la cuota R (sistema francés):

$$R = C \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 40\,000 \cdot \frac{,07}{1 - (1,07)^{-8}}.$$

Procedimiento:

$$(1,07)^8 \approx 1,7182 \quad \Rightarrow \quad (1,07)^{-8} \approx \frac{1}{1,7182} \approx 0,5820.$$

Entonces:

$$1 - (1,07)^{-8} \approx 1 - 0,5820 = 0,4180.$$

Numerador:

$$Ci = 40\,000 \cdot 0,07 = 2\,800.$$

Cuota:

$$R \approx \frac{2\,800}{,4180} \approx \$ 6\,698,34.$$

Ahora, el **valor presente** de la serie de pagos es:

$$VP = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}.$$

Sustituir:

$$VP = 6\,698,34 \cdot \frac{1 - (1,07)^{-8}}{,07}.$$

Se sabe que:

$$1 - (1,07)^{-8} \approx 0,4180, \quad \frac{,4180}{,07} \approx 5,9714.$$

Por tanto:

$$VP \approx 6\,698,34 \cdot 5,9714 \approx \$40\,000.$$

Esto verifica que el valor presente de la serie de cuotas es igual al capital inicial, tal como establece la fórmula de anualidad.

Ejercicio 5.10 Explique cómo se puede combinar un sistema americano con un fondo de amortización para reducir el riesgo de no poder pagar el capital al vencimiento.

Solución.

El deudor al contraer una obligación bajo el sistema americano debe:

- Pagar sólo el valor de los intereses sobre el capital inicial de forma periódica.
- Al finalizar el periodo deberá hacer en un solo pago el **capital completo**.

El riesgo de que el deudor no tenga a su alcance una vez llegado el vencimiento de la deuda el capital adeudado, viene dado por la posibilidad de que el último pago en vez de ser el capital importe cero.

Con la finalidad de minimizar el riesgo de que le deudor no pueda cumplir su obligación, se puede combinar el sistema americano con un **fondo de amortización** de la forma siguiente:

1. El deudor paga los intereses anuales del sistema americano (por ejemplo, Ci cada año).
2. De forma paralela, debe realizar depósitos periódicos R_f en un fondo de inversión que rinde una tasa i_f .
3. Para obtener estos valores se calcula utilizando la fórmula de fondo de amortización:

$$C = R_f \frac{(1 + i_f)^n - 1}{i_f},$$

de esta forma al final del plazo el fondo acumule exactamente el valor necesario para cubrir el capital C y cancelar la deuda.

4. Al vencimiento de la obligación:
 - Con el fondo acumulado se paga el capital al acreedor.
 - El deudor debe preocuparse por ser constante en los pagos (intereses + depósito en el fondo) durante la vida del préstamo.

De esta forma:

- Se reduce el riesgo de no tener el capital completo al final.
- El gran pago único se transforma en una serie de pagos periódicos manejables (interés + aporte al fondo).
- El deudor puede mejorar la planificación financiera ya que el crédito se vuelve más predecible.

5.11. Ejercicios propuestos

1. Un préstamo de \$ 35 000 se amortiza con 48 cuotas mensuales bajo una tasa del 1,5 % mensual en sistema francés. Calcule la cuota y el total de intereses pagados al final del plazo.
2. Un préstamo de \$ 22 000 se amortiza en 10 cuotas semestrales bajo sistema alemán con tasa del 6 % semestral. Realice la correspondiente tabla de amortización completa.
3. Hipotéticamente un bono de \$ 100 000 pagará intereses anuales al 9 % y se devolverá el capital al vencimiento, dentro de 7 años. Determine el flujo de pagos para comparar las ventajas y desventajas entre el emisor y el inversionista.
4. Una empresa desea cancelar una deuda de \$ 150 000 dentro de 8 años mediante un fondo de amortización que rinde el 7 % anual. Determine el aporte anual requerido.
5. Un crédito automotriz de \$ 18 000 se ofrece con dos esquemas:
 - Sistema francés: cuota mensual constante durante 5 años a una tasa del 1,4 % mensual.
 - Sistema alemán: la amortización de capital es constante durante 5 años a una tasa del 1,4 % mensual.

Calcule y compare el valor de la primera y la última cuota en cada sistema de crédito y justifique cual sistema le conviene más al deudor.

6. Se establece un fondo de reemplazo para cambiar una máquina cuyo costo estimado será de \$ 200 000 en 10 años. Si la tasa de rendimiento es del 10 % anual calcular el aporte anual que es necesario y que será el total aportado.
7. El empréstito empresarial de \$ 500 000 se estructura bajo sistema americano a 6 años con tasa del 11 % anual. Sea un fondo de amortización paralelo que permite pagar el capital a vencimiento, determine la renta anual necesaria si la inversión del fondo rinde el 9 %.
8. Elabore el plan de amortización utilizando el método francés para un crédito de \$ 5 000 a 12 meses, considerando en cada mensualidad: saldo inicial, cuota, interés, amortización y saldo final.
9. Los diferentes tipos de interés (pasar de un tipo fijo a un tipo variable) afectan la tipología de una tabla de amortización en sistema francés (cuando se presenta esta última, por ejemplo, con el capital amortizado y el tipo de interés ya facturado).

10. Proponga un ejemplo de su entorno personal, familiar, institucional, etc. donde se lleve a cabo un sistema de amortización y describe cómo lo plantearías con las herramientas vistas en el capítulo.

5.12. Síntesis del capítulo

En este capítulo, se puso de manifiesto lo que se puede entender por amortización, es decir, el proceso de devolver gradualmente un capital a través de cuotas que se pagan periódicamente. Se presentaron los sistemas francés, alemán y americano, y se observó cómo los diferentes sistemas distribuyen de forma distinta los intereses y la amortización dentro de la cuota.

Se expone la forma de estructurar las tablas de amortización y de construirlas paso a paso, con la exposición del concepto de fondos de amortización a los efectos de cancelar deudas o reemplazar activos. Por último, se revisaron casos integrados que nos permiten comparar la manera de financiar alternativas reales y la necesaria forma de plantearse la estrategia de ahorro que acompaña la amortización, así como la correcta elección del sistema de amortización.

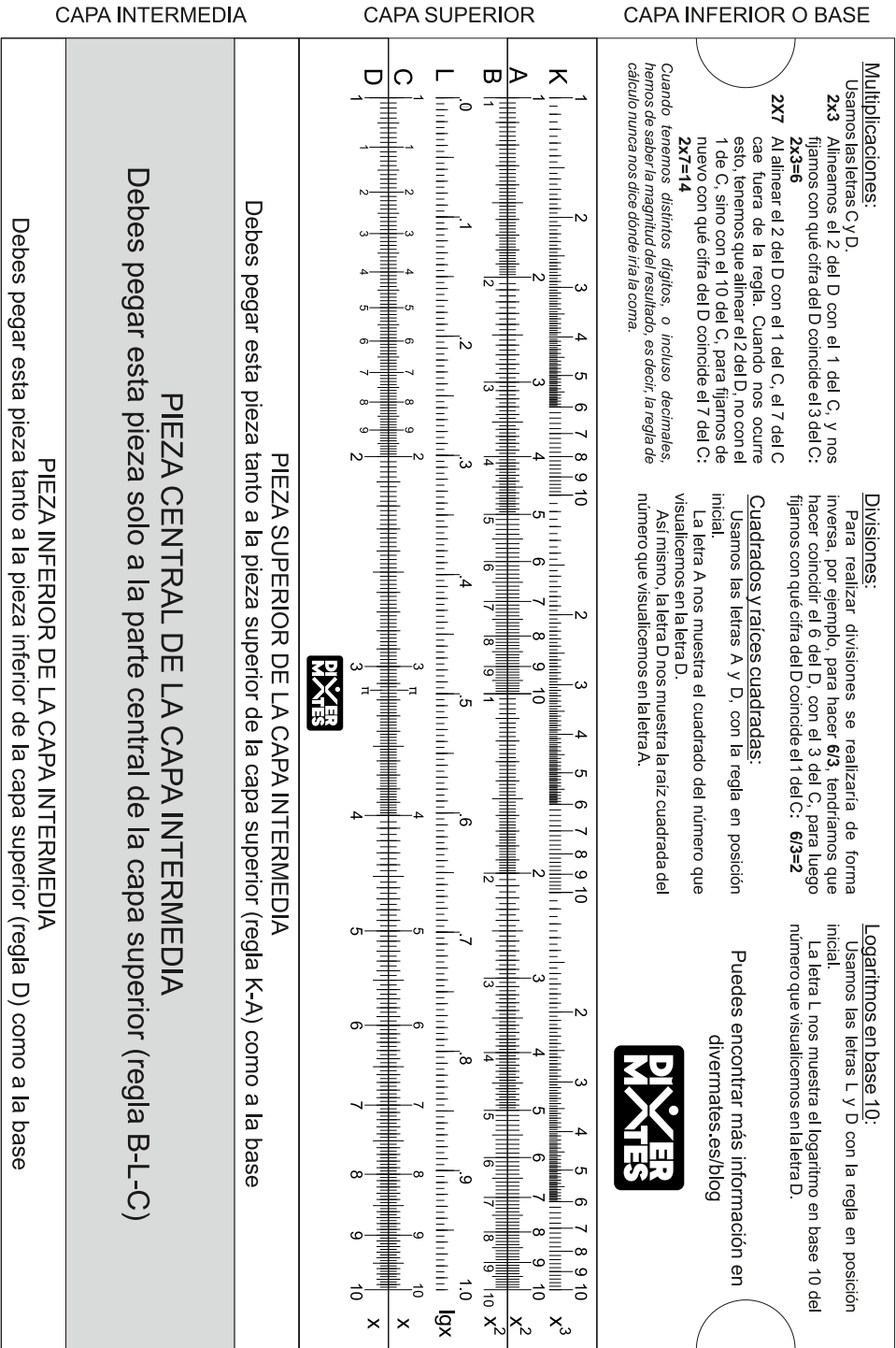
Dichos contenidos tienen relación inmediata en el marco de los capítulos sobre el interés compuesto y sobre anualidades, e, indudablemente, también están relacionados con la introducción de extensas tablas de amortización y con el análisis financiero de un determinado proyecto de inversión.



CAPÍTULO 6

Anexos

Anexo A. Regla de cálculo armable



Nota: tomado de Maestre, N. (2024). *Regla de cálculo, un viaje al pasado* [El artículo contiene una plantilla imprimible para armar una regla de cálculo. Originalmente escrito en 2016, republicado en 2024]. Consultado el 15 de septiembre de 2025, desde <https://divermates.es/la-regla-de-calculo/>

Anexo B. Tabla de logaritmos naturales

Tabla 2: Tabla de $\ln(x)$ de 0.05 a 20.00 en incrementos de 0.05

x	$\ln(x)$	x	$\ln(x)$	x	$\ln(x)$	x	$\ln(x)$	x	$\ln(x)$
0.05	-2.99573	0.10	-2.30259	0.15	-1.89712	0.20	-1.60944	0.25	-1.38629
0.30	-1.20397	0.35	-1.04982	0.40	-0.91629	0.45	-0.79851	0.50	-0.69315
0.55	-0.59784	0.60	-0.51083	0.65	-0.43078	0.70	-0.35667	0.75	-0.28768
0.80	-0.22314	0.85	-0.16252	0.90	-0.10536	0.95	-0.05129	1.00	0.00000
1.05	0.04879	1.10	0.09531	1.15	0.13976	1.20	0.18232	1.25	0.22314
1.30	0.26236	1.35	0.30010	1.40	0.33647	1.45	0.37156	1.50	0.40547
1.55	0.43825	1.60	0.47000	1.65	0.50078	1.70	0.53063	1.75	0.55962
1.80	0.58779	1.85	0.61519	1.90	0.64185	1.95	0.66783	2.00	0.69315
2.05	0.71784	2.10	0.74194	2.15	0.76547	2.20	0.78846	2.25	0.81093
2.30	0.83291	2.35	0.85441	2.40	0.87547	2.45	0.89609	2.50	0.91629
2.55	0.93609	2.60	0.95551	2.65	0.97456	2.70	0.99325	2.75	1.01160
2.80	1.02962	2.85	1.04732	2.90	1.06471	2.95	1.08181	3.00	1.09861
3.05	1.11514	3.10	1.13140	3.15	1.14740	3.20	1.16315	3.25	1.17865
3.30	1.19392	3.35	1.20896	3.40	1.22378	3.45	1.23837	3.50	1.25276
3.55	1.26695	3.60	1.28093	3.65	1.29473	3.70	1.30833	3.75	1.32176
3.80	1.33500	3.85	1.34807	3.90	1.36098	3.95	1.37362	4.00	1.38629
4.05	1.39872	4.10	1.41100	4.15	1.42311	4.20	1.43508	4.25	1.44692
4.30	1.45862	4.35	1.47018	4.40	1.48160	4.45	1.49290	4.50	1.50408
4.55	1.51513	4.60	1.52606	4.65	1.53687	4.70	1.54756	4.75	1.55814
4.80	1.56862	4.85	1.57889	4.90	1.58924	4.95	1.59939	5.00	1.60944
5.05	1.61939	5.10	1.62924	5.15	1.63899	5.20	1.64866	5.25	1.65823
5.30	1.66771	5.35	1.67705	5.40	1.68640	5.45	1.69562	5.50	1.70475
5.55	1.71380	5.60	1.72277	5.65	1.73166	5.70	1.74047	5.75	1.74920
5.80	1.75786	5.85	1.76644	5.90	1.77495	5.95	1.78339	6.00	1.79176
6.05	1.80016	6.10	1.80829	6.15	1.81645	6.20	1.82455	6.25	1.83258
6.30	1.84055	6.35	1.84838	6.40	1.85630	6.45	1.86408	6.50	1.87180
6.55	1.87946	6.60	1.88707	6.65	1.89462	6.70	1.90211	6.75	1.90954
6.80	1.91692	6.85	1.92425	6.90	1.93152	6.95	1.93874	7.00	1.94591
7.05	1.95303	7.10	1.96009	7.15	1.96710	7.20	1.97408	7.25	1.98100
7.30	1.98787	7.35	1.99472	7.40	2.00148	7.45	2.00821	7.50	2.01490
7.55	2.02154	7.60	2.02815	7.65	2.03462	7.70	2.04122	7.75	2.04769
7.80	2.05412	7.85	2.06041	7.90	2.06686	7.95	2.07317	8.00	2.07944
8.05	2.08567	8.10	2.09186	8.15	2.09801	8.20	2.10413	8.25	2.11021
8.30	2.11626	8.35	2.12226	8.40	2.12823	8.45	2.13417	8.50	2.14007
8.55	2.14593	8.60	2.15176	8.65	2.15756	8.70	2.16332	8.75	2.16905
8.80	2.17475	8.85	2.18041	8.90	2.18605	8.95	2.19165	9.00	2.19722
9.05	2.20276	9.10	2.20827	9.15	2.21375	9.20	2.21920	9.25	2.22462
9.30	2.23001	9.35	2.23538	9.40	2.24071	9.45	2.24603	9.50	2.25129

x	$\ln(x)$	x	$\ln(x)$	x	$\ln(x)$	x	$\ln(x)$	x	$\ln(x)$
9.55	2.25651	9.60	2.26176	9.65	2.26686	9.70	2.27193	9.75	2.27699
9.80	2.28209	9.85	2.28721	9.90	2.29243	9.95	2.29739	10.00	2.30259
10.05	2.30750	10.10	2.31254	10.15	2.31756	10.20	2.32239	10.25	2.32728
10.30	2.33214	10.35	2.33694	10.40	2.34181	10.45	2.34666	10.50	2.35138
10.55	2.35613	10.60	2.36085	10.65	2.36559	10.70	2.37024	10.75	2.37491
10.80	2.37955	10.85	2.38421	10.90	2.38876	10.95	2.39336	11.00	2.39790
11.05	2.40241	11.10	2.40694	11.15	2.41139	11.20	2.41591	11.25	2.42037
11.30	2.42480	11.35	2.42919	11.40	2.43361	11.45	2.43791	11.50	2.44235
11.55	2.44674	11.60	2.45101	11.65	2.45542	11.70	2.45959	11.75	2.46385
11.80	2.46810	11.85	2.47233	11.90	2.47654	11.95	2.48070	12.00	2.48491
12.05	2.48906	12.10	2.49321	12.15	2.49734	12.20	2.50144	12.25	2.50553
12.30	2.50960	12.35	2.51358	12.40	2.51770	12.45	2.52172	12.50	2.52573
12.55	2.52976	12.60	2.53370	12.65	2.53763	12.70	2.54160	12.75	2.54553
12.80	2.54945	12.85	2.55334	12.90	2.55723	12.95	2.56111	13.00	2.56495
13.05	2.56879	13.10	2.57261	13.15	2.57635	13.20	2.58022	13.25	2.58406
13.30	2.58782	13.35	2.59156	13.40	2.59526	13.45	2.59903	13.50	2.60269
13.55	2.60641	13.60	2.61007	13.65	2.61369	13.70	2.61730	13.75	2.62092
13.80	2.62467	13.85	2.62832	13.90	2.63189	13.95	2.63553	14.00	2.63906
14.05	2.64267	14.10	2.64617	14.15	2.64971	14.20	2.65321	14.25	2.65676
14.30	2.66026	14.35	2.66370	14.40	2.66723	14.45	2.67067	14.50	2.67415
14.55	2.67759	14.60	2.68109	14.65	2.68444	14.70	2.68784	14.75	2.69124
14.80	2.69463	14.85	2.69802	14.90	2.70138	14.95	2.70475	15.00	2.70805
15.05	2.71137	15.10	2.71470	15.15	2.71800	15.20	2.72129	15.25	2.72464
15.30	2.72786	15.35	2.73116	15.40	2.73437	15.45	2.73765	15.50	2.74084
15.55	2.74402	15.60	2.74727	15.65	2.75042	15.70	2.75361	15.75	2.75673
15.80	2.75985	15.85	2.76299	15.90	2.76610	15.95	2.76919	16.00	2.77259
16.05	2.77573	16.10	2.77882	16.15	2.78190	16.20	2.78501	16.25	2.78809
16.30	2.79120	16.35	2.79422	16.40	2.79728	16.45	2.80028	16.50	2.80336
16.55	2.80639	16.60	2.80940	16.65	2.81241	16.70	2.81541	16.75	2.81838
16.80	2.82138	16.85	2.82437	16.90	2.82731	16.95	2.83022	17.00	2.83321
17.05	2.83617	17.10	2.83913	17.15	2.84209	17.20	2.84503	17.25	2.84796
17.30	2.85090	17.35	2.85380	17.40	2.85671	17.45	2.85957	17.50	2.86260
17.55	2.86544	17.60	2.86845	17.65	2.87130	17.70	2.87428	17.75	2.87715
17.80	2.88000	17.85	2.88290	17.90	2.88577	17.95	2.88875	18.00	2.89037
18.05	2.89344	18.10	2.89637	18.15	2.89922	18.20	2.90220	18.25	2.90510
18.30	2.90811	18.35	2.91094	18.40	2.91390	18.45	2.91506	18.50	2.91777
18.55	2.92047	18.60	2.92316	18.65	2.92588	18.70	2.92852	18.75	2.93119
18.80	2.93386	18.85	2.93651	18.90	2.93916	18.95	2.94186	19.00	2.94444
19.05	2.94716	19.10	2.94969	19.15	2.95226	19.20	2.95491	19.25	2.95733
19.30	2.95987	19.35	2.96234	19.40	2.96490	19.45	2.96733	19.50	2.97041
19.55	2.97286	19.60	2.97553	19.65	2.97800	19.70	2.98070	19.75	2.98315
19.80	2.98568	19.85	2.98825	19.90	2.99072	19.95	2.99323	20.00	2.99573

Anexo C. Tabla de logaritmos base 10

Tabla 3: Tabla de $\log_{10}(x)$ de 0.05 a 20.00 en incrementos de 0.05

x	$\log_{10}(x)$	x	$\log_{10}(x)$	x	$\log_{10}(x)$	x	$\log_{10}(x)$	x	$\log_{10}(x)$
0.05	-1.30103	0.10	-1.00000	0.15	-0.82391	0.20	-0.69897	0.25	-0.60206
0.30	-0.52288	0.35	-0.45593	0.40	-0.39794	0.45	-0.34679	0.50	-0.30103
0.55	-0.25964	0.60	-0.22185	0.65	-0.18752	0.70	-0.15490	0.75	-0.12494
0.80	-0.09691	0.85	-0.07058	0.90	-0.04576	0.95	-0.02228	1.00	0.00000
1.05	0.02119	1.10	0.04139	1.15	0.06070	1.20	0.07918	1.25	0.09691
1.30	0.11394	1.35	0.13033	1.40	0.14613	1.45	0.16137	1.50	0.17609
1.55	0.19033	1.60	0.20412	1.65	0.21748	1.70	0.23045	1.75	0.24304
1.80	0.25527	1.85	0.26717	1.90	0.27875	1.95	0.29003	2.00	0.30103
2.05	0.31175	2.10	0.32222	2.15	0.33244	2.20	0.34242	2.25	0.35218
2.30	0.36173	2.35	0.37107	2.40	0.38021	2.45	0.38917	2.50	0.39794
2.55	0.40654	2.60	0.41497	2.65	0.42325	2.70	0.43136	2.75	0.43933
2.80	0.44716	2.85	0.45485	2.90	0.46240	2.95	0.46982	3.00	0.47712
3.05	0.48430	3.10	0.49136	3.15	0.49831	3.20	0.50515	3.25	0.51188
3.30	0.51851	3.35	0.52504	3.40	0.53148	3.45	0.53782	3.50	0.54407
3.55	0.55023	3.60	0.55630	3.65	0.56229	3.70	0.56820	3.75	0.57403
3.80	0.57978	3.85	0.58546	3.90	0.59106	3.95	0.59659	4.00	0.60206
4.05	0.60746	4.10	0.61278	4.15	0.61805	4.20	0.62325	4.25	0.62839
4.30	0.63347	4.35	0.63849	4.40	0.64345	4.45	0.64836	4.50	0.65321
4.55	0.65801	4.60	0.66276	4.65	0.66745	4.70	0.67210	4.75	0.67669
4.80	0.68124	4.85	0.68574	4.90	0.69020	4.95	0.69461	5.00	0.69900
5.05	0.70329	5.10	0.70757	5.15	0.71181	5.20	0.71600	5.25	0.72016
5.30	0.72428	5.35	0.72839	5.40	0.73239	5.45	0.73640	5.50	0.74036
5.55	0.74429	5.60	0.74819	5.65	0.75205	5.70	0.75587	5.75	0.75967
5.80	0.76343	5.85	0.76716	5.90	0.77085	5.95	0.77452	6.00	0.77815
6.05	0.78175	6.10	0.78533	6.15	0.78888	6.20	0.79239	6.25	0.79588
6.30	0.79934	6.35	0.80278	6.40	0.80618	6.45	0.80957	6.50	0.81291
6.55	0.81624	6.60	0.81954	6.65	0.82280	6.70	0.82607	6.75	0.82930
6.80	0.83251	6.85	0.83570	6.90	0.83885	6.95	0.84201	7.00	0.84510
7.05	0.84819	7.10	0.85126	7.15	0.85429	7.20	0.85733	7.25	0.86034
7.30	0.86332	7.35	0.86630	7.40	0.86923	7.45	0.87216	7.50	0.87506
7.55	0.87793	7.60	0.88081	7.65	0.88366	7.70	0.88649	7.75	0.88930
7.80	0.89209	7.85	0.89487	7.90	0.89763	7.95	0.90037	8.00	0.90309
8.05	0.90580	8.10	0.90849	8.15	0.91116	8.20	0.91381	8.25	0.91645
8.30	0.91908	8.35	0.92168	8.40	0.92428	8.45	0.92685	8.50	0.92942
8.55	0.93196	8.60	0.93450	8.65	0.93700	8.70	0.93952	8.75	0.94201
8.80	0.94448	8.85	0.94694	8.90	0.94939	8.95	0.95182	9.00	0.95424
9.05	0.95664	9.10	0.95904	9.15	0.96142	9.20	0.96379	9.25	0.96614
9.30	0.96848	9.35	0.97081	9.40	0.97313	9.45	0.97543	9.50	0.97772

x	$\log_{10}(x)$	x	$\log_{10}(x)$	x	$\log_{10}(x)$	x	$\log_{10}(x)$	x	$\log_{10}(x)$
9.55	0.97999	9.60	0.98227	9.65	0.98451	9.70	0.98677	9.75	0.98899
9.80	0.99123	9.85	0.99344	9.90	0.99564	9.95	0.99784	10.00	1.00000
10.05	1.00217	10.10	1.00432	10.15	1.00646	10.20	1.00860	10.25	1.01072
10.30	1.01284	10.35	1.01495	10.40	1.01703	10.45	1.01911	10.50	1.02119
10.55	1.02325	10.60	1.02531	10.65	1.02737	10.70	1.02938	10.75	1.03146
10.80	1.03342	10.85	1.03544	10.90	1.03743	10.95	1.03943	11.00	1.04139
11.05	1.04332	11.10	1.04532	11.15	1.04728	11.20	1.04922	11.25	1.05115
11.30	1.05310	11.35	1.05499	11.40	1.05690	11.45	1.05877	11.50	1.06070
11.55	1.06245	11.60	1.06446	11.65	1.06632	11.70	1.06819	11.75	1.07004
11.80	1.07188	11.85	1.07374	11.90	1.07552	11.95	1.07733	12.00	1.07918
12.05	1.08092	12.10	1.08279	12.15	1.08450	12.20	1.08636	12.25	1.08814
12.30	1.08991	12.35	1.09172	12.40	1.09342	12.45	1.09517	12.50	1.09691
12.55	1.09864	12.60	1.10037	12.65	1.10210	12.70	1.10380	12.75	1.10551
12.80	1.10721	12.85	1.10890	12.90	1.11059	12.95	1.11227	13.00	1.11394
13.05	1.11561	13.10	1.11727	13.15	1.11894	13.20	1.12057	13.25	1.12219
13.30	1.12385	13.35	1.12536	13.40	1.12710	13.45	1.12872	13.50	1.13033
13.55	1.13197	13.60	1.13354	13.65	1.13512	13.70	1.13668	13.75	1.13830
13.80	1.13978	13.85	1.14133	13.90	1.14288	13.95	1.14444	14.00	1.14613
14.05	1.14743	14.10	1.14922	14.15	1.15051	14.20	1.15229	14.25	1.15386
14.30	1.15534	14.35	1.15700	14.40	1.15851	14.45	1.16004	14.50	1.16137
14.55	1.16290	14.60	1.16435	14.65	1.16578	14.70	1.16732	14.75	1.16862
14.80	1.17026	14.85	1.17163	14.90	1.17319	14.95	1.17457	15.00	1.17609
15.05	1.17753	15.10	1.17898	15.15	1.18027	15.20	1.18185	15.25	1.18327
15.30	1.18469	15.35	1.18611	15.40	1.18752	15.45	1.18896	15.50	1.19033
15.55	1.19173	15.60	1.19312	15.65	1.19441	15.70	1.19571	15.75	1.19703
15.80	1.19835	15.85	1.19972	15.90	1.20101	15.95	1.20232	16.00	1.20412
16.05	1.20508	16.10	1.20647	16.15	1.20792	16.20	1.20915	16.25	1.21041
16.30	1.21176	16.35	1.21305	16.40	1.21437	16.45	1.21561	16.50	1.21697
16.55	1.21824	16.60	1.21956	16.65	1.22085	16.70	1.22226	16.75	1.22342
16.80	1.22481	16.85	1.22626	16.90	1.22736	16.95	1.22879	17.00	1.23045
17.05	1.23171	17.10	1.23302	17.15	1.23436	17.20	1.23552	17.25	1.23697
17.30	1.23805	17.35	1.23952	17.40	1.24055	17.45	1.24169	17.50	1.24304
17.55	1.24448	17.60	1.24551	17.65	1.24681	17.70	1.24819	17.75	1.24942
17.80	1.25042	17.85	1.25181	17.90	1.25300	17.95	1.25427	18.00	1.25527
18.05	1.25656	18.10	1.25768	18.15	1.25904	18.20	1.26007	18.25	1.26143
18.30	1.26245	18.35	1.26363	18.40	1.26477	18.45	1.26615	18.50	1.26717
18.55	1.26851	18.60	1.26951	18.65	1.27063	18.70	1.27210	18.75	1.27300
18.80	1.27416	18.85	1.27510	18.90	1.27629	18.95	1.27736	19.00	1.27875
19.05	1.27967	19.10	1.28080	19.15	1.28183	19.20	1.28250	19.25	1.28376
19.30	1.28492	19.35	1.28588	19.40	1.28688	19.45	1.28806	19.50	1.28920
19.55	1.29033	19.60	1.29151	19.65	1.29247	19.70	1.29347	19.75	1.29448
19.80	1.29555	19.85	1.29646	19.90	1.29767	19.95	1.29867	20.00	1.30103

Referencias bibliográficas

- Ackerberg-Hastings, A. (2023). Keys to Mathematical Treasure Chests: Classroom Slide Rules – Rules for Demonstration. *Convergence*.
- Aggarwal, R. S. (2024). *Quantitative Aptitude For Competitive Examinations* (Special Video) [Incluye problemas de interés compuesto resueltos con logaritmos para despejar el tiempo (n)]. S. Chand Publishing.
- Banco Central del Ecuador. (2012). *ABC del BCE: Tasa de Interés Activa* [Publicación original en formato físico en 2012. Versión en línea consultada en 2025.]. Consultado el 30 de octubre de 2025, desde <https://www.bce.fin.ec/economiaticolor/educacion-monetaria-y-financiera/abc-del-bce/abc-del-bce-tasa-de-interes-activa/>
- Banco Central del Ecuador. (2021). *Instructivo de Tasas de Interés del Banco Central del Ecuador* (inf. téc.) (Versión 10.0 del documento metodológico para el cálculo de tasas de interés referenciales). Banco Central del Ecuador. Quito. <https://contenido.bce.fin.ec/documentos/Estadisticas/SectorMonFin/TasasInteres/InstructivoTasasInteres.pdf>
- Banco Central del Ecuador. (2024). *Educación monetaria y financiera*. Consultado el 17 de noviembre de 2025, desde <https://www.bce.fin.ec/educacion-monetaria-y-financiera/>
- Banco Central del Ecuador. (2025a). Tasas de Interés Activas Efectivas Referenciales y Máximas - Diciembre 2025 [Contiene las tasas activas referenciales y máximas, así como las tasas pasivas promedio y por plazo, vigentes en diciembre de 2025.]. <https://contenido.bce.fin.ec/documentos/Estadisticas/SectorMonFin/TasasInteres/TasasVigentes122025.htm>
- Banco Central del Ecuador. (2025b). *Tasas de interés activas y pasivas - Datos históricos* [Contiene series históricas completas de tasas de interés activas y pasivas desde 2007 hasta la actualidad]. Consultado el 30 de noviembre de 2025, desde <https://contenido.bce.fin.ec/documentos/Estadisticas/SectorMonFin/TasasInteres/TasasHistorico.htm>
- Bankinter. (2025). *Diferencia entre interés simple y compuesto: calculadora, fórmulas y ejemplos* [Explica el modelo lineal del interés simple y el crecimiento exponencial del interés compuesto]. Consultado el 30 de octubre de 2025, desde <https://www.bankinter.com/blog/finanzas-personales/interes-simple-interes-compuesto>
- BCcampus Pressbooks. (2021). *Business Mathematics: Minimum Acceptable Rate of Return (MARR)*. BCcampus. Consultado el 30 de diciembre de 2025, desde <https://pressbooks.bccampus.ca/businessmathematics/chapter/topic-3/>
- Breckenridge, W. E. (1917). *The Mannheim and Polyphase Slide Rules: Complete Manual with Tables of Settings, Equivalents and Gauge Points* [Reeditado por CreateSpace Independent Publishing Platform en 2014]. Keuffel & Esser.
- Broverman, S. A. (2023). *Mathematics of Investment and Credit* (8.^a ed.). ACTEX Publications.
- Comisión de Legislación. (2014). *Código orgánico monetario y financiero*. Registro Oficial.

- Cruz Rambaud, S., & Sánchez García, J. (2024). *Curso de Matemáticas Aplicadas a la Empresa* (1.^a ed.). Editorial Universidad de Almería.
- Dahlquist, J., & Knight, R. (2022). *Principles of Finance* [Sección 8.2: Annuities. Define la anualidad como un flujo de pagos periódicos fijos que se espera pagar o recibir]. OpenStax, Rice University. <https://openstax.org/books/principles-finance/pages/8-summary>
- Hey Banco. (2024). *¿Qué es el interés simple y compuesto en inversiones?* [Define interés simple (solo sobre capital inicial) e interés compuesto (sobre capital más intereses acumulados)]. Consultado el 30 de octubre de 2025, desde <https://www.heybanco.com/blog/educacion-financiera/interes-simple-y-compuesto>
- Hobson, E. W. (1914). *John Napier and the Invention of Logarithms, 1614*. The University Press.
- Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC). (2025). *Metodología del Índice de Precios al Consumidor* (inf. téc.) (Metodología disponible en los boletines técnicos mensuales del IPC 2025). INEC. Quito. <https://www.ecuadorencifras.gob.ec/indice-de-precios-al-consumidor-2025/>
- International Slide Rule Museum. (2020). *Slide rule scales* [Documentación técnica de todas las escalas: K (cúbicas), A/B (cuadrados), L (logaritmos), C/D (multiplicación/división). Incluye fórmulas matemáticas para el cálculo de posiciones de escalas.]. Consultado el 29 de mayo de 2025, desde https://sliderulemuseum.org/SR_Scales.shtml
- Junta de Política y Regulación Monetaria y Financiera. (s.f.). *Codificación de Resoluciones Monetarias, Financieras, de Valores y Seguros - Libro I: Sistema Monetario y Financiero* [Artículos 46-50. Establece la obligación de las entidades financieras de ofrecer al menos los sistemas de amortización francés y alemán]. <https://www.organismosdecontrol.gob.ec>
- Kellison, S. G. (2009). *The Theory of Interest* (3.^a ed.). McGraw-Hill.
- LibreTexts. (2024). *Future Value of Annuities and Sinking Funds* [Explica que el fondo de amortización calcula los depósitos periódicos iguales para alcanzar un monto futuro, utilizando el mismo método matemático que el valor futuro de una anualidad]. Consultado el 4 de octubre de 2025, desde https://math.libretexts.org/Courses/Community_College_of_Denver/MAT_1320_Finite_Mathematics_2e/06%3A_Finance_Applications/6.03%3A_Future_Value_of_Annuities_and_Sinking_Funds
- Lind, D. A., Marchal, W. G., & Wathen, S. A. (2020). *Estadística aplicada a los negocios y la economía* (17.^a ed.). McGraw-Hill / Latinoamérica.
- Maestre, N. (2024). *Regla de cálculo, un viaje al pasado* [El artículo contiene una plantilla imprimible para armar una regla de cálculo. Originalmente escrito en 2016, republicado en 2024]. Consultado el 15 de septiembre de 2025, desde <https://divermates.es/la-regla-de-calculo/>
- Mankiw, N. G. (2022). *Macroeconomics* (11.^a ed.). Worth Publishers.
- Moreno Carpio, F. J. (2021). *Matemáticas financieras aplicadas* (1.^a ed.). Alfaomega Grupo Editor.
- Napier, J. (1614). *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* [Primera publicación de los logaritmos]. Andrew Hart.
- Our Knowledge Publishing. (2020). *Analysis of the amortization tables used in Ecuador: Amortization table* [Describe los sistemas de amortización utilizados en Ecuador como un factor clave para el desarrollo económico, analizando métodos como el alemán y el francés].
- Oxford Reference. (2025). *Rate of interest*. Consultado el 5 de diciembre de 2025, desde <https://www.oxfordreference.com/display/10.1093/oi/authority.20110803100405137>

- Palgrave Macmillan. (2018). Internal Rate of Return. En *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Springer. https://doi.org/10.1057/978-1-349-95189-5_798
- Peterson, I. (1993). The slide rule returns to the classroom. *Science News*, 144(13), 200-202.
- PNC Bank. (2025). *¿Qué es el interés compuesto y cómo se calcula?* [Explica aplicaciones del interés compuesto en cuentas de ahorro, CD y tarjetas de crédito]. Consultado el 3 de noviembre de 2025, desde <https://www.pnc.com/es/personal-banking/financial-education/what-is-compound-interest.html>
- Purdue University News. (2004, agosto). *Astronauts, Purdue alumni add their contributions to new slide-rule exhibit*. Consultado el 29 de abril de 2025, desde <https://www.purdue.edu/uns/html4ever/2004/040830.Alleman.sliderules.html>
- Rivera Herrera, M. T. (2020). *Fundamentos de matemáticas financieras* (2.^a ed.). Trillas.
- Ross, S. A., Westerfield, R. W., & Jordan, B. D. (2024). *Fundamentals of Corporate Finance* (14.^a ed.). McGraw Hill.
- Superintendencia de Bancos del Ecuador. (2022). Control y regulación de entidades financieras [La Superintendencia de Bancos es el organismo técnico de vigilancia, auditoría, intervención y control de las actividades financieras en Ecuador.]. <https://www.superbancos.gob.ec/bancos/comunicado-entidades-no-autorizadas-a-operar/>
- Superintendencia de Bancos del Ecuador. (2025a). *Glosario de Términos* [Glosario oficial de términos financieros de la Superintendencia de Bancos del Ecuador]. Consultado el 30 de noviembre de 2025, desde <https://www.superbancos.gob.ec/bancos/glosario-de-terminos/>
- Superintendencia de Bancos del Ecuador. (2025b). Supervisión del Sistema Financiero [La Superintendencia de Bancos supervisa y regula aspectos como las tasas de interés de tarjetas de crédito y el cálculo del pago mínimo o cuotas diferidas.]. <https://www.superbancos.gob.ec/bancos/superintendencia-de-bancos-destaco-su-vision-de-supervision-moderna-en-el-cluster-financiero-del-ecuador-2025/>
- Wells, C. J. (2019, octubre). *The Slide Rule* [Última revisión: 30 de junio de 2025]. Consultado el 19 de marzo de 2025, desde <https://www.technologyuk.net/computing/history-of-computing/slide-rule.shtml>
- Zima, P., & Brown, R. L. (2011). *Mathematics of Finance* (3.^a ed.). McGraw-Hill.
- Zutter, C. J., & Smart, S. B. (2024). *Principles of Managerial Finance* (16.^a ed.). Pearson.

Matemática financiera

en el contexto de privación de libertad

Este texto representa una propuesta tanto académica como humana, sustentada en la convicción de que la educación superior se convierte en un eje de transformación necesario para la reconstrucción de los proyectos de vida; el libro ha sido estructurado con rigor para la formación de estudiantes de la Tecnología Superior en Contabilidad que realizan su instrucción en privación de libertad con acceso limitado a recursos tecnológicos; se ha procurado ofrecer un modelo pedagógico completamente autodidacta y autoconclusivo.

A través de un lenguaje que combina la claridad expositiva y el rigor técnico, los autores Fausto Córdova Borja, Janeth Segovia Chávez y Marco Gallo Pacheco presentan, de forma gradual, los pilares de la disciplina: desde los fundamentos matemáticos y los modelos de interés simple y compuesto, el desarrollo de las tasas, las anualidades y los sistemas de amortización.

La inclusión de la regla de cálculo armable, un recurso didáctico que permite al estudiante realizar operaciones financieras complejas de forma analógica, vinculando así el sentido numérico a la comprensión profunda de los procedimientos, es una de las características singulares de este texto.

Más que un manual de consulta técnico, esta obra se convierte en un documento vivo de encuentro, al integrar aplicaciones y reflexiones propias del proceso formativo de los estudiantes; es, por lo tanto, una herramienta necesaria para la excelencia profesional y la reinserción social, afirmando que la especialización del conocimiento es el motor de la libertad y la transformación.

Los autores

ISBN: 978-9942-652-58-4



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA